UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI GENOVA

DIPARTIMENTO DI ANTICHITÀ, FILOSOFIA, STORIA

SCUOLA DI SCIENZE UMANISTICHE

Corso di Laurea Magistrale in
Metodologie Filosofiche

Anno Accademico 2020/2021

Tesi di Laurea
"Fondare le matematiche: un problema tra Platone e Aristotele"

Relatore: Chiar.ma Prof.ssa
Elisabetta Cattanei

Correlatore: Ch.mo Prof. Letterio Mauro

Candidato: Christian Gemelli

INDICE

INTRODUZIONE

Da sempre i libri VI-VII della *Repubblica* sono oggetto di studio e di commento da parte di studiosi e interpreti. Tutto ciò non senza buone ragioni: secondo alcuni[1] in essi sarebbe reperibile il nucleo più autentico del pensiero – diremmo oggi – ontologico ed epistemologico di Platone, indirizzato a fondare le considerazioni etico-politiche a cui i protagonisti approdano nel corso del dialogo. Tuttavia, questa non sembra essere l'unica motivazione per la quale queste porzioni della *Repubblica* hanno suscitato tanto interesse.

Stando alla posizione forte di alcuni studiosi, come Toth e Hösle, in una delle tre grandi metafore – l'immagine della linea – collocate in questi libri "centrali", sarebbe possibile rinvenire le vestigia di un dibattito molto più ampio sviluppatosi all'interno dell'Accademia e inerente a quell'ambito che a partire dal Novecento verrà inteso con il nome di "filosofia della matematica".

Più precisamente: la "sezione dell'intelligibile" ottenuta dalla divisione della linea[2] sembra mettere in evidenza il rapporto che secondo Platone sussiste tra filosofia e matematica[3], il quale trova una sua chiara esplicazione attraverso una certa lettura del libro VII[4]. Il nodo centrale che viene messo in evidenza soprattutto da Hösle, si rivolge a sottolineare in modo particolare l'impossibilità da parte dei matematici di fondare, attraverso il procedimento dimostrativo di cui si servono per le loro dimostrazioni[5], quei presupposti che assumono il ruolo di principi. Questa situazione viene ulteriormente accentuata da Socrate e Glaucone attraverso esempi matematici molto specifici, che richiamano l'attenzione al problema dello *status* di concetti di grande rilevanza per le matematiche del tempo.

[1] Cfr. M. Vegetti, *Introduzione ai libri VI e VII,* in: Platone, *Repubblica,* a cura di M. Vegetti, BUR, Milano, 2015, p. 156.
[2] Plato, *Resp*, VI, 510 b2. Da qui in poi mi avvalgo della traduzione di M. Vegetti, BUR, Milano, 2015.
[3] Cfr. V. Hösle, *I fondamenti dell'aritmetica e della geometria in Platone*, trad. ita di Elisabetta Cattanei, introduzione di Giovanni Reale, Vita e Pensiero, Milano, 1994, p. 118.
[4] Plato, *Resp*, VII, 531 d-535 a.
[5] Cfr. V. Hösle, *I fondamenti…,* p. 119-120.

Ciò che allora si intende mettere in evidenza, attraverso la discussione degli esempi citati esplicitamente nel corso del paragone della linea[6], non sono soltanto quelle conseguenze – diremmo oggi – di carattere epistemologico ed ontologico tratte dai due protagonisti entro una cornice che vuole stabilire le condizioni di un governo cittadino guidato da filosofi; quanto considerare queste il punto di partenza per una discussione intorno alle condizioni in cui le matematiche versavano al tempo di Platone. Rispetto a questo, la possibilità di un soccorso dialettico si articola in relazione alla sua capacità di stabilire un fondamento atto ad affrancare le matematiche dalla mera condizione di convenzione per trasformale in un sapere autenticamente scientifico[7].

In altre parole, si tratterebbe di problemi intesi – in modo particolare da Toth[8] – di carattere specificatamente assiomatico, i quali sembravano essere discussi all'interno dell'Accademia con grande vivacità [9]. In questo senso, la possibilità di un soccorso filosofico è stata intesa soprattutto a carattere ontologico, ovvero inerente alla particolare dimensione ontologica, bene o male, presupposta all'interno del paragone della linea[10]. Per questo motivo, Hösle ha intravisto in questa metafora, che si colloca sul finire del libro VI, il nocciolo della *Repubblica* e la considera come il paragone più significativo[11].

Se allora il discorso platonico si articola in favore di un sostegno dialettico nei confronti delle discipline matematiche, il quale sembra portare alla luce – stando all'interpretazione di Toth – una discussione intorno allo *status* epistemologico di quelle ipotesi assunte acriticamente dai matematici, la posizione di Aristotele sembra configurarsi in una maniera del tutto opposta.

Al fine di definire in maniera più precisa la considerazione che lo Stagirita aveva nei confronti delle matematiche del suo tempo e, in modo particolare, in relazione al problema posto da Platone

[6] Plato, *Resp*, VI, 510 c4.
[7] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche al tempo di Platone e la loro riforma*, in: Platone, *Repubblica*, traduzione e commento a cura di Mario Vegetti, Vol. V, Bibliopolis, Napoli, 2010, pp. 473-539, spec. 489.
[8] Soprattutto in: I. Toth, *Aristotele e i fondamenti assiomatici della geometria*, trad. it di Elisabetta Cattanei, prefazione e introduzione di Giovanni Reale, Vita e Pensiero, Milano, 1997.
[9] *Ivi*, p. 69.
[10] Cfr. V. Hösle, *I fondamenti…*, pp. 125-127.
[11] *Ivi*, p. 118.

all'interno della *Repubblica*, gli *Analitici Secondi* sembrano costituire il luogo adatto. Questo in relazione soprattutto a due aspetti importanti che verranno presi in considerazione più nel dettaglio: la forte presenza di esempi matematici all'interno del I libro e la distinzione dei principi operata all'interno di *An. Post.* I, 2.

L'analisi degli esempi contenuti in I, 1, mette in evidenza in maniera piuttosto chiara che le matematiche non sono considerate da Aristotele, come invece riteneva il suo Maestro, delle discipline deboli e bisognose di un soccorso filosofico. Esse sembrano per lo più configurarsi come un modello per qualunque scienza deduttiva che voglia partire da pochi principi[12]. La presenza massiccia di tali esempi avrebbe allora lo scopo di illustrare sotto quali condizioni epistemologiche è possibile realizzare la sistematizzazione di una certa disciplina sulla base di criteri e regole ben definite. Proprio a partire da questa circostanza è stata messa in evidenza una questione di carattere contestuale: è possibile che al tempo di Aristotele le matematiche avessero raggiunto risultato tali, da un punto di vista della loro sistematizzazione, da renderle un modello per ogni disciplina che avesse voluto raggiungere l'alto grado di scienza[13].

Tuttavia, la riflessione aristotelica non sembra fermarsi qui. Gli esempi matematici impiegati nel secondo capitolo del I libro, sembrano alludere in modo particolare al contributo "fattuale" apportato dallo Stagirita, il quale non si limita soltanto a constatare gli impressionanti risultati a cui le matematiche sono giunte, ma è inteso a sistematizzare e assestare lo *status* di quei principi che Platone intese nella sua grande opera come problematici – tali da richiedere un intervento da parte della dialettica.

Da questo punto di vista si intravedono due conseguenze molto importanti: da una parte lo Stagirita non ritiene più necessaria una fondazione forte (platonicamente intesa) delle matematiche attraverso

[12] Cfr. W. Kulmann, *Die Funktion der mathematischen Beispiele in Aristoteles'* Analytica Posteriora in: E. Berti (a cura di), *Aristotle on Science. The* Posterior Analytics. *Proceedings of the Eight Symposium Aristotelicum held in Padua from September 7 to 15, 1978*, Antenore, Padova, 1981, p. 267.

[13] Cfr. W. Leszl, *Mathematics, Axiomatization and the Hypotheses* in: E. Berti (a cura di), *Aristotle on Science. The* Posterior Analytics. *Proceedings of the Eight Symposium Aristotelicum held in Padua from September 7 to 15, 1978*, Antenore, Padova, 1981, p. 271.

la dialettica, dall'altra, attraverso le considerazioni di ordine epistemologico che egli affronta all'interno degli *Analitici Secondi*, può essere inteso una figura di passaggio estremamente importante verso la costituzione di quella struttura che troverà la sua piena realizzazione negli *Elementi* di Euclide.

Si tratta, allora, di vedere più da vicino in che modo vada ad articolarsi la questione del fondamento all'interno delle opere di Platone e di Aristotele.

1. IL PROBLEMA DEL FONDAMENTO DELLE MATEMATICHE NEI LIBRI VI-VII DELLA *REPUBBLICA*

1.1 LE “IPOTESI” ALL’INTERNO DELL’IMMAGINE DELLA LINEA

Collocata verso la fine del VI libro, l’immagine della linea viene introdotta da Socrate e Glaucone successivamente all’immagine del Sole, grazie alla quale i due protagonisti di questa parte del dialogo hanno potuto discutere sullo statuto dell’idea del Bene/Buono quale oggetto di quella massima conoscenza che deve essere necessariamente posseduta dai futuri filosofi regnanti[14].

Dopo aver proceduto alla sua divisione, distinguendo il genere del visibile da quello del pensabile e aver differenziato ulteriormente gli ambiti che appartengono al primo, Socrate passa a suddividere l’ambito del secondo:

> Nella prima sezione, l’anima, servendosi quali immagini delle cose che nell’altro segmento erano oggetto di imitazione, è costretta a condurre la sua ricerca a partire da ipotesi [ἐξ ὑποθέσεων], e procede non verso un principio, ma verso una conclusione …[15].

All’interno di questa prima sezione, appare descritto un movimento di tipo discensivo all’interno di un percorso che rappresenta l’aspetto essenziale di questo passo: la ricerca. Dato un oggetto e una domanda su di esso, l’anima, servendosi delle cose che appartengono all’ambito del visibile come immagini e a partire da ciò che Socrate chiama “ipotesi”, si dirige verso una conclusione attraverso un procedimento deduttivo.

Nella prima riga del passo riportato viene detto che uno degli elementi di cui l’anima si avvale sono oggetti che, rispetto al segmento inferiore, hanno la funzione di modello per la prima sezione

---

[14] Plato, *Resp,* VI, 504 c9-505 a2.
[15] Plato, *Resp*, VI, 510 b5-6.

dell'ambito del visibile. Rivolgendosi a quanto viene affermato nelle righe immediatamente precedenti, si legge:

> Poni la seconda sezione come ciò di cui la prima è immagine, cioè gli animali intorno a noi e tutte le piante e l'intero genere degli oggetti fabbricati[16].

Sarebbero quindi questi oggetti (l'intero genere degli oggetti fabbricati ecc …) a essere utilizzati dall'anima, ma in quale modo ne farebbe uso? A questa domanda viene data una risposta proprio all'interno del passo riportato all'inizio: l'anima si servirebbe di queste cose come di immagini. E allora, che cosa si intende con "immagini"? Il passo 510 d5-7 anticipa una questione che vedremo essere, nel prosieguo del commento, molto complessa e di fondamentale importanza:

> Dunque sai anche che si servono di forme visibili e su di esse conducono le dimostrazioni, pur non pensando a quelle ma alle forme di cui esse somigliano …[17]

Per ora ci si limita a sottolineare che le cose, di cui si fa menzione, vengono utilizzate dall'anima con un fine chiaramente rappresentativo, ovvero: essa non si riferirebbe a queste stesse cose nello svolgere la sua ricerca, ma – seguendo la traduzione di Mario Vegetti – alle forme di cui esse sono immagini[18].

Inoltre, la citazione appena riportata mette in luce un altro punto essenziale che inerisce al carattere stesso di tale ricerca: queste immagini verrebbero impiegate dall'anima in un ragionamento che a buon diritto può definirsi deduttivo. Se si procede con il commento del passo 510 b5-6 (citato all'inizio) si legge che, in questo primo segmento tracciato nell'ambito del noetico, l'anima si serve di queste immagini all'interno di procedure che prevedono alcuni elementi quali: un punto di

[16] Plato, *Resp*, VI, 510 a5.
[17] Plato, *Resp*, VI, 510 d5-7.
[18] Si procederà più avanti a chiarire questo punto.

partenza, una serie di passi che sono compiuti a partire da questo e una conclusione. Dati questi elementi – le rappresentazioni e la dimostrazione deduttiva – è impossibile non immaginare che il tipo di procedimento che qui ha in mente Socrate è quello tipico di chi si occupa di aritmetica, geometria e di discipline analoghe. Tale evidenza sembra essere d'altronde confermata poche righe più sotto, dove vengono esplicitamente nominati "coloro che si occupano di geometria, di aritmetica e di scienze simili"[19]. Detto questo, Socrate continua descrivendo un'ulteriore operazione che l'anima può compiere:

> … mentre nella seconda sezione, muovendosi dall'ipotesi verso un principio non ipotetico, e senza far uso di quei simulacri di cui si valeva nella sezione precedente, essa compie l'intero suo percorso fondandosi metodicamente sulle sole idee e attraverso le idee[20].

Nella seconda sezione dell'ambito del noetico, l'anima muoverebbe sì da ipotesi, ma per "andare" verso l'alto fino ad un principio non più ipotetico, mediante un procedimento che non si avvale della componente visiva, la quale abbiamo visto essere sfruttata dalle matematiche, ma che si fonda sulla sola componente intelligibile.

Tirando le somme, qui Socrate sembra descrivere due metodi che appartengono all'ambito noetico[21], entrambi aventi come loro punto di partenza le ipotesi: il primo, attraverso modelli e rappresentazioni, procederebbe deduttivamente verso le conclusioni, tipico questo delle discipline matematiche; l'altro invece, muovendo anch'esso dalle ipotesi, procederebbe non più verso il basso, ma verso l'alto fino ad un principio che non è più ipotetico, tipico della dialettica.

---

[19] Plato, *Resp*, VI, 510 c2-3. Relativamente a queste linee si ricorda come in ambiente sofistico fossero già stati redatti manuali aventi la forma che assumeranno successivamente gli *Elementi* di Euclide. Si veda a proposito: E. Cattanei, *Le matematiche…*, pp. 485-486.
[20] Plato, *Resp*, VI, 510 b6-8
[21] Cfr. T. L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Vol. I, Cambridge University Press, London, 2014, p. 290.

A questo punto Glaucone – e noi con lui – mostra tutta la sua perplessità in merito a quanto detto da Socrate e proprio a seguito della sua richiesta di chiarimento, il protagonista del dialogo procederà ad illustrare più nel dettaglio quanto ha appena descritto.

"Lo farò"[22], promette, ma sono le parole che seguono a richiamare la nostra attenzione: "comprenderai più agevolmente quando avrò esposto queste premesse"[23]. Si tratta – nel caso di questa e altre che seguiranno – di un'espressione significativa per ciò che riguarda il tema che verrà ora discusso e che troverà una sua più profonda analisi nel libro VII della *Repubblica*. Proprio queste premesse che Socrate intende porre, sembrano riferirsi a uno stato di cose rispetto alle quali non sembra nascondere una certa familiarità; ma procedendo cautamente, continuiamo la lettura con le righe successive:

> … Penso infatti *tu sappia* [corsivo mio] che coloro che si occupano di geometria, di aritmetica e di scienze simili, dopo aver *ipotizzato* [corsivo mio] (ὑποθέμενοι) il pari e il dispari, le figure, i tre tipi di angoli, e le altre cose di questo genere secondo le esigenze di ciascuna disciplina, danno tutto per questo per noto e lo assumono come ipotesi, né ritengono di doverne più dar conto a sé stessi e agli altri, quasi fosse chiaro a tutti; partendo poi da queste ne svolgono le conseguenze e convengono sulle conclusioni intorno a ciò su cui verteva l'indagine[24].

L'espressione "tu sappia" in apertura al passo, conferma che la riflessione che inizia qui e procede per la durata di tutti e due i libri centrali, fa capo a una certa situazione in cui discipline come aritmetica e geometria sembrano versare e rispetto alla quale Glaucone appare essere ben consapevole[25]. Altre sue esclamazioni, infatti, danno prova di questa consapevolezza, come in 510 d4 quando dice "conosco perfettamente […] questo procedimento".

---

22 Plato, *Resp*, VI, 510 b9.
23 Plato, *Resp,* VI, 510 b9 – c1.
24 Plato, *Resp*, VI, 510 c3-d3.
25 Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…,* p. 473.

Ma di quale procedimento e di quale stato di cose Glaucone è perfettamente consapevole? È chiaro da quanto emerso prima che ciò di cui è ben conscio è il modo con cui aritmetica, geometria e le discipline affini hanno la capacità di produrre conclusioni intorno a oggetti su cui muovono la loro ricerca. Emerge inevitabilmente, dunque, la domanda su quale mai possa essere il significato della richiesta di chiarificazione mossa da Glaucone a Socrate, la quale si può presumere inerisca a sua volta alla condizione in cui queste discipline versavano.

Se nei passi precedenti si è visto – con un certo grado di approssimazione – in che modo il ragionamento dianoetico articola la sua ricerca, Socrate non manca di procedere a una sua analisi più approfondita nei passi che seguiranno, i quali mettono in evidenza l'intrinseca debolezza metodologica delle discipline matematiche da cui segue la loro inferiorità epistemica. Proprio a partire da questo rilievo inerente al loro statuto epistemologico, la dialettica assume un ruolo fondativo.

Una prima questione che emerge è proprio l'uso che i matematici fanno delle ipotesi (ὑπόθεσις): esse vengono assunte senza alcuna giustificazione, in quanto considerate talmente evidenti da non doverne in nessun modo rendere ragione né a sé stessi né agli altri. Stando all'interpretazione forte di Imre Toth[26] proprio la messa in atto di tale procedimento di assunzione, starebbe alla base dell'idea tipicamente platonica secondo la quale i matematici non si possono in alcun modo considerare responsabili della giustificazione delle proprie ipotesi. In altre parole, i matematici possono, attraverso l'inferenza logica, dedurre da ipotesi conseguenze corrette e dimostrare teoremi senza motivare la verità delle loro assunzioni attraverso argomenti ulteriori[27]. Tutto ciò a cui il loro lavoro si riduce, in armonia con l'etimologia propria della parola ὑπόθεσις, sarebbe quello di *porre* le proprie tesi come fondamento di una catena inferenziale di conseguenze senza riflettere su di esse. In relazione a questo atteggiamento del matematico, le righe 86c – 87b del *Menone* offrono una chiara esemplificazione:

---

[26] Cfr. I. Toth, *Aristotele…*, pp. 149-150.
[27] *Ibid.*

> SOCRATE – … non ricercheremmo, come prima cosa, se la virtù sia insegnabile o non insegnabile, prima di aver ricercato soprattutto che cosa essa sia …
>
> Sembra dunque che sia necessario ricercare di che qualità sia ciò che non sappiamo ancora che cosa sia. Ma, se non del tutto, rimettimi almeno un poco del tuo comando e concedimi che l'indagine se la virtù sia insegnabile o come sia, venga impostata partendo da una ipotesi [ἐξ ὑμοθέσεως].
>
> Dico da una ipotesi, nel senso in cui spesso i geometri conducono le loro ricerche, quando li si interrogasse, poniamo, su una superficie: se, per esempio, in questo cerchio si possa iscrivere questa superficie qui, trasformandola in un triangolo. A tale domanda un geometra risponderebbe come segue:" Io non so se questo sia possibile, ma credo di poter assumere un'ipotesi per risolvere questa questione: se questa superficie è tale che, costruendola lungo una data linea, avanza lo spazio per una superficie pari a quella ottenuta, allora mi pare che si avrà una data conseguenza, e se invece è impossibile che ciò si dia, se ne avrà un'altra …[28]

Per dirimere la questione centrale del dialogo – se la virtù sia insegnabile oppure no – e in mancanza di una definizione che renda esplicito che cosa sia, Socrate propone di impostare la soluzione del problema a partire dalla formulazione di un'ipotesi, dalla quale trarre le conseguenze circa la natura e l'insegnabilità della virtù stessa. A dispetto delle diverse interpretazioni che si possono dare di questo particolare passo, l'esempio geometrico dell'iscrizione di una superficie in un cerchio rende evidente il ruolo che qui l'ipotesi assume: Platone la intenderebbe come il punto di partenza non ulteriormente deducibile di un ragionamento deduttivo. Soltanto assumendo ipoteticamente che la superficie presenti alcune "caratteristiche" – il fatto che essa, costruita lungo una data linea, debba essere tale da lasciare uno spazio per un'altra superficie pari a quella ottenuta – si potrà procedere a verificare le conseguenze di tale assunzione; così come soltanto assumendo ipoteticamente che la virtù sia scienza, si può verificare se essa sia insegnabile oppure no[29].

---

[28] Plato, *Meno*, 86c – 87b. Qui mi avvalgo della traduzione di F. Ferrari, BUR, Milano, 2015.
[29] Su una discussione delle parti matematiche del *Menone* si veda: K. Gaiser, *Platons "Menon" und die Akademie,* «Archiv für Geschichte der Philosophie», 46 (1964), pp. 241-292.

Il metodo "ipotetico", del quale secondo Platone i geometri si servono, consiste allora nell'individuazione di una proposizione rispetto alla quale si valuta la possibilità o l'impossibilità di risolvere un certo problema[30]. La nozione di *hypothesis* non corrisponde a una proposizione da provare attraverso l'analisi delle conseguenze dedotte, bensì a una proposizione che *serve* per provare, ovvero ad una tesi che viene posta al fine di individuare le condizioni attraverso le quali stabilire la risoluzione del problema dato[31]. Il ruolo risolutivo che ha la proposizione ipotetica nell'esempio geometrico si limita perciò a permettere al geometra di poter trarre delle conseguenze rispetto al problema che egli si pone, costituendo quindi a tutti gli effetti un assioma[32] sulla natura del quale il matematico non si interroga.

Ciò che allora emerge è che il cultore di matematica avrebbe unicamente il dovere di rispettare rigorosamente la condizione della coerenza logica della catena inferenziale, ma questo non può ritenersi lontanamente sufficiente per Socrate al fine di poter considerare le discipline matematiche come portatrici di un sapere autenticamente scientifico. Non è un caso che sia nel contesto dei libri centrali della *Repubblica* sia in altri dialoghi esse siano definite come tecniche (ὑπὸ τῶν τεχνῶν καλουμένων[33]) in contrapposizione a ciò che per Platone può davvero considerarsi *episteme*.

Come si diceva, il matematico pone la sua tesi senza riflettere su di essa; se allora il principio della dimostrazione viene solamente stabilito, senza apporre un ulteriore argomento che sia capace di fondare la sua verità, è chiaro allora che qualunque conseguenza si derivi da esso, non può ritenersi in alcun modo veicolo di una conoscenza che possa definirsi autentica, fondata e quindi vera, relativamente all'oggetto dell'indagine – almeno secondo quella prospettiva platonica che si recepisce da una lettura del libro VI. Il fatto però che il matematico "ponga" la sua tesi, evidenzia anche un'altra questione rilevante: non solo i cultori di queste discipline non danno alcuna giustificazione di questi presupposti, ma non ritengono nemmeno sia necessario metterli in questione. Una volta assunti, egli

---

[30] Cfr. Platone, *Menone*, a cura di Franco Ferrari, BUR, Milano, 2017, pp. 234-235 vedi nota 157.
[31] *Ibid.*
[32] Cfr. V. Hösle, *I fondamenti…,* p. 120.
[33] *Resp*, VI, 511 c6.

procederebbe direttamente a sviluppare la catena deduttiva arrivando per *accordo* (ὁμολογουμένως)[34] alle conclusioni intorno a quegli stessi oggetti che costituiscono il punto di inizio della sua ricerca. Queste ipotesi assunte, dunque, vengono considerate *come se* fossero evidenti di per sé e *come se* in sé stesse non necessitassero di alcun argomento o dimostrazione che fondi la loro evidenza. Per Vittorio Hösle[35] decisivo è l'uso della particella ὡς, la quale non viene impiegata per esprimere uno stato di cose oggettivo, ma una *mera opinione soggettiva*[36], evidenziando come per Platone questi presupposti vengano ritenuti falsamente evidenti dai matematici o almeno dalla maggior parte di loro. Con l'uso di ὡς in questo senso, rimarrebbe in sordina un punto che però presenta una rilevanza fondamentale ai fini di una certa interpretazione dell'immagine della linea: le ipotesi sono accettate non perché di per sé evidenti, ma "rese evidenti" dai cultori di studi matematici.

