



Università degli Studi di Genova  
Genoa Univer



Scuola di  
Scienze sociali  
School of Social Scien

**DISFOR** Dipartimento di Scienze della Formazione

# CORSO DI LAUREA IN PSICOLOGIA DELLO SVILUPPO TIPICO E ATIPICO

## LE ABILITÀ DI RISOLUZIONE DI PROBLEMI MATEMATICI NEI DISTURBI DELLO SPETTRO AUTISTICO

*Relatore: Prof.ssa Maria Carmen Usai*

*Correlatore: Prof.ssa Paola Viterbori*

*Candidato: Francesca Bonsi*

**ANNO ACCADEMICO**

**2022/2023**

## **Indice**

<b>Introduzione</b> .....	4
<b>1. Il Disturbo dello Spettro Autistico</b> .....	5
1.1. Da Leo Kanner al DSM-5.....	5
1.2. Profilo di funzionamento.....	8
1.3. Ipotesi eziologiche del Disturbo dello spettro autistico.....	17
1.3.1. Deficit nella Teoria della Mente.....	18
1.3.2. Deficit socio affettivo primario.....	20
1.3.3. Deficit della coerenza centrale.....	21
1.3.4. Deficit nelle funzioni esecutive.....	22
1.3.5. Fattori neurobiologici alla base dell'autismo.....	23
<b>2. I processi cognitivi nella risoluzione di problemi matematici</b> .....	26
2.1. I problemi matematici.....	26
2.2. I processi cognitivi implicati nella risoluzione di problemi matematici.....	29
2.3. Il ruolo delle Funzioni Esecutive.....	34
2.4. Le capacità di risoluzione di problemi matematici nei Disturbi dello Spettro Autistico.....	46
<b>3. Lo studio</b> .....	55
3.1. Introduzione.....	55
3.2. Metodo.....	56
3.2.1. Partecipanti.....	56
3.2.2. Strumenti e procedura.....	59
3.2.2.1. Ragionamento visuoperceptivo.....	60
3.2.2.2. Funzionamento intellettuale verbale.....	61
3.2.2.3. Memoria di lavoro verbale.....	61

3.2.2.4. Memoria di lavoro visuospaziale.....	62
3.2.2.5. Inibizione della risposta.....	63
3.2.2.6. Gestione dell'interferenza.....	63
3.2.2.7. Abilità matematiche.....	64
3.3. Strategia analitica.....	66
3.4. Risultati.....	67
3.4.1. Differenze tra gruppi nella risoluzione di problemi.....	67
3.4.2. Correlazioni di ordine zero (Pearson) tra l'abilità di risoluzione di problemi matematici e processi cognitivi di ordine generale e fatti aritmetici.....	70
3.4.3. Regressioni lineari gerarchiche: il contributo del gruppo e dei processi cognitivi sull'abilità di risoluzione di problemi matematici.....	72
3.5. Discussione.....	79
3.6. Limiti e sviluppi futuri.....	82
<b>Conclusioni.....</b>	<b>85</b>
<b>Bibliografia.....</b>	<b>86</b>

## **Indice figure**

Figura 3.1.....	61
Figura 3.2.....	62
Figura 3.3.....	63
Figura 3.4.....	65
Figura 3.5.....	66

## **Indice tabelle**

Tabella 1.1.....	8
Tabella 3.1.....	58
Tabella 3.2.....	69
Tabella 3.3.....	71
Tabella 3.4.....	73
Tabella 3.5.....	74
Tabella 3.6.....	75
Tabella 3.7.....	76
Tabella 3.8.....	77
Tabella 3.9.....	78
Tabella 3.10.....	79

## ***Introduzione***

Il presente elaborato ha avuto origine dalla partecipazione al progetto di ricerca “*Il controllo inibitorio nello sviluppo tipico e atipico*” e ha come scopo non solo il confronto delle prestazioni osservate in compiti di *problem solving* matematico tra un gruppo di individui con un Disturbo dello Spettro Autistico e un gruppo di individui a sviluppo tipico, ma anche la verifica di quali processi cognitivi siano maggiormente coinvolti in tale tipologia di compito.

La tesi è articolata in tre capitoli. Nel primo capitolo, dopo un breve inquadramento storico e teorico, viene effettuata una descrizione del profilo di funzionamento che caratterizza coloro che presentano un Disturbo dello Spettro Autistico. Nel secondo capitolo viene affrontato il tema dell'abilità di risoluzione di problemi matematici. In particolare, a seguito di una descrizione delle varie tipologie di problemi aritmetici più diffuse, vengono esposti alcuni modelli esplicativi circa i processi cognitivi implicati nel processo di risoluzione. Per concludere, viene effettuata un'analisi della letteratura circa le abilità di *problem solving* matematico nella popolazione con autismo. Infine, nel terzo capitolo viene presentato lo studio effettuato, descrivendo il campione e le prove utilizzate, la procedura adottata, la strategia analitica e i risultati ottenuti.

## **1. DISTURBO DELLO SPETTRO AUTISTICO**

### *1.1 Da Leo Kanner al DSM-5*

La prima definizione di quello che oggi conosciamo come Disturbo dello Spettro Autistico (ASD, *Autism Spectrum Disorder*) è stata fornita dallo psichiatra Leo Kanner nel 1943, anno in cui venne pubblicato un articolo sulla rivista *Nervous Child*, in cui l'autore descrisse il quadro clinico di 11 bambini, accumulati da alcune sintomatologie specifiche. La tendenza all'isolamento e ai comportamenti stereotipati e ripetitivi, i gravi disturbi nel linguaggio e nella comunicazione e l'intolleranza ad ogni forma di cambiamento nell'ambiente circostante o nelle abitudini hanno portato Kanner a definire *Disturbo autistico del contatto affettivo* la patologia che caratterizzava i soggetti individuati. Fu però nel 1944 che comparse per la prima volta la terminologia Autismo Infantile Precoce (*Early Infantile Autism*, Kanner, 1944, citato in Harris, 2018), in un articolo pubblicato dall'Autore sulla rivista *Journal of Pediatrics*. In tale pubblicazione furono descritti 20 soggetti e Kanner sottolineò come, nonostante vi fosse una grande variabilità interindividuale relativa alla gravità della sintomatologia presentata, i pazienti fossero tutti accumulati dallo stesso disturbo, che si svilupperebbe a partire da una base innata.

Un ulteriore contributo alla definizione del Disturbo dello Spettro Autistico arrivò, sempre nel 1944, dall'austriaco Hans Asperger che, pur non conoscendo ancora le riflessioni di Kanner, descrisse a sua volta alcuni casi clinici che riportavano lo stesso corollario sintomatologico riportato nelle pubblicazioni di Kanner, ma con un livello di funzionamento cognitivo più elevato e capacità linguistiche mantenute, a eccezione delle componenti comunicativo-pragmatiche (Zanobini & Usai, 2019).

A seguito di tali pubblicazioni, all'interno della comunità scientifica si creò un acceso dibattito su come classificare i disturbi presentati dagli Autori (Harris, 2018).

Inizialmente, l'autismo fu inserito all'interno della seconda versione del Manuale Diagnostico e Statistico dei Disturbi Mentali (DSM-II, 1968), sotto la categoria diagnostica di Schizofrenia Infantile. Questa decisione fu particolarmente influenzata dal pensiero psicoanalitico del tempo, secondo cui l'autismo era da considerarsi come appartenente alla categoria diagnostica delle psicosi infantili ed era visto come un totale blocco dello sviluppo psicologico (Tustin, 1990, citato in Zanobini & Usai, 2019), derivante da una precoce disfunzione nel rapporto tra la madre e il bambino: è infatti proprio all'interno di questa corrente di pensiero che viene introdotta l'espressione "madri frigorifero" per indicare uno stile relazionale materno caratterizzato da freddezza, distacco e indifferenza, rigidità e difficoltà ad instaurare una comunicazione aperta con il bambino. Tuttavia, dopo una lunga serie di ricerche, le ipotesi esplicative dell'autismo legate alla modalità relazionale e comunicativa della madre sono state smentite e, di conseguenza, abbandonate.

L'allontanamento definitivo dalle concezioni di stampo psicodinamico avvenne nel 1980, con la pubblicazione della terza edizione del DSM, in cui l'autismo venne definito per la prima volta come appartenente alla categoria dei Disturbi pervasivi dello sviluppo (Valeri, 2017), insieme al Disturbo di Rett, il Disturbo disintegrativo dell'infanzia, il Disturbo di Asperger e il Disturbo pervasivo dello sviluppo non altrimenti specificato. In quegli anni, la comunità scientifica si trovò concorde nel considerare l'autismo come una patologia, derivante da basi organiche, che si sviluppa principalmente a livello comportamentale nel corso dei primi anni di vita e che si manifesta attraverso una particolare triade sintomatologica: a) disturbi nella sfera sociale, specialmente legati a delle difficoltà nell'interazione reciproca; b) disturbi relativi alla comunicazione, sia verbale che non verbale; c) insieme ristretto, stereotipato e ripetitivo di interessi e comportamenti.

Dagli anni '90 fino ad oggi è cresciuto sempre di più l'interesse nei confronti dell'autismo, basti pensare a come sia aumentata in maniera esponenziale la quantità di articoli scientifici che trattano suddetto argomento (Valeri, 2017). Ed è proprio grazie a tali studi che nel 2013 venne pubblicata la quinta edizione del DSM, in cui furono effettuati importanti cambiamenti nella categorizzazione diagnostica dell'autismo (Vivanti et al., 2013). Innanzitutto, si è passati da un approccio strettamente categoriale ad uno dimensionale, che ha permesso di superare la suddivisione in sottogruppi dei Disturbi pervasivi dello sviluppo (DSM-IV), individuando un termine ombrello che potesse racchiuderli: è proprio nel DSM-5 che viene introdotto il termine Disturbo dello Spettro Autistico, inserendolo all'interno dei Disturbi del Neurosviluppo. L'approccio dimensionale, inoltre, permette di valutare le variegate manifestazioni cliniche in base al livello di complessità delle stesse. Nello specifico, sono stati individuati tre livelli di gravità: livello 1, che indica la necessità di un supporto; livello 2, che indica una richiesta di supporto consistente; livello 3, che comporta una richiesta di supporto molto consistente. Tali livelli vengono definiti attraverso l'uso di alcuni specificatori clinici, come la presenza di compromissioni a livello intellettuale, linguistico o la presenza di altre condizioni mediche e/o psichiatriche associate. Un'ulteriore modifica apportata con la quinta edizione del DSM riguarda i criteri diagnostici utilizzati per il Disturbo dello Spettro Autistico. Nello specifico, le manifestazioni sintomatologiche sono state suddivise in due macro-categorie: “deficit persistente nella comunicazione sociale e nell'interazione sociale” e “interessi e comportamenti ristretti e ripetitivi”, che comprende anche l'alterata sensibilità sensoriale agli stimoli (Zanobini & Usai, 2019). Il fatto di far riferimento alle competenze comunicative e alle competenze sociali come appartenenti ad un'unica categoria permette di spostare il focus di interesse dalle abilità verbali del bambino alle sue modalità comunicative utilizzate per avviare e mantenere le interazioni

sociali. Così facendo, è possibile effettuare una diagnosi precoce anche per coloro che non presentano delle difficoltà nello sviluppo del linguaggio (Vivanti et al., 2013).

Infine, tra le modifiche più importanti in termini di criteri diagnostici per l'ASD vi è una definizione più ampia circa l'età di insorgenza dei sintomi: infatti, se nelle versioni precedenti del DSM era necessario che i sintomi si presentassero prima dei 36 mesi di età, oggi viene sottolineato come questi debbano emergere nel corso della prima infanzia, ricordando che in alcuni casi potrebbero presentarsi solo nel momento in cui la domanda sociale supera il limite delle capacità del bambino.

### *1.2. Profilo di funzionamento*

Il Disturbo dello spettro autistico viene definito da Valeri (2017) come un “insieme eterogeneo di disturbi del neurosviluppo, caratterizzati da esordio precoce di difficoltà nella interazione e comunicazione sociale associata a comportamenti e interessi ripetitivi e ristretti” (p. 289). All'interno del DSM-5 vengono elencati i criteri necessari per poter diagnosticare la presenza di ASD, i quali si possono ritrovare riassunti nella tabella 1.1.:

Tabella 1.1. Criteri diagnostici del Disturbo dello spettro dell'autismo nel DSM-5

**Criterio A.** Deficit persistenti della comunicazione sociale e dell'interazione sociale in molteplici contesti, come manifestato dai seguenti fattori, presenti attualmente o nel passato:

1. Deficit della reciprocità socio-emotiva, che vanno, per esempio, da un approccio sociale anomalo e dal fallimento della normale reciprocità della conversazione; a una ridotta condivisione di interessi, emozioni o sentimenti; all'incapacità di dare inizio o di rispondere a interazioni sociali.
2. Deficit dei comportamenti comunicativi non verbali utilizzati per l'interazione sociale, che vanno, per esempio, dalla comunicazione verbale e non verbale scarsamente integrata; ad anomalie del contatto visivo e del linguaggio del corpo o deficit della comprensione e dell'uso dei gesti; a una totale mancanza di espressività facciale e di comunicazione non verbale.
3. Deficit dello sviluppo, della gestione e della comprensione delle relazioni, che vanno, per esempio, dalle difficoltà di adattare il comportamento per adeguarsi ai diversi contesti sociali; alle difficoltà di condividere il gioco di immaginazione o di fare amicizia; all'assenza di interesse verso i coetanei.

---

*Specificare la gravità attuale:*

Il livello di gravità si basa sulla compromissione della comunicazione sociale e sui pattern di comportamento ristretti, ripetitivi.

---

**Criterio B.** Pattern di comportamento, interessi o attività ristretti, ripetitivi, come manifestato da almeno due dei seguenti fattori, presenti attualmente o nel passato:

1. Movimenti, uso degli oggetti o eloquio stereotipati o ripetitivi.
2. Insistenza nella *sameness* (immodificabilità), aderenza alla routine priva di flessibilità o rituali di comportamento verbale o non verbale (per es., estremo disagio davanti a piccoli cambiamenti, difficoltà nelle fasi di transizione, schemi di pensiero rigidi, saluti rituali, necessità di percorrere la stessa strada o mangiare lo stesso cibo ogni giorno).
3. Interessi molto limitati, fissi che sono anomali per intensità o profondità (per es., forte attaccamento o preoccupazione nei confronti di oggetti insoliti, interessi eccessivamente circoscritti o perseverativi).
4. Iper- o iporeattività in risposta a stimoli sensoriali o interessi insoliti verso aspetti sensoriali dell'ambiente (per es., apparente indifferenza a dolore/temperatura, reazione di avversione nei confronti di suoni o consistenze tattili specifici, annusare o toccare oggetti in modo eccessivo, essere affascinati da luci o da movimenti).

*Specificare la gravità attuale:*

Il livello di gravità si basa sulla compromissione della comunicazione sociale e sui pattern di comportamento ristretti, ripetitivi.

---

**Criterio C.** I sintomi devono essere presenti nel periodo precoce dello sviluppo (ma possono non manifestarsi pienamente prima che le esigenze sociali eccedano le capacità limitate, o possono essere mascherati da strategie apprese in età successiva).

---

**Criterio D.** I sintomi causano compromissione clinicamente significativa del funzionamento in ambito sociale, lavorativo o in altre aree importanti.

---

**Criterio E.** Queste alterazioni non sono meglio spiegate da disabilità intellettiva (disturbo dello sviluppo intellettivo) o da ritardo globale dello sviluppo. La disabilità intellettiva e il disturbo dello spettro dell'autismo spesso sono presenti in concomitanza; per porre diagnosi di comorbidità di disturbo dello spettro dell'autismo e di disabilità intellettiva, il livello di comunicazione sociale deve essere inferiore rispetto a quanto atteso per il livello di sviluppo generale.

*Specificare se:*

Con o senza compromissione intellettiva associata

Con o senza compromissione del linguaggio associata

Associato a una condizione medica o genetica nota o a un fattore ambientale

Associato a un altro disturbo del neurosviluppo, mentale o comportamentale

Con catatonia

---

American Psychiatric Association (2013), Manuale diagnostico e statistico dei disturbi Mentali, Quinta edizione (DSM-5), trad. it. Raffaello Cortina, Milano 2014.

Una delle principali aree in cui i bambini con autismo hanno maggiori difficoltà è quella relazionale, viste le difficoltà riscontrate nella reciprocità sociale e nella comunicazione. Infatti, molto spesso sono bambini che tendono ad isolarsi dal resto dell'ambiente circostante, risultando disinteressati e indifferenti alla presenza di altri individui, anche se questi sono a loro familiari. Tuttavia, come anche sottolineano Barale e Ucelli (2006), è importante non considerare l'individuo con autismo come privo di affetti e di una storia personale, come se fosse un robot. Al contrario, la vita emotiva di coloro con un ASD è in realtà piuttosto ricca: attraverso modalità particolarmente eterogenee, sono in grado di esprimere e dimostrare affetti molto intensi, con una forte sensibilità verso i contesti emotivamente carichi. Klin, Jones, Schults e Volkmar (2003) hanno evidenziato un aspetto particolarmente importante legato ad una discrepanza che caratterizza la sfera sociale negli individui con ASD: infatti, nonostante le difficoltà che incontrano nelle situazioni sociali in cui sono realmente coinvolti, sembrano avere delle buone capacità nella risoluzione di compiti che implicano l'utilizzo del ragionamento sociale. Gli Autori hanno effettuato una serie di sperimentazioni per comprendere al meglio questa discrepanza attraverso una metodologia nota come *eye tracking*. Questa particolare tecnologia permette allo sperimentatore di verificare quali sono gli aspetti principali su cui una persona si sofferma maggiormente quando osserva una situazione sociale. Il paradigma adottato dagli Autori si basa sull'assunto secondo cui, vista la rapidità con cui emergono i segnali e gli indizi sociali, cruciali per la comprensione di una situazione reale, una incapacità a riconoscerli potrebbe portare a un più ampio fallimento nella comprensione della situazione stessa, impedendo quindi delle reazioni di tipo adattivo (Klin et al., 2003). In uno degli studi riportati, gli Autori hanno presentato a un gruppo di individui con autismo ad alto funzionamento e a un gruppo di controllo a sviluppo tipico una scena di un film ad alto contenuto emotivo, misurando i movimenti

oculari dei partecipanti. È emerso che, mentre gli individui a sviluppo tipico focalizzano maggiormente la loro attenzione su tratti somatici essenziali (come bocca e occhi) per comprendere la situazione sociale, gli individui con autismo si soffermano su aspetti poco informativi, come l'area periferica del viso. In un ulteriore esempio di studio effettuato con la metodologia dell'*eye tracking*, gli Autori hanno valutato le capacità di seguire e interpretare un gesto di indicazione accompagnato da un'espressione di tipo verbale. Anche in questo caso è stata mostrata ai partecipanti una scena tratta da un film, ed è emerso che gli individui con autismo, al contrario di coloro a sviluppo tipico, si focalizzano maggiormente sull'espressione verbale, ignorando l'informazione non verbale, portando quindi, anche in questo caso, ad una difficoltà nella comprensione della situazione sociale (Klin et al., 2003).

Natalucci, Faedda, Canitano e Guidetti (2016) hanno sottolineato che le anomalie comportamentali legate alla sfera sociale (isolamento, indifferenza al contesto relazionale, scarsa iniziativa, evitamento del contatto oculare e alterazione della reciprocità) siano più marcate nei primi anni di vita. Nelle fasi successive, a partire dai 5-6 anni, si possono presentare delle modifiche nel comportamento sociale del bambino con autismo, il quale inizia a manifestare un maggiore interesse verso il contesto sociale. Questa maggiore apertura fa sì che il bambino riesca ad instaurare un legame affettivo più profondo con i genitori, tuttavia tende a rimanere scarso l'interesse verso i coetanei. Infatti, si mantengono le difficoltà legate alla condivisione dei momenti di gioco e alle relazioni dirette, così come la tendenza a preferire attività sensoriali e ripetitive da svolgersi in situazioni di isolamento. Anche con il passaggio all'adolescenza non vi sono cambiamenti rilevanti nelle competenze sociali dei ragazzi con ASD: l'incapacità ad adottare il punto di vista altrui e le difficoltà a comprendere gli stati emotivi degli

interlocutori rendono particolarmente complesso lo sviluppo di relazioni affettive stabili con i coetanei.

Un'ulteriore area che frequentemente risulta deficitaria nei bambini con autismo riguarda le alterazioni nel linguaggio, le quali possono essere considerate come strettamente legate alle difficoltà sociali comportate dal disturbo. Nello specifico, si possono osservare delle problematiche non solo a livello del linguaggio verbale, ma anche nelle sue componenti non verbali e preverbal. Inoltre, come sottolineano Natalucci et al. (2016), le compromissioni linguistiche possono presentarsi con livelli di gravità molto diversi che possono essere considerati lungo un *continuum* che va da un ritardo nello sviluppo del linguaggio, a uno sviluppo atipico delle varie componenti linguistiche, fino ad arrivare ai casi più severi in cui si può osservare un'assenza del linguaggio espressivo, accompagnata da alcune difficoltà anche nella comprensione. Già in età molto precoce è possibile rilevare delle complicanze nella capacità di utilizzare i gesti a scopo dichiarativo. La mancanza di interesse verso la condivisione di oggetti, situazioni o emozioni, esplicitata proprio dalla mancanza dell'uso del gesto protodichiarativo fin dal primo anno di vita (Natalucci et al., 2016), riflette le carenze che hanno i bambini con autismo nei comportamenti di attenzione condivisa (Camaioni, Perucchini, Muratori & Milone, 1997). Inoltre, i deficit riguardanti l'utilizzo del gesto protodichiarativo non sono dovuti a fattori motivazionali o motori, ma piuttosto alla peculiare natura dell'esperienza di condividere l'attenzione o un interesse con un'altra persona: infatti, i bambini con autismo sembrano avere delle difficoltà a valutare l'altro come portatore di stati psicologici indipendenti, considerandolo invece come un mezzo per soddisfare i propri bisogni (Camaioni et al., 1997).

Per quanto riguarda la produzione verbale, che spesso viene acquisita molto lentamente, questa è spesso caratterizzata da alcune peculiarità. Prima tra tutte si ricorda

l'ecolalia, ovvero la tendenza a ripetere più volte le parole proprie o altrui, in maniera immediata oppure differita. Altri aspetti salienti del linguaggio nei bambini con ASD sono: l'uso scrupoloso e stereotipato di specifiche espressioni verbali, la tendenza a creare neologismi, l'uso scorretto dei pronomi e l'adozione di parole talvolta inusuali. È importante però evidenziare come queste produzioni, seppur deficitarie, siano essenziali per il bambino, in quanto gli permettono di ricoprire un ruolo all'interno della conversazione (Eigsti, de Marchena, Schuh & Kelley, 2011; Zanobini & Usai, 2019).