Con il procedere del commento che qui si sta cercando di delineare, diventerà sempre più chiaro che la mossa compiuta da Platone non è tanto quella di criticare le discipline matematiche *in toto*, quanto di rilevarne i limiti proprio a partire dall'atteggiamento che i matematici di professione stessi hanno nei confronti delle loro assunzioni e dei loro procedimenti.

A partire da questo, si pone allora un problema che non è possibile evitare: possono le matematiche stesse attraverso un'inferenza deduttiva che soddisfa la sola condizione della coerenza logica avere la possibilità di autofondarsi? Per Socrate la risposta è un secco *no,* a meno che – come ancora una volta sostiene Hösle[37] – non si ricorra a una qualche forma di intuizione: un ricorso però, questo, che costerebbe alle discipline matematiche la perdita della loro scientificità, poiché contrasterebbe con la loro pretesa di carattere ontologico di occuparsi di figure in sé[38].

A questo quadro, Platone collega un altro aspetto che risulta essere rilevante all'interno di tali dimostrazioni:

---

34 Sulla natura dell'accordo, rispetto ai limiti epistemologici delle matematiche, si parlerà successivamente.
35 Cfr. V. Hösle, *I fondamenti…,* p. 120.
36 *Ibid.*
37 Cfr. V. Hösle, *I fondamenti…*, p. 120.
38 *Ibid.*

> Dunque sai anche che si servono di forme visibili e su di esse conducono le dimostrazioni, pur non pensando a quelle ma alle forme cui esse somigliano; le dimostrazioni cioè sono svolte in vista del quadrato in sé e della diagonale in sé, non di quelle che disegnano, e così via per le altre: di tutte queste figure che modellano o disegnano, le quali producono ombre e immagini riflesse nell'acqua, si valgono a loro volta come di immagini, cercando di vedere quelle forme in sé che non è dato vedere se non con il pensiero[39].

Si è già accennato al ruolo che hanno le figure all'interno del *logos* matematico. La sua ripresa all'interno del discorso platonico, rende necessario cercare di chiarire i motivi dell'insistenza su questo uso delle forme visibili come immagini. I matematici si avvalgono delle cose sensibili come strumenti rappresentativi di oggetti che hanno la possibilità di cogliere mediante il pensiero (διάνοια). Franco-Repellini argomenta che l'uso di questi "attrezzi" non rappresenta una risorsa metodologica accessoria, ma un aspetto che appartiene a queste in maniera necessaria[40]. Se non fosse così – ovvero se non fosse un loro momento necessario – allora non avrebbero una collocazione effettiva all'interno di un percorso di ascesa conoscitiva[41]. A questo, come abbiamo visto, viene associato da Platone l'elemento essenziale del ricorso alle ipotesi. In che modo, dunque, si articola questo collegamento? Sono le immagini a rendere necessario il ricorso alle ipotesi o viceversa? Una lettura "naturale"[42] del passo 510 b4-5 lascia poco spazio all'interpretazione:

> Nella prima sezione, l'anima, servendosi quali immagini delle cose che nell'altro segmento erano oggetto di imitazione, è costretta a condurre la sua ricerca a partire da ipotesi …[43]

---

[39] Plato, *Resp*, VI, 510 d5-511 a2.
[40] Cfr. F. Franco-Repellini, *La linea e la caverna*, in: Platone, *Repubblica*, traduzione e commento a cura di Mario Vegetti, Vol. V, Bibliopolis, Napoli, 2010, pp. 355-403, spec. 374-375.
[41] *Ibid.*
[42] Cfr. F. Franco-Repellini, *La linea…,* p. 376.
[43] Plato, *Resp*, VI, 510 b4-5.

In queste brevi righe verrebbe catturata l'idea secondo la quale l'impiego di ipotesi assunte dai matematici da una parte sarebbe reso necessario dal ricorso a immagini, dall'altra rappresenta una condizione necessaria che consente di rivolgere lo sguardo verso l'intelligibile. Dunque, le ipotesi sarebbero ciò che rende possibile l'uso di immagini all'interno di ragionamenti che sono prodotti in vista di realtà cogliibili con il pensiero. Proprio a questo proposito Franco-Repellini aggiunge che il ricorso a figure visibili non potrebbe in alcun modo considerarsi utile per i matematici, senza un buon numero di assunzioni ipotetiche[44]. Il semplice riferimento a rappresentazioni non porterebbe a sapere sotto quale profilo il visibile abbia il ruolo di immagine, e dunque non sarebbe possibile determinare, rispetto a questa sua funzione, il tipo di operazioni che esso ammette e quali no[45]. La stessa cosa risulterebbe per le operazioni grafiche, attraverso le quali vengono costruite le figure.

Da questo punto di vista, l'esempio che viene fatto della diagonale in sé e del quadrato in sé, come distinti dal quadrato disegnato con la sua diagonale, sembra non essere affatto fuori luogo: è evidente qui l'allusione al caso dell'incommensurabilità del lato con la diagonale. Proprio questo esempio mostra che nessuna rappresentazione – quale che fosse quella pensata da Platone – può servire a rendere manifesta l'iterabilità della divisione infinita, se prima non vengono definite ipoteticamente le operazioni attraverso le quali si può produrre il disegno[46]. Il "fare ipotesi", allora, è ciò che permette di *definire* tali operazioni e rende possibile il ricorso dei visibili come immagini nella ricerca che l'intelletto compie, mirando ad oggetti che possono essere colti soltanto con il puro pensiero.

Il nesso che a questo punto si manifesta tra ipotesi e definizioni mette in evidenza una questione molto importante, tale da rendere necessario aprire una parantesi: fra le ipotesi che i matematici assumono in maniera acritica e dalle quali prendono le mosse per i loro ragionamenti, sembrano figurare anche definizioni. Tale circostanza risulta rilevante per due ragioni: da una parte ha dato adito a posizioni, definite successivamente, "scettiche" che vedono nelle considerazioni di Protagora un precursore non da poco; dall'altra sembra che questo punto di vista relativo alle matematiche abbia

[44] Cfr. F. Franco-Repellini, *La linea…*, p. 377.
[45] *Ibid*.
[46] *Ibid.*

impegnato in modo particolare Aristotele – ma anche Platone – a difendere la veridicità di tali discipline da quella che viene chiamata "battaglia contro le definizioni". Si tratta di una strategia argomentativa del "tardo scetticismo sistematico"[47] inteso a negare la verità di definizioni aritmetiche e geometriche, poiché smentite dall'esperienza sensibile. Proprio le considerazioni protagoree sembrano essere rilevanti da questo punto di vista: con una perfetta cognizione delle matematiche del suo tempo, Protagora intese rifiutare sulla base dell'esperienza empirica la verità delle definizioni geometriche di linea retta, curva, lunga un piede, o quella di tangente, in quanto "la linea tracciata dal geometra nella sabbia non è dritta, né curva, né priva di larghezza, né lunga un piede, come invece pretendono le sue definizioni"[48]. Data questa posizione, è evidente che lo scontro cui fece seguito vide schierati da una parte la posizione forte platonica (a cui si aggiunge quella aristotelica)[49], intesa a rivendicare la veridicità delle matematiche, dall'altra quella dei Sofisti, i quali sottolineano la falsità sottesa a tali discipline[50].

Se dunque prima si è proceduto a sottolineare i limiti intrinseci al procedimento ipotetico-deduttivo, con questa piccola parentesi sul rapporto ipotesi-immagini si è voluto mettere l'accento sulla inevitabilità e sulla utilità – all'interno della prospettiva platonica – del "fare ipotesi", come condizione da cui deriva la capacità delle matematiche di rivolgere l'anima verso oggetti intelligibili.

Forti dell'importanza e dei limiti che il procedimento ipotetico presenta, è più comprensibile qual è il punto su cui l'immagine della linea insiste maggiormente. L'enfasi non è posta tanto su ciò che i matematici fanno, ma soprattutto su ciò che ancora non fanno. In un contesto di ricerca, i matematici, di fronte ad un oggetto di indagine, operano assunzioni che, collocate entro procedure deduttive, devono soddisfare la sola condizione di poter fungere da principi. Tali principi vengono stabiliti non attraverso un atto fondato, bensì per *homologia*. Ciò che si intende è proprio quanto viene discusso alle righe 510 c5-d3: un'ipotesi ha il ruolo di principio all'interno di un procedimento dimostrativo,

---

[47] Cfr. E. Cattanei, *Enti matematici e metafisica*, prefazioni di I. Toth e T. Szlezak, Vita e Pensiero, Milano, 1996, p. 96.
[48] *Ibid.*
[49] Si veda: E. Cattanei, *Enti*…, p. 97.
[50] Andare oltre esulerebbe troppo dagli scopi di questo lavoro. Per ulteriori dettagli, si rimanda a: E. Cattanei, *Enti*…, pp. 95-97.

quando “per accordo” si accetta la sua adeguatezza a ricoprire tale ruolo[51]. Questa sua funzione non viene fondata ulteriormente, ma stabilita ὁμολογουμένως, la quale assume il ruolo di criterio che regola la formulazione delle ipotesi. Se allora esse assumono la funzione di principi delle dimostrazioni in virtù di un “accordo” (senza averne dato *logos*), allora la *homologia* si sostituisce al *logos* nel determinare la ragione per la quale la conclusione viene accettata come valida.

Ciò che i matematici non fanno, in buona sostanza, è quello di dare ragione delle proprie assunzioni, che si trasforma in un’incapacità di affrancarsi dalla condizione di convenzione per diventare scienza[52]. Proprio tale modo di procedere determina il limite intrinseco delle matematiche, il quale può essere superato soltanto con una fondazione di tipo dialettico di queste ipotesi. Significativa in questo senso è la risposta di Glaucone in 511 c3-d5, il quale parla di *tecniche*, quelle matematiche, che non possono raggiungere una comprensione noetica (νοῦν οὐκ ἴσχειν) degli oggetti sui quali vertono le loro indagini[53].

1.2 L’IPOTESI DEL PARI E DEL DISPARI

Non di rado capita che Socrate, per chiarire il discorso che sta portando avanti, si richiami ad esempi matematici precisi. Il caso della discussione che occupa quasi tutta la parte finale del libro VI non fa sicuramente eccezione in questo senso, poiché al passo 510 c3-5 il protagonista del dialogo si richiama esplicitamente all’ipotesi del “pari e del dispari”, delle “figure” e dei “tre tipi di angoli” al fine di mettere in evidenza i limiti metodologici delle discipline matematiche di cui ha iniziato a discutere. Tuttavia, ad una lettura più attenta, questi riferimenti sembrano nascondere un senso ben più profondo inerente, in modo particolare, ad aspetti epistemologici sulla configurazione stessa che le matematiche stavano assumendo al tempo di Platone.

[51] *Ivi*, p. 381.
[52] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…,* p. 489.
[53] A questo proposito si ricorda la distinzione operata da Platone nel *Filebo* in 56 c8-58 a6 in cui viene distinta una matematica “dei più” da una di competenza dei filosofi, la quale si differenzia dalla prima per rigore e verità nella conoscenza dei numeri e delle misure.

Iniziamo con il chiederci: che significato hanno questi esempi entro la cornice argomentativa di queste righe?

Ciò che emerge, attraverso anche una disamina di altre fonti – tra le più antiche figurano Aristotele e alcune parti degli *Elementi* di Euclide – è la problematicità sistematica in cui versavano le discipline matematiche nel V-IV secolo. Al loro interno, più che altro, si discuteva non soltanto per trovare soluzioni a problemi noti, ma anche per ricercare "punti di partenza" (*archai*) che solo Aristotele inizierà a distinguere come definizioni, ipotesi, assiomi e postulati (in particolare negli *Analtici Secondi*)[54]. Prima della sistematizzazione teorica operata dallo Stagirita, lo *status* di queste nozioni – e non meno la terminologia atta ad indicarle – era assolutamente altalenante e contrassegnato dalla "irriflessa spontaneità degli inizi"[55]. Rispetto a questa condizione, però, è possibile riscontrare tracce di uno sforzo di affinamento da parte delle matematiche sia per ciò che concerne il proprio linguaggio sia per ciò che concerne le proprie strategie argomentative[56]. Tenendo presente questo quadro, è dunque possibile che il riferimento ad esempi così precisi sia sotteso alla possibilità, prospettata da Platone, di approdare ad un assestamento che stabilizzi lo *status* di nozioni che erano fondamentali entro il quadro concettuale delle discipline matematiche. Fra queste si inserisce quella "del pari e del dispari", la quale è presupposta dalla matematica in quanto aritmetica.

Non è un caso che proprio l'aritmetica venga discussa per prima all'interno del libro VII della *Repubblica*, nel quale Socrate e Glaucone passano in rassegna tutte le discipline che possono servire a formare il futuro filosofo regnante. Il motivo per il quale in VI, 510 c3 viene nominato come primo esempio il "pari e il dispari", è rinvenibile proprio a partire precisamente dalle linee 524 d9-525 a1 del libro VII:

> … Se l'uno è colto adeguatamente in se stesso dalla vista o da qualche altro senso, non è atto ad attrarci verso l'essenza, proprio come abbiamo detto a proposito del dito; se invece insieme con esso

[54] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…,* p. 490.
[55] Cfr. I. Toth, *Aristotele…,* p. 71.
[56] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…*, p. 491.

> si percepisce sempre simultaneamente qualche contraddizione, sicché non appare affatto come uno più che come il suo contrario, allora si rende necessario un criterio di giudizio [ἐπικρινοῦντος], e l'anima è costretta a farsene un problema [ἀπορεῖν], a indagare [ζητεῖν], mettendo in opera le proprie capacità di riflessione, e a chiedersi che cosa sia l'uno in sé.

Come viene fatto notare da Elisabetta Cattanei[57], la teoria del pari e del dispari, che è citata sul finire del libro VI, rivela una vena paradossale che ha a che fare proprio con il comportamento nel suo ambito della monade indivisibile. Per riuscire a cogliere la connessione che intercorre fra la monade indivisibile e questa teoria, è necessario andare al novero di definizioni che sono collocate nei libri aritmetici – VII, VIII, IX – degli *Elementi* di Euclide.

Proprio a partire dal libro VII, è possibile rintracciare le definizioni di pari e dispari che, all'interno del dialogo platonico, fungono addirittura da sinonimo di aritmetica. Infatti, alla definizione 6 si dice che "numero pari è quello divisibile in due parti uguali", mentre alla definizione 7 si dice che "numero dispari è quello che non è divisibile in due parti uguali, o che differisce da un numero pari per un'unità". Per "parte" di un numero viene inteso un gruppo delle sue unità, cioè un suo sottomultiplo[58].

Tuttavia, tutte queste definizioni sembrano presupporre le prime due che si trovano proprio in apertura al libro: "unità (μονάς) è ciò in virtù di cui ciascuna delle cose che esistono si dice uno (ἧν)"[59] e "numero è una molteplicità composta di unità (μονάδων)[60]. Ciò su cui qui si sta insistendo è proprio la concezione di *arithmoi* inteso come gruppo di unità, rispetto alle quali l'unità rappresenta l'*arche* di tutti gli altri numeri[61]. Una teoria costruita su tali definizioni è stata riconosciuta all'interno degli *Elementi*: si tratta delle proposizioni 21-34 del libro IX che formano una dottrina fossile incastonata nel *corpus* euclideo, mancante di qualunque connessione con altri teoremi degli *Elementi*[62]. Questa

---

[57] *Ivi*, pp. 496-498.
[58] Cfr. Euclide, *Elem.*, VII, def. 3.
[59] Cfr. Euclide, *Elem.*, VII, def. 1.
[60] Cfr. Euclide, *Elem.*, VII, def. 2.
[61] Si veda a questo proposito: E. Cattanei, *Le matematiche…*, pp. 495-496; e anche I. Toth, *Aristotele…,* p. 169.
[62] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche …*, pp. 496-497.

parte del libro IX sembra conservare le tracce di un'antica teoria aritmetica riconosciuta da alcuni studiosi di matrice pitagorica, la quale farebbe da sfondo alla riflessione critica di Socrate e Glaucone. L'aspetto su cui i due protagonisti del dialogo sembrano concentrarsi maggiormente è la compresenza paradossale nell'unità e negli altri numeri di unità e molteplicità.

All'interno del dialogo non viene fatto cenno però di come l'aritmetica e la scienza del calcolo si occupino di unità e di numeri che sono unità e molteplicità allo stesso tempo[63]; l'unico cenno che viene fatto è all'impossibilità di considerare la molteplicità dell'unità come una divisione in parti:

> … esso guida efficacemente l'anima verso l'alto e la costringe a discutere sui numeri in se stessi, non tollerando che se ne discuta proponendole numeri dotati di un corpo visibile e tangibile. Sai bene che gli esperti in questo campo, se qualcuno di prova a dividere a parole l'uno stesso, lo deridono e non lo ammettono; e se tu lo frazioni, quelli lo moltiplicano nel timore che l'uno appaia non più come uno ma come la somma di molti parti[64].

In queste poche righe viene messa in piedi una piccola scena che coinvolge degli "esperti" in un'apologia dell'unità indivisibile contro una sua molteplice divisione in parti compiuta attraverso procedure di frazionamento.

Indubbiamente questa scena mette in chiaro come la concezione dell'indivisibilità della monade e dei numeri in quanto gruppi di unità indivisibili non fosse esente da problemi[65]. Il motivo per cui tali considerazioni non vengono rese esplicite da Socrate all'interno del dialogo, può essere il segno di un tacito riconoscimento da parte sua e di Glaucone di un'attitudine nell'aritmetica e in altre discipline a constatare visioni paradossali dell'unità e, per questo, a non meravigliarsi di fronte a tali aspetti[66]. Fra le difficoltà emerse all'interno di una tale teoria, alcune potrebbero essere legate alla scoperta di grandezze che non possono essere espresse attraverso numeri interi – ovvero alla presa di coscienza

[63] *Ivi,* p. 499.
[64] *Resp*, VII, 525 d5-e3.
[65] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…*, p. 498.
[66] Ivi, p.500.

dell'esistenza di quei numeri che noi oggi definiremmo irrazionali. Questo fatto avrebbe portato a una delle più profonde crisi che l'aritmetica avrebbe in seguito dovuto affrontare per difendere il carattere indivisibile dell'unità. Sembra che il modo con cui si sia proceduto a far fronte all'emergere di un tale problema, fu proprio lo sviluppo di una teoria dei rapporti, o *logoi*, tra numeri interi.

Scorrendo il testo di *Repubblica* VI e VII, non è difficile incontrare parole come *logismos*, *logizesthai* e *logistikon*, attraverso le quali Socrate si riferisce anche ad una "scienza del calcolo"[67]. Ci si potrebbe allora chiedere che cosa esattamente il protagonista del dialogo voglia intendere attraverso l'uso di una tale terminologia. Sebbene la questione si presenti in una maniera molto più complessa[68], in breve è stato messo in evidenza che essa faccia riferimento in modo particolare ad una teoria dei rapporti (*logoi*) piuttosto antica di probabile matrice pitagorica. Se da una parte le fonti in merito non sembrano mancare, dall'altra non appare però cosa facile spiegare che cosa si intenda con il termine "rapporto", poiché alla domanda "che cos'è un *logos*?" è possibile dare diverse risposte; tuttavia, due soprattutto sembrano riuscire a coglierne alcuni aspetti essenziali[69]: una prima si trova all'interno degli *Elementi* di Euclide e si combina con il concetto di proporzionalità; la seconda è più vicina a un'idea di processo che Aristotele definisce in maniera chiara ed esplicita, ma di cui si hanno testimonianze più incerte[70]. Il procedimento qui nominato è stato indicato da alcuni commentatori[71] con il termine di *antanairesis*, il quale designa un processo di mutue sottrazioni impiegato sia per dimostrare l'incommensurabilità di due grandezze, sia per arrivare a calcolare delle approssimazioni numeriche, sia per definire il concetto di *logos*[72]. All'interno del *corpus* platonico, secondo l'interpretazione[73] che ne dà Toth, è possibile rinvenire un'esemplificazione di questo procedimento all'interno della famosa scena dell'esperimento maieutico collocata nel *Menone*.

---

[67] Plato, *Resp*, VII, 525 c1 e 525 d1. È necessario considerare che esiste un significato più generico degli stessi termini, il quale indica in senso lato il ragionare.
[68] Si veda a questo proposito: Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…*, pp. 500-502.
[69] *Ivi,* p. 501.
[70] Per ulteriori dettagli si veda con relative note: E. Cattanei, *Le matematiche…*, pp. 500-501.
[71] *Ibid.*
[72] *Ivi*, p. 503.
[73] Si veda a questo proposito: I. Toth, *Lo schiavo di Menone. Il lato del quadrato doppio, la sua misura non-misurabile, la sua ragione irrazionale. Commento a Platone, "Menone" 82 b-86c,* a cura di E. Cattanei, presentazione di G. Reale. Vita e Pensiero, Milano, 1998.

1.2.1 L’ESPERIMENTO MAIEUTICO DEL *MENONE*: IPOTESI E *ANTANAIRESIS* PER LA MISURA DEL LATO DEL QUADRATO DOPPIO

Il punto di partenza della lettura di Toth di 82 a-84 a del *Menone* è quello di non intenderlo semplicemente come la rappresentazione drammatica di una semplice lezione di geometria[74]– al di là dello scopo dichiarato da Socrate di servirsene per dimostrare che apprendere significa ricordare.

A dispetto dell’interpretazione che viene data sul ruolo che l’esperimento maieutico ricoprirebbe in relazione al pensiero platonico, ai fini del presente lavoro sarà sufficiente mostrare due punti fondamentali: da una parte il ruolo che ha qui una certa assunzione fatta dai due interlocutori nel corso della scena geometrica, dall’altra che essa contiene un esempio di applicazione di quel metodo conosciuto nell’antichità con il termine di *antanairesis*. Per procedere a capire come in questa porzione del *Menone* venga messa in scena una tale operazione, si prenderanno in considerazione soprattutto i primi due momenti.

Nel primo momento Socrate si preoccupa per lo più di formulare in maniera esplicita il problema e i dati iniziali, necessari e sufficienti, per la sua risoluzione.

Prima di tutto viene stabilito che la figura di partenza è un quadrato elevato sul lato, al quale viene assegnata una lunghezza pari a due piedi. Da questo segue che la sua area è uguale a quattro piedi quadrati. Il problema che viene sottoposto allo Schiavo è quello di determinare la misura del lato del quadrato con area doppia rispetto a quello di partenza. Come vedremo però, il secondo momento si chiuderà drammaticamente con una dichiarazione di ignoranza da parte dell’interlocutore di Socrate, a causa proprio dell’impossibilità di poter calcolare la misura esatta del lato del quadrato doppio.

Stabilito il quadro generale dei due momenti, iniziamo con una loro lettura più puntuale:

> SOCRATE – Dimmi un po', ragazzo, sai che questa qui è un’area quadrata?

[74] *Ibid.*

RAGAZZO – Sì.

SOCRATE – Il quadrato è dunque una superficie che ha uguali tutti questi lati, che sono quattro.

RAGAZZO – Esattamente

SOCRATE – E non ha forse uguali anche queste linee qui che lo attraversano nel mezzo?

RAGAZZO – Sì.

SOCRATE – E non potrebbe esserci forse una superficie come questa e più grande e più piccola?

RAGAZZO – Certamente[75].

Se da una parte con questo scambio di battute si intende stabilire il punto di partenza del problema, dall'altra attraverso un'analisi più attenta dei passaggi che scandiscono il "botta e risposta" fra i due personaggi, emergono alcuni aspetti interessanti relativi alla possibilità di stabilire la lunghezza del lato del quadrato doppio.

Il primo punto, che è necessario prendere in considerazione, riguarda proprio il tipo di quadrato che viene preso in considerazione. All'interno di queste prime righe, Socrate sembra porre delle domande piuttosto precise sulle caratteristiche che tale figura dovrebbe esibire, rispetto alle quali lo Schiavo risponde in maniera piuttosto decisa e consapevole. Non è un caso infatti che un tale scambio sia già presente all'interno del primo momento: stando alla lettura che offre Toth, se da una parte la possibilità di determinare la superficie del quadrato doppio si dà attraverso una semplice computazione – la quale viene effettivamente stabilita in 82 d5-8 – dall'altra la possibilità della sua esistenza non può essere conseguenza di una semplice operazione matematica: un teorema di aritmetica non può imporre nulla all'universo delle figure geometriche[76]. Più precisamente: se il numero quattro – area del quadrato iniziale – non viene considerato soltanto come un semplice numero, ma come la misura dell'area di una figura quadrata del piano geometrico, la verità aritmetica dell'operazione che porta a determinare l'area del quadrato doppio non può in nessun modo implicare

[75] Plato, *Meno*, 82 b9-c3. Da qui in poi mi avvalgo della traduzione di Giovanni Reale, Bompiani, Milano, 2010.
[76] Cfr. I. Toth, *Lo schiavo…*, pp. 17-18.

la verità dell'affermazione "se esiste un quadrato con area di quattro piedi quadrati, allora esiste un quadrato con area di otto piedi quadrati"[77].

Che cosa allora determina la possibilità di questa figura? La sua possibilità è data solo nel momento in cui si è convenuta la natura euclidea del quadrato di partenza, ovvero in virtù del postulato euclideo che dice: "se esiste un quadrato, allora esiste necessariamente anche un altro quadrato, legato da quello dato dalla relazione di similitudine, in modo che il *logos* delle due aree sia uguale al *logos* dei due numeri [1,2] e anche al *logos* [1, N]"[78].

La possibilità del quadrato doppio, dunque, è data soltanto nella misura in cui è presupposto un piano geometrico definibile in termini euclidei[79]. Per capire però che cosa si intende per "quadrato euclideo", è necessario andare al novero di definizioni che troviamo in apertura al I libro degli *Elementi*, in cui viene detto che: "delle figure quadrilatere quadrato è quello che è sia equilatero (ἰσόπλευρόν) che rettangolare (ὀρθογώνιον)" (*Elem.* I, 22). Con questa definizione si vuole intendere con il termine "quadrato" una figura avente lati tutti uguali (ἰσόπλευρός) ed angoli uguali a retti (ὀρθογώνιος). Il punto sollevato da Toth riguarda però il fatto che proprio questo sapere inerente al quadrato di partenza non può essere ottenuto per costruzione o con un mezzo inferenziale, attraverso il quale a partire dall'uguaglianza dei lati e degli angoli si possa derivare in modo necessario che i suoi angoli debbano essere tutti retti[80]. Proprio questo carattere di ortogonalità del quadrato di partenza è ciò che definisce il suo essere un quadrato euclideo. Tuttavia, nelle righe immediatamente successive viene presupposto un altro aspetto che conferisce un ulteriore conferma del fatto che ci troviamo di fronte ad un piano geometrico puramente euclideo: non soltanto si presuppone l'ortogonalità del quadrato, ma anche la similitudine fra quadrilateri più grandi e più piccoli. Questo decisivo passaggio stabilisce senza dimostrazione la natura euclidea del quadrato, la quale viene data

[77] *Ivi*, p. 17.
[78] *Ivi*, pp. 17-18.
[79] A questo proposito Toth ricorda che su un piano non-euclideo vi è un quadrato di area massimale; se il quadrato dato supera la metà di questa, allora l'esistenza di un quadrato doppio sarebbe impossibile. Per ulteriori dettagli, si veda: I. Toth, *Lo schiavo…*, p.18 vedi nota n. 5.
[80] *Ibid.*

come una certezza assoluta e fondamentale tale da non poter essere messa ulteriormente in discussione[81].

L'ortogonalità e la similitudine, in conclusione, verrebbero assunte come una *hypo-thesis* indimostrabile, ovvero come una tesi collocata alla base dei ragionamenti svolti e senza la quale non sarebbe possibile sviluppare l'intreccio geometrico[82].

A questo punto il problema che viene posto è il seguente: dato un quadrato – stabilito essere euclideo – con lato uguale a due piedi (quindi con area uguale a quattro piedi quadrati) e ammesso che possa darsi un altro quadrato con superficie doppia rispetto alla prima, di quanto sarà il lato di quest'ultimo?

Più precisamente:

> SOCRATE – E non potrebbe darsi un'altra superficie doppia di questa, ma tale da avere tutti i lati eguali come questa?
>
> RAGAZZO – Sì.
>
> SOCRATE – Di quanti piedi sarà dunque?
>
> RAGAZZO – Di otto.
>
> SOCRATE – E ora cerca di dirmi di quanto sarà (πηλίκη) ciascun lato di essa. Il lato di questa è di due piedi: e, allora, di quanto sarà quello di quella doppia?[83]

Come abbiamo visto, la possibilità del quadrato doppio è data proprio dall'aver assunto l'ortogonalità del quadrato di partenza e la sua similitudine con quadrilateri più grandi e più piccoli; dunque: dato un quadrato così inteso (euclideo), si può dare un quadrato che sia grande il doppio senza che perda ortogonalità e similitudine rispetto a quello di partenza. Se però da una parte la

---

[81] Cfr. I. Toth, *Lo schiavo…*, p. 19.
[82] *Ibid.* Sul rapporto tra angolo retto, l'euclidicità del quadrato e l'incommensurabilità del suo lato con la diagonale si parlerà in seguito.
[83] Plato, *Meno*, 82 d5-8.

superficie del quadrato doppio è calcolabile attraverso una banale computazione, dall'altra i problemi sembrano emergere rispetto alla possibilità di stabilire con esattezza la misura (πηλίκη) del suo lato.

A questo punto è doverosa una precisazione rispetto alla terminologia impiegata da Socrate per indicare l'oggetto ricercato: se in 82 c6-d3 per "lunghezza" viene usata la parola ποσόν per indicare una quantità numerica o il risultato di un conto, improvvisamente sembra si assiste ad uno slittamento sul piano linguistico, in quanto per indicare la misura del lato del quadrato doppio, Socrate ricorre al termine "πηλίκη". Secondo Toth, per comprendere la portata che ha l'uso di questo termine, è necessario ricordare che i Pitagorici definivano *logos* una coppia ordinata di numeri naturali, vale a dire una diade finita [N, M][84]. A questa definizione, essi aggiungevano la proposizione reciproca: "tutto ciò che è un rapporto fra due cose, se è il caso fra due grandezze – siano esse segmenti di retta, aree di figure piane o consonanze musicali – è un *logos*, vale a dire: può e deve trovare la propria espressione verbale in una espressione finita, sotto forma di una coppia ordinata di numeri"[85]. Dunque "tutto è numero"[86].

Tornando nuovamente agli *Elementi* di Euclide, e più precisamente andando al libro V – dove viene sviluppata una teoria delle proporzioni attribuita senza non poche difficoltà ad Eudosso[87] – troviamo una definizione di *logos* diversa rispetto a quella pitagorica, secondo la quale:" rapporto (λόγον) di due grandezze omogenee è un certo modo di comportarsi rispetto alla quantità (κατά πηλικότητα)" (*Elem.* V, def. 3). L'assenza in questa definizione della parola pitagorica "numero" e la presenza di κατά πηλικότητα al suo posto rappresenta un messaggio per Toth eloquente e chiaro[88]: esso proclama il superamento della definizione pitagorica di rapporto, al fine di articolare un nuovo concetto di *logos* capace di accogliere la possibilità di una relazione inarticolabile da parte di una diade di numeri[89]. A questo proposito, Elisabetta Cattanei[90] ricorda che i rapporti proporzionali di

[84] Cfr. I. Toth, *Lo schiavo…,* p. 15.
[85] *Ibid.*
[86] *Ibid.*
[87] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…*, p. 513.
[88] *Ivi*, p.16.
[89] *Ibid.*
[90] Cfr. E. Cattanei, *Due geometri per il "Menone"*, in: M. Erler, L. Brisson (eds.), *"Gorgias" - "Menon". Selected Papers from the Seventh Symposium Platonicum,* Academia Verlag, Sankt Augustin, 2007, pp. 248-252.

grandezze così definiti valgono senza restrizioni per ogni tipo di grandezze, sia che si tratti di quelle commensurabili sia di quelle incommensurabili.

Da questo segue che, a proposito del lato del quadrato doppio, Socrate smette di parlare in termini di quantità aritmetiche numericamente calcolabili, per sottintendere l'impossibilità di poter esprimere attraverso una coppia di numeri interi la sua misura esatta – ovvero il fatto che si tratta di una misura incommensurabile. L'uso del termine πηλίκη all'interno di questo primo momento, non può considerarsi in nessun modo casuale: "chi parla ci fa sapere che attende l'arrivo dell'irrazionale e che il suo lessico è preparato a ospitare il suo nome"[91]. Questo rappresenta un grave colpo per la teoria pitagorica classica, in quanto: se ogni cosa può essere espressa attraverso una coppia ordinata di numeri interi, esiste però qualcosa che non è possibile esprimere attraverso un *logos* così inteso. Ciò però non significa che non ci sia una misura del lato del quadrato doppio, come Socrate fa ben intendere in 83 e11 – 84 a1: una misura esatta esiste, ma il punto è l'impossibilità di determinarla attraverso le operazioni di calcolo della matematica pitagorica, dove l'irrazionale non può essere ammesso né come numero né come misura[92].

Fra le varie operazioni con cui la matematica antica procedeva alla misurazione di un segmento attraverso un altro preso come unità di misura, c'è quella che è stata definita con il termine *antanairesis*. Secondo Toth, proprio questo procedimento di mutue sottrazioni reciproche avrebbe un ruolo rilevante all'interno della scena geometrica del *Menone*: in essa Platone non avrebbe fatto altro che mettere in scena le prime due tappe dell'antanairesi infinita del lato del quadrato iniziale e di quello del quadrato doppio[93].

Il punto messo in rilievo per dimostrare che in questa parte si assiste alla messa in scena delle prime due tappe del procedimento antanairetico, riguarda il significato dei valori che vengono attribuiti da Socrate e dallo Schiavo. Lungi dall'essere insignificanti, il valore 2 – assegnato al lato del quadrato di partenza – e il valore 3 – assegnato dallo schiavo al lato del quadrato doppio in 83 e2

[91] Cfr. I. Toth, *Lo schiavo…*, p. 16.
[92] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…*, p. 507.
[93] Per una sua completa ricostruzione, si veda: I. Toth, *Lo schiavo…*, pp. 47-88.

– rivelano il loro significato nascosto solo prendendo in considerazione il loro *logos* [3,2], il quale non rappresenta una coppia banale di due numeri qualsiasi, bensì il secondo membro di una serie di diadi finite studiate a fondo dai Pitagorici e conosciute da Platone[94]. Si tratta cioè del secondo membro della successione infinita delle diadi dei numeri diagonali e laterali, indicanti il rapporto fra la diagonale e il lato del quadrato[95] e definite da Platone nella *Repubblica* come *diagonali effabili*[96].

Ciò che i Pitagorici scoprirono è che l'antanairesi del lato e della diagonale di un quadrato – equivalente al processo di misurazione del lato del quadrato doppio a partire dal lato di un quadrato dato – genera la successione infinita dei numeri diagonali e laterali delle diadi delle *diagonali effabili*[97]. Questa scoperta venne definita da Proclo come il *teorema elegante dei Pitagorici* e proprio i primi passi di quest'ultimo verrebbero messi in scena da Platone all'interno dell'esperimento geometrico del *Menone*[98].

Al di là del fatto che esso conferma l'incommensurabilità della diagonale con il lato del quadrato, il procedimento infinito di mutue sottrazione reciproche, così come viene rappresentato nel dialogo platonico, interessa per una ragione precisa: è possibile collocare la ragione irrazionale racchiusa nella diagonale del quadrato – o nel lato del quadrato doppio – all'interno di un intervallo razionale, che coincide con il rapporto tra numeri diagonali e laterali, nelle diadi delle *diagonali effabili*[99]. In questo modo il procedimento antanairetico permette di esprimere in una forma razionale e ordinata ciò che razionale e ordinato non è: l'irrazionale.

In conclusione, nel caso delle grandezze incommensurabili – come nel caso del lato e della diagonale del quadrato – si avrebbe un processo di sottrazione che procede all'infinito con il valore dei resti che diventano sempre più piccoli e convergenti verso un punto di coincidenza, senza mai che

[94] *Ivi,* p. 42.
[95] Cfr. I. Toth, *Lo schiavo…*, p 42.
[96] Plato, *Resp*, 546 c.
[97] Cfr. I. Toth, *Lo schiavo…*, p 45.
[98] *Ibid.*
[99] Cfr. E. Cattanei, *Imre Toth interprete del "Menone": l'invito all'ascolto di un dramma musicale infinito* in: I. Toth, *Lo schiavo…*, p XVIII.

questo sia raggiunto[100]. La rappresentazione geometrica di questo procedimento iterativo senza fine comporta la ripetizione ciclica in dimensioni sempre più piccole della medesima figura.

Tuttavia, se da una parte il linguaggio dei *logoi* ha come sottotesto qualcosa che non è possibile esprimere con numeri interi, esso consente però di tradurre in un linguaggio familiare e in una forma non chiusa e ordinata il rapporto fra grandezze prive di unità di misura[101].

Tornando ai passi della *Repubblica,* lo sviluppo di una scienza del calcolo così intesa, ha consentito di superare la contraddizione fondamentale tra una matematica che impedisce la divisibilità dell'unità e una che la concede[102] – contrapposizione che all'interno del dialogo platonico si esplica nella differenza tra una matematica praticata a scopi commerciali e una praticata a scopi conoscitivi. Secondo Toth, proprio con l'introduzione del concetto di *logos*, come diade ordinata di numeri, si sarebbe offerta la soluzione ad un problema concernente i fondamenti assiomatici di teorie matematiche: "come si può evitare la presenza di due universi di oggetti aritmetici, nominati entrambi con la medesima parola "numero", ma sottostanti al dominio di due assiomi che, formalmente, risultano in piena contraddizione?"[103]. I due assiomi contrapposti che starebbero alla base delle teorie matematiche sarebbero proprio quelli che riguardano la divisibilità e l'indivisibilità della monade, rispetto alle quali sarebbe stato intravisto da Toth un problema di carattere specificatamente assiomatico[104]: se i numeri sono intesi come gruppi di unità indivisibili, allora gli elementi che abitano l'universo opposto non possono definirsi in nessun modo numeri. Eppure, questi possono a buon diritto essere chiamati numeri, sebbene presentino proprietà opposte a quelle definite dalla teoria aritmetica di matrice pitagorica.

Nonostante l'interpretazione che ne viene data, dal testo che si è riportato poco più sopra risulta evidente che quanto viene discusso dagli "esperti" – i quali non sono che i pitagorici stessi – sembra

---

[100] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…*, p. 503.
[101] *Ivi,* p. 507.
[102] *Ivi,* p. 509.
[103] Cfr. I. Toth, *Aristotele…*, pp. 76-77.
[104] *Ibid.*

apparentemente essere questa situazione e la soluzione che viene adottata è quella di "deridere" coloro che dividono l'uno. Questo atteggiamento di scherno, se da una parte mette in evidenza l'atteggiamento tipico del matematico che assume come evidente ciò che evidente non è, dall'altra evidenzia invece la condivisione di Platone nell'escludere dal novero della teoria superiore dei numeri il "mostro logico del folklore matematico"[105]. Ci si rende conto di questo anche da una lettura delle righe successive, in cui viene detto:

> Secondo te, Glaucone, se si chiedesse loro:" o illustri, di quali mai numeri state discutendo, in cui l'uno è quale voi pensate debba essere, un'unità uguali a tutte le altre senza la minima differenza e assolutamente priva di parti?", che cosa pensi che risponderebbero?[106]

La risposta di Glaucone risulta significativa: "essi parlano di quei numeri che sono accessibili soltanto al pensiero"[107]. È chiaro allora che il numero, nella prospettiva platonica, viene senza ombra di dubbio inteso come iterazione di una unità indivisibile, la quale, a seguito della scoperta dell'incommensurabilità, era possibile frantumare in infiniti pezzi. La matematica dell'*antanairesis* rappresenta il modo per riunificarli, proponendosi come una riflessione teoretica sulla natura del numero caratterizzata dalla compresenza di contrari.

Le osservazioni sull'ipotesi del pari e del dispari, dunque, porta con sé non solo una riflessione sulla matematica in quanto aritmetica come disciplina capace di rivolgere l'anima verso la realtà intelligibile; ma soprattutto considerazioni epistemologiche che sono intrinseche a queste discipline stesse e riguardano in modo particolare il problema del fondamento di quelle assunzioni, come l'indivisibilità dell'unità, che vengono difese dagli "esperti matematici" a colpi di sogghigni contro chi intende metterli in questione. Platone non dimostra di essere contrario all'assunzione dell'unità

[105] *Ibid.*
[106] Plato, *Resp*, VII, 526 a1-5.
[107] Plato, *Resp*, VII, 526 a5-7.

come unità indivisibile, ma mostra la problematicità che comporta un certo atteggiamento nei confronti di un'*arche* sulla quale si basa una qualunque teoria matematica[108].

1.3 L'IPOTESI DELLE FIGURE

Il secondo esempio matematico che compare nel paragone della linea è quello dell'ipotesi delle "figure". Se da una parte abbiamo avuto modo di vedere che lo stretto legame fra la visione e la geometria è oggetto di considerazioni da parte di Socrate e Glaucone già a partire dal libro VI[109], dall'altra questa relazione viene recuperata e discussa ulteriormente in *Repubblica* VII con toni polemici e senza mezzi termini:

> Usano un linguaggio assolutamente ridicolo [γελοίως] e vincolato alla necessità [ἀναγκαίως]: costruendo tutti i loro discorsi come se operassero praticamente e in vista di questa pratica [πράξεως ἓνεκα], parlano di "quadrare" [τετραγωνίζειν], di "costruire" [παρατείνειν], di "aggiungere" [προστθέναι], e profferiscono tutta questa terminologia; mentre questa disciplina va certamente coltivata tutt'intera in vista della conoscenza [τὸ δ᾽ἐστί που πᾶν τὸ μάθημα γνώσεως ἓνεκα ἐπιτηδευόμενον][110].

Se si tiene presente la necessità metodologica delle figure visibili per la pratica geometrica di cui si è parlato in precedenza, la critica che Platone muove nel passo citato sopra sembra assumere contorni ben precisi: non intende in modo particolare svalutare il ruolo che le immagini assumono nei procedimenti dimostrativi impiegati nell'ambito della geometria teorica, quanto piuttosto ridefinire e ridimensionare la loro rilevanza nelle "scoperte" di nuove proprietà geometriche. Questa istanza si articola in modo particolare nella considerazione che Socrate pronuncia riguardo al tipo di

---

[108] Cfr. I. Toth, *Aristotele…*, pp 72-77.
[109] Plato, *Resp*, VI, 510 d5-511 a9.
[110] Plato, *Resp*, VII, 527 a6-10.

linguaggio a cui i cultori di geometria ricorrono nel formulare le loro dimostrazioni, definito come "ridicolo" (γελοίως) e "vincolato alla necessità" (ἀναγκαίως). La portata dei due avverbi usati per caratterizzare il modo di esprimersi e di conseguenza l'atteggiamento dei cultori di geometria, assume tutta la sua rilevanza in relazione soprattutto a due passi precisi, i quali esprimono la posizione forte di Platone in riferimento alla pratica di questa disciplina. Il primo fra questi che prenderemo in considerazione riguarda proprio un aspetto epistemologico inerente in modo particolare all'obiettivo e ai fini per cui una tale disciplina debba essere esercitata, mentre il secondo si riferisce in modo particolare allo statuto ontologico degli oggetti di cui essa si occupa.

Non è superfluo partire da considerazioni che prestano particolare attenzione alla terminologia adoperata da Socrate nella critica posta a quelli che possono essere tratteggiati come "geometri non-valenti".

Prima di tutto, il protagonista del dialogo sembra contrapporre due finalità intese a mettere in evidenza il contrasto – che Platone tiene fermo in modo particolare in gran parte del libro VII della *Repubblica* – tra "matematici valenti" e "matematici non-valenti": da una parte ci sono coloro che agiscono per πράξεως ἓνεκα, ai quali appartiene "un linguaggio assolutamente ridicolo e vincolato alla necessità"[111]; dall'altra ci sono coloro che praticano questa disciplina per γνώσεως ἓνεκα, la quale definisce l'autentico atteggiamento dei geometri esperti (γεωμετρίας ἒμπειροι)[112]. Un punto estremamente importante riguarda questi ultimi, i quali vengono esplicitamente chiamati in causa da Socrate alle linee immediatamente precedenti:

> nessuno di quanti siano anche minimamente esperti di geometria potrà contestarci: che questa scienza è tutto l'opposto [τοὐναντίον] del linguaggio usato a proposito di essa da coloro che la praticano[113].

[111] Plato, *Resp*, VII, 527 a6.
[112] Plato, *Resp*, VII, 527 a2.
[113] Plato, *Resp*, 527 a1-4.

Il protagonista del dialogo sembra riferirsi a una certa categoria non meglio precisata di studiosi dell'ambito, i quali sarebbero pronti a non contestare, e anzi ad appoggiare, la critica che egli solleva nei confronti del *modus operandi* dei "geometri non-valenti". Non può sfuggire la forte analogia[114] tra questa parte e quella precedente incentrata sull'apologia dell'indivisibilità della monade: se nella breve scena alle linee 528 a8-e3 abbiamo visto fare la loro comparsa "esperti" cultori di aritmetica impegnati a deridere e canzonare coloro che sostengono la divisibilità dell'unità, qui sembra che questo atteggiamento canzonatorio e intollerante – sebbene venga assunto più precisamente da Socrate – si riferisca ad un nuovo gruppo di "esperti" cultori dell'ambito, i quali acconsentirebbero all'idea di una geometria del tutto opposta (τοὐναντίον) rispetto a quella che viene praticata. Questo parallelismo sembra essere rilevante per due ragioni.

Un primo aspetto riguarda indubbiamente la distinzione sulle finalità degli studi geometrici che abbiamo posto all'inizio: una comprensione corretta della geometria implicherebbe una pratica di questa disciplina in vista della pura conoscenza[115]. Tuttavia, è lecito domandarsi attraverso quali presupposti si articola questa comprensione intesa come corretta da Socrate e da Glaucone. Da questo punto di vista è rilevante la sentenza finale alle linee 527 b6-7, con la quale si stabilisce lo statuto ontologico dell'oggetto di cui la geometria si occupa: poiché intesa come conoscenza di "ciò che sempre è" (τοῦ γὰρ ἀεὶ ὄντος ἡ γεωμετρικὴ γνῶσίς ἐστιν)[116], lo sguardo del geometra non deve rivolgersi a ciò che "di volta in volta nasce e perisce"[117] e, poiché tale, appartenente al divenire, quanto piuttosto ad oggetti che sembrano collocarsi su un piano ontologico superiore, coglibili con il pensiero e ai quali spetta una modalità conoscitiva in vista della sola conoscenza (γνώσεως ἓνεκα).

Una certa maniera espressiva, a cui segue la πράξεως ἓνεκα disprezzata da Socrate, appare essere allora legata allo *status* ontico di oggetti che fanno parte di un particolare dominio della realtà; poiché si è sottolineata all'inizio del presente lavoro la funzione rappresentativa degli oggetti appartenenti

[114] Sotto un diverso aspetto, questa analogia viene posta anche da: F. Franco-Repellini, *La linea…,* p. 371-372.
[115] Cfr. F. Franco-Repellini, *La linea…,* p. 371.
[116] Plato, *Resp*, VII, 527 b6-7.
[117] Plato, *Resp*, VII, 527 b4-5

alla regione inferiore della “linea”, in quanto modelli di “forme intelligibili”[118] coglibili attraverso un atto del pensiero, appare verosimile che lo scopo della critica dei due protagonisti sia connesso al modo con cui i geometri si riferiscono alle forme visibili che accompagnano le loro dimostrazioni. Le linee 529 e1-530 a1 sempre del libro VII, dove Socrate e Glaucone procedono a discutere la terza disciplina appartenente al *curriculum* matematico, sembrano evidenziare con forza questo punto:

> Vedendoli [i disegni], un esperto di geometria penserebbe trattarsi di opere dalla bellissima esecuzione, ma anche che sarebbe ridicolo studiarli seriamente come se [ὡς] si potesse cogliere in essi la verità circa gli uguali, i doppi o qualsiasi altro rapporto [ἢ διπλασίων ἢ ἄλλης τινὸς συμμετρίας][119].