Le più grandi problematiche in ambito linguistico per i bambini con autismo si riscontrano nell'area della pragmatica, la quale consiste nella capacità di utilizzare il linguaggio come strumento per comunicare nelle interazioni sociali. Essa comprende sia aspetti linguistici, come la negoziazione circa l'alternanza dei turni, ma anche aspetti non linguistici, come il contatto visivo o le espressioni facciali (Eigsti et al., 2011). I bambini con autismo presentano ampie problematiche in questo ambito: nello specifico, si registrano delle difficoltà nel rispondere in maniera adeguata a domande e commenti, non solo in età infantile ma anche nel corso della vita adulta (Eigsti et al., 2011). Bruner e Feldman (1993, citato in Zanobini & Usai, 2019) spiegano come queste difficoltà siano da collocarsi all'interno di un più ampio deficit nelle capacità narrative: i bambini con autismo, infatti, non riuscirebbero a tradurre in forma narrativa le proprie esperienze, ritrovandosi così senza quel tipico bagaglio di conoscenze e significati convenzionali che permetterebbero di partecipare attivamente all'interazione e alla comunicazione sociale.

L'ultima area di interesse a livello diagnostico per i Disturbi dello spettro autistico sono i comportamenti ripetitivi e le attività stereotipate. Le stereotipie possono essere definite come dei movimenti bizzarri effettuati in maniera ripetitiva senza una specifica finalità, che interferiscono con l'attuazione di attività finalizzate. Tra le stereotipie più comuni si ricordano lo sfarfallio delle mani, la camminata sulla punta dei piedi o l'attività

di dondolarsi ripetutamente. Una delle stereotipie più rischiose è la messa in atto di comportamenti autoaggressivi. Infatti, spesso i bambini con autismo compiono atti autolesivi di varia natura, come picchiarsi o procurarsi lesioni e ferite, creando quindi una condizione di estremo rischio per il benessere generale non solo del bambino stesso, ma anche per l'ambiente sociale circostante (Natalucci et al., 2016).

Una caratteristica dell'ASD legata alle attività stereotipate è l'uso degli oggetti in maniera poco funzionale e anomala. Infatti, spesso si osserva in questi bambini un interesse spiccato per alcune porzioni di oggetti che non hanno un ruolo fondamentale nel gioco o nell'utilizzo dell'oggetto stesso. Inoltre, è frequente la ricerca delle proprietà sensoriali degli oggetti: mettere in bocca un giocattolo, annusarlo o sbatterlo fortemente contro una superficie sono solo alcune delle modalità che possono essere adottate dal bambino per ottenere delle stimolazioni sensoriali. È importante ricordare, in relazione a ciò, come una caratteristica spesso riscontrata nei bambini con autismo è l'iper- o iporeattività a stimoli sensoriali, alla quale può conseguire, rispettivamente, un'eccessiva sensibilità e risposte comportamentali inconsuete verso gli stimoli sensoriali oppure un'anomala indifferenza ad aspetti come il caldo, il freddo o il dolore (Natalucci et al., 2016).

Infine, all'interno di quest'area rientra anche una particolare rigidità delle abitudini di vita quotidiana, le quali assumono spesso il carattere di veri e propri rituali. Tra i più comuni si ricordano la necessità di seguire sempre lo stesso percorso per raggiungere un determinato luogo o indossare sempre gli stessi abiti. Inoltre, anche la resistenza al cambiamento è particolarmente marcata e questo comporta delle ampie difficoltà nell'affrontare eventuali mutamenti nell'ambiente circostante, i quali possono provocare delle forti crisi di rabbia e di ansia nel bambino. È importante quindi introdurre

il cambiamento in maniera graduale e con un ampio preavviso, in modo da prevenire reazioni negative (Natalucci et al., 2016).

È importante ricordare come la sintomatologia che caratterizza un Disturbo dello Spettro Autistico sia sempre da considerare in funzione del livello intellettivo riportato dal singolo bambino. I profili cognitivi dei bambini con autismo sono estremamente eterogenei, infatti si possono osservare delle gravi disabilità intellettive (QI < 70), così come dei livelli di QI nella media o al di sopra della media (QI > 85). Maenner et al. (2023) hanno sottolineato come il 37,9% dei bambini dell'età di 8 anni con ASD presentano una disabilità intellettiva, il 23,5% si trova in una fascia borderline (QI compreso tra 71 e 85), mentre il 38% ha un Quoziente Intellettivo nella media o sopra la media. Tuttavia, è importante ricordare, come già aveva evidenziato Edelson (2006), che le misure di intelligenza utilizzate per misurare il livello intellettivo dei bambini con autismo spesso sono inappropriate e poco adatte alle loro peculiari modalità di funzionamento. Infatti, gli strumenti standard per la valutazione del livello intellettivo, come la *Wechsler Intelligence Scale for Children – Fourth Edition* (WISC-IV), spesso sono inadeguati, viste le difficoltà a livello linguistico, attentivo e processuale che caratterizzano l'ASD e che rendono piuttosto complesso lo svolgimento del test. L'uso di tali strumenti ha fatto sì che si creasse una sovrastima dei casi di disabilità intellettiva: infatti, se vengono utilizzate delle misure adeguate questa percentuale diminuisce notevolmente. L'Autore evidenzia come, in passato, per ovviare a tale problematica vari studiosi hanno utilizzato alcuni metodi alternativi per la valutazione del livello intellettivo in bambini con autismo, come le *Bayley Scales* (Bayley, 1969), solitamente utilizzate per valutare lo sviluppo contingente del bambino, o come la *Adaptive Behavior Scale* (ABS, Fogelman, 1975), che permette di valutare le abilità adattive del bambino. Tuttavia, tali strumenti, nonostante forniscano la possibilità di superare alcuni degli ostacoli legati ai

deficit dell'ASD, non permettono di ricavare la tipologia di informazioni necessarie per la valutazione del livello intellettivo (Edelson, 2006). D'altra parte, la scelta di strumenti opportuni per la valutazione del profilo cognitivo di persone con autismo è piuttosto complessa, viste le problematiche nelle abilità attentive, nel controllo dei comportamenti che non sono legati al compito e nella tolleranza nei confronti delle lunghe sedute di testing (Camba & Garelo, 2010, citato in Zanobini & Usai, 2019). Nonostante le criticità riportate, la valutazione del profilo cognitivo nei casi di autismo risulta essere fondamentale non solo a livello diagnostico, ma anche in quanto il quoziente intellettivo (QI) valutato in età infantile permette di anticipare gli sviluppi futuri del disturbo: in particolare, specialmente nei casi più gravi di autismo, il livello di QI sembra essere predittivo delle future abilità adattive del bambino, specialmente per quanto riguarda le capacità di socializzazione (Kenworthy et al., 2010). D'altro canto, Zwick (2017) sottolinea come sia di fondamentale importanza la valutazione non tanto del QI, ma del profilo cognitivo generale del bambino, interpretandolo in funzione delle condizioni di vita, in modo da fornire un piano di supporto il più personalizzato possibile.

Attraverso l'utilizzo di test adeguati, diversi studi hanno permesso di verificare che negli individui con ASD le abilità che si basano sull'elaborazione di tipo visuospatiale siano migliori di quelle che si basano sul ragionamento verbale. Infatti, spesso le capacità di memoria visiva e le modalità di apprendimento ad essa associate sono particolarmente efficaci nei casi di ASD, specialmente in coloro ad alto funzionamento. Proprio per questo motivo, è molto importante riferirsi a questi casi in termini di differente stile cognitivo, e non in termini di deficit (Zanobini & Usai, 2019).

Un ultimo aspetto in relazione al profilo cognitivo degli individui con ASD è costituito dalle cosiddette *abilità savant*, ovvero delle abilità specifiche e settoriali molto accentuate, che spiccano all'interno di un profilo cognitivo non ugualmente brillante

(Natalucci et al., 2016). Uno degli autori che più si è occupato della cosiddetta *savant syndrome* è Darold A. Treffert (2010), il quale ha evidenziato come queste abilità non riguardino esclusivamente lo spettro autistico, ma possono caratterizzare anche altre sindromi. Inoltre, è importante ricordare come non tutti gli individui con ASD presentano delle abilità *savant*: infatti, circa una persona con autismo su 10 possiede una di queste capacità straordinarie. Solitamente, le abilità *savant* rientrano all'interno di cinque aree principali: arte, musica, calcolo del calendario, abilità meccaniche o visuospatiali e matematica. Tra gli aspetti più interessanti di queste abilità vi è il fatto che, molto spesso, esse siano accompagnate da capacità mnestiche eccezionali. Queste possono presentarsi in relazione all'abilità specifica, ma vi sono casi in cui è proprio questa straordinaria memoria ad essere l'abilità *savant* (Treffert, 2010). Infine, è fondamentale ricordare come queste abilità si mantengano nel tempo e, per tale ragione, è essenziale sostenerle e valorizzarle anche attraverso mirati interventi educativi.

### *1.3. Ipotesi eziologiche del Disturbo dello spettro autistico*

Il più recente report pubblicato dall'Autism and Developmental Disabilities Monitoring (ADDM) Network, ossia un programma messo a punto per raccogliere dati circa la prevalenza dei casi di autismo tra i bambini di 8 anni residenti in 11 differenti stati facenti parte degli Stati Uniti d'America, ha evidenziato come vi sia un progressivo aumento dei Disturbi dello spettro autistico: infatti, se nel 2014 la percentuale era pari a 1 su 59 (report ADDM pubblicato nell'anno 2014, Baio et al., 2018), quella emersa per l'anno 2020 corrisponde a 1 su 36, con una maggior prevalenza nei maschi rispetto alle femmine, in un rapporto di 4:1 (Maenner et al., 2023). L'aumento della casistica nel corso del tempo è un tema piuttosto controverso, in quanto non sono ancora state comprese a pieno le motivazioni di questo trend. Come riportato da Zeidan e collaboratori (2022), il più ampio bagaglio di conoscenze relative al Disturbo dello spettro autistico, compresi i

miglioramenti nell'individuazione precoce, e l'aumentata consapevolezza verso tale condizione, specialmente in regioni sotto rappresentate (ad esempio, Africa e Medio Oriente), hanno fatto sì che si registrasse un numero sempre più elevato di casi di ASD.

Nonostante le difficoltà nell'identificazione di una causa relativa all'aumento della prevalenza dei casi di autismo, nel corso degli anni gli studiosi che si sono occupati principalmente del Disturbo dello spettro autistico hanno permesso di individuare alcune ipotesi circa l'eziologia del disturbo stesso, che vengono presentate di seguito.

### *1.3.1. Deficit nella Teoria della Mente*

La Teoria della Mente (*Theory of Mind*, ToM), o mentalizzazione, consiste nella capacità di inferire gli stati mentali propri e altrui e di usare tali informazioni per predirne il comportamento (Jones et al., 2018). Nel 1985 Baron-Cohen, Leslie e Frith formularono l'ipotesi secondo cui i bambini con autismo presentassero un deficit specifico e innato nelle capacità di mentalizzazione, comportando un'incapacità a rappresentare gli stati mentali. Gli Autori sostennero che “as a result of this the autistic subjects are unable to impute beliefs to others and are thus at a grave disadvantage when having to predict the behaviour of other people (Baron-Cohen, Leslie & Frith, p. 7, “di conseguenza, i soggetti autistici non sono in grado di imputare credenze agli altri, trovandosi quindi in una posizione di grave svantaggio quando devono prevedere il comportamento di altre persone”, traduzione mia). Nel 1987, Leslie pose l'attenzione su una delle abilità che permettono lo sviluppo di una Teoria della Mente, ovvero le capacità metarappresentazionali. Secondo l'Autore, tali abilità sarebbero di fondamentale importanza per lo sviluppo del gioco del finzione, considerato uno dei precursori della ToM. Secondo quest'ottica, un deficit nelle capacità metarappresentazionali non permetterebbe al bambino di sviluppare le abilità legate al gioco di finzione, considerato un momento in cui poter esercitare le capacità di comprendere o prevedere il

comportamento altrui, comportando, quindi, delle difficoltà a livello della Teoria della Mente (Leslie, 1987).

Nel corso degli anni, la presenza di un deficit delle capacità di mentalizzazione nell'ASD è stato ampiamente verificato attraverso diverse misure sperimentali. Una tra le più conosciute e più utilizzate in età evolutiva è un compito di falsa credenza che vede come protagoniste due bambole, Sally e Anne, e in cui viene richiesto al bambino di distinguere tra come il mondo effettivamente è nella realtà e come lo stesso mondo potrebbe essere rappresentato (anche incorrettamente) nella mente di un'altra persona (Tager-Flusberg, 2007). È importante però sottolineare che, nonostante l'ampio utilizzo di questo paradigma in ambito scientifico, nei casi di bambini con autismo la presentazione di tale compito può risultare inadeguata per diversi motivi. Innanzitutto, è un compito la cui valutazione avviene secondo i termini della dicotomia superato/non superato e non permette di valutare un ampio range di competenze di mentalizzazione. Un altro limite riguarda il fatto che questa tipologia di test comporta ulteriori richieste a livello cognitivo, linguistico, mnestico e motivazionale, che rendono il compito ancora più arduo da risolvere. Inoltre, i compiti tradizionali che hanno lo scopo di valutare la Teoria della Mente spesso presentano situazioni che non hanno riscontro nella vita reale (Hutchins, Prelock & Bonazinga, 2011).

Generalmente, le problematiche legate alla Teoria della Mente vengono associate alle problematiche che gli individui con ASD riscontrano in ambito sociale. Infatti, la scarsa empatia e le difficoltà nel comprendere gli stati mentali altrui sembrerebbero impedire l'accesso al significato emotivo condiviso, limitando quindi la reciprocità sociale (Natalucci et al., 2016). Tuttavia, sembra ancora poco chiaro il rapporto che intercorre tra i deficit di mentalizzazione e le difficoltà sociali: in particolare, non è chiaro se le difficoltà nella ToM inducano le problematiche relazionali, o se invece abbiano

origine dalle anomalie nelle competenze sociali fin dai primi anni di vita, che impediscono al bambino di ampliare il proprio bagaglio di esperienze relazionali. D'altra parte, in uno studio Tager-Flusberg (2007) ha messo in luce come la variabilità che caratterizza i deficit presentati dai bambini con autismo nella sfera sociale siano parzialmente spiegati dal grado di severità del deficit nella Teoria della Mente.

### *1.3.2. Deficit socio affettivo primario*

Un'ulteriore teoria che cerca di spiegare l'emergere dei Disturbi dello spettro autistico, e che si avvicina a quella relativa al deficit della Teoria della Mente, è stata presentata da Hobson nei primi anni '90. Secondo l'Autore, coloro che presentano un Disturbo dello Spettro Autistico avrebbero delle difficoltà ad entrare in contatto con il concetto di persona, comportando quindi un'incapacità a riconoscere gli individui come aventi esperienze soggettive proprie, accompagnate da credenze personali verso il mondo esterno. Tuttavia, Hobson si discosta dagli Autori presentati in precedenza per quanto riguarda le origini di questa difficoltà. Infatti, se per Baron-Cohen, Leslie e Frith il deficit nella ToM deriva da una più ampia difficoltà nelle abilità metarappresentazionali, per Hobson le radici di tale deficit, e di quelli implicati nell'autismo, sarebbero da ricercarsi in una incapacità ad impegnarsi in relazioni intersoggettive (Hobson, 1993, citato in Zanobini & Usai, 2019). Nel caso dei bambini con autismo, questa inabilità impedirebbe loro di acquisire l'esperienza necessaria all'interno di relazioni affettivamente cariche per ampliare le proprie conoscenze circa le persone e la loro natura.

L'ipotesi di un deficit socio affettivo primario proposta da Hobson ha ricevuto sostegno anche da altri autori, come Zappella. Secondo l'Autore, i deficit alla base dell'autismo deriverebbero da una difficoltà nell'area della reciprocità sociale, la quale risulta essere fondamentale nello sviluppo dell'essere umano. Nel caso dell'ASD, Zappella evidenzia come queste difficoltà potrebbero originare da alcune anomalie o

alterazioni di vario tipo a livello neurobiologico (Zappella, 1996, citato in Zanobini & Usai, 2019).

### *1.3.3. Deficit della coerenza centrale*

Per quanto riguarda la spiegazione delle difficoltà di natura non sociale riportate dagli individui con autismo, una delle ipotesi eziologiche richiama una carenza nella coerenza centrale. Per *coerenza centrale* si intende la “tendenza a elaborare le informazioni mettendo insieme i dati in base a un significato di livello superiore” (Vio, Toso & Spagnoletti, 2015, p. 188). Secondo diversi autori, nel caso dei Disturbi dello Spettro Autistico vi sarebbe una difficoltà a ricercare il significato globale unendo insieme le varie informazioni: infatti, gli individui con autismo sembrano focalizzarsi maggiormente sui dettagli, mostrando quindi una coerenza centrale piuttosto debole.

Questa ipotesi permetterebbe di spiegare diversi aspetti dell'autismo, come gli interessi ristretti e la tendenza a mettere in atto comportamenti stereotipati e ripetitivi. Infatti, la propensione a concentrarsi sul dettaglio distoglierebbe l'attenzione dall'obiettivo finale di una determinata attività, portando quindi l'individuo con ASD ad attuare routine disfunzionali ripetutamente (Zanobini & Usai, 2019). Un'ulteriore area che potrebbe essere spiegata dal deficit nella coerenza centrale riguarda le difficoltà linguistiche nei bambini con autismo, specialmente nella componente legata alla comprensione. Nuske e Bavin (2011), a tal proposito, sottolineano come anche nei casi di autismo ad alto funzionamento vi siano delle difficoltà nel comprendere il significato globale di una frase, nonostante la comprensione delle singole parole rimanga intatta. Inoltre, gli Autori ricordano che per raggiungere un adeguato livello di comprensione del messaggio verbale sia necessaria un'integrazione di informazioni provenienti da varie fonti. Nel caso degli individui con autismo sembra esserci una tendenza a non adottare le modalità di elaborazione di tipo globale, preferendo invece un'elaborazione di tipo locale,

implicata proprio da una coerenza centrale debole (Nuske & Bavin, 2011). Infine, una coerenza centrale debole potrebbe spiegare le risposte alterate a stimoli sensoriali in termini di iper- o iporeattività che frequentemente si osservano nei casi di ASD (Valeri, 2017).

È importante però sottolineare anche le valenze positive di tale modalità di funzionamento che caratterizza gli individui con autismo, nonostante i risvolti negativi che comporta in termini di deficit. Infatti, come ricordano Vio, Toso e Spagnoletti (2015), un'attenzione rivolta al dettaglio permette di ottenere dei buoni risultati in compiti che richiedono un'elaborazione pezzo per pezzo. Inoltre, una coerenza centrale debole potrebbe spiegare anche le abilità *savant* che talvolta gli individui con autismo manifestano (Vio, Toso & Spagnoletti, 2015).

#### *1.3.4. Deficit nelle Funzioni Esecutive*

Un'ulteriore ipotesi esplicativa dei Disturbi dello Spettro Autistico fa riferimento alle Funzioni Esecutive (FE), un insieme di abilità che comprende le capacità di pianificazione, di controllare gli impulsi, di inibizione, di iniziare e monitorare le proprie azioni e di spostare il focus di attenzione, e che raggiungono il pieno sviluppo nel corso della pubertà (Hill, 2004; Vio, Toso & Spagnoletti, 2015). Nello specifico, la presente ipotesi cerca di spiegare alcuni problemi comportamentali implicati dall'autismo, come la tendenza alla rigidità e all'inflessibilità di alcuni comportamenti, o la tendenza a mettere in atto azioni specifiche in maniera reiterata. Hill (2004) ha riportato diverse evidenze a sostegno di tale disfunzione. In particolare, vari studi hanno permesso di riconoscere come effettivamente vi fossero dei deficit a livello di funzioni esecutive come, ad esempio, la pianificazione e le abilità di *shifting*. Per quanto riguarda il primo caso, è stato possibile verificare delle difficoltà in quest'area tramite l'uso di prove quali la Torre di Hanoi o la Torre di Londra, in cui i soggetti con autismo hanno riportato delle

prestazioni inferiori rispetto ai gruppi di controllo. Relativamente alle abilità di *shifting*, invece, queste sono state esaminate tramite con il Wisconsin Card Sorting Task, che esamina la capacità di cambiare più volte il principio di categorizzazione utilizzato. Anche in questo caso, le prestazioni degli individui con autismo erano caratterizzate da un maggior numero di errori rispetto ai controlli (Hill, 2004).

### *1.3.5. Fattori neurobiologici alla base dell'autismo*

Nonostante le ipotesi presentate finora siano ampiamente riconosciute e condivise dalla comunità scientifica, diversi autori sottolineano come non sia possibile attribuire ad un solo deficit specifico un ruolo causale di base. Sembrerebbe invece necessario considerare un modello di tipo multifattoriale, che consideri i vari deficit presentati come concorrenti nella definizione del Disturbo. Lai, Lombardo e Baron-Cohen (2014), a tal proposito evidenziano come i fattori cognitivi e gli aspetti neurobiologici siano strettamente collegati: nello specifico, la cognizione sembra essere di grande aiuto non solo per semplificare le varie manifestazioni comportamentali dell'autismo, ma anche per approfondire lo studio della neurobiologia sottostante. Sembra quindi fondamentale considerare non solo i deficit cognitivi ma anche le regioni neuronali coinvolte. In particolare, per quanto riguarda gli aspetti legati alla cognizione sociale, vari studi hanno dimostrato che nei casi di autismo vi sia una minor attivazione del cosiddetto "*social brain*" (Valeri, 2017), che comprende la corteccia prefrontale mediale, il solco temporale superiore, la giunzione temporoparietale, l'amigdala e il giro fusiforme. Oltre a tali regioni cerebrali, vi è un'ulteriore tipologia di neuroni coinvolti nella cognizione sociale, il cui funzionamento sembra essere compromesso nei casi di autismo: si tratta dei neuroni specchio, i quali si attivano sia quando un individuo compie un'azione, sia quando la stessa azione viene osservata in un'altra persona. Diversi studi, condotti tramite l'uso di varie tecnologie di *neuroimaging*, hanno permesso di individuare in quali aree cerebrali

sono localizzati tali neuroni. Nello specifico, sono stati individuati due *network* principali: il primo comprende il lobo parietale, la corteccia premotoria e la porzione caudale del giro frontale inferiore; il secondo è costituito dall'insula e dalla corteccia frontale anteriore mediale (Cattaneo & Rizzolatti, 2009). Dapretto e collaboratori (2006), in uno studio condotto tramite l'utilizzo della risonanza magnetica funzionale (fMRI) hanno dimostrato come nei casi di autismo vi siano effettivamente delle disfunzioni a livello del sistema dei neuroni specchio. Gli studiosi hanno mostrato a un gruppo di bambini con autismo e a un gruppo di bambini a sviluppo tipico una serie di immagini raffiguranti alcune emozioni, chiedendo di imitare o di semplicemente osservare i volti presentati. I risultati hanno mostrato che, durante i compiti di imitazione, nei bambini a sviluppo tipico vi è una attivazione bilaterale della corteccia striata ed extrastriata, della corteccia motoria primaria e delle regioni premotorie, delle strutture limbiche e del cervelletto, nonché della pars opercularis del giro frontale inferiore, area in cui sono situati alcuni dei neuroni specchio. Per quanto riguarda i bambini con autismo, è stata rilevata anche in questo caso una robusta attivazione delle cortecce visive, delle regioni motorie e premotorie e dell'amigdala. Tuttavia, il gruppo con ASD non ha mostrato alcuna attività nella pars opercularis del giro frontale inferiore. Tali risultati hanno permesso di verificare come vi siano alcuni deficit nel funzionamento del sistema dei neuroni specchio negli individui con autismo, il quale presumibilmente contribuirebbe alle difficoltà sociali comportate da tale disturbo (Dapretto, Davies, Pfeifer, Scott, Sigman et al., 2006).