Il riferimento a tale passo avvalora ulteriormente per contrapposizione che l’atteggiamento di scherno e di derisione assunto da Socrate, il quale si manifesta attraverso le parole durissime che egli rivolge al modo “ridicolo” di esprimersi dei geometri non-valenti, vuole più che altro indirizzarsi ad un particolare atteggiamento teoretico caratteristico di un modo scorretto di praticare tale disciplina.

Se è chiaro, da una parte, che in questi passi Platone intende contrapporre quelli che lui considera i geometri valenti dai geometri non-valenti sulla base delle modalità con le quali essi si esprimono intorno agli oggetti che studiano, dall’altra rimane ancora da chiarire in che modo tale contrasto vada a delinearsi. Più precisamente: in che senso parlare di τετραγωνίζειν, παρατείνειν, προστθέναι – citati nel passo come esempi delle operazioni fondamentali compiute dai cultori di questa disciplina – implica una comprensione della geometria come in vista del fare?[120]

Seguendo quanto sostiene Franco-Repellini[121], se si tiene fermo il fatto che Platone non intende nella maniera più assoluta concepibile una geometria che non faccia uso di operazioni di questo tipo[122], allora sembra non restare che egli collochi la loro comprensione scorretta nel “modo in cui

[118] Plato, *Resp*, VI, 510 d5-7.
[119] Plato, *Resp*, VII, 529 e1 – 530 a1.
[120] Cfr. F. Franco-Repellini, *La linea…,* p. 371.
[121] *Ivi*, p. 371.
[122] Poiché rientrano tra quelle operazioni a cui la geometria greca fa necessariamente ricorso, vietarle significherebbe provocare la inevitabile distruzione della geometria greca. *Ivi,* p. 370.

esse vengono dette"[123]. Più precisamente: partendo dal presupposto che fra questa sezione inerente alla geometria e quella precedente inerente all'aritmetica vi sia un forte parallelismo, lo studioso argomenta in favore di una analogia fra l'atteggiamento dei cultori "valenti" di aritmetica e i cultori "valenti" di geometria: come i primi sono quelli che rivolgono il loro sguardo a "quei numeri accessibili soltanto al pensiero"[124], così i secondi sono coloro che comprendono le funzioni "mimetiche" delle operazioni compiute sugli oggetti visibili[125]. Ciò che allora distingue il "geometra valente" dal "geometra non-valente" criticato aspramente da Socrate è proprio l'incapacità di riconoscere questo uso rappresentativo delle figure visibili e delle operazioni su di esse compiute, le quali vengono ritenute erroneamente come gli oggetti propri a cui si rivolgono le loro riflessioni e speculazioni teoretiche[126]. Il "geometria non-valente" studia le figure che produce "come se"[127] (ὡς) da esse dipendesse la possibilità di uno "studio serio" dei rapporti fra grandezze geometriche[128].

A partire, dunque, da queste considerazioni e dal presupposto – sviluppato in *Repubblica* VI[129]– che i geometri valenti si avvalgono, secondo Platone, delle figure visibili come modelli di oggetti che sono cogliibili attraverso la *dianoia*[130], è chiaro che l'attacco di Socrate si rivolge a quei matematici che operano e agiscono facendo delle figure che realizzano, e delle operazioni relative ad esse, oggetto di "pura cognizione teoretica"[131], ovvero ignorando il fatto che essi costituiscano solo delle imitazioni e dei modelli contingenti di ulteriori oggetti e procedimenti definiti relativamente a questi, i quali – proprio perché collocati su un piano ontologico superiore – rappresentano l'autentico contenuto del sapere geometrico.

---

[123] *Ivi*, p. 371.
[124] Plato, *Resp*, VII, 526 a5-7.
[125] Cfr. F. Franco-Repellini, *La linea…,* p. 372.
[126] *Ivi*, p. 374.
[127] Cfr. V. Hösle, *I fondamenti…*, p. 120, dove Hösle richiama l'attenzione al fatto che l'impiego della particella ὡς non va a designare un effettivo stato di cose, quanto una mera opinione soggettiva.
[128] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…*, pp. 513-514, dove è stata messa in evidenza la forte relazione che c'è fra la teoria delle proporzioni elaborata presumibilmente da Eudosso e il riferimento a grandezze geometriche nell'elaborazione di tale teoria, che si concretizza nel riferimento costante nel suo articolarsi a figure visibili.
[129] Plato, *Resp*, VI, 510 d5 – 511 a2.
[130] Plato, *Resp*, VI, 511 a1-2.
[131] Cfr. I. Toth, *Aristotele…*, p. 278.

Com'è possibile notare, si tratta allora di una questione centrale quella di definire il ruolo del *graphein*[132] all'interno della geometria teorica[133], il quale si specifica nelle operazioni grafiche menzionate del "quadrare", "costruire", "aggiungere"[134].

La centralità che assume questo aspetto all'interno della discussione platonica non risulta affatto casuale, ma si riferisce a un carattere essenziale della geometria del tempo che vede il suo eroe nella figura di Ippocrate di Chio, matematico al quale si attribuisce la "quadratura della lunula". La dimostrazione rientra nel problema più generale della "quadratura del cerchio", il quale diede molto filo da torcere a matematici dotati di grande ingegno. Ciò che Ippocrate mostrò attraverso la sua dimostrazione è che una figura curvilinea come la lunula – la quale è delimitata da due archi di circonferenza di raggio diverso – può effettivamente "trasformarsi" in un quadrato, a dispetto dei diversi tentativi falliti di applicazione al cerchio del metodo di triangolazione con cui si cercava di "quadrare" le figure rettilinee[135]. Se da una parte però la dimostrazione procede attraverso relazioni logiche tra tappe intermedie, essa si avvale dall'altra dell'osservazione della figura: la conclusione della dimostrazione, dunque, risulta essere necessaria soltanto fino ad un certo punto, poiché la catena argomentativa include anche un elemento esterno, la figura appunto, dalla cui osservazione segue la necessità della conclusione.

Un resoconto di come Ippocrate procede alla dimostrazione della quadratura della lunula viene offerto da Simplicio (all'interno del suo *Commentario* alla *Fisica* di Aristotele), il quale afferma di riportare "parola per parola" un frammento della *Storia della geometria* di Eudemo[136].

Egli[137] dice che Ippocrate parte da un teorema che riguarda le aree dei cerchi, secondo cui "segmenti di cerchi stanno tra di loro nello stesso rapporto che intercorre tra i quadrati e le loro basi", e così riesce a provare attraverso un'ulteriore dimostrazione che i quadrati sui diametri hanno lo stesso

[132] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…,* p. 510.
[133] Plato, *Resp*, VII, 526 c11-e5, dove in questa parte del libro VII viene discussa la differenza che c'è fra una geometria praticata a scopi bellici e una praticata a scopi teorici.
[134] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…,* p. 510.
[135] *Ivi*, p. 511.
[136] A questo proposito, si veda: T.L. Heath, *A history…,* pp. 187-191.
[137] Qui viene presa in considerazione la traduzione di: T.L. Heath, *A history…*, pp. 191-192.

rapporto dei cerchi[138]. A partire da questo, Ippocrate procede a far vedere come è possibile quadrare una lunula avente come arco esterno una semicirconferenza: prima di tutto egli procede a *costruire* una figura circoscrivendo un triangolo rettangolo isoscele e tracciando un segmento circolare sulla base simile a quelli tagliati fuori dai lati del triangolo. Dal fatto che il segmento (circolare) sulla base è uguale alla somma di quelli sui lati, segue che quando la parte del triangolo sopra il segmento costruito sulla base viene aggiunto a entrambi allo stesso modo, si avrà che la lunula sarà uguale al triangolo. Avendo dunque provato la sua uguaglianza con il triangolo, allora sarà facilmente quadrabile. In questo modo, assunto che la circonferenza esterna della lunula è uguale a un semicerchio, Ippocrate è in grado di quadrarla con facilità[139].

Il matematico di Chio, dunque, non fa altro – con disappunto dei due protagonisti del dialogo – che "aggiungere", "quadrare" e "applicare" presupponendo tutta una serie di definizioni e catene argomentative tali da poterlo considerare, non senza molti problemi, il primo autore di *Elementi* della nostra civiltà[140]. Inoltre, la centralità di queste operazioni grafiche, e quindi della rappresentazione, all'interno della dimostrazione della quadratura del cerchio non sembra essere rilevanti soltanto nelle procedure effettuate da Ippocrate, ma appaiono centrali in modo particolare all'interno dell'intera geometria praticata in ambiente sofista, rispetto al quale Ippia di Elide rappresenta un esponente di spicco. Maestro di *logistike*, geometria e altre discipline matematiche[141] a lui fu attribuita l'invenzione della cosiddetta "trisettrice", una curva prodotta dall'incontro del movimento lineare con quello circolare di cui il sofista si servì per risolvere il problema della trisezione dell'angolo – e che venne impiegata successivamente per risolvere il problema della quadratura del cerchio[142].

---

[138] Cfr. T.L. Heath, *A History…*, p. 187, in cui traduce:" And this he proved by first showing that the squares on the diameters have the same ratio as the circles".

[139] Per i dettagli su questa dimostrazione, su quelle che riguardano le lunule aventi archi di circonferenza esterni maggiori e minori di un semicerchio e i problemi che il passo pone, si veda: T.L. Heath, *A history…*, pp. 187-200.

[140] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…*, p. 512.

[141] Per la figura di Ippia di Elide, si rimanda a: Platone, *Ippia maggiore. Ippia minore. Ione, Menesseno*, a cura di B. Centrone, traduzione e note di F. M. Petrucci, Einaudi, Torino, 2012.

[142] Cfr. E. Cattanei, *Astronomia e geometria da Eudosso a Euclide*, in: F. Trabattoni (a cura di), *Storia della filosofia antica. Platone e Aristotele*, II, Carocci editore, 2016, Roma, pp. 165-174, spec. 174; inoltre, per la dimostrazione della quadratura del cerchio attraverso la trisettrice di Ippia, si rimanda a: T.L. Heath, *A History…*, pp. 226-230.

Tuttavia, se da una parte il discorso di Socrate sembra concentrarsi sul ruolo che le figure visibili assumono all'interno dei procedimenti dimostrativi impiegati dai geometri – nella possibilità di una riforma epistemologica della geometria; dall'altra sembra però risultare un aspetto legato ad un problema molto più "grande".

Si è fatto cenno alla possibilità che Ippocrate di Chio possa essere stato il primo autore di un testo di elementi, per il ricorso che egli fece a definizioni e catene argomentative come strumenti atti alla risoluzione del problema della quadratura del cerchio[143]. Il ruolo che all'interno della dimostrazione hanno definizioni e procedimenti deduttivi sembra collocarsi in continuità con l'uso di rappresentazioni grafiche intente a riprodurre i passaggi effettuati.

Come messo già in evidenza nel paragrafo precedente attraverso la forte interpretazione di Toth[144], sembrerebbe che proprio il punto sullo *status* delle definizioni impiegate dai matematici fosse particolarmente discusso all'interno dell'Accademia[145] e che alcuni segni di questo dibattito siano rinvenibili in modo particolare all'interno della parte conclusiva del libro VI – nonché in alcune parti del libro VII della *Repubblica*. Sulla base di queste considerazioni, è risultato verso la fine del paragrafo precedente che il riferimento al "pari e al dispari" non appaia semplicemente come un esempio a scopo illustrativo del modo di procedere dei matematici, ma porterebbe con sé la discussione (insieme ontologica ed epistemologica) su un problema concernente i fondamenti assiomatici della scienza dei numeri, ovvero una riflessione inerente all'assunzione senza dimostrazione di presupposti ritenuti apparentemente evidenti di per sé, quali ad esempio l'indivisibilità della monade, collocati a fondamento di una teoria aritmetica quale quella del pari e del dispari[146].

[143] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…*, p. 512.
[144] Cfr. I. Toth, *Aristotele…*, pp 149-151.
[145] Su questo punto si veda anche: Cfr. V. Hösle, *I fondamenti…*, pp. 113-117.
[146] *Ivi*, pp. 166-171.

A partire, quindi, della corrispondenza analogica cui spesso si è fatto riferimento tra la parte "aritmetica" e questa parte "geometrica" del libro VII, è lecito domandarsi se una tale discussione non concerna anche questo secondo ambito.

Per rispondere a questa questione è necessario tornare nuovamente al passo di *Repubblica* VII 527 a6-10, dove Socrate e Glaucone vanno a criticare aspramente proprio il linguaggio adoperato dai "geometri non-valenti".

Sebbene questo riferimento si presenti in relazione all'uso "improprio" che i cultori di geometria fanno del *graphein*, c'è da chiedersi per quale ragione la polemica di Platone in questa parte del dialogo si concentri in maniera particolare sul modo che essi hanno di esprimersi. Se da una parte il filosofo ateniese sembra riconoscere il valore dello "*status* scientifico della conoscenza geometrica prodotta dall'intuizione intellettuale"[147], dall'altra egli sembra rilevare la problematicità inerente a una sua esposizione linguistica non solo a seguito del fatto che essa si rivolge ad una tipologia di oggetti che appartengono ad un certo grado di realtà (le forme visibili) e alle operazioni "grafiche" che li riguardano, ma in riferimento soprattutto allo statuto epistemologico del linguaggio geometrico stesso[148]. In altre parole, in relazione alle seconde ipotesi che vengono citate da Socrate sul finire del libro VI – stando all'interpretazione forte di Toth[149]– il rilievo sul linguaggio fatto dai protagonisti del dialogo potrebbe richiamare alla discussione intorno allo *status* di definizioni che venivano considerate come *archai* della geometria, ovvero ipotesi indimostrabili e inconfutabili poste a fondamento del linguaggio geometrico[150], le quali vengono ottenute a partire da immagini sensibili[151].

Sulla base della possibilità di poter rinvenire la presenza delle ipotesi delle "figure", citate da Socrate, all'interno degli *Elementi* di Euclide, sembra che gli *schemata* espressamente chiamati in

---

147 Cfr. I. Toth, *Aristotele…*, p. 279.
148 Tuttavia, si ricorda qui che ci sono posizioni molto più "prudenti" – come, ad esempio, quella di Mario Vegetti – che intendono il riferimento al linguaggio non come un richiamo al problema dello *status* di definizioni con le quali la geometria va ad articolarsi, quanto piuttosto un riferimento esplicito al modo con cui i geometri si esprimono quando parlano di "quadrare", "aggiungere" e "applicare". Si veda: Platone, *Repubblica*, a cura di M. Vegetti, BUR, Milano, 2015.
149 *Ivi*, pp. 283-284.
150 *Ivi*, p. 256.
151 Cfr. V. Hösle, *I fondamenti…*, p. 119.

causa durante il "paragone della linea" corrispondano ad alcune proposizioni presenti nel I libro, nel quale vengono enunciate le definizioni "euclidee" di "figura", "cerchio", "semicerchio", "quadrato" ecc…[152]. Da questa corrispondenza[153] – stando alla posizione assunta da Toth – emerge tutto il senso del discorso socratico intorno alle ipotesi delle "figure": il sapere espresso dalle proposizioni geometriche che definiscono il cerchio, il quadrato o altri *schemata* "nasce" nella misura in cui esse vengano accettate senza ulteriore dimostrazione come *hypothesis* (intese come presupposto matematico fondamentale)[154], ovvero venga assegnata alla proposizione definitoria il valore vero in forma di postulato[155].

In conclusione, il rilievo critico di Socrate all'interno del libro VII della *Repubblica* mette in evidenza la necessità di una riforma della geometria che non intende riferirsi soltanto alla possibilità di realizzare la *periagoge* dell'anima verso l'intelligibile, ma anche all'esigenza di sottolineare la profonda debolezza epistemologica sia della disciplina stessa sia degli strumenti metodologici e terminologici da essa impiegati, allo scopo di esprimerne la necessità di un "soccorso strutturale"[156] attraverso la dialettica.

Questo punto rende evidente due circostanze particolarmente rilevanti: da una parte, il ruolo che ha avuto l'Accademia platonica nella riflessione e redazione di proto-elementi che in seguito andranno a confluire in quelli redatti da Euclide[157]; dall'altra l'atteggiamento dei matematici nei confronti di queste ipotesi, rispetto alle quali concedevano l'assenso universale: sulla base proprio di queste definizioni, essi articolavano dimostrazioni a forte carattere deduttivo, dove però, rispetto a queste, la componente visiva fortemente discussa da Platone sembra non perdere mai il suo ruolo centrale, in quanto modello di oggetti coglibili attraverso il pensiero.

[152] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…,* pp. 512-513.
[153] *Ibid.*
[154] Cfr. V. Hösle, *I fondamenti…*, p. 120.
[155] Cfr. I. Toth, *Aristotele…*, p. 257.
[156] Cfr. V. Hösle, *I fondamenti…*, p. 123.
[157] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…*, p. 488.

1.4 L'IPOTESI DEI TRE TIPI DI ANGOLI

Il terzo esempio che compare fra quelle ipotesi ammesse da "coloro che si occupano di geometria, aritmetica e scienze simili"[158] sono i "tre tipi di angoli" (γωνιῶν τριττὰ εἴδη)[159]. Come quello precedente, esso può essere inteso come un secondo riferimento inerente, in modo particolare, all'ambito della geometria, il quale sembra rimandare ad ulteriori aspetti legati allo *status* epistemologico delle matematiche discusso da Socrate e Glaucone e al problema di una loro fondazione attraverso la dialettica.

Prima di procedere ad illustrare in che modo si articola questa questione in relazione al tema che nel presente lavoro si sta discutendo, è necessario cercare di chiarire a cosa Socrate e Glaucone intendono riferirsi quando parlano di "tre tipi di angoli".

Se si torna nuovamente al novero di definizioni che aprono il I libro degli *Elementi* di Euclide, è possibile rintracciare fra queste alcune proposizioni che sembrano distinguere tre specie di angoli: in retto, ottuso e acuto[160]. A partire da questo rilievo, all'interno del suo *Commentario al I libro degli "Elementi" di Euclide,* Proclo sottolinea esplicitamente che è proprio questa distinzione tricotomica a costituire "l'oggetto" cui Socrate sembrerebbe alludere nella parte conclusiva del libro VI della *Repubblica*: "Queste sono le tre specie di angoli, di cui parla anche Socrate nella *Repubblica* …"[161].

Tuttavia, la rilevanza di questo commento rispetto al dialogo platonico si manifesta in modo particolare a partire dalle linee immediatamente successive, dove Proclo stesso procede a mettere in evidenza due aspetti di non poca importanza: da una parte viene fatto cenno alla rilevanza dell'angolo retto rispetto agli altri due angoli[162], dall'altra viene messa in evidenza l'incapacità dei geometri di dare ragione della distinzione posta.

---

[158] Plato, *Resp*, VI, 510 c2-3.
[159] Plato, *Resp*, VI, 510 c4.
[160] Euclide, *Elem.*, I, deff. 10-11-12.
[161] Proclo, *In prim. Eucl.,* p. 131, 10. Da qui in poi mi avvalgo della traduzione di M. Timpanaro-Cardini, Giardini, Pisa, 1978.
[162] *Ibid.*

Rispetto al primo punto, la formulazione euclidea delle definizioni inerenti alle tre specie di angoli sembra già mettere in evidenza senza troppi mezzi termini questa priorità dell'angolo retto rispetto a quello ottuso e acuto:

> E quando una retta che sta su una retta faccia gli angoli consecutivi uguali tra loro [ἴσας ἀλλήλαις], uno e l'altro degli angoli uguali [τῶν ἴσων γωνιῶν] è retto [ὀρθὴ] …[163]
>
> Angolo ottuso [ἀμβλεῖα γωνία] è maggiore di un retto [μείζων ὀρθῆσ][164].
>
> Ed acuto [ὀξεῖα] quello minore di un retto [ἐλάσσων ὀρθῆσ][165].

Come è possibile constatare dall'enunciazione stessa delle definizioni di Euclide, l'angolo ottuso e acuto sono caratterizzati sulla base del rapporto che essi intrattengono con l'angolo retto. Per dirla con le parole di Proclo, l'angolo retto viene definito "in conformità dell'uguale, identico e il simile"[166], mentre gli altri sono stabiliti in relazione al primo sulla base "del più grande e del più piccolo e, in generale, del disuguale e del diverso e, in modo indeterminato, del più e del meno"[167]. Questa priorità del retto, intesa da Hösle anche in un senso ontologico[168], rispetto all'ottuso e all'acuto non viene solamente sottolineata all'interno del commentario al I libro degli *Elementi* euclidei di Proclo, ma è possibile ritrovarla da una parte negli stessi termini in Teone di Smirne nella sua *Expositio*, dove l'angolo retto viene giudicato essere determinato dall'uguale e dal simile, mentre gli altri angoli vengono invece determinati a partire da quello, in quanto detto che l'acuto è ecceduto dal retto mentre l'ottuso lo eccede[169]; dall'altra, all'interno della *Metafisica* alle linee 1085 b7-8 del libro

[163] Euclide, *Elem.,* I, def. 10. Da qui in poi mi avvalgo della traduzione di F. Acerbi, Bompiani, Milano, 2019.
[164] Euclide, *Elem.,* I, def. 11.
[165] Euclide, *Elem.*, I, def. 12.
[166] Proclo, *In prim. Eucl.,* p. 131, 20.
[167] Proclo, *In prim. Eucl.,* p. 131, 20.
[168] Cfr. V. Hösle, *I fondamenti…,* p. 124.
[169] Teone, *Exp. Rer. Math.,* p. 101 c2 ss. Qui mi avvalgo della traduzione di F.M. Petrucci, Akademia Verlag, Sankt Augustin, 2012.

M, dove Aristotele procede a richiamare l'attenzione sul fatto che "in un senso, l'angolo retto è anteriore all'acuto, in quanto è determinato ed è anche anteriore per la definizione"[170].

Il fatto che altri autori, quali Aristotele e Teone di Smirne, abbiano sottolineato questa circostanza non risulta affatto casuale per due ragioni, stando almeno alla forte interpretazione di Hösle: da una parte, le testimonianze in merito sembrerebbero documentare a sufficienza il ruolo significativo che avrebbe avuto la posizione prima di tale angolo in relazione soprattutto alla dottrina esoterica dell'Accademia[171]; dall'altra poiché essa sembrerebbe assumere un ruolo significativo proprio all'interno della geometria cosiddetta euclidea[172]. Come viene fatto presente dallo stesso Proclo[173], soltanto attraverso le perpendicolari sarebbe possibile stabilire le altezze delle figure e attraverso il riferimento al retto operare la distinzione degli altri angoli rettilinei, essendo questi considerati per eccesso e per difetto in relazione al primo. Proprio a causa di questa "funzione" che l'angolo retto assolve, esso assume il ruolo di misura delle altre figure, un ruolo che però non sembra essere possibile stabilire sulla base di procedimenti e strumenti matematici[174], ma semplicemente postulato.

A dispetto della posizione forte presupposta da questa interpretazione[175], essa ha indubbiamente un pregio rispetto ai fini del presente lavoro, ovvero quello di mettere ulteriormente in evidenza l'atteggiamento tipico dei matematici fortemente discusso da Socrate e Glaucone in *Repubblica* VI e VII, mettendo in evidenza le presupposizioni assunte intorno al ruolo speciale che l'angolo retto assume all'interno di un particolare tipo di discorso geometrico.

I geometri, come d'altronde viene sottolineato da Proclo[176], non sono capaci – e nemmeno ritengono debba essere loro richiesto – di dare ragione di questa distinzione tricotomica e della priorità

---

[170] Arist., *Metaph.*, M 8, 1085 b7-8. Da qui in poi mi avvalgo della traduzione di G. Reale, Bompiani, Milano, 2011. Lo stesso rilievo viene fatto inoltre in: V. Hösle, *I fondamenti…,* p. 124.

[171] Hösle sembra parlare infatti di una corrispondenza tra i principi contenuti negli *agrapha dogmata* e le forme degli angoli, intendendo il retto come corrispondente all'Uguale in sé e gli altri due come esprimenti l'opposizione interna del secondo principio, ovvero il Grande-e-Piccolo. A dispetto di questa forte interpretazione, è utile sottolineare questo aspetto in relazione al ruolo avuto dall'Accademia nella discussione intorno ai problemi cui Platone fa cenno in *Repubblica* VI-VII. *Ivi*, pp. 123-125.

[172] *Ivi*, p. 126.

[173] Proclo, *In prim. Eucl.,* p. 133, 15.

[174] Cfr. V. Hösle, *I fondamenti…,* p. 126.

[175] Per ulteriori dettagli si rimanda a: V. Hösle, *I fondamenti…,* p. 123.

[176] Proclo, *In prim. Eucl.*, p. 131.

che l'angolo retto assume sia nei confronti degli altri angoli definiti a partire da questo, sia rispetto al ruolo che esso assume per l'articolarsi di un certo tipo di linguaggio geometrico, dato che "le figure geometriche naturalmente cambiano a seconda che il teorema della somma degli angoli – il quale si richiama alla distinzione citata da Socrate – valga oppure no"[177]. Tutto questo viene da loro semplicemente assunto come se fosse evidente, sebbene diano adito, stando almeno alla prospettiva di Platone, a problemi tali da non poter essere ignorati dalla "ricerca filosofica".

Sebbene le fonti prese in esame abbiano messo in evidenza la portata del riferimento platonico sui γωνιῶν τριττὰ εἴδη, non sarebbe possibile cogliere la profondità della critica messa in bocca da Socrate in questa parte del dialogo, se non si tenesse presente un punto fondamentale.

Sulla scorta dell'interpretazione di Toth, l'esempio matematico assume una straordinaria rilevanza qual ora i "tre tipi di angoli" vengano intesi indissolubilmente legati all'accenno fatto dal protagonista del dialogo poco più sotto alla "diagonale" ed al "quadrato" in sé[178]. Come è stato sottolineato precedentemente, è ovvio intendere il richiamo a queste ultime come un riferimento al fenomeno dell'irrazionale, il quale si manifesta nell'impossibilità di stabilire mediante numeri interi la misura della diagonale in rapporto al lato del quadrato. Tuttavia, la questione non sembra limitarsi a un semplice richiamo – soprattutto intendendo quest'ultimo legato a quanto si è rilevato precedentemente sui "tre tipi di angoli" – quanto piuttosto ad una riflessione epistemologica di non poco conto inerente alle condizioni attraverso le quali si dà il fenomeno dell'irrazionale. Per capire meglio in che modo si articolano la rilevanza e il legame dell'esempio fatto da Socrate con il quadrato e la diagonale citati alle linee immediatamente successive, è necessario tornare al primo momento del cosiddetto "esperimento maieutico" del *Menone*.

Tale momento si è visto essere di importanza cruciale per ciò che concerne l'esito a cui arriverà il secondo momento con la dichiarazione di ignoranza da parte dello Schiavo. Questa rilevanza si dà soprattutto tenendo presente un aspetto fondamentale messo in luce in modo particolare da Toth nel

[177] Cfr. V. Hösle, *I fondamenti…,* p. 126, vedi n. 43.
[178] Cfr. I. Toth, *Aristotele…,* p. 283.

suo saggio[179]: la possibilità di esistenza da un punto di vista geometrico del quadrato doppio non può essere conseguenza di una proposizione aritmetica – ovvero di un computo che stabilisce il valore della misura della sua area –, ma può essere assicurata soltanto nel momento in cui si convenga sulla natura euclidea del quadrato di partenza[180]. Dalla definizione collocata nel I libro degli *Elementi*[181], si è constatato che l'euclidicità del quadrato si dà proprio dal considerarlo una figura avente tutti gli angoli uguali a retti, a cui fa seguito nel corso del dialogo la presupposizione della sua similitudine con quadrilateri più grandi e più piccoli. Questi due aspetti sono ciò che all'interno dell'esperimento rendono il quadrato di partenza garante dell'esistenza di quello con area doppia, del quale lo Schiavo arriverà a dichiarare l'impossibilità di poter stabilire con esattezza la misura del suo lato.

Il punto focale dell'interpretazione di Toth evidenzia efficacemente una questione fondamentale: l'euclidicità del quadrato, posta all'interno di questa parte del *Menone* in cui Socrate si muove, non viene stabilita sulla base di un ragionamento o di una qualche procedura dimostrativa articolata attraverso la facoltà della *dianoia*, bensì "per accordo" tra i due interlocutori del dialogo. Detto in altri termini: "Il sapere dell'euclidicità del quadrato non può essere ottenuto per costruzione, e non esiste nessun mezzo inferenziale che, dall'uguaglianza dei lati e degli angoli del quadrato, possa derivare la rassicurante conclusione che i suoi angoli debbano necessariamente essere tutti retti"[182]. Se si tiene presente quanto detto precedentemente sulla "posizione speciale"[183] che assume l'angolo retto rispetto alla definizione del piano geometrico di riferimento e dell'impossibilità di stabilire attraverso il pensiero razionale l'ortogonalità del quadrato, la critica di Platone implicita nel riferimento di Socrate all'interno del paragone della linea guadagna un senso ben chiaro: la questione relativa alla sua essenza non può essere stabilita né sulla base di strumenti matematici, i quali si vanno

[179] Cfr. I. Toth, *Lo schiavo di Menone. Il lato del quadrato doppio, la sua misura non-misurabile, la sua ragione irrazionale. Commento a Platone, "Menone" 82 b-86c,* a cura di E. Cattanei, presentazione di G. Reale. Vita e Pensiero, Milano, 1998.
[180] *Ivi,* pp. 17-18.
[181] Euclide, *Elem.,* I def. 22.
[182] Cfr. I. Toth, *Lo schiavo…,* p. 18.
[183] Cfr. V. Hösle, *I fondamenti…,* p. 124.

a scontrare con i loro limiti assoluti[184], né sulla base della coerenza interna con la quale si articola il linguaggio geometrico[185].

In conclusione, se l'impossibilità di stabilire la misura del lato duale in rapporto al lato del quadrato di partenza dipende dall'assunzione senza possibilità di essere dimostrata dell'euclidicità del piano geometrico, è evidente allora che il procedere tipico dei matematici non può trovare una giustificazione al fenomeno dell'irrazionale. Stando alla parte conclusiva del libro VI della *Repubblica* appare che solo alla dialettica, e quindi a partire da presupposti che oggi si definirebbero ontologici, spetta questa possibilità, in grado per questo di far fronte a questioni che ineriscono alla stabilità epistemologica di tali discipline.

---

[184] *Ivi*, p. 122.
[185] Cfr. I. Toth, *Aristotele…,* p. 283.

2. ARISTOTELE E LE MATEMATICHE: UNA DISCUSSIONE INTORNO AGLI *ANALITCI SECONDI*

2.1 LE MATEMATICHE COME MODELLO DI UNA SCIENZA DEDUTTIVA

Se precedentemente si è discusso sulla problematicità che le assunzioni dei matematici comportano e sulla conseguente esigenza – espressa per lo più nei libri centrali della *Repubblica* – di trovare un fondamento alle ipotesi stabilite per *homologia* dai cultori di questi saperi, ci si può chiedere se la stessa questione si presenti all'interno delle opere aristoteliche, in che misura essa venga affrontata e in quale rapporto si ponga con la filosofia dello Stagirita.

Vale la pena di ricordare in questa sede un punto cruciale riguardante un aspetto sia metodologico sia epistemologico delle matematiche affrontato precedentemente: le conclusioni circa i limiti di scientificità su cui Platone insiste nei libri centrali della *Repubblica* e la proposta che segue di dissociarsi dall'abitudine a considerarle come vere e proprie discipline scientifiche, hanno suggerito che si trattassero di veri e propri saperi in " fase sperimentale", ovvero non ancora arrivati ad un assestamento tranquillo[186].

Com'è stato anticipato nel primo capitolo di questo lavoro, da una disamina di alcune fonti – quali ad esempio parti degli *Elementi* di Euclide e le opere di Aristotele stesso – appare che le matematiche di quel periodo non fossero dedite soltanto a porre problemi e a discutere soluzioni[187], ma soprattutto che fossero alla ricerca di punti di partenza (*archai*) il cui *status* teorico e la terminologia atte ad indicarle – caratterizzate al tempo di Platone dalla "irriflessa spontaneità degli inizi"[188] – avrebbero ricevuto con gli *Analitici Secondi* un forte impulso alla sistematizzazione[189]. Questa situazione

[186] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…,* p. 490.
[187] *Ibid.*
[188] Cfr. I. Toth, *Aristotele…,* p. 71.
[189] *Ibid.*

peculiare alle matematiche del V-IV secolo ha fatto sì che esse fossero definite da alcuni studiosi come delle vere e proprie “scienze in laboratorio”[190].

Per delineare le tappe che hanno portato tali discipline verso una sistematizzazione e stabilizzazione teorica, è necessario rivolgere lo sguardo proprio agli *Analitici Secondi* di Aristotele, poiché proprio qui è possibile assistere al compimento del loro assetto e del loro linguaggio. Non è un caso, infatti, il riferimento a questo scritto per la discussione del problema che qui si sta affrontando: anche solo una ricognizione statistica degli esempi che sono usati dallo Stagirita – presenti soprattutto nel I libro – evidenzia che quelli matematici sono effettivamente i più utilizzati in assoluto[191]. Una tale occorrenza non si può spiegare se non tenendo presente la rilevanza che le discipline matematiche hanno nella costruzione della teoria della conoscenza scientifica secondo Aristotele[192].

Una lettura anche superficiale dei primi capitoli del I libro mette senza mezzi termini in evidenza che il tipo di struttura pensato dallo Stagirita prevede un’architettura di tipo assiomatico-deduttivo, al fine di organizzare il corpo delle conoscenze di una data scienza – date le condizioni epistemologiche di anteriorità, causalità ed immediatezza che vengono poste alle premesse in quanto principi di una dimostrazione[193]. Il fatto che nel I libro – dove viene discusso tale carattere dimostrativo per ogni conoscenza che si voglia definire *episteme* – gli esempi matematici siano i più utilizzati a tale scopo, suggerisce che fra questi e ciò che Aristotele vuole intendere con quest’ opera sussista un legame per lo meno di tipo strutturale [194]. Proprio a causa di questo rapporto che la teoria della conoscenza scientifica intrattiene con le matematiche, risulta fondamentale uno sguardo analitico sugli esempi che vengono impiegati all’interno degli *Analitici Secondi*, allo scopo soprattutto di chiarire perché occupino un tale ruolo all’interno delle considerazioni epistemologiche che vengono svolte[195].

---

[190] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…,* p. 493.
[191] Cfr. R. Medda, *Saggio introduttivo agli* Analitici Secondi, in: Aristotele, *Organon*, a cura di M. Migliori, Bompiani, Milano, 2020, p. 824.
[192] *Ibid.*
[193] Arist., *An. Post.,* I 2, 71 b19-22. Si procederà nel seguito a chiarire questo punto.
[194] Cfr. W. Kulmann, *Die Funktion…,* p. 245.
[195] In modo particolare qui si prenderanno in considerazione solo alcuni esempi. Per una ricognizione completa si rimanda a: T. Heath, *Mathematics in Aristotle*, Routledge, London, 2016.

In relazione a quest'ultimo punto, è necessario chiarire ancora che, sebbene Aristotele non fosse un matematico di professione, egli era di certo informato sugli sviluppi e sulle novità delle matematiche del suo tempo[196]. In particolare, alcune sue allusioni a precise definizioni, proposizioni e teoremi appartenenti all'ambito specifico della geometria (e non solo) ha portato alcuni esegeti a considerare la testimonianza aristotelica, in relazione proprio a questa operazione di sistematizzazione delle conoscenze scientifiche, come una fonte indubbiamente preziosa: si ritiene infatti, con non poca plausibilità, che i suoi allievi facessero costante riferimento ad alcuni trattati di *Elementi* pre-euclidei per ritrovare quelle questioni che venivano discusse durante le lezioni[197]. In effetti – sebbene non sia possibile confermarlo con assoluta certezza – sembra che Aristotele avesse conosciuto in prima persona trattati matematici di questo tipo e che il loro successo nella sistematizzazione di queste discipline dovettero impressionarlo talmente tanto da riuscire a convincerlo che rappresentassero un riferimento imprescindibile per la sua costruzione di una teoria della conoscenza scientifica a carattere deduttivo[198].

Ecco, dunque, il motivo per cui Aristotele viene considerato come una figura di rilievo per quanto riguarda la storia della matematica, e soprattutto il cammino che ha portato progressivamente tali saperi ad assumere con rigore sempre maggiore quell'assetto assiomatico-deduttivo, il quale troverà la sua massima espressione nell'edificio degli *Elementi* di Euclide[199].

Forti di queste considerazioni contestuali che esaminano l'importanza delle opere aristoteliche sulla possibilità di ricostruire il percorso storico-epistemologico che ha portato le matematiche verso quell'assetto di cui la nota opera di Euclide rappresenta la massima realizzazione, immergiamoci con occhio critico all'interno di alcuni capitoli degli *Analitici Secondi*.

Aristotele esordisce affermando che:

---

[196] Cfr. T. Heath, *Mathematics…*, p. 1.
[197] Cfr. T. Heath, *History…*, p. 335.
[198] Cfr. W. Leszl, *Mathematics…*, p. 271.
[199] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…*, p. 491.

> Ogni insegnamento e ogni apprendimento razionale [Πᾶσα διδασκαλία καὶ πᾶσα μάθησις διανοητικὴ] derivano da una conoscenza preesistente [ἐκ προϋπαρχούσης γίνεται γνώσεως]. Questo è evidente a coloro che considerano la questione in tutti i casi: infatti le matematiche [μαθηματικαὶ], tra i saperi scientifici [ἐπιστημῶν], procedono in questo modo …[200].

Con una sentenziosità che ricorda il noto incipit di *Metafisica* A 1, 980 a21[201] (πάντες ἄνθτρωποι τοῦ εἰδέναι ὀρέγονται φύσει), lo Stagirita sembra fin da subito porre l'accento su una questione che egli ritiene fondamentale: qualunque apprendimento o insegnamento che abbia a che fare con un'attività di tipo "intellettivo"[202], deve necessariamente presupporre delle conoscenze.

Come viene efficacemente sottolineato da Mario Mignucci nel suo monumentale commentario agli *Analitici Secondi*, all'interno di questo contesto – indubbiamente appartenente all'ambito conoscitivo – il termine διανοητικός non può essere inteso come distinto e addirittura contrapposto a νοητικός, corrispondentemente alla ben nota terminologia platonica[203].

Tornando al libro VI della *Repubblica*, vediamo che Glaucone[204] – nel resoconto che fa di quanto Socrate ha illustrato precedentemente – evidenzia l'assoluto distacco che si presenta fra la facoltà della *dianoia* e quella della *noesis*: a quest'ultima, intesa come "puro pensiero" (νόησις) compete, secondo Platone, il livello di realtà più elevato e in quanto tale capace quindi di dare un fondamento all'ambito epistemologico inferiore, data la sua possibilità di procedere verso un "principio del tutto" (παντὸσ ἀρχὴν ἰών)[205]; mentre al primo, inteso come "pensiero discorsivo" (διάνοια), compete più che altro l'ambito a cui appartengono quegli oggetti che sono studiati dalle discipline chiamate "tecniche"[206] e che procedono nel loro percorso assumendo acriticamente proposizioni "ipotetiche"

---

[200] Arist., *An. Post,* I 1, 71 a1-3. Da qui in poi mi avvalgo della traduzione di R. Medda in: Aristotele, *Organon*, a cura di Maurizio Migliori, Bompiani, Milano, 2020.
[201] Cfr. M. Mignucci, *L'argomentazione dimostrativa in Aristotele. Commento agli* Analitici Secondi, I, Antenore, Padova, p. 1.
[202] *Ivi*, p. 2.
[203] *Ibid.*
[204] Si tratta del passo di: *Resp*, VI, 511 c1 – d5.
[205] Plato, *Resp*, VI, 511 b6.
[206] Plato, *Resp,* VI, 511 c6.

(ἐξ υποθέσεων)[207] come principi. È ovvio – come si è potuto constatare – che il tipo di saperi che qui sono discussi e a cui si fa riferimento sono proprio quelle matematiche che non possono avere una “comprensione noetica” (νοῦν οὐκ ἴσχειν)[208] dei loro oggetti, poiché conducono le loro indagini sulla base di assunzioni non fondate

Al contrario, a partire da un’analisi più minuziosa della terminologia adoperata da Aristotele nel passo di *Analitici Secondi* I 1, 71 a1-2, sembra emergere una posizione del tutto diversa da quella platonica: poiché nell’opera epistemologica dello Stagirita la *dianoia* viene intesa in modo particolare[209] con il significato di “intellettivo” e non di “pensiero discorsivo”, secondo alcuni esegeti il riferimento alla μάθησις διανοητική rinvierebbe allora a qualunque tipo di apprendimento razionale che non avviene attraverso l’ausilio dei sensi[210] – e non soltanto alla “conoscenza” che si realizza attraverso una mediazione di carattere discorsivo. Il punto che qui Aristotele intende sottolineare, secondo almeno la posizione forte appena illustrata, è il riferimento al fatto che qualunque ambito di indagine, di studio e di insegnamento che si articola secondo una facoltà di tipo razionale, ovvero secondo una facoltà che si sviluppa procedendo per tappe nel tempo, comprende non soltanto la conoscenza di proposizioni cosiddette mediate, bensì anche la “conoscenza” di quelle che costituiscono il punto di partenza di ogni procedimento di carattere deduttivo, stabilendo che il suo svolgersi ha sempre un punto di inizio. Questa conoscenza si dà però se si concede l’esistenza reale di preconoscenze nella mente di chi apprende[211], ovvero di presupposti che in maniera più o meno implicita qualunque discente sembra sempre dover concedere.

Quindi Aristotele, con il termine *dianoia,* non intende designare soltanto una facoltà che procede deduttivamente e che non può avere cognizione dei principi dai quali prende le mosse; ma intende riferirsi soprattutto ad una facoltà di conoscere in grado di “arrivare” a quei punti di partenza

[207] Plato, *Resp*, VI, 510 b5.
[208] Plato, *Resp*, VI, 511 d1.
[209] Cfr. M. Mignucci, *L’argomentazione…,* p. 3, dove viene sottolineato che il termine *dianoia* assume il senso di “pensiero discorsivo” solo all’interno di un contesto di critica nei confronti della posizione platonica.
[210] Cfr. M. Mignucci, *L’argomentazione…,* p. 2.
[211] *Ivi,* p. 3.

indispensabili attraverso assunzioni che rappresenterebbero nell'ottica aristotelica "cognizioni comuni", dalle quali, proprio perché appartenenti sia al discente sia al docente, dipende la possibilità di ogni trasmissione di un certo tipo di sapere in ambito didattico[212].

È evidente allora che per Aristotele la conoscenza, da parte di un discente, dei principi non si "dà" in un contesto matematico soltanto per *homologia*, accettando cioè senza discussione la sua adeguatezza a ricoprire tale ruolo; ma essa sembrerebbe essere più semplicemente riconosciuta sulla base, in parte, di quelle presupposizioni che tutti noi siamo chiamati a concedere.

In *An. Post.* II 19, 99 b27-29, viene, infatti, precisato che il modo attraverso il quale si può giungere all'acquisizione dei principi, richiede la condizione di conoscenze anteriori meno esatte, dato il presupposto che ogni conoscenza deriva da un'altra. In mancanza di questa condizione di anteriorità, solo l'ammissione – che Aristotele esclude – di una qualche forma di innatismo viene considerata l'unica possibilità affinché si dia una tale circostanza[213].

Una conferma di questa interpretazione si può ritrovare nei passi di un'altra opera fondamentale come la *Metafisica*, nella quale in un contesto del tutto differente si dice che:

> … nello stesso modo che chi impara geometria può ben avere altre conoscenze, ma di quelle cose di cui tratta questa scienza e che egli vuol imparare non ha in precedenza conoscenze, così avviene anche per tutte le altre scienze. Di conseguenza se ci fosse una scienza di tutte le cose, quali alcuni affermano, colui che la impara dovrebbe, in precedenza, non sapere niente. Invece, ogni tipo di apprendimento ha luogo mediante conoscenze che precedono totalmente o parzialmente; e questo sia che si proceda per via di dimostrazione, sia che si proceda per via di definizione (occorre infatti che gli elementi di cui consta la definizione siano in precedenza conosciuti e noti) …[214]

---

[212] *Ibid.*

[213] Una discussione sulla questione di come si acquisiscono i principi e del ruolo del *Nous*, esulerebbe troppo dagli obiettivi di questo lavoro. Tuttavia, si rimanda a: C. Kahn, *The Role of* Nous *in the Cognition of First Principles in* Posterior Analytics II 19, in: E. Berti (a cura di), *Aristotle on Science. The* Posterior Analytics. *Proceedings of the Eight Symposium Aristotelicum held in Padua from September 7 to 15, 1978*, Antenore, Padova, 1981, pp. 385-414.

[214] Arist., *Metaph.*, A 9, 992 b24-33. Da qui in poi mi avvalgo della traduzione di G. Reale, Bompiani, Milano, 2011.

Da questo passo si desume che il discente di geometria, pur non avendo cognizione degli oggetti di cui tale scienza si occupa, abbia a disposizione altre conoscenze che possono agevolare il suo apprendimento in tale ambito.

È chiaro che le "altre conoscenze" di cui si parla in queste linee, rappresentano proprio quelle "preconoscenze" di cui si discute all'interno del primo capitolo degli *Analitici Secondi*. Tuttavia, questo riferimento ci permette di fare un passo in più: da una parte si indica in maniera esplicita che le "preconoscenze" non riguardano soltanto le proposizioni ottenute attraverso un procedimento deduttivo, ma anche quelle – come le definizioni – che nel secondo capitolo degli *Analitici Secondi* sono indicati come i principi della dimostrazione, rispetto alle quali devono essere assunti gli elementi di cui esse sono costituiti[215]; dall'altra, viene sottolineato il fatto che come una tale situazione si verifica in un ambito come quello della geometria, così deve essere anche per tutte le altre discipline appartenenti al campo delle scienze.

Questa circostanza, insieme alla citazione esplicita alle matematiche nel primo capitolo degli *Analitici Secondi* – nel quale sono indicate come un esempio tra quei saperi scientifici che procedono a partire da conoscenze anteriori – mette in evidenza non soltanto lo *status* di modello che per Aristotele esse hanno nei confronti delle altre discipline scientifiche, ma anche il fatto che presentino alcune caratteristiche epistemologiche peculiari che le rendono tali.

Ci si potrebbe chiedere a questo punto quale ruolo le conoscenze previe hanno all'interno del processo di apprendimento degli oggetti di cui le matematiche si occupano.

Aristotele procede a questo proposito illustrando prima di tutto quali sono i tipi di "preconoscenze" che necessariamente si danno:

> In due modi (διχῶς) è necessario avere conoscenze precedenti (προγινώσκειν): alcune cose, infatti, bisogna assumere preliminarmente che sono (ὅτι ἔστι); di altre bisogna comprendere cosa significa ciò che viene espresso (τί τὸ λεγόμενόν ἐστι); di altre, entrambe le cose. Per esempio del fatto che è

[215] Cfr. M. Mignucci, *L'argomentazione…,* p. 3.

vero affermare o negare ogni cosa si deve conoscere preliminarmente che è (ὂτι ἒστι); del triangolo invece che significa questa cosa qui (ὂτι τοδὶ σημαίνει), dell'unità poi entrambe le cose (τὴν δὲ μονάδα ἂμφω), sia cosa significa sia che è.[216]

Ad una prima lettura, il senso generale di queste righe sembra essere il seguente: dopo aver proceduto a distinguere le "preconoscenze" che si riferiscono all'assunzione del significato di una parola da quelle che si riferiscono all'assunzione del fatto che una "cosa è", viene evidenziato che se in alcuni casi è sufficiente l'una o l'altra delle conoscenze, in altri invece è necessario presupporre entrambe.