Sono state individuate le basi neurali anche dei deficit legati alle Funzioni Esecutive e alla debole coerenza centrale. Per quanto riguarda le FE, una loro disfunzione nei casi di autismo sembra dipendere da anomalie corticali e sottocorticali, come una scarsa attivazione della corteccia prefrontale dorsolaterale. Inoltre, sembrano essere coinvolti anche i circuiti frontale, parietale e striatale. Relativamente al deficit di coerenza

centrale, le basi neurologiche comprendono una rete caratterizzata da un maggior coinvolgimento delle cortece sensoriali primarie e un minor reclutamento delle cortece associative e frontali, così come una marcata sincronizzazione dei circuiti parietoccipitali (Lai et al., 2014).

Per comprendere al meglio l'eziologia e il funzionamento dei Disturbi dello spettro autistico è importante non solo individuare le basi biologiche dei vari deficit manifestati, ma anche come tali strutture cerebrali interagiscono tra loro e con il resto del sistema neurale (Lai et al., 2014). A tal proposito, vari studi effettuati tramite l'uso di tecniche di *neuroimaging* e di misurazione elettrofisiologica hanno permesso di riconoscere come i casi di autismo siano caratterizzati non tanto da una serie di regioni cerebrali atipiche, ma piuttosto da una connettività neurale atipica (Lai et al., 2014), che contribuisce alla peculiare modalità di funzionamento degli individui con autismo.

Per concludere, è importante riportare anche la componente genetica alla base dell'autismo. In una meta-analisi condotta da Tick e collaboratori (2016) su vari studi effettuati su popolazioni di gemelli è emerso come vi sia una stima di ereditabilità compresa tra il 64 e il 91%. Questi dati mettono in luce come vi sia una elevata familiarità nei casi di Disturbi dello Spettro Autistico. Inoltre, sembra essere rilevante anche la presenza di psicopatologie nei genitori, come deficit nelle funzioni esecutive, disturbi del linguaggio e problematiche relative al comportamento sociale. Un ulteriore fattore che sembra aumentare il rischio di sviluppare un ASD fa riferimento all'età dei genitori: infatti, più avanzata è l'età, e maggiore è la probabilità che il figlio sviluppi un Disturbo dello Spettro Autistico (Natalucci et al., 2016).

## **CAPITOLO 2: LA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI MATEMATICI NELLO SVILUPPO TIPICO E NEL DISTURBO DELLO SPETTRO AUTISTICO**

Nel corso degli ultimi decenni l'interesse verso le abilità matematiche e i processi cognitivi implicati nel pensiero matematico è aumentato sempre di più, sia per le caratteristiche specifiche di tale modalità di ragionamento, sia per le difficoltà frequentemente incontrate dagli studenti in tale disciplina. In questo particolare ambito non si fa riferimento solamente alle abilità di calcolo e di apprendimento matematico, ma anche alla capacità di attribuzione di significato alle stesse formule matematiche, all'abilità di individuare e comprendere le situazioni problematiche e di impostare una strategia di risoluzione valida (Pellerey, 1999).

Considerata la vastità di componenti che caratterizzano il pensiero matematico, nel presente lavoro l'attenzione sarà maggiormente focalizzata sui problemi matematici e sulle abilità sottostanti che ne permettono una buona risoluzione.

### *2.1. I problemi matematici*

I primi studiosi che si sono occupati di analizzare la risoluzione di problemi matematici appartenevano alla corrente teorica della Psicologia della Gestalt, la quale ha focalizzato la propria attenzione sui cosiddetti problemi *insight*, nei quali, per poter arrivare ad una soluzione, è necessario effettuare un processo di "ristrutturazione" degli elementi a disposizione. Tale ristrutturazione può avvenire solo grazie ad una specifica intuizione improvvisa (ovvero, l'*insight*) in cui le varie componenti del problema vengono osservate da una prospettiva differente (Passolunghi & Cornoldi, 2007; Passolunghi & Mammarella, 2010a). Tuttavia, in ambito matematico, i problemi *insight* non sono la sola tipologia utilizzata. Una delle classificazioni più adoperate per distinguere i problemi matematici fa riferimento alla distinzione tra problemi routinari e problemi non-routinari. Nel primo caso, si tratta di compiti la cui soluzione può essere raggiunta seguendo una

specifica procedura che solitamente è nota a chi sta portando a termine il problema. I problemi non-routinari, invece, potrebbero essere considerati come più complessi, in quanto richiedono al solutore di richiamare le proprie conoscenze del mondo reale o di combinare tra loro diverse operazioni matematiche. È importante ricordare che, tuttavia, la definizione di un problema come routinario o non-routinario dipende dalle abilità e dalle conoscenze del singolo individuo (Vessonen, Hellstrand, Aunio, Laine, 2023). Vessonen et al. (2023) riportano un'ulteriore dimensione per distinguere tra loro i problemi in base all'apertura del problema. In quest'ottica si possono individuare dei problemi chiusi (*closed problems*), che hanno un punto di partenza predefinito e una singola soluzione corretta, e dei problemi aperti (*open problems*), i quali possono avere un punto di partenza più aperto o molteplici soluzioni possibili.

Una diversa classificazione è stata proposta da Carpenter e Moser (1983), i quali hanno individuato quattro classi di problemi, distinti in base alla struttura semantica. La prima tipologia individuata prende il nome di “cambio” (*change*) ed è caratterizzata dalla presenza di una quantità iniziale, la quale viene modificata tramite un'azione diretta o implicita. Tale azione può comportare un aumento della quantità iniziale o una sua diminuzione. Il secondo gruppo di problemi individuato dagli Autori viene denominato “associazione” (*combine*) e comporta lo stabilire una relazione statica tra un dato insieme e due distinti sottoinsiemi. Nella terza tipologia, denominata “comparazione” (*compare*), vengono confrontati tra loro due insiemi diversi, i quali prendono il nome di *referent set* e *compared set* (insieme di riferimento e insieme di confronto, traduzione mia). La quarta e ultima tipologia di problemi individuata viene riconosciuta come “uguaglianza” (*equalize*) e viene descritta dagli Autori come un ibrido tra le tipologie “cambio” e “comparazione”: infatti, nei problemi “uguaglianza” è presente lo stesso tipo di azione dei problemi “cambio”, la quale però, in questo caso, è basata sul confronto tra due

insiemi distinti (in tali problemi viene posta al solutore una domanda specifica, in cui viene richiesto cosa si potrebbe fare a uno degli insiemi affinché questi risultino uguali fra loro) (Carpenter & Moser, 1983; Passolunghi & Mammarella, 2010a).

Fuchs e Fuchs (2002) hanno proposto un'ulteriore classificazione dei problemi matematici, distinti in: problemi aritmetici semplici (*arithmetic story problems*), problemi aritmetici complessi (*complex story problems*) e problemi del mondo reale (*real-world problem solving*). Secondo gli Autori, le varie tipologie individuate possono essere poste lungo un *continuum*, a seconda del livello di difficoltà implicato dal problema. Tale complessità viene definita in base a vari aspetti come il numero di possibili soluzioni, la natura delle operazioni richieste o il numero di informazioni fornite nel testo del problema. Al livello più basso di complessità si trovano i problemi aritmetici semplici, i quali presentano un testo breve ed essenziale, una singola domanda e richiedono una sola operazione per trovare la soluzione. Successivamente, ad un grado più alto di difficoltà, si trovano i problemi aritmetici complessi, che sono caratterizzati da un testo non molto lungo, il quale può presentare alcune informazioni non essenziali, ma nessun dato numerico irrilevante. In questo caso, per poter arrivare alla soluzione del problema è necessario compiere da una a tre operazioni matematiche. Infine, al livello più elevato di complessità si trovano i problemi del mondo reale, i quali sono caratterizzati da un testo piuttosto lungo che presenta non solo delle informazioni non essenziali per la risoluzione del problema, ma anche dati numerici irrilevanti. Inoltre, anche in questo caso sono necessarie più operazioni per poter individuare una soluzione (Fuchs & Fuchs, 2002; Passolunghi & Cornoldi, 2007).

Come sottolineano Passolunghi e Mammarella (2010a), è importante ricordare come, in ambito scolastico, la maggior parte dei problemi matematici presentati sono riconosciuti in letteratura come *arithmetic word problems* (problemi aritmetici di tipo

verbale): si tratta di problemi routinari che vengono esposti al solutore verbalmente e che richiedono una serie di operazioni aritmetiche per poter raggiungere la soluzione. Nel presente lavoro si farà riferimento principalmente a questa tipologia di problema.

## *2.2. I processi cognitivi implicati nella risoluzione di problemi matematici*

Tra i modelli più utilizzati per la spiegazione delle modalità di risoluzione dei problemi aritmetici di tipo verbale vi è quello proposto da Polya (1957), il quale ha identificato quattro fasi fondamentali nel processo di risoluzione di problemi matematici. La prima fase individuata consiste nella comprensione del problema, in cui il soggetto ha il compito di individuare le varie componenti del problema, i dati e le incognite. La seconda fase riguarda la definizione di un piano esecutivo per la risoluzione del problema: in questo caso sono coinvolti vari aspetti, come le conoscenze pregresse del solutore e un buon livello di concentrazione sul compito. L'Autore sottolinea come, in tale fase, sia di fondamentale importanza la capacità del soggetto di confrontare il problema presentato con altri già incontrati in precedenza, in modo da comprendere la migliore strategia risolutiva da utilizzare. La terza fase riguarda lo svolgimento del piano, ovvero la messa in atto delle operazioni individuate nella fase antecedente. Una volta compiute le operazioni, si entra nella quarta ed ultima fase risolutiva, che consiste nel rivedere e rivalutare il proprio operato. A tal proposito, l'Autore evidenzia come questa fase sia di fondamentale importanza in quanto permette di consolidare le proprie conoscenze e abilità risolutive tramite il riesame del risultato e del percorso effettuato per raggiungerlo (Polya, 1957).

Mayer, Larkin e Kadane (1984), sulle basi del modello proposto da Polya (1957), hanno anch'essi proposto un modello per spiegare i processi risolutivi di un problema matematico. Gli Autori, in particolare, hanno individuato quattro fasi principali di risoluzione di un problema, ciascuna delle quali caratterizzata dall'attivazione di

specifiche tipologie di conoscenze. Il primo step individuato viene denominato *Translate* e consiste in una traduzione del testo del problema in una sua rappresentazione mentale. Tuttavia, visto che la traduzione messa in atto è di tipo letterale, frase per frase, la rappresentazione interna del problema risulta essere particolarmente frammentata. In questa fase sono richieste due tipologie di conoscenza: la prima richiama le conoscenze linguistiche (*linguistic knowledge*), che permettono al solutore di comprendere il significato del testo; la seconda fa riferimento alle conoscenze fattuali (*factual knowledge*), le quali forniscono all'individuo gli strumenti per inferire le conseguenze di una data espressione (Mayer et al., 1984; Passolunghi & Cornoldi, 2007). La seconda fase riconosciuta dagli Autori prende il nome di *Understand* e riguarda la comprensione del problema, la quale viene raggiunta tramite un processo di organizzazione e integrazione della rappresentazione interna in una struttura coesa. In questo caso sono necessarie delle conoscenze di tipo schematico (*schematic knowledge*), ovvero delle nozioni circa le diverse tipologie di problema. A tal proposito, gli Autori hanno evidenziato come sia di fondamentale importanza una buona capacità di categorizzazione del problema: infatti, individuando la corretta tipologia, il solutore ha la possibilità di far rientrare il problema all'interno di una struttura conoscitiva già nota, in modo da facilitarne la risoluzione. Tale processo fornisce al solutore gli strumenti per riconoscere la struttura profonda del testo, superando la struttura superficiale costituita dalla formulazione linguistica, e quindi comprendere lo schema matematico di riferimento (Mayer et al., 1984; Passolunghi & Mammarella, 2010a). Il terzo passo da compiere per raggiungere la soluzione del problema consiste nella pianificazione (*Plan*), in cui il solutore ha il compito di formulare un piano per la soluzione, individuando quali sono le operazioni necessarie e il momento opportuno per applicarle. In questa fase sembra essere coinvolta una conoscenza strategica (*strategic knowledge*), la quale comprende non solo la capacità di stabilire degli

obiettivi, ma anche l'abilità di riconoscere quali procedure adottare per raggiungerli. Inoltre, la conoscenza strategica fa riferimento alla capacità del solutore di stabilire e monitorare un piano di risoluzione. Affinché questo processo vada a buon fine, è necessario che siano rispettate due condizioni: innanzitutto, l'individuo deve essere in grado di individuare dei sotto-obiettivi; in secondo luogo, la memoria di lavoro del solutore deve avere le risorse sufficienti per mantenere attive le informazioni necessarie alla risoluzione del problema (Mayer et al., 1984; Passolunghi & Cornoldi, 2007). Una volta superate queste tre fasi, l'individuo deve compiere l'ultimo passo verso la risoluzione del problema, che viene riconosciuto dagli Autori come *Execute* e che fa riferimento all'esecuzione dei calcoli, usando gli algoritmi adeguati. In questo caso entra in gioco la conoscenza degli algoritmi di calcolo (*algorithmic knowledge*), che permette al solutore di eseguire le operazioni richieste dal problema nella maniera corretta (Mayer et al., 1984).

Lucangeli, Tressoldi e Cendron (1998) hanno proposto una variante del modello di Mayer e collaboratori (1984), individuando sei componenti di base del processo di soluzione di problemi matematici di tipo verbale: comprensione del testo, rappresentazione del problema, categorizzazione del problema, pianificazione, stima del risultato e auto-valutazione. Per quanto riguarda la prima abilità sottolineata dagli Autori, la comprensione del testo necessita non solo di competenze semantiche generali per comprendere il testo nella sua globalità, ma anche di abilità specifiche che permettano all'individuo di capire il significato dei singoli termini matematici (Lucangeli et al., 1998). Il modello proposto da Lucangeli e collaboratori vede la comprensione come sovraordinata, tuttavia sottolinea come ciascuna componente individuata contribuisca separatamente alla riuscita della risoluzione del problema (Passolunghi & Mammarella, 2010a). La seconda componente individuata dagli Autori, la rappresentazione del

problema, fa riferimento alla capacità dell'individuo di creare un modello mentale della situazione problematica, dove le informazioni fornite nel testo e la richiesta vengono collegate tra loro tramite delle relazioni logiche. È importante sottolineare come questa abilità sia di fondamentale importanza nel guidare le scelte successive durante la soluzione del problema: basti pensare a come una rappresentazione errata o parziale del problema possa influenzare negativamente l'individuazione di un piano d'azione e i relativi calcoli. Lucangeli e colleghi (1998) sottolineano, tuttavia, uno degli aspetti controversi legati alla costruzione di un modello mentale del problema: sembra essere poco chiara la natura di tale rappresentazione, la quale potrebbe essere elaborata in un formato proposizionale oppure in un formato visivo (Lucangeli et al., 1998). La terza abilità implicata nella risoluzione dei problemi matematici consiste nella categorizzazione del problema. Nello specifico, si fa riferimento alla capacità dell'individuo di individuare la struttura profonda del problema, tramite il riconoscimento di somiglianze e differenze degli schemi risolutivi. La quarta componente individuata, che corrisponde alla terza fase di risoluzione indicata da Mayer e collaboratori (1984), consiste nella pianificazione, ovvero nella creazione di un piano per raggiungere la risoluzione del problema e nella successiva traduzione in operazioni di calcolo concrete. Passolunghi (1999) ha rilevato che le componenti di categorizzazione e di pianificazione sembrano avere una diversa influenza nel processo di risoluzione a seconda del tipo di problema che viene presentato. In particolare, è stato evidenziato che i processi di categorizzazione hanno un ruolo fondamentale nella risoluzione di problemi routinari, mentre i processi di pianificazione assumono un ruolo maggiore nei problemi non-routinari, in cui è presente una più ampia componente di pensiero ipotetico-deduttivo (Passolunghi, 1999).

Le ultime due componenti individuate dagli Autori rientrano nel campo delle abilità metacognitive. Per quanto riguarda la stima approssimativa del risultato, secondo gli Autori questa può essere considerata un'abilità metacognitiva in quanto comporta una rievocazione di esperienze personali passate legate allo svolgimento di problemi simili. Riguardo le abilità di auto-valutazione, queste consistono nella capacità dell'individuo di monitorare l'esecuzione del compito durante tutte le fasi di risoluzione del problema, comprendendo sia una componente di auto-valutazione delle procedure adottate, sia una componente di auto-valutazione dei calcoli eseguiti (Lucangeli et al., 1998).

Altri autori che hanno focalizzato la propria attenzione sui processi metacognitivi implicati nella risoluzione di problemi matematici sono, ad esempio, Artzt e Armour-Thomas (1992). Nello specifico, le Autrici, cercando di individuare il ruolo dei processi sia cognitivi che metacognitivi nelle singole fasi di risoluzione di problema, hanno sottolineato la presenza di due tipologie di processi metacognitivi che permettono lo svolgimento di ciascuno step necessario di *problem solving*: il monitoraggio e il controllo. Il monitoraggio sembra essere particolarmente utile quando si presenta la necessità di stimare l'adeguatezza delle proprie abilità e conoscenze circa un determinato compito, mentre il controllo viene utilizzato per individuare quelle informazioni aggiuntive che potrebbero rivelarsi piuttosto funzionali nei momenti successivi la stima iniziale (Artzt & Armour-Thomas, 1992). L'importanza dei processi metacognitivi è stata messa in evidenza anche da Passolunghi, Lonciari e Cornoldi (1996), i quali hanno riscontrato che la metacognizione è in stretta relazione con le abilità di *problem solving* matematico. In particolare, è emerso che i processi metacognitivi hanno un ruolo importante sia come controllo delle abilità di categorizzazione del problema, sia come conoscenza metacognitiva, che comprende, ad esempio, la capacità di stimare la propria prestazione ad un problema ancor prima di risolverlo (Passolunghi, Lonciari & Cornoldi, 1996).

Infine, è importante ricordare l'influenza che i fattori emotivo-motivazionali possono avere sulle prestazioni di *problem solving* matematico. È ampiamente riconosciuto come in ambito scolastico le materie scientifiche tendano a generare stati ansiosi in un vasto numero di studenti, con delle ripercussioni negative sul funzionamento dei processi cognitivi necessari per la risoluzione del compito (Passolunghi & Cornoldi, 2007). L'ansia legata alla matematica può essere definita come un sentimento di tensione, apprensione o paura che interferisce con le prestazioni matematiche (Ashcraft, 2002). Una delle conseguenze di tali sentimenti è l'evitamento di tutto ciò che è legato alla matematica, compreso il suo apprendimento, portando a scarse competenze matematiche e prestazioni peggiori rispetto agli studenti che non provano sentimenti d'ansia. Ashcraft (2002) sottolinea come tali difficoltà in ambito matematico potrebbero essere dovute all'effetto negativo che l'ansia ha sul funzionamento della memoria di lavoro: in quest'ottica, gli individui ansiosi, durante lo svolgimento di un compito, sarebbero eccessivamente concentrati su preoccupazioni e pensieri intrusivi, utilizzando risorse mnestiche che servirebbero per portare a termine il compito stesso. Tale fenomeno sembrerebbe riflettere una incapacità ad ignorare le informazioni irrilevanti, dovuta a un funzionamento deficitario dei meccanismi di controllo inibitorio (Passolunghi & Cornoldi, 2007).

### *2.3. Il ruolo delle Funzioni Esecutive*

Le Funzioni Esecutive (FE) rientrano tra i processi cognitivi più importanti necessari per un'efficace risoluzione dei problemi matematici. Diamond, in una rassegna pubblicata nel 2013, le ha definite come una famiglia di processi cognitivi di tipo *top-down*, di ordine superiore, che vengono utilizzati quando si presenta la necessità di essere concentrati e di focalizzare la propria attenzione a specifici stimoli, quando l'affidamento a processi e risposte automatiche potrebbe rivelarsi fallimentare. L'Autrice riporta come sia

ampiamente condivisa nel panorama scientifico l'idea secondo cui vi siano tre Funzioni Esecutive principali: *a*) inibizione (o controllo inibitorio), *b*) memoria di lavoro e *c*) flessibilità cognitiva (o *shifting*). Da tali FE se ne formerebbero altre di ordine più elevato, come il ragionamento, le abilità di *problem solving* e di pianificazione. Per quanto riguarda il versante evolutivo delle FE, Gandolfi e Usai (2022) sottolineano come queste emergano in maniera molto precoce, già dal primo anno di vita, e si sviluppino gradualmente per un arco di tempo molto ampio, seguendo i mutamenti che avvengono a livello della corteccia prefrontale, base neurale delle Funzioni Esecutive. Diversi studi che si sono occupati di FE in età evolutiva hanno riportato che, generalmente, nei primi 3 anni di vita le varie funzioni emergenti sembrano essere indistinguibili fra loro e raggruppate in un'unica abilità esecutiva. Successivamente, a partire dai 4 anni di età, sembrano emergere in maniera distinta due dimensioni delle Funzioni Esecutive: da una parte i processi cognitivi legati al controllo inibitorio, dall'altra i processi associati alla memoria di lavoro. La particolare struttura a tre dimensioni (ovvero, controllo inibitorio, memoria di lavoro e flessibilità cognitiva) viene tipicamente raggiunta a partire dagli 8 anni di età, momento in cui emerge la componente della flessibilità cognitiva, e in cui le tre FE iniziano progressivamente ad essere caratterizzate da una maggiore specificità (Gandolfi & Usai, 2022).

Il controllo inibitorio comprende la capacità di controllare la propria attenzione, i propri comportamenti, pensieri e/o emozioni con lo scopo di non farsi guidare da una forte predisposizione interna e di mantenere la propria attenzione focalizzata su un determinato compito, fornendo agli individui gli strumenti per ignorare stimoli e informazioni distraenti e fuorvianti (Diamond, 2013). Lubin, Vidal, Lanoë, Houdé e Borst (2013) hanno analizzato il ruolo del controllo inibitorio nella risoluzione di problemi matematici. In particolare, gli Autori hanno preso in considerazione le prestazioni in

problemi denominati *inconsistent language problems (IL problems)*, i quali sono caratterizzati dalla presenza di una incongruenza tra il termine che descrive la relazione tra due quantità (ad esempio, “più di”) e l’operazione aritmetica necessaria per risolvere il problema (ad esempio, sottrazione). Tali problemi sono considerati dagli Autori piuttosto complessi in quanto richiedono al bambino di inibire un’euristica o una strategia risolutiva già nota (ad esempio, utilizzare la sottrazione quando è presente la parola “meno” e utilizzare l’addizione quando è presente la parola “più”). Gli Autori hanno osservato che bambini e adolescenti hanno commesso un numero maggiore di errori nello svolgimento di *IL problems* rispetto agli adulti, e hanno sottolineato come tale performance potrebbe essere dovuta ad una maggiore difficoltà nell’inibire una strategia risolutiva fuorviante (Lubin et al., 2013).

Anche Passolunghi e Siegel (2001) hanno valutato il ruolo dei processi inibitori nella risoluzione di problemi aritmetici confrontando un gruppo di bambini non abili nei compiti di *problem solving* matematico con bambini abili. I loro risultati hanno evidenziato come gli individui poco abili riscontrassero delle difficoltà ad inibire ed ignorare le informazioni irrilevanti o non più rilevanti per la risoluzione del problema. Tali conclusioni sono state raggiunte considerando l’alto numero di errori di intrusione commessi dai bambini poco abili nella risoluzione di problemi matematici in compiti volti a valutare la memoria di lavoro (Listening Span Task, Animal Dual Task e Listening Span Completion Task) (Passolunghi & Siegel, 2001).

Il controllo inibitorio agisce spesso in concomitanza e in maniera complementare alla memoria di lavoro, la quale si occupa di mantenere attive le informazioni salienti e rielaborarle. Tali Funzioni Esecutive agiscono in sinergia in quanto, per comprendere quale tipo di informazione, stimolo o comportamento inibire è necessario mantenere attivo in memoria l’obiettivo prefissato che si vuole raggiungere. D’altra parte, il

controllo inibitorio ha una funzione di supporto nei confronti della memoria di lavoro, in quanto inibisce tutte quelle informazioni irrilevanti che, se considerate, andrebbero ad aumentare eccessivamente e inutilmente il carico della memoria di lavoro.

La memoria di lavoro può essere definita come un sistema cognitivo complesso costituito da vari componenti specifici, che permette agli individui di comprendere e di creare una rappresentazione mentale del mondo esterno, di mantenere informazioni acquisite recentemente, di formare nuove conoscenze, di pianificare e di risolvere problemi (Baddeley & Logie, 1999). Il modello esplicativo più ampiamente condiviso riguardo il funzionamento della Memoria di Lavoro (ML) è quello proposto da Baddeley e Hitch nel 1974. Tale formulazione prevede la presenza di tre componenti principali della ML: il Sistema Esecutivo Centrale, che ha funzioni di controllo e supervisione; e due sotto-sistemi sussidiari, che prendono il nome di Loop Fonologico, il quale si occupa di processare e conservare informazioni di natura verbale, e di Taccuino Visuospaziale, che elabora e mantiene attive le informazioni visuospaziali (Bertelli, Bilancia, Majorano & Pettenati, 2007).

Il centro del modello è rappresentato dall'Esecutivo Centrale, il quale non si occupa solamente di controllare i due sotto-sistemi, ma anche di coordinare l'esecuzione di due operazioni o compiti distinti (ad esempio, simultaneamente elaborare e memorizzare alcune informazioni); di passare da un compito all'altro o da una strategia all'altra; di prestare attenzione selettivamente ad alcune informazioni, ignorandone altre irrilevanti e di attivare e recuperare informazioni immagazzinate nella memoria a lungo termine (Andersson, 2007). Come sottolineano Passolunghi e Mammarella (2010a), considerando i processi necessari per portare a termine la risoluzione di un problema matematico, come la comprensione del testo del problema e la creazione di un modello mentale, risulta evidente il coinvolgimento dell'Esecutivo Centrale in tale abilità, in

quanto è necessario non solo mantenere attive le informazioni presentate, ma anche controllarle, selezionarle e integrarle fra loro. Diversi sono gli studi che si sono occupati di verificare quale fosse il ruolo dell'Esecutivo Centrale nella risoluzione di problemi matematici. Ad esempio, Bull, Johnston e Roy (1999) hanno evidenziato come l'Esecutivo Centrale fosse uno dei fattori fondamentali nel determinare le differenze individuali nelle performance matematiche. In particolare, gli Autori, attraverso l'utilizzo del Wisconsin Card Sorting Test (WCST), hanno osservato che bambini con minori abilità matematiche tendevano a commettere più errori e a perseverare maggiormente nell'utilizzo di una determinata regola di categorizzazione, corretta in precedenza ma rivelatasi erronea in un secondo momento. Questa tendenza potrebbe spiegare le difficoltà che i solutori poco abili presentano nell'adattare strategie solutive già conosciute a situazioni problematiche nuove. Inoltre, gli Autori hanno sottolineato come l'Esecutivo Centrale svolga un ruolo determinante nella risoluzione di problemi matematici, in particolare nella capacità del bambino di recuperare informazioni e conoscenze utili alla risoluzione del problema, come la conoscenza di fatti aritmetici, immagazzinate nella memoria a lungo termine (Bull, Johnston & Roy, 1999). Un'ulteriore conferma del coinvolgimento dell'Esecutivo Centrale nel recupero di informazioni nella memoria a lungo termine è stata fornita da Swanson e Sachse-Lee (2001). In uno studio in cui hanno confrontato le abilità di risoluzione di problemi matematici in bambini con difficoltà di apprendimento con quelle di un gruppo di bambini a sviluppo tipico, gli Autori hanno evidenziato come i processi esecutivi implicati dalla memoria di lavoro giochino un ruolo fondamentale nell'accuratezza della soluzione. In particolare, la componente esecutiva della ML sembra essere essenziale per il recupero nella memoria a lungo termine di informazioni e conoscenze legate agli algoritmi necessari per la risoluzione del problema. L'importanza dell'Esecutivo Centrale è stata sottolineata anche da Andersson (2007), il

quale ha condotto uno studio per comprendere il ruolo della memoria di lavoro nella risoluzione di problemi matematici di tipo verbale. In particolare, in riferimento alla componente esecutiva, l'Autore ha cercato di esplorare in dettaglio il contributo di specifiche funzioni dell'Esecutivo Centrale: l'abilità di elaborare e simultaneamente immagazzinare le informazioni, l'abilità di *shifting* e l'abilità di attivare e recuperare nozioni dalla memoria a lungo termine. I risultati hanno messo in luce come tutte le funzioni individuate fossero di fondamentale importanza nel determinare un'accurata risoluzione del problema (Andersson, 2007).

Per quanto riguarda il Loop Fonologico, è importante sottolineare come questo svolga due funzioni principali: mantenere per qualche secondo le informazioni fonologiche prima che queste svaniscano dalla memoria, e trasformare gli stimoli presentati visivamente in un codice fonologico tramite un processo di denominazione subvocale (Zheng, Swanson & Marcoulides, 2011). Come riportato da Passolunghi e Mammarella (2010a) in relazione al ruolo del Loop Fonologico nella risoluzione di problemi aritmetici, sono stati registrati alcuni risultati controversi. Infatti, da una parte vi sono autori come Swanson e Sachse-Lee (2001) che hanno evidenziato come nei casi di bambini con difficoltà nella soluzione di problemi matematici spesso si riscontrano anche delle scarse prestazioni in compiti utilizzati per la valutazione del Loop Fonologico. Nello specifico, le prove utilizzate dagli Autori erano volte a misurare la velocità di recupero delle rappresentazioni fonologiche (attraverso prove quali il Digit Naming Speed Task), le competenze di analisi fonetica (tramite prove di delezione di fonemi), e l'ampiezza della ML (misurata con prove di span, come le prove di span numerico) (Swanson & Sachse-Lee, 2001). Allo stesso modo, Fürst e Hitch (2000) hanno sottolineato come il Loop Fonologico svolga un ruolo fondamentale nel calcolo a mente, in quanto permette di mantenere attiva temporaneamente l'informazione necessaria, come

i singoli numeri o i risultati parziali. Tale importanza del Loop Fonologico è stata riscontrata anche da Zheng, Swanson e Marcoulides (2011), i quali hanno condotto uno studio per comprendere la funzione di ciascuna componente della ML nella risoluzione di problemi matematici. Dai risultati, anche in questo caso, è emerso come il Loop Fonologico abbia un ruolo di rilievo nel predire l'accuratezza della risoluzione del problema. D'altro canto, Temple e Sherwood (2002) sottolineano come una compromissione a livello del Loop Fonologico non sia da considerarsi come causa delle difficoltà che i bambini con scarse competenze matematiche possono riscontrare nei compiti di risoluzione di problemi.

Infine, in relazione alla Memoria di Lavoro Visuospaziale (*Visuospatial Working Memory*, VSWM), o Taccuino Visuospaziale, Logie (1995) ha evidenziato come questa sia composta da due sistemi principali: la *visual cache*, che si occupa di immagazzinare temporaneamente le informazioni visive (come il colore o la forma di un oggetto); e l'*inner scribe*, che consiste in un processo attivo di ripetizione di sequenze spaziali e motorie. Per quanto riguarda il ruolo della VSWM nella risoluzione di problemi matematici, uno studio che ha analizzato tale quesito è stato effettuato da Hegarty e Kozhevnikov (1999), le quali hanno cercato di dimostrare l'esistenza di una chiara relazione tra l'utilizzo di rappresentazioni visuospatiali e l'abilità di risoluzione di problemi matematici. Nello specifico, le Autrici hanno distinto tra due tipologie di rappresentazioni visuospatiali utilizzate nei compiti di *problem solving* matematico: le rappresentazioni schematiche, che codificano le relazioni tra le parti di un oggetto e la sua localizzazione nello spazio o il suo movimento; e le rappresentazioni pittoriche (o visive), che codificano informazioni legate alle caratteristiche visive di un oggetto, come la forma, il colore o la luminosità. I risultati dello studio, condotto con ragazzi di 12 anni, hanno messo in luce che l'utilizzo delle rappresentazioni schematiche era positivamente

associato al successo nella risoluzione di problemi matematici, al contrario delle rappresentazioni visive che, invece, non erano legate a una buona riuscita del compito, dimostrando quindi che le diverse tipologie di rappresentazioni possono differenziare le prestazioni nella risoluzione di problemi matematici (Hegarty & Kozhevnikov, 1999). Un ulteriore studio più recente che ha cercato di analizzare e comprendere i ruoli della ML visiva e spaziale nella risoluzione di problemi matematici è stato condotto da Passolunghi e Mammarella (2010b) confrontando un gruppo di bambini poco abili nella risoluzione di problemi (*poor problem-solvers*) con un gruppo di bambini a sviluppo tipico (*normal achievers*). Attraverso l'uso di prove specifiche per valutare sia la memoria di lavoro visiva che la memoria di lavoro spaziale, le Autrici hanno evidenziato come i *poor problem-solvers* tendano ad avere delle prestazioni più scarse nelle prove di ML spaziale, mentre non sono state registrate differenze tra i due gruppi per quanto riguarda le prove di ML visiva. Tali risultati dimostrano, in linea con Hegarty e Kozhevnikov (1999), che una difficoltà nella risoluzione di problemi matematici è in relazione ad una elaborazione deficitaria delle informazioni spaziali (Passolunghi & Mammarella, 2010b). Le Autrici, inoltre, sottolineano come tali risultati siano meglio interpretabili se considerati in relazione al modello della ML proposto da Cornoldi e Vecchi (*Continuity Model*, 2003). Come riportano le Autrici, in tale modello viene ipotizzata la presenza di due dimensioni principali: un *continuum* orizzontale, che si riferisce ai vari formati in cui le informazioni vengono proposte (ad esempio, verbale, visivo o spaziale); e un *continuum* verticale, che fa riferimento ai diversi gradi di controllo attentivo necessario per svolgere un compito, e che va da un estremo passivo, in cui gli individui devono soltanto recuperare delle informazioni presentate precedentemente, a un estremo attivo, in cui è necessario integrare e rielaborare le informazioni. I risultati di tale studio hanno rivelato delle cadute specifiche dei bambini poco abili nella risoluzione di problemi matematici nelle prove di

ML spaziale, sia attive che passive, dimostrando che i *poor problem-solvers* hanno delle difficoltà non solo nell'elaborare le informazioni spaziali ma anche nel ricordarle (Passolunghi & Mammarella, 2010a; 2010b).

La terza funzione esecutiva principale individuata da Diamond (2013) è la flessibilità cognitiva, la quale consiste nell'abilità di spostarsi flessibilmente tra prove, operazioni, compiti e assetti mentali multipli e diversi tra loro (Diamond, 2013; Marzocchi & Mingozi, 2022). Inoltre, tale FE permette di cambiare prospettiva e di adattare il proprio comportamento di fronte al cambiamento di richieste o priorità (Diamond, 2013). De Santana, Roazzi e Nobre (2022), in una meta-analisi effettuata per comprendere il ruolo della flessibilità cognitiva nelle prestazioni matematiche, la definiscono come l'abilità di iniziare a risolvere un problema seguendo una determinata strategia, per poi affrontare lo stesso problema attraverso una strategia differente. Gli Autori, nel loro lavoro, sottolineano come le capacità di *shifting* siano state affrontate in misura minore in letteratura rispetto alle FE di inibizione e memoria di lavoro, nonostante la loro importanza in ambito matematico. I risultati della meta-analisi hanno permesso di evidenziare come la flessibilità cognitiva possa essere considerata un buon predittore delle prestazioni matematiche dei bambini: in particolare, una più elevata abilità di *shifting* fornisce agli individui la capacità di spostarsi più facilmente tra le varie strategie di *problem solving* (De Santana, Roazzi & Nobre, 2022).

Più in generale, sempre in relazione al coinvolgimento delle Funzioni Esecutive nella risoluzione di problemi matematici, Viterbori, Traverso e Usai (2017) hanno condotto uno studio con un campione di bambini a sviluppo tipico di 8 anni di età per comprendere al meglio il ruolo delle tre FE fondamentali riportate da Diamond (2013) nelle varie fasi di risoluzione di un problema, controllando per le abilità di lettura, comprensione del testo e calcolo. Nello specifico, le Autrici hanno fatto riferimento al

modello di Polya (1957) riportato in precedenza, il quale riconosce la presenza di quattro fasi risolutive nel processo di *problem solving*: *a*) comprensione del problema, *b*) elaborazione di un piano, *c*) esecuzione del piano e *d*) valutazione della soluzione, ciascuna delle quali sembrerebbe fare affidamento su diversi aspetti delle Funzioni Esecutive. Per quanto riguarda le specifiche prove utilizzate, è stato scelto di proporre ai partecipanti una serie di problemi (*two-step problems*) che, per essere risolti correttamente, necessitano lo svolgimento di due operazioni differenti, le quali sono generalmente rappresentate da due schemi separati che devono essere sviluppati e integrati tra loro. Le Autrici sottolineano come questa tipologia di problemi sia particolarmente impegnativa per la fascia d'età considerata, in quanto è necessario inibire le procedure ben automatizzate adoperate per risolvere i problemi che richiedono una singola operazione. Per valutare le varie Funzioni Esecutive, sono stati utilizzati diversi strumenti: la versione italiana del Matching Familiar Figures Test sviluppata da Cornoldi, Gardinale, Masi e Pettenucci (1996) e il test Tower of London (Shallice, 1982) sono stati scelti per valutare, rispettivamente, la capacità di limitare una risposta impulsiva e le abilità di pianificare le proprie azioni; il Visual Pattern Test – Active Version (subtest incluso in una batteria sviluppata da Mammarella, Pazzaglia e Cornoldi nel 2008) e il Backward Digit Span Task sono stati utilizzati per valutare la memoria di lavoro dei bambini; infine, il Semantic Fluency Test, in cui viene richiesto ai partecipanti di generare più parole possibili per quattro diverse categorie, e il Wisconsin Card Sorting Test (WCST, Goldstein & Green, 1995) sono stati selezionati per la valutazione delle abilità di flessibilità cognitiva (Viterbori, Traverso & Usai, 2017).

I risultati di tale studio hanno evidenziato diversi aspetti. Innanzitutto, per quanto riguarda la prima fase di risoluzione di un problema, in cui vengono selezionati i dati necessari, le Autrici hanno sottolineato come non vi fossero fattori legati alle Funzioni

Esecutive in grado di predire la riuscita della suddetta fase. Tali esiti sembrano essere in contrasto con risultati di altri studi in cui viene sottolineato il ruolo fondamentale delle FE, in particolare dell'inibizione, nell'individuazione dei dati necessari. Inoltre, le Autrici sottolineano, citando Lee, Ng e Ng (2009), come il controllo inibitorio sia stato riconosciuto come uno dei fattori più importanti nella selezione delle informazioni rilevanti per la risoluzione del problema nei casi in cui siano presenti nel testo anche dei dati fuorvianti e non necessari. Tuttavia, è importante sottolineare che, nello studio proposto da Viterbori, Traverso e Usai (2017) i problemi presentati ai partecipanti non contenessero alcuna informazione irrilevante, perciò tale aspetto potrebbe essere considerato come una spiegazione circa i risultati ottenuti riguardo la prima fase di risoluzione di un problema (Viterbori, Traverso & Usai. 2017).

Relativamente alla fase di individuazione di un piano di risoluzione, le Autrici hanno riscontrato che le abilità di inibizione e di *shifting* hanno un ruolo fondamentale nel contribuire alla spiegazione della variabilità delle prestazioni osservate, insieme alle conoscenze dei fatti aritmetici e alle abilità di comprensione del testo. Questo aspetto sembra essere legato alla tipologia di problemi proposti nello studio (*two-step problems*): infatti, per portare a termine con successo la risoluzione di tali problemi, i bambini devono sia spostarsi flessibilmente tra le varie possibili rappresentazioni che potrebbero essere create a partire dal testo, sia inibire le ormai ben conosciute modalità risolutive necessarie per affrontare i problemi che richiedono una sola operazione (Viterbori, Traverso & Usai. 2017).

Per quanto riguarda la terza fase, legata allo svolgimento dei calcoli necessari, i risultati hanno messo in luce come la componente della memoria di lavoro, assieme alla conoscenza dei fatti aritmetici, siano i soli predittori significativi della variabilità osservata. Nello specifico, la memoria di lavoro gioca un ruolo di fondamentale

importanza nel selezionare, monitorare e implementare il corretto algoritmo, mentre una buona conoscenza dei fatti aritmetici può facilitare la risoluzione di problemi più complessi alleggerendo il carico della memoria di lavoro (Viterbori, Traverso & Usai, 2017).

Infine, relativamente all'ultima fase di valutazione della soluzione, non sono stati riscontrati effetti significativi legati alle Funzioni Esecutive, nonostante sia una fase che richiede un certo controllo cognitivo (Viterbori, Traverso & Usai, 2017).

Un ulteriore studio che ha indagato il ruolo delle Funzioni Esecutive nelle varie fasi di risoluzione di un problema matematico è stato condotto da Kotsopoulos e Lee (2012), con un gruppo di partecipanti frequentanti la terza media. La particolarità di tale studio è l'approccio ecologico adottato dalle Autrici, le quali hanno individuato le difficoltà degli alunni nei processi di *problem solving* codificando ciò che i ragazzi riportavano a voce alta durante lo svolgimento del compito, e hanno successivamente associato tali difficoltà a una specifica Funzione Esecutiva (*shifting*, *updating* o inibizione). Nello specifico, dai risultati è emerso che nella prima fase di comprensione del problema sembra essere maggiormente implicata l'abilità di *updating*, che fa riferimento alla capacità di valutare le informazioni ricevute e di renderle maggiormente appropriate grazie all'uso di nozioni più pertinenti. Relativamente alle abilità di inibizione, queste sono risultate particolarmente coinvolte nella fase di esecuzione del piano di risoluzione individuato, mentre le abilità di *shifting* sembrano essere maggiormente implicate nella fase di valutazione dell'adeguatezza della soluzione raggiunta, in cui gli studenti devono considerare varie rappresentazioni alternative del problema per verificare la propria comprensione del problema e la propria performance (Kotsopoulos & Lee, 2012). Tuttavia, come sottolineano Viterbori, Traverso e Usai

(2017), è importante considerare uno dei limiti di tale studio, ovvero la mancanza di misurazione diretta delle Funzioni Esecutive tramite l'uso di strumenti standardizzati.

#### *2.4. Le capacità di risoluzione di problemi matematici nei Disturbi dello Spettro Autistico*

Negli ultimi anni è aumentato sempre di più il numero di individui con una diagnosi di Disturbo dello Spettro Autistico che frequentano regolarmente le lezioni scolastiche all'interno di classi costituite per la maggior parte da pari a sviluppo tipico. Questo aspetto ha fatto sì che crescesse anche l'interesse degli studiosi verso le prestazioni accademiche dei bambini con autismo, in particolare dei risultati ottenuti in ambito matematico (Polo-Blanco, Suárez-Pinilla, Goñi-Cervera, Suárez-Pinilla & Payá, 2022). È molto diffuso lo stereotipo legato a tale popolazione secondo cui gli individui con autismo presenterebbero delle abilità matematiche eccezionali ed incredibilmente sopra la norma. Questa concezione è stata supportata da alcuni autori come Baron-Cohen, Wheelwright, Burtenshaw e Hobson (2007) e Iuculano, Rosenberg-Lee, Supekar e colleghi (2014), i cui studi hanno riportato come gli individui con autismo avessero delle prestazioni significativamente superiori rispetto ai gruppi di controllo di individui a sviluppo tipico. Nello specifico, Baron-Cohen et al. (2007) hanno rilevato come tra gli studenti universitari di matematica, con ottime capacità di sistematizzazione, vi fosse un numero più elevato di individui con autismo rispetto a studenti di altre discipline, concludendo che “talent at systemizing increases the likelihood of developing an autism spectrum condition” (Baron-Cohen et al., 2007, p. 129, “il talento nella sistematizzazione aumenta la probabilità di sviluppare una condizione dello spettro autistico”, traduzione mia). Inoltre, Iuculano et al. (2014) hanno rilevato delle prestazioni migliori nel gruppo di individui con ASD rispetto al gruppo di controllo a sviluppo tipico per quanto riguarda l'esecuzione di calcoli aritmetici, mentre le capacità di risoluzione di problemi matematici proposti verbalmente si collocava nella norma. Tuttavia, tali affermazioni sono state

messe in discussione da ulteriori studi che hanno sottolineato come, in realtà, coloro che presentano un Disturbo dello Spettro Autistico sembrano avere delle scarse abilità matematiche (Polo-Blanco et al., 2022).