Se da una parte la prima porzione del passo sembra essere chiara su tale distinzione in base al contenuto, dall'altra le esemplificazioni proposte a scopo illustrativo sembrano porre alcune difficoltà; tuttavia procedere ad una chiarificazione approssimativa risulta indispensabile per il prosieguo del commento, poiché lo Stagirita nel corso della sua trattazione tornerà[217] nuovamente su questo punto per definire in maniera più precisa la rilevanza che questi presupposti hanno per la possibilità di effettuare dimostrazioni.

Il primo punto da chiarire riguarda il significato con il quale viene impiegato ὅτι ἒστι.

Leggendo attentamente le linee citate, vediamo che questo primo tipo di presupposizione – "che è" – è riferito a due aspetti completamente differenti: da una parte è considerato in relazione ad una proposizione, ovvero il principio logico del terzo escluso, mentre dall'altra viene assegnato ad un'entità, ovvero l'unità (μονάδα). A questo punto chiediamoci: cosa significa ὅτι ἒστι rispetto a queste due attribuzioni? Ha il medesimo significato?

Seguendo l'interpretazione di Mario Mignucci[218], è necessario prima di tutto mettere in chiaro che il significato di ὅτι ἒστι qui ha una chiara valenza esistenziale, ma a questo punto, ci si potrebbe chiedere quale senso possa mai avere attribuire l'esistenza sia ad una proposizione, come il principio

216 Arist., *An. Post.*, 71 a11-16.
217 Più precisamente in *An. Post.,* I 10.
218 Per una discussione più precisa di questa interpretazione, si veda: M. Mignucci, *L'argomentazione…,* pp. 8-10.

del terzo escluso, sia ad un termine generale, come l'unità[219]. Una possibile ipotesi che è stata presa in considerazione consiste nel valutare tale termine da una parte, quando attribuito all'assioma logico del terzo escluso, come ciò che indica la verità di tale principio, ovvero la presupposizione del suo valore di verità[220]; dall'altra, quando attribuito ad un termine generale (ad esempio *monas)*, come indicante che questo è predicato con verità di almeno un individuo che esiste "a titolo proprio e autonomamente"[221]. In particolare, quest'ultima interpretazione, trova un suo fondamento all'interno della discussione che Aristotele fa sul particolare modo di esistere degli enti matematici, considerazione che egli procede ad estendere ad ogni altra proprietà oggetto di indagine scientifica[222].

Non è superfluo accennare a questa posizione assunta dallo Stagirita all'interno del libro M della *Metafisica* per due ragioni in particolare: da una parte essa mette ulteriormente in evidenza il "dibattito" inerente a considerazioni teoretiche sulle matematiche, nelle quali si pongono in contrapposizione la riflessione platonica e quella aristotelica; dall'altra essa risulta rilevante in considerazione dello stretto legame che hanno questioni di carattere epistemologico con questioni di carattere ontologico, ovvero il legame che sussiste tra una riflessione sullo statuto delle matematiche e una sullo statuto degli oggetti cui esse si rivolgono.

Il punto focale della posizione di Aristotele si trova in *Metafisica* M 3, dove egli espone la sua tesi intorno al modo particolare di essere degli oggetti matematici:

> … anche se gli oggetti di cui tratta [la geometria] hanno per accidente la caratteristica di essere sensibili [συμβέβηκεν αἰσθητὰ εἶναι ὧν ἐστί], essa non li considera, tuttavia, in quanto sensibili [μὴ ἒστι δὲ ᾗ ἀισθητά]. Così le scienze matematiche [αἱ μαθηματικαὶ ἐπιστῆμαι] non saranno scienze di cose sensibili [οὐ τῶν αἰσθητῶν ἒσονται], ma non saranno neppure scienze di altri oggetti separati dai sensibili [παρὰ ταῦτα ἄλλων κεχωρισμένων][223].

[219] *Ibid.*
[220] *Ibid.*
[221] *Ibid.*
[222] Per un ulteriore discussione su questa distinzione, si veda: M. Mignucci, *L'argomentazione…,* pp. 8-9.
[223] Arist., *Metaph.*, M 3, 1078 a2-5.

A partire da passi di questo tipo, è stata rilevata una posizione che, sotto un certo particolare punto di vista, sembra assumere contorni radicalmente anti-platonici[224]: essa nega ogni qualificazione ontologica agli oggetti delle scienze matematiche entro una prospettiva considerata da alcuni[225] "molto più sfumata" circa la natura, ad esempio, dei numeri studiati dall'aritmetica intesi come gruppi di unità indifferenziate o le figure geometriche concepite come grandezze continue[226]. Chiediamoci a questo punto: in che senso si parla qui di una posizione "sfumata"?

A grandi linee[227], secondo una interpretazione ormai divenuta manualistica, nel passo citato e in altri testi si coglierebbe una concezione di tipo "astrazionista"[228]: secondo questa prospettiva, gli oggetti matematici acquisterebbero "esistenza" attraverso un atto astrattivo del pensiero, il quale "induce il loro passaggio da una semplice presenza potenziale nelle cose sensibili a una forma di esistenza attuale"[229]. In questo senso va letto μὴ ἔστι δὲ ᾗ ("in quanto") ἀισθητά nel passo sopra riportato: il geometra, per esempio, considera la linea come ciò che è "astratto" dalla striscia realizzata attraverso, quello che si può definire, un supporto fisico. Dunque, il cultore di geometria – e in maniera analoga il cultore di aritmetica – non fanno altro che considerare gli oggetti che ricadono nel mondo dell'esperienza empirica non "in quanto sensibili" (ᾗ ἀισθητά) ovvero dotate di certe proprietà "fisiche", bensì in quanto dotate di proprietà matematiche (come, ad esempio, l'estensione o l'indivisibilità).

A questo punto, però, si rende necessario un piccolo chiarimento inerente alle conseguenze di questo procedimento astrattivo: non lo si deve in alcun modo intendere come un processo inteso a produrre ontologicamente gli oggetti delle scienze matematiche, quanto piuttosto una possibilità da parte del pensiero di operare una "selezione logica"[230]. Più precisamente: "gli oggetti delle scienze matematiche vengono a coincidere, nel loro essere, con aspetti reali dei corpi sensibili – ad esempio

[224] Cfr. E. Cattanei, *Gli enti matematici «per astrazione» secondo Alessandro di Afrodisia e lo Pseudo-Alessandro*, in: G. Movia (a cura di), *Alessandro di Afrodisia e la "Metafisica" di Aristotele*, Vita e Pensiero, Milano, 2003, p. 255.
[225] *Ibid.*
[226] *Ibid.*
[227] Si rimanda a: E. Cattanei, *Enti ...,* cap. II.
[228] Cfr. E. Cattanei, *Gli enti*..., p. 256.
[229] *Ibid.*
[230] *Ibid.*

l'unità o l'estensione nelle tre dimensioni –, che il pensiero isola e considera a parte dagli altri, con i quali, nella singola cosa sensibile, si trovano uniti"[231]. Proprio per questa ragione si è parlato di una forma di astrazione, ma che è necessario intendere in un senso "prescissivo"[232] e non in un senso ontologicamente costitutivo.

È chiaro allora in che senso si può attribuire verità ad un termine generale come, ad esempio, *monas*: intendendolo come ciò che può essere predicato con verità di almeno un individuo che esiste, inerisce alla possibilità stessa del pensiero di trarre dagli oggetti empirici determinati aspetti (in questo caso matematici), per isolarli e prenderli in esame tematicamente. Questa funzione "prescissiva" del procedimento astrattivo attribuito al pensiero, non può essere intesa – come abbiamo visto – come un processo ontologicamente costitutivo, ovvero di "costituzione oggettiva" degli enti matematici dalle cose sensibili, ma come un procedimento di selezione logica.

Tuttavia, questo non comporta, prosegue Mignucci, un'identificazione dell'esistenza attribuita a termini generali con l'esistenza riferita a proposizioni attraverso il concetto di verità[233], poiché le condizioni con cui si dice che i primi e i secondi "esistono" sono differenti.

Per poter dire, ad esempio, che l'unità "esiste" è necessario innanzitutto ammettere che ci sia qualcosa e che di esso è possibile predicare con verità il termine generale considerato, ovvero – adottando una terminologia moderna – che questo corrisponda ad una classe non vuota di oggetti[234]. È evidente allora che la verità di un termine generale inerisce all'esistenza di un individuo di cui è possibile predicare il termine preso in considerazione. Al contrario, la verità di una proposizione, secondo Aristotele, non comporta in alcun modo un'affermazione di esistenza: il suo soggetto non si riferisce a qualcosa di esistente o a una classe di oggetti non vuota[235]. Ad esempio: affermare che la

[231] *Ivi*, pp. 257-258.
[232] *Ibid.*
[233] Cfr. M. Mignucci, *L'argomentazione…,* pp. 8-9.
[234] *Ibid.*
[235] *Ibid.*

proposizione “Omero è un poeta” è vera, non significa che da questa si possa inferire la verità che “Omero è"[236].

Un’altra questione da affrontare riguarda l’ambiguità di fondo presente nel secondo tipo di preconoscenza.

Sebbene ci siano diverse posizioni[237] intorno all’interpretazione di cosa Aristotele intenda con “la comprensione del significato di ciò che viene espresso”, significativa per questo contesto sembra essere ancora una volta l’osservazione di Mario Mignucci, il quale ritiene che il “triangolo” citato a titolo di esempio alla linea 71 a14 si debba intendere come una proprietà da dimostrare di un certo soggetto.

Stando alla sua interpretazione, per chiarire ulteriormente questo passo, sarebbe necessario un riferimento alla nozione aristotelica di definizione: con un tale rimando è possibile avvalorare l’ipotesi interpretativa che “la comprensione del significato” (τί τὸ λεγόμενόν ἐστι) richiesta per le proprietà da dimostrare inerenti ad un soggetto, chiami in causa la comprensione del loro discorso definitorio[238]. La necessità della preconoscenza del significato, dunque, si darebbe soltanto in riferimento alla precomprensione del significato che un certo termine esprime, il quale viene stabilito da quella che Aristotele chiama “definizione nominale”.

A questo punto però si presenta una seconda ambiguità. Dato che il termine τρίγωνον sembra occorrere – anche nei passi immediatamente successivi – non solo come proprietà di cui si deve dare una dimostrazione “che è”, ma anche come soggetto di una predicazione, la posizione interpretativa presa in considerazione potrebbe apparire quanto meno dubbia.

Tuttavia, il fatto che si parli di τρίγωνον prima nella funzione di una proprietà inerente ad un soggetto e successivamente come soggetto di cui si predicano delle proprietà, non implica necessariamente un contrasto contraddittorio: infatti, in nessun luogo il triangolo viene

[236] Cfr. M. Mignucci, *L’argomentazione…,* p. 9.
[237] Si veda a questo proposito: Aristotele, *Organon*, a cura di Maurizio Migliori, Bompiani, Milano, 2020, p. 884, nota n. 7.
[238] Cfr. Aristotele, *Analitici Secondi*, a cura di M. Mignucci, Introduzione di J. Barnes, Laterza, Roma-Bari, 2007, p.183.

esclusivamente considerato come principio di una dimostrazione di cui si deve assumere l'esistenza. Tenendo conto di questo, si può facilmente concludere che di volta in volta il termine τρίγωνον deve essere necessariamente considerato o come proprietà di un certo insieme di oggetti o come soggetto di altre caratteristiche appartenenti però a quegli stessi oggetti di cui si predica, poiché essi costituiscono di fatto la condizione di possibilità per dare luogo al triangolo[239].

È evidente allora da tutto questo che gli esempi matematici proposti da Aristotele non risultano affatto casuali: le considerazioni fatte mettono in evidenza più chiaramente sia il ruolo significativo di questi presupposti come condizione per il darsi di ogni conoscenza *dianoetica,* sia, in modo particolare, il senso con il quale è necessario intendere la loro anteriorità in riferimento al complesso dei saperi matematici, i quali – come abbiamo visto – rappresentano da questo punto di vista un modello fra le varie discipline scientifiche. Da una parte, infatti, l'esempio dell'unità e del triangolo illustrano la rilevanza che hanno all'interno di un ambito di ricerca i presupposti esistenziali e quelli concernenti

il significato di un termine, poiché solo dall'assunzione che l'unità "esista" (nel senso identificato poco più sopra) e abbia un certo significato è possibile intraprendere una qualunque indagine di carattere scientifico, ovvero "è possibile istituire la domanda intorno alla sua inseribilità o meno nell'ambito della scienza"[240]; dall'altra, da alcuni studiosi, è stato giudicato un passo di una certa rilevanza, poiché ritenuta un' allusione al fatto che le matematiche già prima di Aristotele procedessero consapevolmente a partire da principi non dimostrati[241].

Al di là però delle interpretazioni che si possono dare, è evidente senza alcun dubbio che in queste prime pagine il problema di carattere epistemologico e gnoseologico a cui Aristotele si riferisce è lo stesso affrontato da Platone all'interno del *Menone*, il quale non a caso poche righe dopo viene citato esplicitamente.

[239] Cfr. M. Mignucci, *L'argomentazione…,* p. 10.
[240] Cfr. M. Mignucci, *L'argomentazione…,* p. 9.
[241] Cfr. W. Kulmann, *Die Funktion…,* p. 247. Si procederà successivamente a chiarire questo punto.

Per lo Stagirita negare la possibilità che qualunque conoscenza derivi da conoscenze preesistenti, equivale a dover ammettere necessariamente o una qualche forma di innatismo o che si parta da una condizione di totale ignoranza, rendendo in questo modo problematica la messa in atto di qualunque tipo di ricerca.

Il problema viene posto da Menone nel dialogo platonico omonimo nei seguenti termini:

> MEN. Ma in quale modo cercherai [ζητήσεις], Socrate, ciò che non sai affatto che cos'è [τοῦτο ὃ μὴ οἶσθα τὸ παράπαν ὅτι ἐστίν]? Quale delle cose che non conosci [ὧν οὐκ οἶσθα] proporrai come oggetto della ricerca? E nel caso in cui ti imbattessi veramente in essa, come farai a sapere che è proprio quella che non conoscevi [οὐκ ᾔδησθα]?[242]

Com'è noto, questa aporia viene formulata dall'interlocutore di Socrate dopo svariati tentativi falliti di definire la virtù. È proprio a questo punto che Menone presenta questo celebre paradosso della ricerca in cui sostiene che non è possibile né iniziare una ricerca intorno a ciò che non si conosce affatto (τὸ παράπαν), poiché non si sa verso quali cose ci si deve indirizzare, né che tale ricerca possa trovare una conclusione, poiché non si è nelle condizioni di poter riconoscere l'oggetto della ricerca[243]. I problemi, dunque, che secondo Menone sembrano presentarsi sono principalmente due, i quali sembrano dipendere da un presupposto di ignoranza completa intorno alla cosa posta come oggetto ricercato[244].

Socrate a questo punto riformula l'argomento del suo interlocutore in altri termini:

> SOCR. Bada che stai richiamando l'argomento eristico [ἐριστικὸν λόγον] in base al quale per l'uomo non è possibile ricercare né ciò che conosce né ciò che non conosce [οὔτε ὃ οἶδε οὔτε ὃ μὴ οἶδε]: infatti

[242] Plato, *Meno*, 80 d5-8.
[243] Cfr. F. Ferrari, *Un «microcosmo» della filosofia di Platone: il "Menone"*, in: Platone, *Menone*, a cura di F. Ferrari, BUR, Milano, 2017, p. 42.
[244] Platone, *Menone*, a cura di F. Ferrari, BUR, Milano, 2017, p. 192, vedi nota n. 107.

> non cercherebbe ciò che conosce – perché lo conosce e non ha bisogno di una simile ricerca –, e neppure cercherebbe ciò che non conosce – perché non saprebbe che cosa dovrà cercare[245].

È stato evidenziato[246] che la figura con cui il protagonista del dialogo ripresenta il problema della conoscenza assume una forma dilemmatica, la quale modifica l'intera configurazione dell'argomento. Nell'assetto socratico, l'uomo sembra presentarsi in una situazione di totale paralisi, poiché egli non può indagare ciò che conosce, dato che sarebbe superfluo ricercare ciò che già si sa, e nemmeno ciò che non conosce, poiché non saprebbe cosa cercare[247].

È dunque evidente che l'ἐριστικὸς λόγος – così come viene chiamato da Socrate – presenta la forma di un dilemma in quanto l'assunzione di entrambi i corni, ovvero 1) A conosce X e 2) A non conosce X, conduce a una paralisi dell'indagine[248]. Tuttavia, Platone sembra prospettare una soluzione a questo problema che, come è noto, consiste nell'ammettere la nota teoria dell'anamnesi. Sebbene la questione sembri presentarsi in maniera molto più complessa[249], per i fini del presente lavoro si richiameranno soltanto alcuni aspetti che intendono mostrare il modo con cui Platone ammette tale teoria come soluzione al problema posto da Menone.

Innanzitutto, è necessario rilevare che sia l'argomento di Socrate sia l'aporia sollevata dal suo interlocutore sembrano basarsi su un tipo di logica binaria che si richiama al principio del "all-or-nothing"[250]. In essa gli stati cognitivi sono concepiti come fenomeni così univoci, monolitici e statici da non poter ammettere una condizione intermedia tra la conoscenza e l'ignoranza[251].

Tuttavia, Platone sembra invece alludere alla possibilità di un tale stato nel corso dell'argomentazione, nel tentativo di sottrarre il problema alla rigida impostazione binaria del

---

[245] Plato, *Meno*, 80 e1-5.
[246] Cfr. F. Ferrari, *Un «microcosmo»...,* p. 42.
[247] Per ulteriori dettagli sulla riformulazione di Socrate si rimanda a: Platone, *Menone*…, p. 192, vedi nota n 109.
[248] Cfr. F. Ferrari, *Un «microcosmo»...,* p. 42.
[249] Per una discussione più nel dettaglio si rimanda a: D. Charles, *The paradox in the "Meno" and Aristotle's attemps to resolve it* in: D. Charles (ed.), *Definition in Greek Philosophy*, Oxford University Press, Oxford, 2010.
[250] Cfr. F. Ferrari, *Un «microcosmo»...,* p. 43.
[251] *Ibid.*

principio sul quale entrambi i ragionamenti si basano[252]. Da questo punto di vista, gioca un ruolo fondamentale la clausola avverbiale τὸ παράπαν: l'assenza di questa nel ragionamento socratico, costituisce un chiaro indizio in questo senso, in quanto sembra determinare "le condizioni per la sostituzione della disgiunzione "conoscere/ignorare" con quella "ricordare/dimenticare" i cui membri non sono mutualmente escludentisi"[253].

È chiaro allora che per Platone l'anamnesi, ovvero l'ipotesi che esista una forma di conoscenza latente che può essere "delatentizzata"[254] e attivata attraverso l'interrogazione, rappresenta l'unica soluzione possibile al problema epistemologico e gnoseologico posto da Menone. Tuttavia, proprio su questo punto in particolare Aristotele non sembra essere d'accordo con il suo Maestro.

Lo Stagirita richiama l'attenzione su tale problema alle linee 71 a19-21:

> È possibile acquisire conoscenza se si sono venute a conoscere prima alcune cose, mentre di altre perché si acquisisce conoscenza anche simultaneamente [ἅμα λαμβάνοντα τὴν γνῶσιν], per esempio come accade per quelle cose che ricadono sotto l'universale di cui si ha conoscenza[255].

La situazione considerata, la quale rientra tra i casi che possono trovare nella spiegazione platonica della conoscenza come anamnesi una loro più puntuale chiarificazione[256], è quella di un soggetto che arriva ad avere conoscenze di un qualche fatto particolare attraverso un'affermazione universale.

Aristotele, prima di tutto, passa a distinguere le proposizioni che possono essere "conosciute prima" (τὰ μὲν πρότερον γνωρίσαντα), rispetto a quelle da esse derivabili, dalle proposizioni di cui invece si può avere conoscenza "simultaneamente" (ἅμα λαμβάνοντα τὴν γνῶσιν), ovvero alle quali si perviene insieme alla conclusione[257]. Sebbene questa interpretazione possa ritenersi plausibile, essa

[252] *Ibid.*
[253] *Ibid.*
[254] *Ibid.*
[255] Arist., *An. Post.*, I 1, 71 a17-19.
[256] Cfr. D. Charles, *The Paradox…,* p. 131.
[257] Per una discussione sull'interpretazione di questo passo, si veda: M. Mignucci, *L'argomentazione…,* p. 10-12.

presenta numerosi problemi[258], tali che Suzanne Mansion[259], per riuscire a far fronte a queste difficoltà, ricorda in modo particolare che qui – e in tutto il resto del capitolo – all'autore sembra interessare in modo particolare la relazione tra la conoscenza dell'universale e la sua applicazione a casi particolari. Da questo accorgimento segue allora che la messa in evidenza in queste linee della differenza presentata occorra in modo particolare allo scopo di mettere in luce nel miglior modo possibile tale rapporto.

L'esempio che viene proposto sembra chiarire ulteriormente la questione:

> Infatti che ogni triangolo ha gli angoli uguali a due retti lo si sa prima [πᾶν τρίγωνον ἔχει δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, προῄδει]; che invece questa figura nel semicerchio è un triangolo lo si viene a conoscere simultaneamente all'essere condotti a conclusione [ἅμα ἐπαγόμενος ἐγνώρισεν][260].

È necessario prima di tutto procedere ad illustrare che cosa Aristotele intenda con "per quelle cose che ricadono sotto l'universale" (ὄντα ὑπὸ τὸ καθόλου): questa espressione, infatti, presenta un'ambiguità di fondo, potendosi riferire sia a oggetti che esemplificano l'universale sia a categorie di oggetti che sono sotto di esso[261]. Le righe successive lasciano poco spazio all'interpretazione:

> Di alcune cose infatti l'apprendimento è di tal maniera e si ottiene conoscenza dell'estremo [τὸ ἔσχατον] non attraverso il medio [οὐ διὰ τοῦ μέσου]: questo è il caso delle realtà particolari e che non si dicono di un soggetto[262].

---

[258] Si veda: S. Mansion, *La signification de l'universel d'après "An. Post." I 1,* in: E. Berti (a cura di), *Aristotle on Science. The* Posterior Analytics. *Proceedings of the Eight Symposium Aristotelicum held in Padua from September 7 to 15, 1978*, Antenore, Padova, 1981, p. 331-332.
[259] *Ibid.*
[260] Arist., *An. Post.,* I 1, 71 a19-21.
[261] Cfr. S. Mansion, *La signification…,* p. 333.
[262] Arist., *An. Post.,* I 1, 71 a21-24.

L'impiego dell'espressione tecnica καθ᾽ἕκαστα[263] e il riferimento al fatto che le realtà citate – o più precisamente i termini che le designano – non sono predicabili di un soggetto, mostrano con chiarezza che lo Stagirita intende parlare di oggetti individuali che esemplificano il termine universale[264], ovvero: questa o quella figura particolare che cade sotto l'estensione universale del concetto "triangolo", quando si riconosce che possiede la proprietà espressa dalla proposizione universale. A questo punto però si presenta una difficoltà: che cosa si intende dire con il fatto che l'estremo minore particolare (τὸ ἔσχατον) non è conosciuto διὰ τοῦ μέσου?

Tornando all'esempio proposto, egli sembra avere in mente il noto teorema secondo il quale ogni triangolo gode della proprietà di avere gli angoli uguali a due retti e a partire da questo costruisce la seguente inferenza[265]:

i) Ogni triangolo ha gli angoli uguali a due retti

ii) x è un triangolo

Allora: iii) x ha gli angoli uguali a due retti

Il punto che appare evidente in questo ragionamento è il particolare rapporto che intercorre tra i termini, il quale si differenzia da quello di un sillogismo "ordinario": se in quest'ultimo il termine medio assume effettivamente il ruolo di mediatore, poiché "fondamento della proprietà (maggiore) in quanto essenza da cui deriva e causa per la quale l'estremo maggiore appartiene al minore"[266], nel sillogismo presentato sopra le cose non sembrano stare in questo modo.