Per quanto riguarda, nello specifico, le abilità di risoluzione di problemi matematici, uno studio che ha analizzato tale capacità nella popolazione con ASD è stato condotto da Bae, Chiang e Hickson (2015). In particolare, le Autrici hanno cercato di comprendere se le prestazioni nella risoluzione di problemi matematici nei bambini con autismo senza Disabilità Intellettiva differissero da quelle dei bambini a sviluppo tipico e quali fossero i fattori implicati in tale compito nei casi di ASD. Per misurare le abilità di *problem solving* matematico sono state effettuate due valutazioni: la prima tramite il subtest *Story Problem* della seconda edizione del Test of Mathematical Abilities (TOMA-2-SP), la seconda attraverso la somministrazione del Mathematical Problem Solving Test (MWPS). Tra i fattori legati alle abilità di risoluzione di problemi matematici considerati in tale studio vi sono: l'abilità di decodifica; l'abilità di comprensione del testo; la conoscenza dei termini matematici; le capacità di calcolo aritmetico; la conoscenza di concetti matematici applicati alla vita quotidiana e l'atteggiamento nei confronti della matematica. Dai risultati è emerso che i bambini a sviluppo tipico sembrano avere maggiori abilità di risoluzione di problemi matematici rispetto ai loro pari con ASD, indicando quindi una difficoltà degli individui con autismo nell'area della matematica. Per quanto riguarda i fattori implicati in tale attività, le Autrici hanno sottolineato come tutti i fattori precedentemente individuati fossero importanti per la riuscita del compito da parte di coloro con autismo. In particolare, le analisi hanno evidenziato che il fattore chiave nel determinare le differenze di prestazione nei due gruppi fosse la conoscenza matematica applicata alla vita di tutti i giorni: infatti le abilità di risoluzione di problemi matematici nei due gruppi è risultata simile dopo aver controllato per tale fattore. Le

Autrici, per spiegare tale risultato, hanno riportato che una debolezza dei bambini con autismo nel suddetto fattore potrebbe essere dovuta alla limitatezza delle esperienze sociali e ai comportamenti e interessi ristretti e ripetitivi implicati dal disturbo. Considerando che per risolvere correttamente un problema matematico è spesso necessario mettere in relazione il problema stesso con situazioni del mondo reale, una mancanza in tali esperienze potrebbe compromettere la capacità di un individuo di comprendere a pieno il problema (Bae, Chiang & Hickson, 2015).

Oswald, Beck, Iosif e colleghi (2016) hanno cercato di comprendere se gli individui con autismo ad alto funzionamento presentassero delle abilità di risoluzione di problemi aritmetici al di sopra o al di sotto della norma rispetto a coloro a sviluppo tipico. In particolare, gli Autori hanno individuato quattro fattori principali che potrebbero influire sulle prestazioni degli individui: il ragionamento percettivo, che consiste nella formazione di concetti di tipo non verbale, nella percezione e nell'elaborazione di informazioni visive, e che permette agli individui di riconoscere le relazioni tra vari elementi e di formulare delle strategie per risolvere un problema; le abilità verbali, le quali fanno riferimento all'abilità dell'individuo di comprendere il testo del problema; la memoria di lavoro, che permette di mantenere e manipolare le informazioni matematiche e di ignorare i dati irrilevanti; e i sentimenti d'ansia legati alla matematica, i quali andrebbero ad inficiare sul funzionamento della memoria di lavoro, compromettendo la buona riuscita del compito di *problem solving*. I risultati dello studio hanno messo in luce che le prestazioni del gruppo con ASD fossero significativamente inferiori rispetto al gruppo di controllo a sviluppo tipico. In particolare, è emerso che il 22% del campione di individui con autismo presentava delle importanti difficoltà nelle abilità matematiche, mentre solo 4% di tale gruppo sembrava avere un talento in tale ambito. Per quanto

riguarda i fattori individuati dagli Autori, il ragionamento percettivo è risultato essere il fattore più influente, insieme all'ansia nei confronti del compito (Oswald et al., 2016).

Polo-Blanco e collaboratrici (2022) hanno sottolineato che le difficoltà più frequenti incontrate dai bambini con ASD nella risoluzione di problemi aritmetici emergono quando nel testo sono presenti linguaggio indiretto e informazioni irrilevanti o quando il problema richiede svariati passaggi per essere risolto. Inoltre, le Autrici ricordano come spesso i bambini con autismo tendano ad utilizzare delle strategie risolutive più rudimentali, ad esempio basate sul disegno e sul conteggio tramite l'ausilio delle dita, rispetto ai compagni a sviluppo tipico, che sviluppano presto la capacità di far affidamento a strategie che richiedono un livello più elevato di astrazione, come le operazioni aritmetiche. Nello studio condotto dalle Autrici, confrontando un gruppo di bambini con autismo senza Disabilità Intellettiva e un gruppo di bambini a sviluppo tipico, si è cercato di verificare se ci fossero delle differenze nella tipologia di strategie usate dai due gruppi; se i bambini con ASD avessero maggiori difficoltà nel risolvere problemi matematici; e, infine, se prestazioni matematiche carenti fossero associate ad un peggior funzionamento di alcuni processi cognitivi implicati nella risoluzione di problemi, quali le funzioni esecutive, la comprensione verbale e la percezione sociale. Per quanto riguarda gli strumenti utilizzati, le Autrici hanno valutato il livello intellettivo di ogni bambino attraverso la somministrazione della scala WISC-V. Sono state poi valutate sia le competenze matematiche, sia le abilità di *problem solving* matematico tramite la somministrazione, rispettivamente, della terza edizione del Test of Early Mathematics Ability (TEMA-3) e del Mathematical Problem Instrument (MPI), la cui somministrazione è stata videoregistrata per poter rilevare le strategie utilizzate da ciascun partecipante durante la risoluzione dei problemi proposti. Infine, sono stati somministrati alcuni subtest della batteria NEPSY-II, generalmente utilizzata per

effettuare una valutazione neuropsicologica del bambino. Nello specifico, sono stati utilizzati quattro subtest: il primo (*response set*) era finalizzato a misurare le abilità di flessibilità cognitiva; il secondo (*inhibition*) aveva come scopo la valutazione delle abilità di inibizione; il terzo (*affect recognition*) è stato utilizzato per determinare la capacità del bambino di distinguere le espressioni facciali; il quarto (*ToM*), infine, è stato somministrato per valutare la capacità dei bambini di comprendere la prospettiva, le intenzioni e le credenze altrui. In linea con altri studi, anche in questo caso, dai risultati è emerso che il gruppo di partecipanti con ASD avesse un maggior numero di bambini con difficoltà nella risoluzione di problemi rispetto al gruppo a sviluppo tipico. Inoltre, coloro con ASD e che hanno mostrato delle prestazioni peggiori hanno anche ottenuto punteggi più bassi in tutti i subtest della batteria NEPSY-II che sono stati somministrati. Infine, le Autrici hanno osservato come non vi fossero differenze sostanziali tra i due gruppi in relazione alle strategie utilizzate: infatti, sia i bambini con autismo che i bambini a sviluppo tipico hanno fatto affidamento a strategie caratterizzate dallo stesso livello di astrazione. Tuttavia, è stata rilevata una differenza nel livello di astrazione tra i bambini con ASD con basse abilità di *problem solving* matematico, che hanno utilizzato strategie meno elaborate rispetto al resto dei bambini con ASD, i quali si sono affidati a strategie più avanzate (Polo-Blanco et al., 2022).

Per quanto riguarda le competenze matematiche in generale, Wang e collaboratori (2022) hanno condotto uno studio per comprendere se vi fossero delle differenze nelle abilità cognitive e matematiche tra bambini di età prescolare con un autismo e bambini a sviluppo tipico, e quali fossero i fattori in grado di predire il livello delle abilità matematiche in entrambi i gruppi. Gli Autori hanno valutato il ruolo di fattori sia dominio-generalisti che dominio-specifici. In particolare, come misura dominio-specifica è stato selezionato il Sistema Numerico Approssimativo (*approximate number system*, ANS), il

quale consiste nell'abilità innata di stimare in maniera approssimativa la numerosità di un insieme senza contare direttamente, ed è considerata una delle abilità più influenti nell'acquisizione di competenze matematiche nello sviluppo tipico. Per quanto riguarda le abilità dominio-generalì, gli Autori hanno preso in considerazione il ruolo della memoria di lavoro, del controllo inibitorio e del livello intellettuale, tutti riconosciuti come predittori delle competenze matematiche nello sviluppo tipico. Relativamente agli strumenti utilizzati, è stato utilizzato il Test of Early Mathematics Ability-III (TEMA-3) per valutare le abilità matematiche dei bambini. Inoltre, l'ANS è stato misurato tramite il programma online Panamath, in cui vengono presentati due insiemi di pallini colorati, e il bambino ha il compito di indicare quale dei due insiemi sia più numeroso. Nel caso delle abilità dominio-generalì, il livello intellettuale è stato valutato tramite la somministrazione della Wechsler Preschool and Primary Scale of Intelligence (WPPSI-III), mentre la memoria di lavoro è stata misurata attraverso il test di Corsi, in cui vengono presentati alcuni blocchi al bambino, il quale ha il compito di toccarli nella stessa sequenza mostrata in precedenza dallo sperimentatore. Il controllo inibitorio è stato valutato tramite una variazione del Day-Night Stroop Task. Il compito era suddiviso in tre fasi: nella prima fase il bambino veniva addestrato a rispondere "giorno" quando veniva presentata un'immagine raffigurante un sole, e "notte" quando l'immagine raffigurava una luna; la seconda fase consisteva nel classico compito di stroop in cui viene richiesto al bambino di rispondere "giorno" quando viene presentata l'immagine con la luna e "notte" quando viene mostrata l'immagine del sole; infine, la terza fase era caratterizzata dall'introduzione di una nuova regola che richiedeva al bambino di rispondere "notte" quando veniva presentata un'immagine raffigurante una pecorella con il sole e di rispondere "giorno" quando veniva mostrata un'immagine in cui era presente

una pecorella con la luna, facendo attenzione a non rispondere nulla se nell'immagine era presente un lupo (Wang et al., 2022).

Dai risultati dello studio sono emerse delle significative compromissioni nel gruppo di bambini con ASD relativamente alle abilità valutate, sia dominio-generalie che dominio-specifiche. Inoltre, gli Autori hanno rilevato alcune differenze tra i due gruppi circa i predittori delle abilità matematiche. In particolare, il fattore dominio-specifico del Sistema Numerico Approssimativo è risultato essere il predittore più significativo nel gruppo di bambini prescolari a sviluppo tipico. D'altra parte, nel caso dei bambini prescolari con ASD, sembra essere particolarmente significativo il ruolo della memoria di lavoro, il cui deficit, secondo gli Autori, potrebbe essere la causa primaria delle difficoltà che tale popolazione riscontra nell'acquisizione di competenze matematiche. A tal proposito, gli Autori sottolineano come un intervento di potenziamento mirato verso la memoria di lavoro, specialmente in età prescolare, potrebbe migliorare le abilità matematiche dei bambini con un Disturbo dello Spettro Autistico (Wang et al., 2022).

Recentemente, Tonizzi e Usai (2023) hanno condotto la prima meta-analisi con lo scopo di analizzare le abilità matematiche negli individui con ASD, confrontandoli con coloro a sviluppo tipico. Le Autrici hanno riconosciuto che i risultati emersi dai vari studi siano talvolta in contrasto tra loro, e sottolineano come tale discrepanza possa dipendere da diversi fattori. Innanzitutto, uno dei fattori che può influenzare le differenze tra vari risultati è l'ambito matematico a cui si fa riferimento: infatti, i bambini con ASD potrebbero avere delle ottime prestazioni nel recupero di fatti aritmetici, ma mostrare delle carenze in compiti più complessi come la risoluzione di problemi matematici. Vi sono poi aspetti legati al tipo di strumento utilizzato: compiti scritti e compiti orali potrebbero comportare delle variazioni nelle prestazioni dei bambini con ASD, considerando il ruolo fondamentale delle abilità di comprensione orale e di motricità fine,

che spesso sono compromesse in tale popolazione. Inoltre, vi sono importanti fattori legati alle caratteristiche individuali che potrebbero influenzare la variabilità dei risultati. In particolare, le Autrici sottolineano il ruolo dell'età dei partecipanti, del loro funzionamento intellettivo e delle abilità legate alla memoria di lavoro. Per quanto riguarda l'età, è importante ricordare come le difficoltà riscontrate in ambito matematico dai bambini con autismo potrebbero non presentarsi fino al momento in cui si incontrano compiti che richiedono un ragionamento più astratto e concettuale. In questo senso, anche il livello intellettivo dei bambini gioca un ruolo fondamentale, tuttavia le nozioni circa tale influenza nei casi di autismo sono molto limitate rispetto alla popolazione a sviluppo tipico (Tonizzi & Usai, 2023).

In generale, i risultati della meta-analisi hanno evidenziato una piccola-media differenza nelle prestazioni matematiche tra bambini a sviluppo tipico e bambini con un Disturbo dello Spettro Autistico. Per quanto riguarda l'analisi dei moderatori coinvolti, dai risultati è emerso come le misure legate al tipo di compito (operazioni numeriche *vs* problemi matematici) e al formato in cui il compito viene presentato (orale *vs* scritto) non fossero particolarmente significative nel determinare le differenze riscontrate tra i due gruppi. D'altra parte, le caratteristiche individuali dei partecipanti sono risultate piuttosto significative. Nello specifico, per quanto riguarda l'età dei bambini, è emerso che le differenze tra i due gruppi tendono ad ampliarsi con l'aumentare dell'età stessa. Anche il funzionamento intellettivo è stato individuato come uno dei moderatori più importanti: le Autrici hanno valutato il ruolo sia del QI globale che del QI verbale e procedurale, tuttavia, solo il quoziente intellettivo verbale è risultato significativo. Infine, per quanto riguarda il ruolo della memoria di lavoro, è stato riscontrato come anch'essa abbia un ruolo di moderatore particolarmente importante. Tuttavia, le Autrici sottolineano come nella maggior parte degli studi presi in considerazione sia stata valutata la componente

verbale della ML, e che sono necessari ulteriori analisi atte a stabilire anche il ruolo della memoria di lavoro visuospatiale nei partecipanti con ASD al fine di avere un quadro più completo (Tonizzi & Usai, 2023).

Per concludere, dagli studi presentati emerge come le abilità matematiche dei bambini con un Disturbo dello Spettro Autistico siano compromesse rispetto alle abilità presentate dalla popolazione a sviluppo tipico, in particolare per quanto riguarda le capacità di risoluzione di problemi aritmetici di tipo verbale. Tali risultati sono in contrasto con la credenza secondo cui gli individui con autismo presentano delle abilità straordinarie in campo matematico (Tonizzi & Usai, 2023). Tuttavia, diversi autori concordano sulla necessità di ampliare tale ambito di ricerca, al fine di raggiungere una comprensione più elevata del fenomeno. Così facendo, si potrebbero individuare le basi per progettare delle strategie di intervento mirate in modo da incrementare le abilità matematiche degli individui con autismo (Bae et al., 2015; Oswald et al., 2016; Polo-Blanco et al., 2022; Tonizzi & Usai, 2023; Wang et al., 2022).

## **CAPITOLO 3: LO STUDIO**

### *3.1. Introduzione*

I Disturbi dello Spettro Autistico sono frequentemente associati a stereotipi di varia natura, alcuni dei quali riguardano la presenza di abilità straordinarie in ambito matematico. Tale concezione è stata supportata da vari autori, come Baron-Cohen et al. (2007) o Iuculano et al. (2014), i quali hanno riscontrato delle prestazioni matematiche migliori negli individui con autismo rispetto a coloro a sviluppo tipico. Tuttavia, la letteratura analizzata nei capitoli precedenti permette di mettere in luce come tale stereotipo non sia più valido. Infatti, al contrario, le prestazioni matematiche dei soggetti con ASD sono risultate significativamente inferiori rispetto al gruppo di controllo a sviluppo tipico in diversi studi. Ad esempio, in una recente meta-analisi, Tonizzi e Usai (2023) hanno analizzato le prestazioni matematiche degli individui con autismo rispetto agli individui a sviluppo tipico, sottolineando come il gruppo con ASD sembri avere delle prestazioni inferiori. Tale differenza sembra dipendere da diversi aspetti, come l'età dei partecipanti, il loro funzionamento intellettivo e le abilità di memoria di lavoro.

Più nello specifico, in relazione alle capacità di risoluzione di problemi matematici di tipo verbale, Bae, Chiang e Hickson (2015) hanno riscontrato delle prestazioni migliori nel gruppo a sviluppo tipico rispetto al gruppo con autismo, sottolineando come nel caso dell'ASD giocassero un ruolo fondamentale, oltre alle abilità di decodifica, di comprensione del testo, di calcolo e di comprensione dei termini aritmetici, anche le capacità di applicare i concetti matematici alla vita quotidiana. Anche Oswald, Beck, Iosif e collaboratori (2016) hanno riscontrato risultati simili confrontando un gruppo di bambini con autismo ad alto funzionamento con un gruppo di pari a sviluppo tipico: nello specifico, gli Autori hanno registrato delle difficoltà nella risoluzione di problemi matematici nel 22% del campione di coloro con autismo. Risultati simili sono stati

riscontrati anche da Polo-Blanco e collaboratrici (2022), le quali hanno sottolineato come gli individui con autismo, oltre ad avere delle prestazioni inferiori nella risoluzione di problemi matematici rispetto a coloro a sviluppo tipico, presentano anche delle carenze a livello delle Funzioni Esecutive, in particolare nelle abilità di flessibilità cognitiva e di inibizione.

L'obiettivo principale del presente studio consiste nell'esaminare il ruolo che alcuni processi cognitivi di dominio generale e specifico hanno nel determinare le abilità matematiche degli individui, sia a sviluppo tipico che con un Disturbo dello Spettro Autistico. In particolare, si è cercato di comprendere quali processi cognitivi dominio-generalizzati tra vocabolario, memoria di lavoro verbale e visuospatiale, inibizione della risposta e controllo dell'interferenza, e se processi dominio-specifici quali i Fatti Aritmetici contribuissero alle prestazioni osservate nei compiti di risoluzione di problemi matematici, e se tale associazione differisse tra i due gruppi. Sulla base della letteratura presentata in precedenza, è possibile ipotizzare che nei casi di ASD vi siano delle prestazioni inferiori rispetto al gruppo a sviluppo tipico nella risoluzione di problemi aritmetici, e che tali prestazioni siano legate a condizioni deficitarie riguardanti le funzioni cognitive prese in esame.

### *3.2. Metodo*

#### *3.2.1. Partecipanti*

La ricerca ha coinvolto un totale di 93 partecipanti ( $N = 93$ ), suddivisi in due gruppi: un primo gruppo di partecipanti con una diagnosi di Disturbo dello Spettro Autistico (Gruppo con ASD,  $N = 33$ ) e un gruppo di controllo composto da partecipanti a sviluppo tipico (Gruppo TD,  $N = 60$ ). Entrambi i gruppi comprendevano partecipanti con età variabile, compresi bambini a partire dai 6 anni di età, adolescenti e giovani adulti. In entrambi i gruppi, sono stati inclusi esclusivamente coloro che hanno ottenuto un

punteggio ponderato pari o superiore alla media nel subtest *Ragionamento con le matrici* (Punteggio Ponderato  $\geq 8$ ). Per quanto riguarda il gruppo con ASD, sono stati inclusi solamente coloro con una precedente diagnosi di un Disturbo dello Spettro Autistico, secondo i criteri diagnostici del Manuale Diagnostico e Statistico dei Disturbi Mentali, quinta edizione o quarta edizione-tr, o secondo i criteri dell'International Classification of Diseases, decima o undicesima edizione. Tale diagnosi è stata successivamente confermata tramite la somministrazione di due scale: la Child Autism Rating Scale-2 (CARS-2) e la Social Responsivness Scale-2 (SRS-2). Relativamente al gruppo TD, come criterio di inclusione è stata considerata l'assenza di altre diagnosi (ad esempio, Disturbo Specifico dell'Apprendimento o Disturbo da Deficit di Attenzione/Iperattività).

Come si può osservare nella tabella 3.1, i due gruppi sono stati appaiati per età e per abilità di ragionamento visuo-percettivo misurata con il subtest *Ragionamento con le matrici*. Tuttavia, si evince come vi siano delle differenze statisticamente significative nei punteggi ottenuti dai due gruppi nel subtest *Vocabolario* ( $t = -4.29$ ;  $p < .001$ ;  $d = 0.93$ ). In particolare, il gruppo TD ha ottenuto un punteggio medio più elevato rispetto al gruppo con ASD.

**Tabella 3.1.** Et , Ragionamento con matrici e vocabolario del gruppo con ASD e del gruppo TD.

	Gruppo con ASD					Gruppo TD					<i>t test</i>	<i>DE</i>
	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>DS</i>	<i>Min</i>	<i>Max</i>	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>DS</i>	<i>Min</i>	<i>Max</i>		
<b>Et�</b>	33	12.42	3.88	6.17	21.35	60	12.27	4.01	6.11	21.15	t(91) = -0.18, p = .857	-0.04
<b>Matrici</b>	33	11.82	2.80	8.00	17.00	60	12.20	2.52	8.00	18.00	t(91) = 0.67, p = .504	0.15
<b>Vocabolario</b>	33	9.06	4.00	1	15	60	12.03	2.67	6	19	t(91) = -4.29, p < .001	0.93

Note: N = Numero totale di partecipanti; M = media; DS = Deviazione Standard; Min = Minimo, Max = Massimo; DE = Dimensione dell'effetto (g di Hedges).

### 3.2.2. Strumenti e procedura

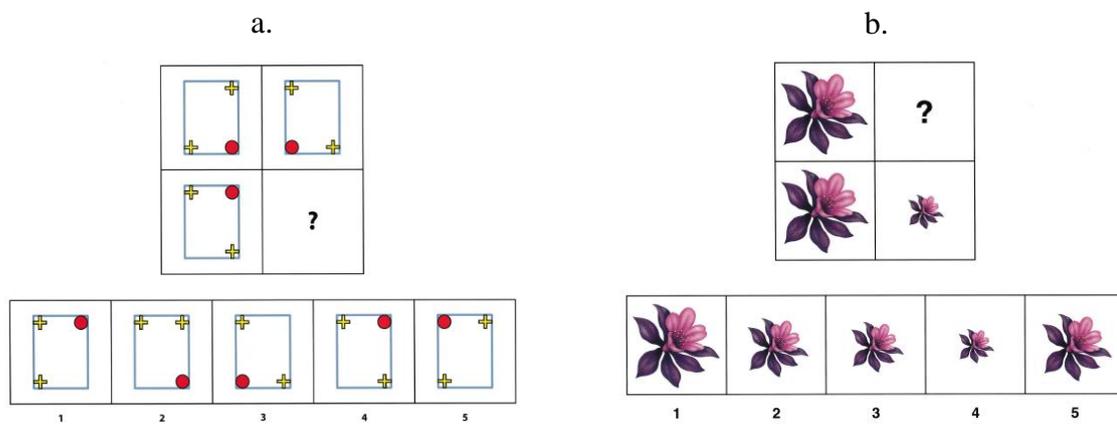
A seguito dell'approvazione da parte del Comitato Etico per la Ricerca di Ateneo (CERA) dell'Università degli Studi di Genova, è stato richiesto ai genitori di ogni partecipante minorenni e a ciascun partecipante maggiorenne di compilare e firmare il consenso informato per prendere parte allo studio. Inoltre, è stato richiesto ai genitori di compilare la Social Responsiveness Scale-2 (SRS-2). Lo studio ha avuto inizio nel mese di novembre 2020 ed è terminato nel mese di dicembre 2022, per una durata complessiva di due anni. Considerando la situazione pandemica da Covid-19 all'inizio dello studio, tutte le somministrazioni sono state effettuate a distanza tramite videochiamate al computer.