Se da una parte la premessa i) sembra parlare del fatto che ogni oggetto appartenente ad una specifica classe, ovvero all'insieme delle cose che sono triangolo, possiede una certa proprietà – cioè

[263] Cfr. S. Mansion, *La signification…,* p. 333, nota n. 9, dove viene specificato che il termine ricorre in altri passi degli *Analitici primi e secondi*, con il quale si intende sia la cosa singola e sensibile (καθ᾽ἕκαστον καὶ αἰσθητόν. *An. Pr.,* I 27, 43 a26) sia anche, in un altro senso, una caratteristica della sostanza (*An. Post.,* I 4, 73 b5-10).
[264] Cfr. S. Mansion, *La signification…,* p. 333.
[265] Cfr. M. Mignucci, *L'argomentazione…,* p. 12.
[266] Cfr. S. Mansion, *La signification…,* p. 334, dove il testo francese dice: "fondement de la propriété (majeur) en tant qu'essence dont elle découle, le moyen est aussi logiquement antérieur au mineur, en tant que raison pour laquelle le grand extrême appartient au petit".

quella di avere gli angoli uguali a due retti; dall'altra la ii) sembra invece accontentarsi di esprimere solamente che esiste un certo oggetto x di quella specie, il quale può essere individuato come tale soltanto attraverso un atto di visione diretta[267]. Il termine medio allora non rappresenta la condizione attraverso cui si può dare sillogismo, poiché se è vero che in ii) compare come soggetto, ciò che con questa proposizione si intende è un fatto di ordine esistenziale, il quale rende possibile inferire la conclusione – ad esempio – che la figura x possiede la proprietà che hanno tutti i triangoli.

Da quanto detto risulta chiaro allora che la conoscenza che si acquisisce attraverso questo ragionamento non è cumulativa, dato che la conclusione non dice nulla di più rispetto a ciò che già si sa. Tuttavia, l'informazione supplementare che in questo caso si acquisisce riguarda in modo particolare una questione di fatto: constatare l'esistenza, attraverso un atto di percezione diretta, di un certo oggetto x appartenente a quella classe che cade sotto il concetto universale, ovvero il fatto che la figura data appartiene all'insieme delle cose che sono triangoli. Una volta quindi che si accerta l'esistenza di x, tutto ciò che viene detto sull'universale dovrà quindi applicarsi *immediatamente* – ovvero senza un'ulteriore dimostrazione garante di questo passaggio – anche al particolare in quanto sussunto al di sotto di esso[268].

Per questo motivo Aristotele parla, in maniera poco rigorosa, di una "simultaneità" tra la conoscenza del particolare e la conclusione, non intendendo una vera e propria coincidenza logica, ma la possibilità di trarre la conclusione *immediatamente* una volta riconosciuto l'oggetto x come appartenente a quell'insieme di cose indicate dal termine universale[269].

In conclusione, ciò che Aristotele intende sottolineare è la complementarità fra il sapere universale e quello dei particolari corrispondenti: se il primo tipo di conoscenza si può dare prima della seconda (anteriormente), essa però non può ancora costituire secondo lo Stagirita una conoscenza in senso assoluto.

---

267 *Ibid.*
268 *Ibid.*
269 *Ibid.*

Il punto su cui Maestro e Allievo divergono è proprio questo: per Platone, come è evidente all'interno del *Menone*, il sapere che risiede nell'anima viene considerato una conoscenza a tutti gli effetti e autentica a cui il soggetto accede attraverso il procedimento dell'anamnesi, del quale si ha una messa in scena con l'esperimento dello schiavo; per Aristotele invece il sapere universale non può essere considerato se non come una conoscenza incompleta, potenziale, la quale necessità di un atto di conoscenza d'altro tipo: la constatazione e l'affermazione di esistenza di qualcosa che risponde al concetto universale[270].

È evidente allora il modo in cui è necessario che si dia la complementarità fra questi due tipi di sapere: la sola conoscenza universale non può secondo lo Stagirita prescindere da quella particolare, poiché se la prima non può essere definita ancora come una conoscenza in senso assoluto – in quanto considerata come una "previsione di sapere"[271] –, la seconda non può che limitarsi a un numero necessariamente finito di oggetti colti da un atto di percezione diretta e, in quanto tale, incapace di cogliere la totalità e di produrre *episteme*[272]. Per questa ragione Aristotele parla della condizione in cui "così si sa, perché si sa universalmente, ma non si sa in modo assoluto"[273], in quanto mancante il riferimento al concreto effettivamente esistente.

Da questo punto di vista però il richiamo al *Menone*, dove aspetti epistemologici si incrociano con questioni matematiche, non risulta affatto casuale. Stando alla posizione dello Stagirita ogni conoscenza deriva da altre conoscenze: è chiaro allora da quanto detto che la "conoscenza" anteriore e indipendente risultante dalla proposizione universale può essere stabilita in definitiva sulla base di conoscenze che si collocano prima e che riguardano appunto o la comprensione del significato di un termine o la presupposizione ontologica circa l'effettiva esistenza di oggetti che cadono sotto un determinato concetto, oppure entrambe. In questo modo l'anteriorità propria dell'universale rispetto al particolare fa sì che l'acquisizione della prima si possa intendere indipendente: non è necessario

[270] *Ivi,* p. 338.
[271] *Ivi*, p. 339.
[272] *Ibid.*
[273] Arist., *An. Post.*, I 1, 71 a27-29.

conoscere tutti i casi possibili per dire che “ogni triangolo ha gli angoli uguali a due retti”. Tuttavia, essa rimane un sapere potenziale, ipotetico, poiché mancante dello specifico contenuto che “attualizza” quanto essa esprime.

Da tutto questo risulta evidente che la difficoltà di intraprendere ogni qualsivoglia ricerca, sottolineato da Menone nel dialogo omonimo, si pone proprio in mancanza del riconoscimento sia da una parte della sinergia fra universale e particolare sia dall’altra del ruolo che hanno le conoscenze previe, le quali assumono la forma di presupposti capaci di consentire l’accesso a qualunque forma di sapere. Non sottolineare entrambi questi aspetti comporta la difficoltà di poter spiegare in che modo sia possibile una qualunque forma di ricerca su oggetti o la necessità che essa si possa dare sulla base di conoscenze che si sanno già, rendendo inutile ogni forma di indagine.

La citazione esplicita delle matematiche e degli esempi che ricorrono in questo primo capitolo mette in chiaro da questo punto di vista che esse rappresentano il luogo in cui queste due condizioni si danno effettivamente rispetto alle varie discipline scientifiche[274], evidenza che le rende agli occhi di Aristotele un forte modello di scienza deduttiva.

2.2 LE MATEMATICHE DI ARISTOTELE

Se da una parte è evidente in che modo le matematiche assumono un ruolo esemplificativo all’interno della teoria della conoscenza scientifica – così come viene delineata negli *Analitici Secondi*, dall’altra ci si potrebbe ancora chiedere che tipo di discipline abbia in mente Aristotele, come si configurano e in quale senso si presentano come un modello per gli altri ambiti di indagine.

Una discussione intorno a queste questioni risulta fondamentale, in quanto rende possibile anche solo una definizione parziale di quale fosse “lo stato dell’arte” e le discussioni interne a queste discipline in relazione, in modo particolare, al percorso che portò alla edificazione degli *Elementi* di

[274] Cfr. W. Kulmann, *Die Funktion…,* p. 247.

Euclide. Da questo punto di vista, infatti, sia nelle opere di Aristotele che in quelle di Platone sarebbe possibile rinvenire indizi inerenti a teoremi e dimostrazioni probabilmente conosciuti e ampiamente accettati dai matematici che operarono prima di Euclide; proprio il fatto che esse rappresentino l'unica modalità con la quale sia possibile ricostruire questo retroterra, rende i due filosofi una testimonianza di grande significato, in modo particolare rispetto al tentativo di definire le condizioni in cui tali discipline versavano[275].

È importante notare che questo presupposto viene sostenuto ulteriormente da due fatti di particolare rilevanza: il primo, già ricordato in precedenza, è la massiccia presenza – soprattutto nel I libro – nell'opera epistemologica aristotelica di esempi matematici che intendono esemplificare le caratteristiche che ogni teoria scientifica dovrebbe esibire, rendendo evidente sia l'ormai ben noto ruolo di modello che assumono nei confronti di ogni scienza razionale sia il confronto dello Stagirita con le discussioni matematiche del suo tempo; il secondo si riferisce in modo particolare a un qualche tipo di ruolo giocato da Platone all'interno dell'Accademia come direttore degli studi matematici[276]. È evidente dal commento del capitolo precedente che l'Accademia non fu soltanto – come forse si direbbe oggi – un centro di ricerca inerente all'ambito filosofico, ma al suo interno venivano svolte indagini riguardanti anche problemi di carattere matematico. Rispetto a questo quadro di ricerca, sembra che Platone figurasse come una personalità di riferimento, un direttore appunto che poneva problemi ai matematici del suo tempo, riuscendo talvolta ad ottenere da questi anche risultati impressionanti[277]. Nel suo articolo sul metodo matematico però, Ian Mueller, ricorda che questo non deve portare ad escludere un coinvolgimento diretto del filosofo ateniese nella risoluzione di problemi scientifici. Tuttavia, in assenza di evidenze in questo senso e constatata l'"impenetrabile oscurità"[278] dei molti passaggi matematici nei suoi scritti, risulta più cauto pensare a Platone come ad una fonte

[275] Cfr. K. von Fritz, *Die* APXAI *in der griechischen Mathematik*, «Archiv für Begriffsgeschichte», 1 (1995), p. 14.
[276] Cfr. I. Mueller, *Mathematical Method and Philosophical Truth* in: R. Kraut (a cura di), *The Cambridge Companion to Plato*, Cambridge University Press, Cambridge, 1992, p. 175.
[277] *Ibid.*
[278] *Ibid.*

di sfida e ispirazione per i cultori di queste discipline[279] e non come ad "un matematico nel vero senso della parola"[280].

Queste considerazioni sul rapporto tra matematiche e filosofia non solo evidenziano l'importanza della testimonianza di Platone e Aristotele nel contesto della discussione del loro tempo, ma suggeriscono inoltre un loro diretto coinvolgimento e una loro più diretta interazione con le questioni che definiscono questo vivacissimo contesto di studio.

Nel tentativo di delineare il commento dei passi che seguiranno verso questa direzione, risulta necessario a questo punto domandarsi: quale tipo di matematiche Aristotele e i suoi allievi avevano sotto gli occhi durante la discussione di quelle questioni racchiuse all'interno degli *Analitici Secondi*? Il problema sembra ridursi in modo particolare al tentativo di constatare se tali discipline si presentassero o meno secondo una qualche forma di tipo assiomatico nella sistematizzazione del corpo delle loro conoscenze. Da questo punto di vista, una illustrazione che intende chiarire le espressioni usate risulta di fondamentale importanza in quanto legata – come si vedrà – in modo inscindibile all'emergere di un fondamento assiomatico-deduttivo delle matematiche[281].

Nel secondo capitolo del primo libro degli *Analitici Secondi*, dopo aver proceduto a definire il concetto cardine di conoscenza scientifica[282], Aristotele stabilisce che:

> … la conoscenza scientifica dimostrativa [τὴν ἀποδεικτικὴν ἐπιστήμην] proceda da premesse vere [ἀληθῶν], prime [πρὼτων], immediate [ἀμέσων], più note [γνωριμωτέρων], anteriori [προτέρων] e che siano cause della conclusione [αἰτίων τοῦ συμπεράσματος] …[283]

[279] *Ibid.*
[280] *Ibid.*
[281] Cfr. K. von Fritz, *Die* APXAI*...,* p. 13.
[282] Per un approfondimento su questa definizione si rimanda a: M.F. Burnyeat, *Aristotle on Understanding Knowledge*, in: E. Berti (a cura di), *Aristotle on Science. The* Posterior Analytics. *Proceedings of the Eight Symposium Aristotelicum held in Padua from September 7 to 15, 1978*, Antenore, Padova, 1981, pp. 97-139.
[283] Arist., *An. Post.*, I 2, 71 b20-23.

Partendo dunque dalle prime considerazioni generali che lo Stagirita fa intorno alla sua definizione di *episteme*[284], si procede a sottolineare quali requisiti le premesse devono necessariamente possedere al fine di poter assumere il ruolo di principi di una dimostrazione, intesa questa in termini di συλλογισμὸν ἐπιστημονικόν[285], ovvero come mezzo per trasmettere la verità, la necessità e la spiegazione[286]dalle premesse alla conclusione. Quest'ultimo punto è ciò che rende peculiare il sillogismo dimostrativo e lo differenzia dal sillogismo ordinario, del quale Aristotele discute all'interno degli *Analitici Primi*: se il secondo ha in comune con il primo alcuni caratteri – come, ad esempio, il fatto che la conclusione segua sempre necessariamente dalle premesse – proprio il particolare scopo per cui il primo viene teorizzato – ovvero quello di produrre conoscenza necessaria – fa sì che esso si differenzi significativamente da un sillogismo inteso in un senso puramente "formale".

È necessario, infatti, affinché un ragionamento possa produrre conoscenza scientifica, che le sue premesse siano vere (ἀληθεῖς), prime (πρῶται), immediate (ἀμέσοι), più note (γνωριμώτερὶαι), anteriori (προτέραι) e causa (αἰτίαι) della conclusione, poiché intese come punti di partenza dai quali ogni processo dimostrativo, in quanto tale, prende necessariamente le mosse.

Le linee successive sembrano confermare ulteriormente questo punto molto delicato:

> Vi sarà infatti un sillogismo anche senza questi requisiti [ἄνευ τούτων], ma non vi sarà dimostrazione [ἀποδειξις δ'οὐκ ἔσται], perché non produrrà conoscenza scientifica [ποιήσει ἐπιστήμην][287].

Il passo citato chiarisce e conferma ulteriormente che le condizioni caratterizzanti le premesse dimostrative rappresentano quegli elementi epistemici discriminanti che contraddistinguono la

---

284 Arist, *An. Post.*, I 2, 71 b9-17.
285 Arist., *An. Post.*, I 2, 71 b18, dove la dimostrazione, in quanto condizione di ogni conoscenza scientifica, viene intesa come sillogismo in virtù del quale si può conoscere in maniera scientifica.
286 Cfr. T. Irwin, *Aristotle's first Principles*, Oxford University Press, Oxford, 1988; trad. it. di Alessandro Giordani, *I primi principi di Aristotele,* presentazione di G. Reale, introduzione e indici di R. Davies, Vita e Pensiero, Milano, 1996, p. 156.
287 Arist., *An. Post.*, I 2, 71 b23-25.

dimostrazione dal sillogismo "formale"[288], il quale prescinde da tali condizioni poiché stabilisce il rapporto tra estremo maggiore ed estremo minore nella conclusione in maniera indipendente dai valori di verità delle proposizioni assunte.

Da questo punto di vista però emerge un punto cruciale: se da una parte la distinzione tra sillogismo e dimostrazione è data dalla tipologia delle premesse da cui essi prendono le mosse, dall'altra è chiaro che il sillogismo dimostrativo si configura strutturalmente conforme all'ossatura logica che lo Stagirita definisce negli *Analitici Primi* e, poiché la dimostrazione si presenta come l'unico mezzo che rende possibile il conoscere scientificamente, risulta evidente che ogni scienza dimostrativa – comprese le matematiche – dovrà procedere sulla base del particolare modello formale che Aristotele prospetta per ogni tipo di ragionamento.

Ci si potrebbe chiedere allora se, nel figurarsi una qualche forma di sistematizzazione delle matematiche, lo Stagirita abbia riconosciuto una sorta di connessione fra queste e la struttura sillogistica intesa come metodologia della dimostrazione[289].

Prima di affrontare questa questione, è necessario però considerare più da vicino quali conseguenze comportano le condizioni che sono poste e che definiscono totalmente la dimostrazione in quanto veicolo di conoscenza scientifica. A questo proposito, Aristotele stesso procede a proporre una serie di giustificazioni dei requisiti che le premesse dimostrative devono esprimere.

La prima stabilisce che:

> Le premesse devono essere vere [ἀληθῆ μὲν οὖν δεῖ εἶναι], poiché non si può conoscere [ἐπίστασθαι] ciò che non è [τὸ μὴ ὂν], per esempio che la diagonale è commensurabile [διάμετρος σύμμετρος][290].

[288] Cfr. M. Mignucci, *L'argomentazione…,* p. 23.
[289] Cfr. W. Leszl, *Mathematics…,* p. 284. Si procederà a chiarire successivamente il rapporto tra questa conseguenza e il particolare ruolo che le matematiche assumono all'interno della epistemologia aristotelica.
[290] Arist., *An. Post.*, I 2, 71 b25-26.

In queste poche righe, alcuni studiosi – come, ad esempio, Mario Mignucci[291] – hanno visto la condensazione di un argomento molto più ampio espresso in uno stile "molto rudimentale ed ellittico"[292]. Partendo dalla considerazione che il μὴ ὂν alle linee 71 b25-26 indica la falsità di una proposizione[293], ciò che intende provare il ragionamento di Aristotele è che si può avere *episteme* qualora le premesse dimostrative siano assunte in virtù della loro verità intesa come una loro condizione necessaria, poiché non è possibile avere una conoscenza scientifica a partire da premesse che sono false[294]. L'esempio che qui viene fatto, il quale si richiama in maniera del tutto evidente al fenomeno riguardante l'impossibilità di stabilire attraverso numeri interi il rapporto tra la diagonale e il lato del quadrato, sembra però esprimere una complessità maggiore di quel che appare.

Prima di tutto è necessario considerare che il caso della "diagonale commensurabile" viene inscritto all'interno della discussione come esempio di un "fatto" di cui non si può avere conoscenza scientifica, ovvero esemplifica l'impossibilità di poterne avere una conoscenza necessaria così come viene intesa dall'epistemologia aristotelica, poiché considerata una proposizione falsa.

Il riferimento alla presupposizione del valore di verità che esprime la proposizione "la diagonale è commensurabile" non si può comprendere se non si rimanda nuovamente al fenomeno dell'irrazionale manifesto nell'impossibilità di esprimere il rapporto tra la diagonale e il lato del quadrato, a cui Platone in *Repubblica* VI-VII allude riferendosi alla cosiddetta teoria del "pari e del dispari.

Se all'interno del discorso platonico tale teoria emerge in riferimento alle "visioni paradossali"[295] che la monade indivisibile comporta, in cui viene collocata l'impossibilità di poter esprimere attraverso un numero intero il rapporto tra la diagonale e il lato del quadrato, dalla discussione aristotelica interna agli *Analitici* – ma anche in altre opere come la *Metafisica* – il problema non

[291] Cfr. M. Mignucci, *L'argomentazione…,* p. 24.
[292] *Ibid.*
[293] *Ibid.*
[294] Per ulteriori dettagli sull'argomento appena presentato, si veda: M. Mignucci, *L'argomentazione…,* p. 24 e Aristotele, *Organon*…, p. 850, nota n. 21.
[295] E. Cattanei, *Le matematiche…,* p. 496-498.

sembra invece più porsi in tutta la sua radicalità, considerato anche il gran numero di volte in cui Aristotele procede ad utilizzare questo caso come esempio illustrativo in favore della particolare argomentazione che sta portando avanti[296].

Per chiarire ulteriormente le ragioni che hanno spinto lo Stagirita a considerare la citazione alla "diagonale commensurabile" come esempio di un fatto di cui non si può avere conoscenza scientifica, è necessario rivolgersi agli *Analitici Primi*, in cui viene discusso un tipo specifico di sillogismo che sembrerebbe provare l'esistenza delle cosiddette grandezze irrazionali sulla base della teoria del pari e del dispari:

> In effetti, tutti coloro che giungono ad una conclusione mediante l'impossibile [διὰ τοῦ ἀδυνάτου], costoro il falso, da una parte lo traggono come conclusione [ψεῦδος συλλογίζονται], mentre quello che in origine bisognava provare, dall'altra, lo provano sulla base di un'ipotesi [ὑποθέσεως δεικνύουσιν], quando posta la contraddittoria, risulta qualcosa di impossibile: ad esempio, provano che la diagonale del quadrato è incommensurabile col lato per il fatto che, se si pone che è commensurabile [συμμέτρου τεθείσης], i dispari diventano uguali ai pari [τὰ περιττὰ ἴσα τοῖς ἀρτίοις][297].

Il ragionamento presentato è quello che viene comunemente definito come *reductio ad absurdum* o ragionamento per assurdo: provare qualcosa significa mostrare che dalla contraddittoria assunta come ipotesi di partenza dipendono conseguenze palesemente false o impossibili, attraverso le quali si può stabilire la verità delle conclusioni che si volevano ottenere (per il principio del terzo escluso)[298].

Al fine di illustrare questa forma di argomentazione, lo Stagirita cita il caso dei matematici che provano l'incommensurabilità della diagonale con il lato partendo dalla sua contraddittoria, ovvero

---

[296] Per una rassegna degli impieghi e dei luoghi in cui Aristotele si riferisce al fenomeno dell'incommensurabilità, si veda: D.H.Fowler, *The Mathematics of Plato's Academy. A New Reconstruction*, Claredon Press, Oxford, 1991, pp. 295-297.
[297] Arist., *An. Pr.,* I 23, 41 a22-27.
[298] Cfr. Aristotele, *Organon*…, p. 532, nota n. 337.

ponendo in via ipotetica che la diagonale sia commensurabile: a partire infatti da questa assunzione, sarebbe inevitabile arrivare a concludere l'assurdità che τὰ περιττὰ ἴσα τοῖς ἀρτίοις, ovvero sarebbe inevitabile una relazione di attribuzione matematica asimmetrica, secondo la quale i dispari diventerebbero pari e non viceversa[299]. Da questa conclusione seguirebbe che non si darebbero più numeri dispari e di conseguenza, in un secondo tempo, non vi sarebbero più numeri in generale[300] e quindi nessuna aritmetica, data l'implicita coestensione dell'universo dei numeri con quello del pari e del dispari[301]. È utile rimarcare che stando alla posizione forte di Imre Toth – già considerata nel capitolo precedente – questa "contraddizione spettacolare"[302], implicata dall'affermazione della commensurabilità della diagonale, si rivela come tale soltanto in riferimento a una figura che possiede alcune proprietà necessarie che la definiscono essenzialmente[303]– il cosiddetto quadrato euclideo dell'esperimento maieutico del *Menone*.

Malgrado allora il loro contenuto puramente geometrico, la presenza di una tale dimostrazione sembra potersi legittimare non in riferimento alla scoperta di nuove proprietà capaci di dare ulteriore sviluppo alla scienza della geometria[304], bensì attraverso una finalità che si indirizzerebbe verso un sapere specificatamente assiomatico[305].

Successivamente Aristotele riprende poche righe più in basso queste considerazioni in altri termini, le quali però conducono in generale alla medesima conclusione:

> Costui dunque, da una parte, che i dispari diventino uguali ai pari [ἴσα γίνεσθαι τὰ περιττὰ τοῖς ἀρτίοις] lo trae come conclusione [συλλογίζεται] e, dall'altra, che la diagonale sia incommensurabile lo prova sulla base di un'ipotesi [ἐξ ὑποθέσεως], cioè perché a causa della contraddittoria risulta falsa[306]

[299] Cfr. S. Ofman, *Une nouvelle démonstration de l'irratioalité de racine carée de 2 d'après les* Analytiques *d'Aristote*, «Philosophie Antique» 10 (2010), p. 102.
[300] *Ivi*, p. 99.
[301] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…,* p. 497.
[302] Cfr. I. Toth, *Aristotele…*, p. 109.
[303] *Ivi*, p. 110.
[304] *Ibid.*
[305] *Ivi*, p. 111.
[306] Arist., *An. Pr.*, I 23, 41 a27-30.

Nonostante vi sia ancora molta discussione intorno al riferimento fatto all'interno del contesto della dimostrazione apagogica così formulata dallo Stagirita[307], è piuttosto chiaro che egli da una parte sembri considerare questa prova qualcosa di talmente noto[308] da limitarsi ad una "breve" esposizione – come mostra il riferimento al testo; dall'altra che essa venga assunta come paradigma illustrativo per quel tipo di sillogismo che egli sta discutendo all'interno degli *Analitici Primi*.

È stato messo in evidenza, infatti, che la dimostrazione dell'incommensurabilità[309] così intesa, fu il primo teorema che nessun metodo di dimostrazione permetteva di provare "direttamente"[310] e proprio a partire da questo è possibile rendere conto sia del suo ruolo paradigmatico che esso assume, in quanto modello di una dimostrazione per assurdo il cui valore dipende dall'importanza accordata alla "scoperta" dell'irrazionale[311], sia della relazione fra irrazionale e dimostrazione per impossibile che si trova all'interno dell'opera logica ed epistemologica dello Stagirita, rispetto alle quali è stato mostrato in maniera convincente il fatto che egli riporti semplicemente il punto di vista dei matematici[312].