Lo studio ha previsto quattro incontri individuali online, attraverso alcune videochiamate, della durata di circa 45 minuti ciascuno. Nel primo incontro sono stati somministrati tre subtest delle scale WISC-IV (dai 6 ai 16 anni di età) e WAIS-IV (dai 16 anni in su): Ragionamento con le matrici (RM), Vocabolario (VC) e Memoria inversa di cifre (MI). Durante il secondo incontro è stato somministrato il test MF-20. Il terzo incontro ha previsto la somministrazione del Mr. Peanut Test e del Flanker Task. Infine, nel quarto incontro sono state somministrate alcune prove matematiche. Per quanto riguarda le modalità di somministrazione di tali test, nel caso in cui fosse stato necessario del materiale visivo questo veniva presentato ai partecipanti tramite la funzione di condivisione dello schermo da parte del somministratore. Per il Mr. Peanut Test e il Flanker Task, invece, è stato utilizzato il software *Inquisit Web*. In questi casi sono stati condivisi con i partecipanti i relativi link di accesso per ogni test e, al momento della somministrazione, è stato richiesto ai soggetti di condividere il proprio schermo. Infine, per quanto riguarda i partecipanti con ASD, è stata effettuata un'ulteriore sessione in presenza per somministrare la Child Autism Rating Scale-2 (CARS-2), la quale richiede l'osservazione diretta del comportamento del partecipante.

Di seguito sono descritti brevemente i test utilizzati nel corso dello studio.

### *3.2.2.1. Ragionamento visuoperceptivo*

Per la valutazione delle abilità di ragionamento visuoperceptivo è stato utilizzato il subtest *Ragionamento con le matrici (RM)*, presente sia nelle scale WISC-IV che nelle scale WAIS-IV. Nella prova vengono presentate due tipologie di stimoli: item con matrici 2x2 e item che prevedono il completamento di una sequenza. In entrambi i casi, vengono presentate delle figure, le quali hanno un componente mancante: il compito del soggetto è quello di individuare l'immagine corretta per completare la matrice o la sequenza, scegliendo tra cinque figure numerate presentate al di sotto dell'item di riferimento. Sia nella WISC-IV che nella WAIS-IV, prima di iniziare con il compito vero e proprio vengono presentati due item di esempio. Se il soggetto è in grado di completare tali item correttamente, si individua l'item di inizio, che corrisponde all'item numero 4 nel caso della WAIS-IV e che può essere differente nella WISC-IV a seconda dell'età dell'individuo: infatti, coloro con un'età compresa tra i 6 e gli 8 anni cominceranno dall'item 4; tra 9 e 11 anni dall'item numero 7; tra 12 e 16 anni dall'item 11. Nel caso in cui il soggetto, indipendentemente dall'età, non dovesse ottenere un punteggio pieno in uno dei primi due item somministrati, allora è necessario presentare gli item precedenti in ordine inverso finché non si ottengono punteggi pieni in due item consecutivi. Per quanto riguarda i punteggi, viene assegnato un punteggio pari a 0 nel caso in cui il soggetto commette un errore e un punteggio pari a 1 se la risposta fornita è corretta. La prova viene interrotta quando il soggetto fornisce quattro risposte errate consecutivamente.



**Figura 3.1.** Esempi di item del subtest Ragionamento con matrici nella scala WAIS-IV (a) e nella scala WISC-IV (b).

### 3.2.2.2. Funzionamento intellettuale verbale

Al fine di valutare il funzionamento intellettuale verbale dei partecipanti è stato somministrato il subtest *Vocabolario (VC)* delle scale WISC-IV e WAIS-IV. In tale prova vengono proposte alcune parole al soggetto, il quale ha il compito di fornirne una definizione il più ricca possibile. Se la risposta risulta particolarmente superficiale, lo sperimentatore può cercare di approfondire la definizione fornita ponendo alcune domande. È importante però ricordare, in fase di scoring, se per un certo item è stata effettuata un'inchiesta. Il somministratore ha il compito di trascrivere tutto ciò che il partecipante riporta come definizione della parola target e, in base all'adeguatezza e alla completezza della risposta può fornire un punteggio che va da 0 a 2. La prova viene interrotta quando il partecipante ottiene un punteggio di 0 in tre item consecutivi nel caso della WAIS-IV o in cinque item consecutivi nel caso della WISC-IV.

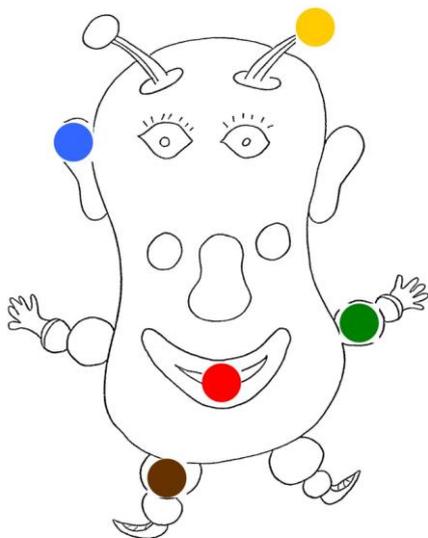
### 3.2.2.3. Memoria di lavoro verbale

Per la valutazione della Memoria di lavoro verbale (Verbal Working Memory, VWM) è stato utilizzato il subtest *Memoria Inversa di cifre (MI)* delle scale WISC-IV e WAIS-IV. Nello svolgimento di tale prova viene richiesto al partecipante di ripetere in ordine inverso una serie di numeri presentati verbalmente dallo sperimentatore. Sono presenti otto diversi livelli di difficoltà crescente, e ciascun livello comprende due item. Il numero di cifre da ricordare aumenta di una unità per ogni livello, dal primo livello in cui sono

presenti due cifre, fino all'ultimo livello in cui sono presenti nove cifre. Per ogni item viene assegnato un punto a ogni risposta corretta. La prova viene interrotta quando il soggetto ottiene un punteggio di 0 in entrambi gli item di un livello.

#### 3.2.2.4. Memoria di lavoro visuospatiale

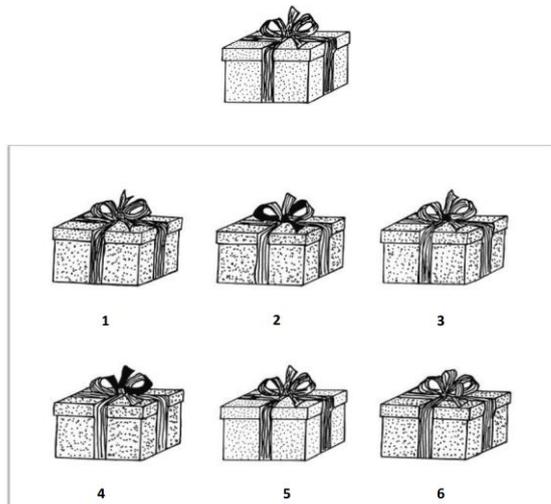
La Memoria di lavoro visuospatiale (*Visuospatial Working Memory*, VSWM) è stata valutata tramite la somministrazione di una versione computerizzata del *Mr. Peanut Test*. Ai partecipanti viene mostrato sullo schermo per 5 secondi un personaggio, Mr. Peanut, il quale presenta alcuni sticker colorati posizionati su varie parti del corpo (ad esempio, la bocca, il braccio o la gamba). Trascorso il tempo indicato, la figura scompare e riappare senza gli sticker colorati. Il compito dei partecipanti è quello di indicare dove fossero posizionati gli sticker e il loro colore. Anche in questo caso sono presenti 7 livelli di difficoltà (da 1 a 7 sticker colorati), ciascuno dei quali composto da tre item. Se il partecipante fornisce una risposta corretta ad almeno uno dei tre item, allora passa al livello successivo. La prova viene interrotta se il partecipante fallisce in tutti e tre gli item di un livello.



**Figura 3.2.** Esempio di item del Mr. Peanut Test.

### 3.2.2.5. Inibizione della risposta

Per quanto riguarda la valutazione delle capacità di inibizione della risposta è stato utilizzato il test MF-20. Tale strumento è stato proposto da Cornoldi e collaboratori nel 1996 ispirandosi al *Matching Familiar Figures Test* (MFFT, Kagan, 1966), e ha come scopo la valutazione di aspetti come l'impulsività, l'attenzione sostenuta e la ricerca visiva. Il test è composto da 20 item. In ogni item viene presentata una figura-modello al soggetto, il quale ha il compito di individuare tra altre 6 figure, posizionate più in basso, quella identica al modello proposto. Per ciascun item è stato registrato sia il tempo di risposta che il numero di errori commessi.



**Figura 3.3.** Esempio di item del test MF-20

### 3.2.2.6. Gestione dell'interferenza

Per la valutazione delle abilità di gestione delle interferenze è stato somministrato il Flanker Task. Tale test è stato presentato ai partecipanti tramite l'utilizzo del software *Inquisit*. Nel corso della prova appariva sullo schermo una serie orizzontale composta da cinque pesci, i quali potevano essere rivolti verso destra o verso sinistra. Inizialmente, i soggetti sono stati addestrati a premere la lettera A della tastiera del proprio computer se i pesci erano rivolti verso sinistra e a premere la lettera L se erano rivolti verso destra. Successivamente, è stato richiesto ai partecipanti di eseguire lo stesso compito,

focalizzando la propria attenzione solamente sul pesce posizionato al centro della serie. Durante la prova, sono state presentate due tipologie di item: congruenti e incongruenti. Nel caso degli item congruenti, tutti i cinque pesci presenti nella serie erano rivolti verso la medesima direzione. Nel caso degli item incongruenti, invece, i quattro pesci distrattori erano rivolti verso la direzione opposta rispetto al pesce target centrale. Tali tipologie sono state presentate, nel corso della prova, in maniera casuale. Prima di iniziare la prova effettiva, i partecipanti hanno avuto la possibilità di effettuare due sessioni di allenamento per familiarizzare con il compito. Nella prima sessione, veniva presentato un solo pesce, senza i distrattori, mentre nella seconda sessione venivano presentati tutti e cinque i pesci (Christ, Kester, Bodner & Miles, 2011).

#### *3.2.2.7. Abilità matematiche*

Nell'ambito delle abilità matematiche, vengono considerati due aspetti principali: i fatti aritmetici e i problemi matematici.

Per quanto riguarda la valutazione dei fatti aritmetici, sono stati utilizzati dei subtest appartenenti a tre batterie differenti in base all'età del partecipante: l'AC-MT 3 (Cornoldi et al., 2020) per i bambini frequentanti la Scuola Primaria e la Scuola Secondaria di Primo Grado; le prove MT-3 Clinica Avanzate (Cornoldi et al., 2017) per gli studenti frequentanti la Scuola Secondaria di Secondo Grado; la batteria LSC-SUA (Montesano et al., 2020), generalmente utilizzata per la valutazione delle abilità di calcolo, lettura, comprensione del testo e scrittura in studenti universitari e adulti. Tali prove hanno lo scopo di valutare l'abilità del soggetto di memorizzare e recuperare i fatti aritmetici, ovvero verificare se è in possesso delle informazioni necessarie per individuare il risultato dell'operazione presentata senza effettuare alcun calcolo. Nel corso delle varie prove, distinte in base all'età, vengono lette a voce alta al partecipante una serie di operazioni, alle quali è richiesto rispondere il più rapidamente possibile (nello specifico,

entro 3 secondi). Lo sperimentatore ha il compito di registrare la risposta del partecipante e indicare se tale risposta viene formulata oltre i 3 secondi forniti. Il punteggio totale consiste nel numero di risposte corrette fornite entro il tempo limite. Tale punteggio è stato successivamente trasformato in punti  $z$  secondo le norme dei vari test utilizzati.

→ 50 + 50 (100)	→ 9 + 7 (16)	→ 12 + 3 (15)	→ 17 - 8 (9)
→ 13 - 4 (9)	→ 12 - 5 (7)	→ 5 × 8 (40)	→ 7 × 9 (63)
→ 6 × 8 (48)	→ 20 : 5 (4)	→ 15 : 3 (5)	→ 12 : 4 (3)

**Figura 3.4.** Esempio di prova per la valutazione dei fatti aritmetici dal test AC-MT 3 per la classe quinta primaria.

Per la valutazione delle abilità di risoluzione di problemi matematici sono stati utilizzati alcuni subtest appartenenti ai Test di valutazione delle abilità di calcolo e soluzione di problemi (AC-MT 6-11, Cornoldi et al., 2012; AC-MT 11-14, Cornoldi et al., 2007), selezionando la batteria opportuna in base all'età del partecipante. Si sottolinea che i partecipanti frequentanti la Scuola Secondaria di Secondo Grado e l'Università non hanno preso parte a tale valutazione, vista la mancanza di test per tale fascia di età. La prova prevede la presentazione in forma scritta di alcuni problemi aritmetici, i quali devono essere risolti dai partecipanti. I soggetti, durante il compito, hanno la possibilità di trascrivere i procedimenti seguiti per arrivare alla soluzione del problema. Per valutare la procedura di risoluzione adottata, è stato richiesto ai partecipanti o ai loro genitori di condividere una fotografia dei fogli utilizzati. In tal modo è stato possibile compilare per ciascun partecipante una griglia osservativa per la prova di soluzione di problemi matematici. Il numero di problemi da risolvere varia in base all'età del partecipante: infatti, i bambini frequentati le classi terza, quarta e quinta della Scuola Primaria hanno dovuto risolvere cinque problemi matematici, con un tempo limite pari a 40 minuti, mentre ai partecipanti frequentanti la Scuola Superiore di Primo Grado sono stati presentati dieci problemi matematici, con un tempo limite pari a 30 minuti. Per quanto riguarda lo scoring delle prove, per ogni problema è stato assegnato un punto se sia il

risultato ottenuto che la procedura adottata per raggiungerlo erano corretti. Viene assegnato un punteggio pari a 0.5 punti nelle seguenti situazioni: quando la procedura adottata è corretta ma, per un errore di calcolo, il risultato è inesatto; quando vi è un'errata trascrizione dei dati da parte del partecipante; quando vi è un errore in un calcolo effettuato all'inizio della procedura risolutiva e che influenza negativamente il risultato finale.

1. Nella classe di Sara i maschi sono il doppio delle femmine.

*Se le femmine sono 9, quanti sono gli alunni della classe?*

---

**Figura 3.5.** Esempio di problema aritmetico tratto dal test AC-MT 6-11 per la classe quinta primaria.

### *3.3. Strategia analitica*

Per quanto riguarda la strategia adottata per l'analisi dei dati, inizialmente sono state calcolate le statistiche descrittive e le correlazioni di ordine zero tra le varie misure matematiche. Per verificare se vi fossero delle differenze tra i gruppi nelle misure matematiche legate alla risoluzione di problemi è stato effettuato un test *t* in modo da confrontare il gruppo con ASD e il gruppo TD. Successivamente, è stato analizzato l'effetto del gruppo (ASD oppure TD) e dei processi cognitivi dominio-generalisti e dei fatti aritmetici sull'abilità di risoluzione di problemi matematici, ed è stato valutato se il contributo dei diversi processi cognitivi variasse in base al gruppo. Per fare ciò, sono state effettuate delle correlazioni di ordine zero (Pearson) tra i processi cognitivi e l'abilità di risoluzione di problemi. Le variabili riguardanti le abilità matematiche sono state riportate in punti *z*, in quanto vari item sono stati somministrati a partecipanti con età differenti. Per considerare le diverse età dei partecipanti, sono stati calcolati i punteggi residui per ogni processo cognitivo tramite una serie di analisi di regressione, nelle quali l'età è considerata predittore e il punteggio grezzo relativo a ogni processo cognitivo come variabile dipendente. Per determinare il contributo del gruppo e di ogni processo cognitivo nei confronti dell'abilità di risoluzione di problemi matematici, sono state

effettuate una serie di regressioni lineari gerarchiche, in cui l'abilità di *problem solving* matematico è considerata come variabile dipendente, mentre le variabili indipendenti sono state inserite nel modello in tre blocchi: nel primo blocco sono state inserite il gruppo (ASD o TD) e Vocabolario; nel secondo blocco sono state inserite Ragionamento con le matrici, Fatti Aritmetici e punteggi residui dei processi cognitivi (inclusi uno a uno in regressioni separate); mentre l'interazione tra gruppi e i processi cognitivi è stata aggiunta nel terzo blocco.

### 3.4. Risultati

#### 3.4.1. Differenze tra gruppi nella risoluzione di problemi

La Tabella 3.2. mostra le statistiche descrittive (N, media, DS, minimo e massimo) delle misure legate alla risoluzione di problemi matematici e delle variabili cognitive per il gruppo con ASD e per il gruppo TD. Per esaminare le differenze tra i due gruppi nella risoluzione di problemi e in ogni variabile cognitiva è stato effettuato un test *t* per confrontare il gruppo con ASD e il gruppo TD.

Dai risultati è emerso come le uniche differenze a non essere statisticamente significative riguardano i punteggi ottenuti nel subtest Memoria inversa di cifre ( $t = 1.84$ ;  $p = 0.069$ ;  $g = 0.44$ ) e nel subtest Ragionamento con le matrici ( $t = -0.15$ ;  $p = 0.878$ ;  $g = -0.04$ ).

Per quanto riguarda i punteggi della prova utilizzata per la valutazione dei fatti aritmetici, vi è una differenza statisticamente significativa tra i due gruppi, con una dimensione dell'effetto piuttosto ampia ( $t = 8.12$ ;  $p < .001$ ;  $g = 2.00$ ). In particolare, il gruppo con ASD ha registrato dei punteggi medi inferiori rispetto al gruppo TD. Anche le prestazioni nei compiti di risoluzione di problemi matematici differiscono significativamente tra i due gruppi, con una dimensione dell'effetto elevata ( $t = 4.91$ ;  $p < .001$ ;  $g = 2.00$ ). Nello specifico, il gruppo TD ha mostrato delle prestazioni migliori

rispetto al gruppo con ASD. A proposito di tale risultato, è importante notare come l'ampiezza campionaria del gruppo TD è inferiore rispetto alle altre prove in quanto sono disponibili test per la valutazione delle abilità di risoluzione di problemi matematici solamente fino alla terza classe della Scuola Secondaria di Primo Grado. Di conseguenza, ai partecipanti frequentanti la Scuola Secondaria di Secondo Grado e l'Università non sono state somministrate alcuna prova per la valutazione delle abilità di *problem solving* matematico.

I due gruppi hanno riportato delle differenze statisticamente significative anche per quanto riguarda le prestazioni ottenute nel subtest Vocabolario ( $t = 2.32$ ;  $p < .05$ ;  $g = 0.56$ ). In particolare, il gruppo con ASD ha ottenuto dei punteggi medi inferiori rispetto al gruppo TD.

La differenza tra i due gruppi nei punteggi ottenuti nel Mr. Peanut test, utilizzato per la valutazione delle abilità di memoria di lavoro visuospaziale, è statisticamente significativa, con una dimensione dell'effetto moderata ( $t = 2.46$ ;  $p < .05$ ;  $g = 0.65$ ). Nello specifico, il gruppo TD ha ottenuto un punteggio medio maggiore rispetto al gruppo con ASD.

Per quanto riguarda i risultati ottenuti nella prova MF-20, utilizzata per la valutazione delle capacità di inibizione della risposta, è emersa una differenza statisticamente significativa tra i due gruppi nel numero medio di errori commessi ( $t = -2.72$ ;  $p < .01$ ;  $g = -0.67$ ). In particolare, il gruppo con ASD ha commesso un numero medio di errori più elevato rispetto al gruppo TD.

Infine, per quanto riguarda il Flanker Task, utilizzato per la misurazione delle abilità di gestione dell'interferenza, sono state registrate delle differenze statisticamente significative tra i due gruppi, con una dimensione dell'effetto grande ( $t = 3.34$ ;  $p < .01$ ;

$g = 0.86$ ). Nello specifico, il gruppo TD ha ottenuto un punteggio più elevato nell'accuratezza di risposta agli item di tipo incongruente.

**Tabella 3.2.** Abilità matematiche specifiche e variabili cognitive del gruppo con ASD e del gruppo TD.

Compito	Gruppo ASD					Gruppo TD					Test <i>t</i>	DE
	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>DS</i>	<i>Min</i>	<i>Max</i>	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>DS</i>	<i>Min</i>	<i>Max</i>		
<b>Fatti aritmetici</b>	24	-1.63	1.22	-3.50	1.09	52	0.18	0.71	-1.35	1.36	t(74) = 8.12 ***	2.00
<b>Problemi matematici</b>	18	-1.58	0.99	-2.53	1.37	27	-0.17	0.92	-1.46	1.58	t(43) = 4.91; ***	1.49
<b>MI_g</b>	26	6.88	2.14	3	13	52	7.75	1.86	4	12	t(76) = 1.84; p = 0.069	0.44
<b>MrC_cor</b>	22	6.32	2.88	3.00	13.00	51	8.12	2.70	3.00	16.00	t(71) = 2.56; *	0.65
<b>MF-20_e</b>	25	8.28	6.93	0	24	50	4.86	3.96	0	18	t(73) = -2.72 **	-0.67
<b>FL_pAI</b>	22	0.90	0.10	0.60	1.00	48	0.96	0.05	0.77	1.00	t(68) = 3.34; **	0.86

Note: ASD = Autism Spectrum Disorder; TD = Typical Development; N = numero totale di partecipanti; M = media; DS = deviazione standard; Min = minimo; Max = massimo; DE = dimensione dell'effetto (g di Hedges); \*p<.05 \*\*p<.01 \*\*\*p<.001; MI\_g = Memoria inversa; MrC\_cor = Mr. Peanut; MF-20\_e = MF-20 errori; FL\_pAI = Flanker accuratezza alle incongruenti.

### 3.4.2. Correlazioni di ordine zero (Pearson) tra l'abilità di risoluzione di problemi matematici e processi cognitivi di ordine generale e fatti aritmetici

Nella Tabella 3.3. si possono osservare le correlazioni di ordine zero (Pearson) tra l'abilità di risoluzione di problemi matematici e le variabili cognitive individuate. Sono state registrate delle correlazioni piuttosto alte e statisticamente significative tra tutte le variabili e le abilità di risoluzione di problemi matematici, con valori del coefficiente di correlazione  $r$  di Pearson che vanno da -0.41 a 0.69. In particolare, la variabile che presenta un indice di correlazione più alto è Fatti Aritmetici ( $r = 0.69; p < .001$ ), indicando che all'aumentare delle abilità legate al recupero dei fatti aritmetici si registra un aumento delle abilità di *problem solving* matematico. Un'ulteriore variabile che presenta una correlazione elevata con le capacità di risoluzione di problemi matematici è Vocabolario ( $r = .54; p < .001$ ). Anche le abilità di memoria di lavoro verbale e visuospatiale sono correlate positivamente con la risoluzione di problemi matematici ( $r = 0.46, p = 0.002$ ;  $r = 0.37, p = 0.019$ ). Ugualmente, le abilità di gestione dell'interferenza (Flanker Task) sembrano essere correlate con i processi di risoluzione di problemi aritmetici ( $r = 0.44; p = 0.004$ ), suggerendo che più un individuo è in grado di gestire l'interferenza nel corso di un compito, e più elevate sembrano essere le abilità di *problem solving* matematico. Anche le abilità di ragionamento visuoperceptivo, misurate tramite il subtest Ragionamento con le matrici, sembrano essere correlate con le abilità di risoluzione di problemi matematici ( $r = 0.29; p = 0.049$ ). L'unica correlazione negativa statisticamente significativa risulta essere tra il numero di errori compiuti nel compito MF-20, utilizzato per misurare le abilità di inibizione della risposta, e l'abilità di risoluzione di problemi ( $r = -0.41; p = 0.007$ ). In questo senso, più il numero di errori compiuti è elevato e inferiori saranno le abilità risolutive.

**Tabella 3.3.** Correlazioni di ordine zero (Pearson) tra l'abilità di risoluzione di problemi e i processi cognitivi a dominio generale e specifico.

<b>Problemi matematici</b>		
<b>Fatti aritmetici</b>	<i>r</i> di Pearson	0.69***
	Valore di <i>p</i>	< .001
<b>RM</b>	<i>r</i> di Pearson	0.29*
	Valore di <i>p</i>	0.049
<b>Vocabolario</b>	<i>r</i> di Pearson	0.54***
	Valore di <i>p</i>	< .001
<b>MI_g</b>	<i>r</i> di Pearson	0.46**
	Valore di <i>p</i>	0.002
<b>MrC_cor</b>	<i>r</i> di Pearson	0.37*
	Valore di <i>p</i>	0.019
<b>MF-20_e</b>	<i>r</i> di Pearson	-0.41**
	Valore di <i>p</i>	0.007
<b>FL_pAI</b>	<i>r</i> di Pearson	0.44**
	Valore di <i>p</i>	0.004

Note: \* $p < .05$  \*\* $p < .01$  \*\*\* $p < .001$ ; RM = Ragionamento con matrici; MI\_g = Memoria inversa; MrC\_cor = Mr. Peanut; MF-20\_e = MF-20 errori; FL\_pAI = Flanker accuratezza alle incongruenti

### *3.4.3. Regressioni lineari gerarchiche: il contributo del gruppo e dei processi cognitivi sull'abilità di risoluzione di problemi matematici*

Come mostrato nelle tabelle 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.8, 3.9 e 3.10, sono state effettuate una serie di regressioni lineari gerarchiche in cui l'abilità di risoluzione di problemi matematici è considerata come variabile dipendente. Nella prima regressione lineare gerarchica è stato analizzato il ruolo del gruppo e del vocabolario, considerandole come variabili indipendenti nel primo blocco e inserendo la loro interazione nel secondo blocco. Nelle regressioni successive, Gruppo e Vocabolario (qui considerate come covariate, in quanto i due gruppi differivano significativamente in tale misura) sono state inserite come variabili indipendenti nel primo blocco; il ragionamento visuoperceptivo, i fatti aritmetici e i punteggi residui dei vari processi cognitivi (inseriti uno a uno in regressioni separate) sono stati inseriti nel secondo blocco; l'interazione tra il gruppo e i processi cognitivi è stata inserita nel terzo blocco.

**Contributo di Gruppo e Vocabolario nell'abilità di risoluzione di problemi matematici.** Il primo modello di regressione (tabella 3.4.), in cui sono stati considerati Gruppo e Vocabolario come variabili indipendenti nel primo blocco, permette di spiegare il 42% della varianza. Entrambe le variabili Gruppo e Vocabolario sono risultate essere dei predittori statisticamente significativi. Nel secondo blocco, l'interazione tra Gruppo e Vocabolario non è risultata essere un predittore significativo e non ha aumentato la quantità di varianza spiegata. Tale aspetto indica che l'associazione tra Vocabolario e Problemi matematici è simile in entrambi i gruppi. Il modello finale permette di spiegare il 42% della varianza.

**Tabella 3.4.** Contributo di gruppo e vocabolario nell'abilità di *problem solving* matematico.

		<b>Problemi matematici</b>		
		F(3,41) = 11.51		
		p<.001    R <sup>2</sup> <sub>adj</sub> = 0.42		
		R <sup>2</sup> $\Delta$ <.001		
	<b>VI</b>	<b>b</b>	<b>ES</b>	<b><math>\beta</math></b>
<b>Blocco 1</b>	Gruppo	-1.05	0.30	-0.90**
	Vocabolario	0.12	0.04	0.35**
<b>Blocco 1&amp;2</b>	Gruppo	-0.87	1.08	-0.91
	Vocabolario	0.13	0.07	0.37
	Gruppo*Vocabolario	-0.02	0.09	-0.05

Note: \*p<.05 \*\*p<.01 \*\*\*p<.001; ES = Errore Standard.

**Contributo di Gruppo, Vocabolario e Ragionamento con matrici nell'abilità di risoluzione di problemi matematici.** Come si può osservare nella tabella 3.5., la variabile Ragionamento con matrici, inserita nel secondo blocco come variabile indipendente, non è risultata un predittore statisticamente significativo e non ha aumentato la quantità di varianza spiegata nel primo blocco in cui erano incluse solamente le variabili Gruppo e Vocabolario. L'interazione tra Gruppo e Ragionamento con matrici non è risultata statisticamente significativa e non ha aumentato la quantità di varianza spiegata. Il modello finale permette di spiegare il 45% della varianza.

**Tabella 3.5.** Contributo di Gruppo, Vocabolario e Ragionamento con matrici nell'abilità di risoluzione di problemi matematici.

		<b>Problemi matematici</b>		
		F(4,40) = 9.88		
		p < .001    R <sup>2</sup> <sub>adj</sub> = 0.45		
		R <sup>2</sup> $\Delta$ = 0.03; 0.01		
	<b>VI</b>	<b>b</b>	<b>ES</b>	<b><math>\beta</math></b>
<b>Blocco 1</b>	Gruppo	-1.05	0.30	-0.90**
	Vocabolario	0.12	0.04	0.35**
<b>Blocco 1&amp;2</b>	Gruppo	-1.11	-3.77	-0.95***
	Vocabolario	0.10	2.11	0.28*
	RM	0.09	1.62	0.19
<b>Blocco 1&amp;2&amp;3</b>	Gruppo	-2.19	1.44	-0.93
	Vocabolario	0.10	0.05	0.30*
	RM	0.04	0.09	0.08
	Gruppo*RM	0.08	0.11	0.18

Note: \*p < .05 \*\*p < .01 \*\*\*p < .001; RM = Ragionamento con matrici; ES = Errore Standard.

**Contributo di Gruppo, Vocabolario e Fatti Aritmetici nell'abilità di risoluzione di problemi matematici.** Come si può osservare nella tabella 3.6., la variabile Fatti Aritmetici, inserita nel secondo blocco come variabile indipendente, è risultata un predittore statisticamente significativo e contribuisce significativamente alla quantità di varianza spiegata rispetto al primo blocco in cui erano incluse solamente le variabili Gruppo e Vocabolario. L'interazione tra le variabili Gruppo e Fatti Aritmetici non è risultata statisticamente significativa e non ha aumentato la quantità di varianza spiegata. Il modello finale permette di spiegare il 54% della varianza.

**Tabella 3.6.** Contributo di Gruppo, Vocabolario e Fatti Aritmetici nell'abilità di risoluzione di problemi matematici.

		<b>Problemi matematici</b>		
		F(4,38) = 13.38		
		P < .001    R <sup>2</sup> <sub>adj</sub> = 0.54		
		R <sup>2</sup> Δ = 0.12; < 0.001		
	<b>VI</b>	<b>b</b>	<b>ES</b>	<b>β</b>
<b>Blocco 1</b>	Gruppo	-0.83	0.31	-0.73*
	Vocabolario	0.15	0.04	0.43**
<b>Blocco 1&amp;2</b>	Gruppo	-0.19	0.33	-0.17
	Vocabolario	0.11	0.04	0.34*
	Fatti Aritmetici	0.43	0.13	0.48**
<b>Blocco 1&amp;2&amp;3</b>	Gruppo	-0.14	0.35	-0.17
	Vocabolario	0.11	0.04	0.32*
	Fatti Aritmetici	0.35	0.20	0.40
	Gruppo*Fatti Aritmetici	0.13	0.27	0.14

Note: \*p< .05 \*\*p< .01 \*\*\*p< .001; ES = Errore Standard.

**Contributo di Gruppo, Vocabolario e Memoria di lavoro verbale (Verbal Working Memory, VWM) nell'abilità di risoluzione di problemi matematici.** Come si può osservare nella tabella 3.7., la variabile Memoria di lavoro verbale (VWM), inserita come variabile indipendente nel secondo blocco, è risultata essere un predittore significativo e contribuisce significativamente alla quantità di varianza spiegata rispetto al primo blocco in cui erano incluse solamente le variabili Gruppo e Vocabolario. L'interazione tra le variabili Gruppo e Memoria di lavoro verbale non è risultata statisticamente significativa e non ha aumentato la quantità di varianza spiegata. Il modello finale permette di spiegare il 55% della varianza.

**Tabella 3.7.** Contributo di Gruppo, Vocabolario e Memoria di lavoro verbale (Verbal Working Memory, VWM) nell'abilità di risoluzione di problemi matematici.

		<b>Problemi matematici</b>		
		F(4,40) = 14.19		
		P < .001    R <sup>2</sup> <sub>adj</sub> = 0.55		
		R <sup>2</sup> $\Delta$ = 0.10; 0.03		
	<b>VI</b>	<b>b</b>	<b>ES</b>	<b><math>\beta</math></b>
<b>Blocco 1</b>	Gruppo	-1.05	0.30	-0.90**
	Vocabolario	0.12	0.04	0.35**
<b>Blocco 1&amp;2</b>	Gruppo	-0.96	0.28	-0.82**
	Vocabolario	0.11	0.04	0.30*
	VWM	0.22	0.07	0.32**
<b>Blocco 1&amp;2&amp;3</b>	Gruppo	-1.12	0.28	-0.85***
	Vocabolario	0.09	0.04	0.26*
	VWM	0.07	0.11	0.10
	Gruppo*VWM	0.27	0.14	0.39

Note: \*p < .05 \*\*p < .01 \*\*\*p < .001; VWM = Verbal Working Memory, Memoria di lavoro verbale; ES = Errore Standard.

**Contributo di Gruppo, Vocabolario e Memoria di lavoro visuospatiale (Visuospatial Working Memory, VSWM) nell'abilità di risoluzione di problemi matematici.** Come si può osservare nella tabella 3.8., la variabile Memoria di lavoro visuospatiale, inserita nel secondo blocco come variabile indipendente, non è risultata un predittore statisticamente significativo e non ha aumentato la quantità di varianza spiegata nel primo blocco in cui erano incluse solamente le variabili Gruppo e Vocabolario. L'interazione tra Gruppo e Memoria di lavoro visuospatiale non è risultata statisticamente significativa e non ha aumentato la quantità di varianza spiegata. Il modello finale permette di spiegare il 50% della varianza.

**Tabella 3.8.** Contributo di Gruppo, Vocabolario e Memoria di lavoro visuospatiale (Visuospatial Working Memory, VSWM) nell'abilità di risoluzione di problemi matematici.

<b>Problemi matematici</b>				
F(4,36) = 9.02				
P < .001     R <sup>2</sup> <sub>adj</sub> = 0.50				
R <sup>2</sup> Δ = 0.01; 0.04				
	<b>VI</b>	<b>b</b>	<b>ES</b>	<b>β</b>
<b>Blocco 1</b>	Gruppo	-1.11	0.32	-0.94**
	Vocabolario	0.14	0.05	0.35*
<b>Blocco 1&amp;2</b>	Gruppo	-1.00	0.34	-0.85**
	Vocabolario	0.14	0.05	0.34*
	VSWM	0.06	0.07	0.12
<b>Blocco 1&amp;2&amp;3</b>	Gruppo	-0.97	0.33	-0.81**
	Vocabolario	0.14	0.05	0.36**
	VSWM	-0.06	0.10	-0.11
	Gruppo*VSWM	0.22	0.13	0.42

Note: \*p< .05 \*\*p< .01 \*\*\*p< .001; VSWM = Visuospatial Working Memory, Memoria di lavoro visuospatiale; ES = Errore Standard.

**Contributo di Gruppo, Vocabolario e misure del controllo inibitorio nell'abilità di risoluzione di problemi matematici.** Come si può osservare nella tabella 3.8. e nella tabella 3.9., entrambe le misure di controllo inibitorio, ovvero gli errori commessi nella prova MF-20 e l'accuratezza delle risposte nelle condizioni incongruenti durante il Flanker Task, inserite nel secondo blocco, non sono risultate dei predittori statisticamente significativi e non hanno contribuito alla quantità di varianza spiegata dalle variabili Gruppo e Vocabolario nel primo blocco. Inoltre, anche la loro interazione con la variabile Gruppo non è risultata un predittore statisticamente significativo dell'abilità di *problem solving* matematico e non ha aumentato la quantità di varianza spiegata. I modelli finali permettono di spiegare il 44% della varianza nel caso della prova MF-20 e il 50% della varianza nel caso del Flanker Task.

**Tabella 3.9.** Contributo di Gruppo, Vocabolario e Abilità di inibizione della risposta (MF-20) nell'abilità di risoluzione di problemi matematici.

		<b>Problemi matematici</b>		
		F(4,37) = 9.03		
		P < .001    R <sup>2</sup> <sub>adj</sub> = 0.44		
		R <sup>2</sup> $\Delta$ = 0.03; 0.01		
	<b>VI</b>	<b>b</b>	<b>ES</b>	<b><math>\beta</math></b>
<b>Blocco 1</b>	Gruppo	-1.02	0.31	-0.86**
	Vocabolario	0.14	0.05	0.37**
<b>Blocco 1&amp;2</b>	Gruppo	-0.90	0.32	-0.76**
	Vocabolario	0.12	0.05	0.33*
	MF-20_e	-0.05	0.03	-0.20
<b>Blocco 1&amp;2&amp;3</b>	Gruppo	-1.01	0.34	-0.78**
	Vocabolario	0.12	0.05	0.33*
	MF-20_e	-0.01	0.05	-0.05
	Gruppo*MF-20_e	-0.05	0.07	-0.21

Note: \*p< .05 \*\*p< .01 \*\*\*p< .001; MF-20\_e = MF-20 errori; ES = Errore Standard.

**Tabella 3.10.** Contributo di Gruppo, Vocabolario e Abilità di gestione dell'interferenza (Flanker Task) nell'abilità di risoluzione di problemi matematici.

		<b>Problemi matematici</b>		
		F(4,35) = 10.70		
		P < .001    R <sup>2</sup> <sub>adj</sub> = 0.50		
		R <sup>2</sup> Δ = 0.04; 0.01		
	<b>VI</b>	<b>b</b>	<b>ES</b>	<b>β</b>
<b>Blocco 1</b>	Gruppo	-1.13	0.32	-0.94***
	Vocabolario	0.14	0.05	0.37**
<b>Blocco 1&amp;2</b>	Gruppo	-0.87	0.34	-0.72*
	Vocabolario	0.15	0.05	0.39**
	Flanker_AI	3.26	1.77	0.23
<b>Blocco 1&amp;2&amp;3</b>	Gruppo	-0.92	0.34	-0.78*
	Vocabolario	0.14	0.05	0.37**
	Flanker_AI	0.03	3.95	0.00
	Gruppo*Flanker_AI	4.04	4.41	0.29

Note: \*p < .05 \*\*p < .01 \*\*\*p < .001; Flanker\_AI = Flanker accuratezza alle incongruenti; ES = Errore Standard.

### 3.5. *Discussione*

Nel presente studio si è cercato di comprendere quali processi cognitivi contribuissero a determinare le abilità di risoluzione di problemi matematici negli individui, sia a sviluppo tipico che con ASD. Nello specifico, sono stati presi in considerazione le seguenti abilità: i fatti aritmetici, il vocabolario, il ragionamento visuoperceptivo, il funzionamento intellettuale verbale, la memoria di lavoro verbale, la memoria di lavoro visuospatiale, l'inibizione della risposta e il controllo dell'interferenza. Inoltre, si è cercato di comprendere se le associazioni osservate differissero tra i due gruppi.

Dai risultati è emerso come il gruppo con ASD e il gruppo TD differissero in maniera statisticamente significativa in tutte le abilità valutate, ad eccezione della Memoria di lavoro verbale, in cui non sono emerse particolari differenze tra i due gruppi. In relazione a tale aspetto, è importante sottolineare come i risultati ottenuti siano al limite della significatività. Il fatto di non aver osservato una differenza statisticamente

significativa tra i due gruppi potrebbe dipendere dalla ridotta ampiezza campionaria. Tale risultato sembra essere in linea con le meta-analisi condotte da Wang et al. (2017) e da Habib et al. (2019), nelle quali è emerso come gli individui con ASD presentano un generale deficit nelle abilità di memoria di lavoro, il quale sembra essere più marcato nella componente visuospaziale della memoria di lavoro rispetto a quella verbale.

Per quanto riguarda le variabili risultate statisticamente significative (ovvero, Fatti Aritmetici, Problemi matematici, Vocabolario, Memoria di lavoro visuospaziale, Inibizione della risposta e Gestione dell'interferenza), in tutte le prove il gruppo con ASD ha ottenuto dei punteggi medi significativamente inferiori rispetto al gruppo TD. Tali risultati sembrano essere in linea con quelli ottenuti in altri studi (Bae et al, 2015; Polo-Blanco, 2022; Tonizzi & Usai, 2023; Tonizzi et al., 2021; Wang et al., 2018; Wang et al., 2022), in cui è emerso come gli individui con autismo presentano spesso difficoltà legate al funzionamento esecutivo, le quali possono avere ripercussioni sulle abilità matematiche della suddetta popolazione. Infatti, specificatamente in relazione all'abilità di risoluzione di problemi aritmetici, i deficit a livello della memoria di lavoro visuospaziale potrebbero compromettere la capacità di rappresentare e organizzare mentalmente il problema, mentre un funzionamento deficitario dei processi inibitori potrebbe inficiare il processo di selezione delle informazioni rilevanti per la risoluzione presentate nel testo del problema. Il legame tra tali abilità e la risoluzione di problemi matematici si evince anche dai coefficienti di correlazione presentati nella tabella 3.3., in cui tutte le correlazioni sono risultate statisticamente significative. In particolare, si evince come più sono elevate le abilità prese in considerazione, e maggiori sembrano essere le competenze osservate nei partecipanti in relazione alla risoluzione di problemi matematici.

La prima analisi di regressione ha permesso di riscontrare come sia la variabile Gruppo che la variabile Vocabolario fossero dei predittori statisticamente significativi in grado di spiegare il 42% della varianza dei punteggi osservati nelle prove utilizzate per valutare le abilità di risoluzione di problemi matematici. Dalle successive regressioni lineari è stato possibile osservare come le uniche variabili statisticamente significative nel contribuire alla spiegazione della varianza dei punteggi osservati fossero Fatti Aritmetici e Memoria di lavoro verbale. Tuttavia, le singole interazioni tra tali variabili e la variabile Gruppo non sono risultate statisticamente significative. Ciò indica che le associazioni osservate tra le variabili individuate e l'abilità di risoluzione di problemi matematici sono simili in entrambi i gruppi. In altre parole, nonostante le differenze osservate nelle abilità di *problem solving* matematico tra i due gruppi, in termini di prestazioni inferiori nel gruppo con autismo rispetto al gruppo di controllo a sviluppo tipico, gli aspetti legati al vocabolario, ai fatti aritmetici e alla memoria di lavoro verbale influenzano tali abilità allo stesso modo in entrambe le popolazioni. Tali risultati sono solo parzialmente in linea con altri studi presentati in precedenza. Ad esempio, nello studio condotto da Polo-Blanco e collaboratrici (2022) è emerso che, oltre alle abilità di memoria di lavoro e alle competenze verbali, anche le componenti esecutive di inibizione della risposta e flessibilità cognitiva giocano un ruolo fondamentale nella definizione delle prestazioni nei compiti di risoluzione di problemi matematici. Tuttavia, nel presente studio entrambe le componenti inibitorie prese in esame (ovvero, inibizione della risposta e gestione dell'interferenza) non sono risultate dei predittori statisticamente significativi. Similmente, Oswald e collaboratori (2016) hanno rilevato che oltre alle abilità verbali e alla memoria di lavoro, anche il ragionamento visuoperceptivo svolge un ruolo chiave nel determinare le abilità di *problem solving* matematico. È importante però ricordare come una mancanza di significatività possa derivare dalla ridotta ampiezza campionaria: infatti,

la presenza di un campione poco numeroso potrebbe impedire il rilevamento di risultati statisticamente significativi, specialmente nel caso in cui la relazione presa in esame sia particolarmente debole nella popolazione di riferimento.

Riassumendo, il presente studio ha permesso di osservare come gli individui con un Disturbo dello Spettro Autistico sembrano avere delle prestazioni inferiori rispetto ai pari a sviluppo tipico nello svolgimento di compiti che prevedono la risoluzione di problemi matematici. Le abilità di *problem solving* correlano significativamente con le capacità di recuperare i fatti aritmetici, con le abilità di memoria di lavoro verbale e visuospatiale, con le abilità di ragionamento visuoperceptivo, con il funzionamento intellettivo verbale, con le abilità di inibizione della risposta e di gestione dell'interferenza. Tuttavia, le uniche variabili che sono risultate in grado di predire le prestazioni in compiti di risoluzione di problemi matematici, allo stesso modo in entrambi i gruppi, sono i Fatti Aritmetici, il Vocabolario e la Memoria di lavoro verbale.

### *3.6. Limiti e sviluppi futuri*

Oltre ai risultati ottenuti, è importante riportare anche le limitazioni che hanno caratterizzato il presente studio. Innanzitutto, il campione di riferimento presenta una numerosità piuttosto contenuta e ciò può comportare delle difficoltà nella possibilità di generalizzare i risultati osservati alla popolazione generale. Inoltre, è importante considerare che, se l'ampiezza campionaria non è sufficientemente ampia, si corre il rischio di ottenere dei falsi negativi, ovvero di considerare un fenomeno come inesistente quando in realtà esiste. Perciò, in studi futuri sarebbe auspicabile reclutare un campione con un'ampiezza più elevata.

Un ulteriore limite legato al campione fa riferimento alla fascia d'età considerata, la quale risulta essere molto ampia (Gruppo TD: 6.11–21.15; Gruppo ASD: 6.17–21.35). Tale aspetto non ha permesso di riconoscere eventuali differenze nelle prestazioni alle

varie prove in base all'età dei partecipanti. Come già hanno sottolineato Tonizzi e Usai (2023), specialmente nei casi di autismo, alcune difficoltà in ambito matematico potrebbero non presentarsi prima di una certa età o fino al momento in cui si presenta la necessità di utilizzare un pensiero più astratto. Potrebbe essere interessante replicare la ricerca considerando delle fasce d'età più ristrette, in modo tale da poter valutare se vi siano delle differenze in base all'età e comprendere se alcune difficoltà, presentatesi in un determinato momento, possano diminuire o aumentare con il proseguimento dello sviluppo.