Queste considerazioni mettono ulteriormente in evidenza non soltanto il fatto che le matematiche si costituiscano come un luogo di sperimentazioni di forme di ragionamento destinate ad assumere forme canoniche e ad essere estese, in virtù dei loro successo, ad altri ambiti di ricerca che ambiscono a raggiungere un assetto razionale; bensì potrebbero offrire degli indizi – secondo sempre la forte interpretazione di Toth – di uno spostamento di interesse da parte dei matematici verso una finalità specificatamente assiomatica[313].

Risulta evidente allora che l'impossibilità di una conoscenza scientifica aristotelicamente intesa della commensurabilità della diagonale al quale lo Stagirita si richiama, riflette la necessità che si dia

[307] Per una panoramica si rimanda a: S. Ofman, *Une nouvelle…,* pp. 83-104.
[308] Cfr. I. Toth, *Aristotele…,* p. 109.
[309] Per una sua possibile ricostruzione che prescinde dagli *Elementi* di Euclide, si veda: S. Ofman, *Une nouvelle démonstratio*)…, pp. 104-125.
[310] *Ivi*, p. 125.
[311] *Ivi*, p. 126.
[312] *Ibid.*
[313] Cfr. I. Toth, *Aristotele…,* p. 110.

la condizione della veridicità delle premesse assunte come principi della dimostrazione, in quanto l'inaccettabilità delle conseguenze a cui porta la contraddittoria rende impossibile una sua assunzione a fini conoscitivi. Tuttavia, sembra che un tale riferimento non solo esprima questa necessità epistemologica, ma si riferisca inoltre alla possibilità che vi fosse un forte dibattito tra i matematici inerente, più che a questioni legate a problemi matematici specifici, al modo di strutturarne le conoscenze e i risultati ottenuti[314] a partire da certe proposizioni.

Da questo punto di vista, la condizione della verità delle premesse dimostrative non sembra però presentarsi come l'unica necessaria e di per sé sufficiente:

> Il sillogismo dimostrativo deve poi procedere da premesse prime indimostrabili [ἐκ πρώτων δ᾽ἀναποδείκτων] …[315]
> Le premesse devono essere cause e più note e anteriori [αἴτιά τε καὶ γνωριμώτερα δεῖ εἶναι καὶ πρότερα]: cause, perché quando conosciamo la causa, allora conosciamo scientificamente, e anteriori, se davvero sono cause, e conosciute preliminarmente [προγνωσκόμενα] non solo nel secondo modo, cioè per il fatto che vengono comprese, ma anche perché si sa che sono [ἀλλά καὶ τῷ εἰδέναι ὅτι ἔστιν][316].

Il secondo requisito considerato, ovvero che le premesse devono essere "prime e indimostrabili", viene spiegato in modo particolare a partire dal terzo capitolo[317]. Aristotele qui prende in considerazione alcune alternative alla propria concezione di dimostrazione[318], le quali conducono ad affermare o la possibilità di dimostrare tutto o che non sia possibile conoscere nulla in maniera scientifica:

[314] *Ivi,* p. 69.
[315] Arist., *An. Post.*, I 2, 71 b 26-28.
[316] Arist., *An. Post.* I 2, 71 b29-33.
[317] Cfr. K. von Fritz, *Die* APXAI*...,* p. 19.
[317] *Ivi*, p. 22
[318] Cfr. T. Irwin, *Aristotle's first Principles*, Oxford University Press, Oxford, 1988; trad. it. di Alessandro Giordani, *I primi principi di Aristotele,* presentazione…, p. 159.

> Ora, ad alcuni, per il fatto che si devono conoscere scientificamente le cose prime, non sembra che ci sia conoscenza scientifica, ad altri invece pare che ci sia, e addirittura che ci sia dimostrazione di tutte le cose[319].

L'avversario del primo punto di vista sembra suggerire un argomento del genere: poiché ogni conoscenza è dimostrativa, tutte le proposizioni conosciute devono sempre essere derivate da un'ulteriore proposizione[320]. Negando però la possibilità di premesse prime e indimostrabili, non sarebbe dunque possibile fermare la derivazione di proposizioni da altre, la quale comporterebbe un regresso all'infinito che renderebbe impossibile ogni forma di conoscenza. Più precisamente, una posizione come questa afferma che la conoscenza di una proposizione p, richiederebbe la dimostrazione di p a partire da una premessa più alta q, la cui conoscenza richiederebbe una ulteriore dimostrazione a partire da un'altra premessa ancora più alta, e così via. È evidente allora, poiché si ritiene di conoscere ogni premessa, che è necessario portare a termine una serie infinita di dimostrazioni prima di poter affermare di possedere una vera e propria conoscenza[321].

Nondimeno, prosegue Aristotele[322], la stessa conclusione si avrebbe anche nell'eventualità in cui si negasse il regresso all'infinito: si potrebbe, infatti, affermare che esistano dei "punti di arrivo" inderivabili e primi; poiché però questi principi da cui si prendono le mosse non sarebbero conoscibili, allora non sarebbe possibile nemmeno conoscere le proposizioni posteriori derivate da quelle[323].

Il presupposto che i sostenitori di queste due posizioni assumerebbero è la presunta identificazione del sapere scientifico con quello ottenuto per dimostrazione[324], arrivando a negare così la possibilità che vi siano delle proposizioni prime e indimostrabili.

---

319 Arist., *An. Post.*, I 3, 72 b5-7.
320 Cfr. T. Irwin, *Aristotle's first Principles*, Oxford University Press, Oxford, 1988; trad. it. di Alessandro Giordani, *I primi principi di Aristotele…*, p. 163.
321 Cfr. T. Irwin, *Aristotle's first Principles*, Oxford University Press, Oxford, 1988; trad. it. di Alessandro Giordani, *I primi principi di Aristotele…*, p. 163.
322 Arist., *An. Post.*, I 3, 72 b11-15.
323 Cfr. T. Irwin, *Aristotle's first Principles*, Oxford University Press, Oxford, 1988; trad. it. di Alessandro Giordani, *I primi principi di Aristotele…*, p. 163.
324 Cfr. M. Mignucci, *L'argomentazione…*, p. 45.

Il secondo avversario, invece, intende mostrare che ogni cosa è dimostrabile a partire da una dimostrazione circolare: si può affermare di conoscere una proposizione p1 ricorrendo a p2 e attraverso la scoperta delle premesse ultime di p2 tornare a p1 in modo che p1 e p2 siano dimostrate entrambe mediante sé stesse e reciprocamente[325].

Il punto fondamentale che si intende sottolineare è il fatto che lo Stagirita intende queste alternative portatrici di conseguenze inaccettabili. Se da una parte la prima dimostrazione nega la possibilità di ogni conoscenza scientifica, rifiutando sia la condizione posta alle premesse di essere prime e indimostrabili sia la possibilità di averne una qualunque conoscenza; dall'altra la seconda sembra invece mostrare che sia possibile dimostrare ogni cosa, rendendo vana ogni forma di conoscenza, poiché i principi risulterebbero non solo più anteriori e più conosciuti della conclusione, ma anche posteriori e meno conosciuti in quanto dimostrati in forza della conclusione[326]. L'impossibilità, dunque, di procedere all'infinito e far uso di dimostrazioni circolari servono al filosofo di Stagira per stabilire la necessità di partire da premesse che siano prime e indimostrabili, dalle quali segue anche la loro immediatezza (ἀμέσοι) ovvero il fatto che non siano derivate da altro[327].

La terza condizione che viene posta – il fatto che le premesse siano γνωριμώτερὶαι – non indica soltanto che esse siano conosciute con maggiore certezza[328]; piuttosto, considerata insieme alle ultime due che seguono – ovvero προτέραι e αἶτιαι τοῦ συμπεράσματος – essa sembra stabilire che la scelta di quanto viene preso come principio primo non risulta essere casuale, ma è stabilita sulla base del rapporto che intercorre fra premessa e conclusione: la premessa prima (o il principio) deve essere qualcosa di più semplice, più comprensibile di per sé e più astratto rispetto a ciò che da questo deriva[329]. È evidente allora che queste ultime condizioni intendono definire le premesse dimostrative

---

[325] Cfr. T. Irwin, *Aristotle's first Principles*, Oxford University Press, Oxford, 1988; trad. it. di Alessandro Giordani, *I primi principi di Aristotele…*, p. 159.
[326] Cfr. Aristotele, *Organon…*, p. 861, nota n. 48.
[327] [327] Cfr. K. von Fritz, *Die* APXAI…, p. 22.
[328] *Ibid.*
[329] *Ivi*, p. 23.

sulla base di proprietà epistemiche individuate dal loro rapporto specifico con le conclusioni che da esse derivano.

Da tutto quello che si è detto, il quadro delineato da Aristotele sui requisiti che ogni premessa dimostrativa deve possedere, non sembra soltanto definire aspetti importanti della sua teoria scientifica, ma, attraverso la presenza di riferimenti matematici (come quello della diagonale commensurabile), suggerisce che la sua delineazione dipenda inoltre dalla finalità di fissare il valore epistemologico e la funzione teorica di quelle premesse che vanno ad assumere il ruolo di principi all'interno della dimostrazione.

A partire allora da questa interpretazione, è possibile intendere tale quadro per le premesse dimostrative come un momento finalizzato all'assestamento dello *status* teorico di quei principi così fortemente discussi da Platone all'interno dei libri centrali della *Repubblica*: se da quest' ultimo essi sono intesi come necessitanti di una fondazione dialettica a causa della loro debolezza epistemologica, per il suo allievo i requisiti posti affinché tali premesse possano assumere effettivamente il ruolo di principi di una dimostrazione, rappresentano delle condizioni epistemologiche necessarie e sufficienti di per sé tali da non richiedere alcun "intervento filosofico" che stabilisca un fondamento ontologico ed epistemologico capace di garantire un significativo grado di scientificità alle conclusioni desunte da questi.

Da questo punto di vista lo Stagirita non solo sembra essere soltanto testimone del dibattito sulla struttura che le matematiche stavano assumendo, ma si rivela, come il suo maestro, anche una figura direttamente coinvolta in quella fase di assestamento che avrebbe successivamente portato alla struttura presente negli *Elementi* di Euclide.

CONCLUSIONI. PROBLEMI APERTI

Nell'avvicinarci alle conclusioni di questo lavoro, si intende in modo particolare mettere in evidenza alcuni punti di estrema rilevanza per la tematica appena trattata.

Un primo punto fondamentale riguarda un aspetto contestuale: il dibattito che qui si è cercato di ricostruire non risulta affatto isolato e limitato ai soli Platone e Aristotele. Come si è messo spesso in evidenza nel corso della trattazione, questioni di carattere matematico – come, ad esempio, quelle qui trattate – sembravano essere particolarmente discusse all'interno dell'Accademia[330]. È presumibile allora ritenere che le problematiche affrontate non fossero ristrette alle sole figure prese in esame qui, ma che avessero trovato ampio seguito sia tra i membri attivi della scuola platonica sia tra quelli della scuola aristotelica. Si tratta quindi, di quello qui ricostruito, di un piccolo tassello di un quadro molto più ampio che sembra coinvolgere figure come ad esempio Speusippo, Senocrate e Teofrasto, ma anche matematici appartenenti alla cerchia ateniese di alta cultura al tempo di Platone – come ad esempio Teodoro e Teeteto, o Eudosso[331].

Un esempio delle modalità con cui, presumibilmente, avvenivano le discussioni intorno a questi problemi all'interno dell'Accademia, sembra essere offerto proprio da un dialogo platonico: il *Teeteto*[332].

Nello scritto Teodoro di Cirene – una delle figure centrali –, il quale rappresenta il ruolo di esperto nelle discipline matematiche, tiene una lezione sugli irrazionali di fronte ad un selezionato gruppo di giovani studenti[333]: attraverso l'ausilio di rappresentazioni grafiche, egli mostra che le lunghezze, espresse dalla radice dei numeri che vanno da 3 a 17, sono incommensurabili in rapporto alla linea lunga un piede, scelta come unità di misura[334]. Alcuni allievi, fra i quali spicca per qualità ed

---

[330] Cfr. I. Mueller, *Mathematica…*, p. 175, nel quale si ricorda il ruolo di direttore di studi matematici assunto da Platone all'interno dell'Accademia.
[331] Si veda: E. Cattanei, *Astronomia…,* pp. 165-174.
[332] Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…*, p. 487.
[333] Plato, *Theaet.*, 147 d – 148 b. Da qui in poi mi riferisco alla traduzione di F. Ferrari, BUR, Milano, 2021.
[334] Plato, *Theaet.*, 147 d5-6.

intelligenza Teeteto, discutono della lezione e si domandano se sia possibile "riunirle sotto un'unica nozione" (πειραθῆναι συλλαβεῖν εἰς ἕν)[335], nel tentativo di elaborare una teoria più generale[336].

Al di là delle problematiche che questo passo presenta[337], il punto che si vuole in modo particolare sottolineare sono proprio le modalità attraverso le quali il problema viene discusso. Come la maggior parte degli storici attestano, sembra che "Teodoro di Cirene e Teeteto, Eudosso di Cnido, Menecmo e suo fratello Dinostrato, Leodamante di Taso e Filippo di Opunte, insieme ad altri matematici e astronomi, tutti in rapporti più o meno stretti con l'Accademia di Platone ad Atene, ricercassero così soluzioni a problemi vecchi e nuovi, nello sforzo di formulare teorie che avessero il grado maggiore possibile di universalità e fondatezza, sistemando, anche attraverso la redazione di *Elementi* scritti, quei saperi che assumeranno il loro assetto canonico negli *Elementi* di Euclide"[338].

È evidente allora, già da questo breve richiamo al *Teeteto*, la tendenza della ricerca matematica all'interno dell'Accademia ad arrivare ad un alto grado di generalità che doveva accompagnarsi, come si è potuto vedere nel corso del commento, ad un alto grado di stabilità epistemologica. Da questo punto di vista, tale attitudine non sembra contrapporsi in maniera radicale all'articolarsi di una discussione intorno alla possibilità di una fondazione filosofica delle assunzioni, e quindi delle teorie, matematiche, così come è stata delineata all'interno del presente lavoro[339].

In relazione a questo punto però, è necessario richiamare l'attenzione ad un'ultima questione fondamentale, riguardante la chiave interpretativa che qui si è assunta per discutere i passi proposti nel corso del commento.

Come è stato sottolineato più volte nel corso della trattazione, la posizione assunta sulla possibilità che ci sia stata a partire da Platone una discussione inerente ai fondamenti delle matematiche, le cui tracce sarebbero rintracciabili a partire dalle idee di fondo presenti nella metafora della linea, è una

---

335 Plato, *Theaet*., 147 d9-e1.
336 Cfr. T.L. Heath, *A History*…, p. 23.
337 Rimando a: Cfr. E. Cattanei, *Le matematiche…,* pp. 487-488.
338 *Ibid.*
339 Ancora una volta la questione viene sottolineata da Hösle in: V. Hösle, *I fondamenti*…, pp. 40-42.

convinzione piuttosto forte che trova una sua collocazione all'interno di opere come quelle di Toth e Hösle[340].

Tuttavia, sono presenti punti di vista che si collocano sul fronte opposto: più precisamente si tratta di studiosi che in buona parte potremmo definire "negazionisti", ovvero che tendono ad escludere che i riferimenti matematici sottendano realmente al problema discusso dei fondamenti. Fra le varie posizioni[341], qui si vuole ricordare a titolo di esempio quella di Leszl nel suo *Mathematics, Axiomatization and the Hypotheses*, nel quale l'accento viene posto in modo particolare a questioni che sono inerenti alla struttura linguistico-sintattica della conformazione assunta dalle matematiche, piuttosto che a problematiche di carattere prettamente epistemologico e ontologico.

Un'ultima "fazione" sembra invece presentare una posizione, che potremmo definire, più "debolista". Più precisamente[342]: questi autori, come ad esempio Mario Vegetti, non sembrano negare da una parte la reale possibilità di una discussione intorno a queste tematiche, o più in generale la rilevanza che hanno i riferimenti matematici all'interno di opere quali quelle di Platone e Aristotele; dall'altra però non assumono in *toto* la possibilità che si sia dibattuto su un tale problema, sfociando in una posizione molto più prudente, ad esempio, in relazione all'interpretazione della metafora della linea presente sul finire del libro VI.

---

[340] In modo particolare in: I. Toth, *Aristotele…*; V. Hösle, *I fondamenti…*; e in E. Cattanei, *Enti…* .

[341] Qui si ricordano: J.J. Cleary, *Aristotle and Mathematics. Aporetic method in cosmology and metaphisics,* Brill, Leiden, 1995; e W. Leszl, *Mathematics …* .

[342] Si rimanda qui agli articoli di M. Vegetti e F. Ferrari in: Platone, *Repubblica*, a cura di M. Vegetti, Bibliopolis, Napoli, 2015.

BIBLIOGRAFIA

1. LETTERATURA PRIMARIA

Aristotele, *Metafisica*, a cura di Giovanni Reale, Bompiani, Milano, 2011.

Aristotele, *Organon*, a cura di Maurizio Migliori, Bompiani, Milano, 2020.

Euclide, *Elementi*, a cura di Fabio Acerbi, Bompiani, Milano, 2019.

Platone, *Ippia maggiore. Ippia minore. Ione, Menesseno*, a cura di B. Centrone, traduzione e note di F. M. Petrucci, Einaudi, Torino, 2012.

Platone, *Filebo*, a cura di Maurizio Migliori, Bompiani, Milano, 2011.

Platone, *Menone*, a cura di Giovanni Reale, Bompiani, Milano, 2010.

Platone, *Menone*, a cura di Franco Ferrari, BUR, Milano, 2017.

Platone, *Repubblica*, a cura di Mario Vegetti, BUR, Milano, 2015.

Platone, *Teeteto,* a cura di Franco Ferrari, BUR, Milano, 2021.

Proclo, *Commento al I libro degli "Elementi" di Euclide*, a cura di Maria Timpanaro Cardini, Giardini editori, Pisa, 1978.

Teone, *Expositio rerum mathematicarum ad legendum Platonem utilium*, a cura di Federico M. Petrucci, Academia Verlag, Sankt Augustin, 2012.

2. LETTERATURA SECONDARIA

a) Monografie

Cattanei Elisabetta, *Enti matematici e metafisica. Platone, l'Accademia e Aristotele a confronto,* prefazioni di Imre Toth e Thomas A. Szlezak, Vita e Pensiero, Milano, 1996.

Cleary J. J., *Aristotle and Mathematics. Aporetic Method in Cosmology and Metaphisycs,* Brill, Leiden, 1995.

Fowler David Herbert, *The Mathematics of Plato's Academy. A New Reconstruction*, Clarendon Press, Oxford, 1991.

Heath L. Thomas, *A History of Greek Mathematics*, vol. I, Cambridge University Press, London, 2014.

Heath L. Thomas, *Mathematics in Aristotle*, Routledge, London, 2016.

Hösle Vittorio, *I fondamenti dell'aritmetica e della geometria,* Introduzione di Giovanni Reale, traduzione di Elisabetta Cattanei, Vita e Pensiero, Milano, 1994.

Irwin Terence, *Aristotle's first Principles*, Oxford University Press, Oxford, 1988; trad. ita di Alessandro Giordani, *I primi principi di Aristotele*, presentazione di Giovanni Reale, introduzione e indici di Richard Davies, Vita e Pensiero, Milano, 1996.

Mignucci Mario, *L'argomentazione dimostrativa in Aristotele. Commento agli "Analitici Secondi"*, I, Antenore, Padova, 1975.

Toth Imre, *Aristotele e i fondamenti assiomatici della geometria. Prolegomeni alla comprensione dei frammenti non-euclidei nel «Corpus Aristotelicum»,* prefazione e introduzione di Giovanni Reale, traduzione di Elisabetta Cattanei, Vita e Pensiero, Milano, 1997.

Toth Imre, *Lo schiavo di Menone. Il lato del quadrato doppio, la sua misura non-misurabile, la sua ragione irrazionale. Commentario a Platone,* Menone *(82 B-86 C)*, a cura di Elisabetta Cattanei, presentazione di Giovanni Reale, Vita e Pensiero, Milano, 1998.

b) *Articoli*

Burnyeat M. F., *Aristotle on Understanding Knowledge*, in E. Berti (a cura di), *Aristotle on Science. The* Posterior Analytics. *Proceedings of the Eight Symposium Aristotelicum held in Padua from September 7 to 15, 1978*, Antenore, Padova, 1981, pp. 97-139.

Cattanei Elisabetta, *Astronomia e geometria da Eudosso a Euclide*, in: F. Trabattoni (a cura di), *Storia della filosofia antica. Platone e Aristotele*, II, Carocci editore, 2016, Roma, pp. 165-174.

Cattanei Elisabetta, *Gli enti matematici «per astrazione» secondo Alessandro di Afrodisia e lo Pseudo-Alessandro*, in Giancarlo Movia (a cura di), *Alessandro di Afrodisia e la "Metafisica" di Aristotele*, Vita e Pensiero, Milano, 2003, pp. 256-276.

Cattanei Elisabetta, *Le matematiche al tempo di Platone e la loro riforma*, in Platone, *Repubblica*, a cura di Mario Vegetti, Bibliopolis, Vol. V, Napoli, 2010, pp. 473-539.

Cattanei Elisabetta, *Due geometrie per il "Menone",* in M. Erler, L. Brisson (eds.), *"Gorgias" – "Menon". Selected papers from the Seventh Symposium Platonicum*, Academia Verlag, Sankt Augustin, 2007, pp. 248-252.

Charles David, *The Paradox in the "Meno" and Aristotle's Attemps to Resolve it*, in D. Charles (ed.), *Definition in Greek philosophy,* Oxford University Press, Oxford, 2010, pp. 115-150.

Franco-Repellini F., *La linea e la caverna* in Platone, *Repubblica*, traduzione e commento a cura di Mario Vegetti, Vol. V, Bibliopolis, Napoli, 2010, pp. 355-403.

Fritz Kurt von, *Die* APXAI *in der griechischen Mathematik*, «Archiv für Begriffsgeschichte», 1, 1995, pp. 12-103.

Gaiser Konrad, *Platons "Menon" und die Akademie*, Archiv für Geschichte der Philosophie, 46, 1964, pp. 241-292.

Kahn Charles, *The Role of "Nous" in the Cognition of First Principles in "Posterior Analytics" II 19*, in E. Berti (ed.), *Aristotle on Science. The* Posterior Analytics. *Proceedings of the Eight Symposium Aristotelicum held in Padua from September 7 to 15, 1978*, Antenore, Padova 1981, pp. 385-414.

Kulmann Wolfgang, *Die Funktion der mathematischen Beispiele in Aristoteles' "Analytica Posteriore"*, in E. Berti (ed.), *Aristotle on Science. The* Posterior Analytics. *Proceedings of the Eight Symposium Aristotelicum held in Padua from September 7 to 15, 1978*, Antenore, Padova 1981, pp. 245-270.

Leszl Walter, *Methematics, Axiomatization and the Hypotheses* in E. Berti (ed.), *Aristotle on Science. The* Posterior Analytics. *Proceedings of the Eight Symposium Aristotelicum held in Padua from September 7 to 15, 1978*, Antenore, Padova 1981, pp. 271-328.

Mansion S., *La signification de l'universel d'après "An. Post." I 1*, in E. Berti (ed.), *Aristotle on Science. The* Posterior Analytics. *Proceedings of the Eight Symposium Aristotelicum held in Padua from September 7 to 15, 1978*, Antenore, Padova 1981, pp. 329-342.

Mueller Ian, *Mathematical Method and Philosophical Truth* in R. Kraut (ed.), *The Cambridge Companion to Plato,* Cambridge University Press, Cambridge, 1992, pp. 170-195.

Ofman Samuel, *Une nouvelle démonstration de l'irratioalité de racine carée de 2 d'après les* Analytiques *d'Aristote*, «Philosophie Antique» 10 (2010), pp. 81-134.