Un limite legato alla procedura adottata nel corso dello studio riguarda la modalità di somministrazione delle prove tramite videochiamata. All'inizio dello studio, per via della situazione pandemica, tale modalità si è rivelata particolarmente utile nonché sicura, ed è stata mantenuta per l'intera durata dello studio al fine di evitare bias legati alla modalità di somministrazione. Nonostante gli incontri online fossero più semplici da organizzare, specialmente per coloro che si trovavano fuori città, si sono presentate alcune difficoltà legate a tale metodologia. L'utilizzo del computer può risultare particolarmente difficile per i bambini più piccoli, i quali potrebbero non avere una grande familiarità con lo strumento. Per questo motivo, talvolta si è rivelata necessaria la presenza di almeno un genitore che potesse aiutare il figlio nel prepararsi allo svolgimento della prova. Inoltre, sempre con i bambini più piccoli, vi sono stati casi in cui è risultato particolarmente difficile mantenere sostenuta la loro attenzione, vista la presenza di elementi distraenti nell'ambiente circostante. Tale problematica è risultata ancora più rilevante nei casi di autismo, in cui le difficoltà a mantenere l'attenzione sostenuta sono intrinseche al disturbo stesso. La possibilità di effettuare le somministrazioni previste in un ambiente adeguato, privo di stimoli che potrebbero distrarre il partecipante, permetterebbe di mantenere

focalizzata l'attenzione dei soggetti sul compito, evitando inoltre un sovraccarico della memoria di lavoro.

Infine, per quanto riguarda le prove utilizzate, un limite riguarda l'assenza di strumenti finalizzati alla valutazione delle abilità di *problem solving* matematico nei soggetti frequentanti la Scuola Secondaria di Secondo Grado e l'Università. Tale aspetto ha fatto sì che i partecipanti appartenenti alla corrispondente fascia d'età non prendessero parte alla specifica valutazione. Individuare delle prove adeguate per ciascuna fascia di età permetterebbe, in studi futuri, una rilevazione più adeguata e precisa delle prestazioni dei soggetti nei vari compiti proposti, in modo da raggiungere una conoscenza più dettagliata del fenomeno in esame.

## **Conclusioni**

Nel presente elaborato si è cercato di comprendere quali sono i processi cognitivi più importanti nella definizione delle abilità di *problem solving* matematico negli individui a sviluppo tipico e in coloro con un Disturbo dello Spettro Autistico, e se vi siano delle differenze tra i due gruppi riguardo alle associazioni osservate.

Le abilità di risoluzione di problemi matematici differiscono significativamente tra i due gruppi, con gli individui a sviluppo tipico che mostrano delle prestazioni migliori. I processi cognitivi coinvolti nei compiti di risoluzione di problemi riguardano le abilità di recupero dei fatti aritmetici, le abilità di memoria di lavoro sia verbale che visuospaziale, le abilità di controllo inibitorio (nello specifico, inibizione della risposta e gestione dell'interferenza) e le abilità di vocabolario. I risultati del presente studio hanno permesso di evidenziare come le variabili che maggiormente contribuiscono alla spiegazione della varianza osservata, oltre al gruppo di appartenenza, sono il Vocabolario, i Fatti Aritmetici e la Memoria di lavoro verbale. Tali risultati, come riportato nel capitolo precedente, sono in linea con altri studi che hanno valutato i processi cognitivi implicati nella risoluzione di problemi matematici, tuttavia è importante sottolineare come la mancanza di significatività in alcune variabili può dipendere dall'ampiezza limitata del campione. Inoltre, potrebbe essere interessante restringere la fascia d'età in considerazione in modo da permettere un'individuazione più precisa dei processi coinvolti.

## Bibliografia

- American Psychiatric Association (2013), tr. it. *DSM-5, Manuale diagnostico e statistico dei disturbi mentali*, Raffaello Cortina, Milano, 2004.
- Andersson, U. (2007). The contribution of working memory to children's mathematical word problem solving. *Applied Cognitive Psychology*, 21(9), 1202-1212. <https://doi.org/10.1002/acp.1317>
- Artzt, A.F., Armour-Thomas, E. (1992). Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small groups. *Cognition and Instruction*, 9(2), 137-175. [https://doi.org/10.1207/s1532690xci0902\\_3](https://doi.org/10.1207/s1532690xci0902_3)
- Ashcraft, M.H. (2002). Math Anxiety: Personal, Educational, and Cognitive Consequences. *Current Directions in Psychological Science*, 11(5), 181-185. <https://doi.org/10.1111/1467-8721.00196>
- Baddeley, A.D., Hitch, G. (1974). "Working memory", in Bower, G. A. (ed.), *Recent Advances in learning and motivation*, Vol. 8. New York: Academic Press, pp. 47-90.
- Baddeley, A.D., Logie, R. H. (1999). "Working memory: The multiple-component model", in Miyake, A., Shah, P. (eds.), *Models of working memory*. Cambridge: Cambridge University Press, pp. 28-61.
- Bae, Y.S., Chiang, H.M., Hickson, L. (2015). Mathematical Word Problem Solving Ability of Children with Autism Spectrum Disorder and their Typically Developing Peers. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, 45(7), 2200-2008. <https://doi.org/10.1007/s10803-015-2387-8>
- Baio, J., Wiggins, L., Christensen, D.L., Maenner, M. J., Daniels, J., Warren, Z., et al. (2018). Prevalence of Autism Spectrum Disorder Among Children Aged 8 Years - Autism and Developmental Disabilities Monitoring Network, 11 Sites, United States, 2014. *Morbidity and mortality weekly report. Surveillance summaries (Washington, D.C.: 2002)*, 67(6), 1-23. <https://doi.org/10.15585/mmwr.ss6706a1>
- Barale, F., Ucelli, S. (2006). "La debolezza piena. Il disturbo autistico dall'infanzia all'età adulta", in Ballerini, A., Barale, F., Gallese, V., Ucelli, S., *Autismo. L'umanità nascosta*, Einaudi, pp. 51-206.
- Baron-Cohen, S., Leslie, A.M., Frith, U. (1985). Does the autistic child have a "theory of mind"? *Cognition*, 21, 37-46. [https://psycnet.apa.org/doi/10.1016/0010-0277\(85\)90022-8](https://psycnet.apa.org/doi/10.1016/0010-0277(85)90022-8)
- Baron-Cohen, S., Wheelwright, S., Burtenshaw, A., Hobson, E. (2007). Mathematical Talent is Linked to Autism. *Human Nature*, 18(2), 125-131. <https://doi.org/10.1007/s12110-007-9014-0>
- Bertelli, B., Bilancia, G., Majorano, M., Pettenati, P. (2007). Una batteria per la valutazione della memoria di lavoro in età evolutiva: studio su un campione di bambini italiani fra i 5 e i 12 anni. *Giornale Italiano di Psicologia*, 34(4), 941-963.

- Bull, R., Johnston, R. S., Roy, J. A. (1999). Exploring the roles of the visual-spatial sketch pad and central executive in children's arithmetical skills: views from cognition and developmental neuropsychology. *Developmental Neuropsychology*, 15(3), 421-442. <https://doi.org/10.1080/87565649909540759>
- Camaioni, L., Perucchini, P., Muratori, F., Milone, A. (1997). Brief Report: A Longitudinal Examination of the Communicative Gestures Deficit in Young Children with Autism. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, 27(6), 715-725. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1023/A:1025858917000>
- Carpenter, T. P., Moser, J. M. (1983), "The acquisition of Addition and Subtraction Concepts", in Lesh, R., Landau, M. (eds.), *The Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, Academic Press, New York, pp. 7-44.
- Cattaneo, L., Rizzolatti, G. (2009). The Mirror Neuron System. *Archives of Neurology*, 66(5), 557-560. <https://doi.org/10.1001/archneurol.2009.41>
- Christ, S. E., Kester, L. E., Bodner, K. E., Miles, J. H. (2011). Evidence for selective inhibitory impairment in individuals with autism spectrum disorder. *Neuropsychology*, 25(6), 690–701. <https://doi.org/10.1037/a0024256>
- Dapretto, M., Davies, M.S., Pfeifer, J.H., Scott, A.A., Sigman, M., Bookheimer, S.Y., Iacoboni, M. (2006). Understanding emotions in others: mirror neuron dysfunction in children with autism spectrum disorders. *Nature Neuroscience*, 9(1), 28-30. <https://doi.org/10.1038/nn1611>
- De Santa, A. N., Roazzi, A., Nobre, A.P.M.C. (2022). The relationship between cognitive flexibility and mathematical performance in children: A meta-analysis. *Trends in Neuroscience and Education*, 28. <https://doi.org/10.1016/j.tine.2022.100179>
- Diamond, A. (2013). Executive Functions. *Annual Review of Psychology*, 64, 135-168, <https://doi.org/10.1146%2Fannurev-psych-113011-143750>
- Edelson, M.G. (2006). Are the Majority of Children With Autism Mentally Retarded? A Systematic Evaluation of the Data. *Focus on Autism and Other Developmental Disabilities*, 21(2), 66–83. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1177/10883576060210020301>
- Eigsti, I.-M., de Marchena, A. B., Schuh, J. M., Kelley, E. (2011). Language acquisition in autism spectrum disorders: A developmental review. *Research in Autism Spectrum Disorders*, 5(2), 681–691. <https://doi.org/10.1016/j.rasd.2010.09.001>
- Fuchs, L. S., Fuchs, D. (2002). Mathematical problem-solving profiles of students with mathematics disabilities with and without comorbid reading disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 35(6). <https://doi.org/10.1177/00222194020350060701>
- Fürst, A. J., Hitch, G. J. (2000). Separate roles for executive and phonological components of working memory in mental arithmetic. *Memory & Cognition*, 28(5), 774-782. <https://doi.org/10.3758/bf03198412>
- Gandolfi, E., Usai, M. C. (2022). "Traiettorie evolutive nello sviluppo tipico delle funzioni esecutive", in: Marzocchi, G. M., Pecini, C., Usai, M. C., Viterbori, P. (a

cura di), *Le funzioni esecutive nei disturbi del neurosviluppo. Dalla valutazione all'intervento*, Hogrefe, Firenze, pp. 37-47.

- Habib, A., Harris, L., Pollick, F., Melville, C. (2019). A meta-analysis of working memory in individuals with autism spectrum disorders. *PLoS ONE*, 14(4). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0216198>
- Harris, J. (2018). Leo Kanner and autism: a 75-year perspective. *International Review of Psychiatry*, 30(1), 3–17. <https://doi.org/10.1080/09540261.2018.1455646>
- Hegarty, M., Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual–spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 91(4), 684–689. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.91.4.684>
- Hill, E.L. (2004). Evaluating the theory of executive dysfunction in autism. *Developmental Review*, 24(2), 189–233. <https://doi.org/10.1016/j.dr.2004.01.001>
- Hutchins, T.L., Prelock, P.A., Bonazinga, L. (2011). Psychometric Evaluation of the Theory of Mind Inventory (ToMI): A Study of Typically Developing Children and Children with Autism Spectrum Disorder. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, 42(3), 327-341. <https://doi.org/10.1007/s10803-011-1244-7>
- Iuculano, T., Rosenberg-Lee, M., Supekar, K., Lynch, C. J., Khouzam, A., Philips, J., Uddin, L. Q., Menon, V. (2014). Brain Organization Underlying Superior Mathematical Abilities in Children with Autism. *Biological Psychiatry*, 75(3), 223-230. <https://doi.org/10.1016/j.biopsych.2013.06.018>
- Jones, C.R.G., Simonoff, E., Baird, G., Pickles, A., Marsden, A.J.S., Tregay, J., Happé, F., Charman, T. (2018). The association between theory of mind, executive function, and the symptoms of autism spectrum disorder. *Autism research: official journal of the International Society for Autism Research*, 11(1), 95–109. <https://doi.org/10.1002/aur.1873>
- Kenworthy, L., Case, L., Harms, M. B., Martin, A., Wallace, G. L. (2010). Adaptive behavior ratings correlate with symptomatology and IQ among individuals with high-functioning autism spectrum disorders. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, 40(4), 416–423. <https://doi.org/10.1007/s10803-009-0911-4>
- Klin, A., Jones, W., Schultz, R., Volkmar, F. (2003). The enactive mind, or from actions to cognition: lessons from autism. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, 358(1430), 345-360. <https://doi.org/10.1098/rstb.2002.1202>
- Kotsopoulos, D., Lee, J. (2012). A naturalistic study of executive function and mathematical problem-solving. *Journal of Mathematical Behavior*, 31(2), 196-208. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.12.005>
- Lai, M.C., Lombardo, M.V., Baron-Cohen, S. (2014). Autism. *Lancet*, 383, 896-910. [https://doi.org/10.1016/s0140-6736\(13\)61539-1](https://doi.org/10.1016/s0140-6736(13)61539-1)

- Leslie, A. M. (1987). Pretense and representation: The origins of "theory of mind." *Psychological Review*, 94(4), 412–426. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.94.4.412>
- Logie, R. H. (1995). Visuospatial working memory. Hove, UK: Lawrence Erlbaum Associates Ltd.
- Lubin, A., Vidal, J., Lanoë, C., Houdé, O., Borst, G. (2013). Inhibitory control is needed for the resolution of arithmetic word problems: A developmental negative priming study. *Journal of Educational Psychology*, 105(3), 701-708. <https://doi.org/10.1037/a0032625>
- Lucangeli, D., Tressoldi, P. E., Cendron, M. (1998). Cognitive and Metacognitive Abilities Involved in the Solution of Mathematical Word Problems: Validation of a Comprehensive Model. *Contemporary Educational Psychology*, 23(3). <https://doi.org/10.1006/ceps.1997.0962>
- Maenner, M. J., Warren, Z., Williams, A. R., Amoakohene, E., Bakian, A. V., Bilder, D. A., et al. (2023). Prevalence and Characteristics of Autism Spectrum Disorder Among Children Aged 8 Years - Autism and Developmental Disabilities Monitoring Network, 11 Sites, United States, 2020. *Morbidity and mortality weekly report. Surveillance summaries (Washington, D.C.: 2002)*, 72(2), 1–14. <https://doi.org/10.15585/mmwr.ss7202a1>
- Marzocchi, G. M., Mingozzi, A. (2022). “Modelli neurocognitivi delle funzioni esecutive in età evolutiva”, in: Marzocchi, G. M., Pecini, C., Usai, M. C., Viterbori, P. (a cura di), *Le funzioni esecutive nei disturbi del neurosviluppo. Dalla valutazione all'intervento*, Hogrefe, Firenze, pp. 3-20.
- Mayer, R. E., Larkin, J. H., Kadane, J. (1984). “A Cognitive Analysis of Mathematical Problem Solving Ability”, in Sternberg, R. (ed.), *Advances in the Psychology of Human Intelligence*, Lawrence Erlbaum, Hillsdale, pp. 231-273.
- Natalucci, G., Faedda, N., Canitano, R., Guidetti, V. (2016). “Disturbi dello spettro autistico”, in Guidetti, V. (a cura di), *Fondamenti di neuropsichiatria dell'infanzia e dell'adolescenza*, Il Mulino, Bologna, pp. 135-152.
- Nuske, H.L., Bavin, E.L. (2011). Narrative comprehension in 4–7-year-old children with autism: testing the Weak Central Coherence account. *International Journal of Language and Communication Disorders*, 46(1), 108-119. <https://doi.org/10.3109/13682822.2010.484847>
- Oswald, T. M., Beck, J. S., Iosif, A. M., McCauley, J. B., Gilhooly, L. J., Matter, J. C., Solomon, M. (2016). Clinical and Cognitive Characteristics Associated with Mathematics Problem Solving in Adolescents with Autism Spectrum Disorder. *Autism Research: Official Journal of the International Society for Autism Research*, 9(4), 480–490. <https://doi.org/10.1002/aur.1524>
- Passolunghi, M. C. (1999). Influenza dell'abilità di pianificazione nella risoluzione dei problemi. *Età Evolutiva*, 62, pp. 81-87.

- Passolunghi, M. C., Cornoldi, C. (2007). “Disturbi nella soluzione di problemi”, in: Cornoldi, C. (a cura di), *Difficoltà e disturbi dell’apprendimento*, il Mulino, Bologna, pp. 163-182.
- Passolunghi, M. C., Lonciari, I., Cornoldi, C. (1996). Abilità di pianificazione, comprensione, metacognizione e risoluzione di problemi aritmetici di tipo verbale. *Età Evolutiva*, 54, 36-48.
- Passolunghi, M. C., Mammarella, I. C. (2010a). “Le difficoltà di soluzione dei problemi: aspetti cognitivi, metacognitivi ed emotivi”, in: Lucangeli, D., Mammarella, I. C. (a cura di), *Psicologia della cognizione numerica. Approcci teorici, valutazione e intervento*, Franco Angeli, Milano, pp. 158-179.
- Passolunghi, M. C., Mammarella, I. C. (2010b). Spatial and visual working memory ability in children with difficulties in arithmetic word problem solving. *European Journal of Cognitive Psychology*, 22(6), 944–963. <https://doi.org/10.1080/09541440903091127>
- Passolunghi, M. C., Siegel, L. S. (2001). Short-term memory, working memory, and inhibitory control in children with difficulties in arithmetic problem solving. *Journal of Experimental Child Psychology*, 80(1), 44-57. <https://doi.org/10.1006/jecp.2000.2626>
- Pellerey, M. (1999). “Le conoscenze matematiche”, in: Pontecorvo, C. (a cura di), *Manuale di psicologia dell’educazione*, il Mulino, Bologna, pp. 221-241.
- Polo-Blanco, I., Suárez-Pinilla, P., Goñi-Cervera, J., Suárez-Pinilla, M., Payá, B. (2022). Comparison of Mathematics Problem-Solving Abilities in Autistic and Non-autistic Children: the Influence of Cognitive Profile. *Journal of Autism and Developmental Disorders*. <https://doi.org/10.1007/s10803-022-05802-w>
- Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). Princeton, NJ: Princeton University Press
- Swanson, H. L., Sachse-Lee, C. (2001). Mathematical problem solving and working memory in children with learning disabilities: Both executive and phonological processes are important. *Journal of Experimental Child Psychology*, 79(3), 294-321. <https://doi.org/10.1006/jecp.2000.2587>
- Tager-Flusberg, H. (2007). Evaluating the Theory-of-Mind Hypothesis of Autism. *Current Directions in Psychological Science*, 16(6), 311–315. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8721.2007.00527.x>
- Temple, C. M., Sherwood, S. (2002). Representation and retrieval of arithmetical facts: Developmental difficulties. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 55(3), 733-752. <https://doi.org/10.1080/02724980143000550>
- Tick, B., Bolton, P., Happé, F., Rutter, M., Rijdsdijk, F. (2016). Heritability of autism spectrum disorders: a meta-analysis of twin studies. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 57(5), 585–595. <https://doi.org/10.1111/jcpp.12499>

- Tonizzi, I., Giofrè, D., Usai, M.C. (2022). Inhibitory Control in Autism Spectrum Disorders: Meta-analyses on Indirect and Direct Measures. *Journal of autism and developmental disorders*, 52(11), 4949–4965. <https://doi.org/10.1007/s10803-021-05353-6>
- Tonizzi, I., Usai, M.C. (2023). Math abilities in autism spectrum disorder: A meta-analysis. *Research in Developmental Disabilities*, 139. <https://doi.org/10.1016/j.ridd.2023.104559>
- Treffert, D.A. (2010) Savant Syndrome: Realities, Myths and Misconceptions. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, 44(3), 564-571. <https://doi.org/10.1007/s10803-013-1906-8>
- Valeri, G. (2017). “Il disturbo dello spettro autistico”, in Vicari, S., Caselli, M.C. (a cura di), *Neuropsicologia dell'età evolutiva*, Il Mulino, Bologna, pp. 289-301.
- Vessonen, T., Hellstrand, H., Aunio, P., & Laine, A. (2023). Individual differences in mathematical problem-solving skills among 3- to 5-year-old preschoolers. *International Journal of Early Childhood*. <https://doi.org/10.1007/s13158-023-00361-2>
- Vio, C., Toso, C., Spagnoletti, M.S. (2015). “I Disturbi dello spettro autistico”, in Vio, C., Toso, C., Spagnoletti, M.S., *L'intervento psicoeducativo nei disturbi dello sviluppo*, Carocci Editore, Roma, pp. 183-210.
- Viterbori, P., Traverso, L., Usai, M. C. (2017). The role of executive function in arithmetic problem-solving processes: A study of third graders. *Journal of Cognition and Development*, 18(5), 595-616. <https://doi.org/10.1080/15248372.2017.1392307>
- Vivanti, G., Hudry, K., Trembath, D., Barbaro, J., Richdale, A., Dissanayake, C., (2013). Towards the DSM-5 Criteria for Autism: Clinical, Cultural, and Research Implications. *Australian Psychologist*, 48, 258-261. <https://doi.org/10.1111/ap.12008>
- Wang, L., Liang, X., Jiang, B., Wu, Q., Jiang, L. (2023). What ability can predict mathematics performance in typically developing preschoolers and those with autism spectrum disorder? *Journal of Autism and Developmental Disorders*, 53(5), 2062-2077. <https://doi.org/10.1007/s10803-022-05454-w>
- Wang, Y., Zhang, Y.-b., Liu, L.-l., Cui, J.-f., Wang, J., Shum, D.H.K., van Amelsvoort, T., Chan, R.C.K. (2017). A meta-analysis of working memory impairments in autism spectrum disorders. *Neuropsychology Review*, 27(1), 46–61. <https://doi.org/10.1007/s11065-016-9336-y>
- Wang, Z., Jing, J., Igarashi, K., Fan, L., Yang, S., Li, Y., Jin, Y. (2018). Executive function predicts the visuospatial working memory in autism spectrum disorder and attention-deficit/hyperactivity disorder. *Autism research : official journal of the International Society for Autism Research*, 11(8), 1148–1156. <https://doi.org/10.1002/aur.1967>

- Zanobini, M., Usai, M.C. (2019). “Disturbi dello spettro autistico”, in: Zanobini, M., Usai, M.C. (a cura di), *Psicologia della disabilità e dei disturbi dello sviluppo. Elementi di riabilitazione e d'intervento*, Franco Angeli, Milano, pp. 218-249.
- Zeidan, J., Fombonne, E., Scolah, J., Ibrahim, A., Durkin, M.S., Saxena, S., Yusuf, A., Shih, A., Elsabbagh, M. (2022). Global prevalence of autism: A systematic review update. *Autism Research*, 15(5), 778-790. <https://doi.org/10.1002/aur.2696>
- Zheng, X., Swanson, H. L., Marcoulides, G. A. (2011). Working memory components as predictors of children’s mathematical word problem solving. *Journal of Experimental Child Psychology*, 110(4), 481-498. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2011.06.001>
- Zwick, G.P. (2017). Neuropsychological assessment in autism spectrum disorder and related conditions. *Dialogues in Clinical Neuroscience*, 19(4), 373-379. <https://doi.org/10.31887%2FDCNS.2017.19.4%2Fgzwick>