

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI GENOVA

SCUOLA POLITECNICA

DIME

**Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Energetica,
Gestionale e dei Trasporti**



TESI DI LAUREA

IN

INGEGNERIA MECCANICA

**Analisi dell'interazione tra flusso di cavità e flusso
principale attraverso lo studio delle strutture vorticosi in
turbine ad alta pressione**

Relatore:

Prof. Ing. Dario Barsi

Prof. Ing. Francesca Satta

Correlatore:

Dott. Ing. Daniele Biassoni

Allievo:

Riccardo Cabona

Ottobre 2026

Analisi dell'interazione tra flusso di cavità e flusso principale attraverso lo studio delle strutture vorticose in turbine ad alta pressione

Sommario

L'attività di tesi si concentra sull'analisi dell'interazione tra il flusso principale di una turbina aeronautica di alta pressione e il flusso di tenuta nella cavità interposta fra statore e rotore mediante simulazioni numeriche basate su modelli URANS (*Unsteady-Reynolds-Averaged Navier-Stokes*).

L'obiettivo principale è identificare le traiettorie dei vortici secondari all'interno del canale palare per valutare gli effetti che ha il flusso di tenuta e la presenza stessa della cavità sullo sviluppo di essi e di conseguenza sulle perdite dello stadio.

A tale scopo sono state effettuate diverse simulazioni numeriche con e senza la presenza della cavità e variando il valore della portata di tenuta al fine di effettuare un confronto tra le diverse condizioni operative. L'individuazione delle traiettorie dei vortici è stata resa possibile grazie allo sviluppo di un codice di post-processing su MATLAB in grado di localizzare i vortici tramite il metodo del Q-criterio e ricavare poi le traiettorie implementando un algoritmo di clustering.

I risultati ottenuti forniscono indicazioni utili allo studio dello sviluppo dei vortici secondari in presenza di flusso di cavità al fine di cercare soluzioni ingegneristiche ottimizzate per diminuire le perdite nel canale e quindi migliorare l'efficienza complessiva dello stadio di turbina, contribuendo anche a ottenere un minor impatto ambientale.

Analysis of purge flow–mainstream interaction through the study of vortical structures in high-pressure turbines

Abstract

This thesis work focuses on analyzing the interaction between the main flow of a high-pressure aeronautical turbine and the purge flow within the stator-rotor cavity using numerical simulations based on Unsteady Reynolds-Averaged Navier–Stokes (URANS) models.

The main objective is to identify the trajectories of secondary vortices within the blade passage to evaluate the effects of the purge flow and the presence of the cavity itself on their development and, consequently, on stage losses.

To this end, several numerical simulations were performed both with and without the cavity, varying the purge flow rate to compare different operating conditions. The identification of vortex trajectories was made possible through the development of a MATLAB post-processing code capable of localizing vortices via the Q-criterion method and subsequently extracting their trajectories by implementing a clustering algorithm.

The obtained results provide valuable insights into the development of secondary vortices in the presence of cavity flow, aiming to identify optimized engineering solutions to reduce passage losses and improve the overall efficiency of the turbine stage, thereby contributing to a lower environmental impact.

Ringraziamenti

Ringrazio mia madre e mia nonna per il supporto che mi hanno dato durante tutto il percorso universitario.

Ringrazio i miei relatori, la Prof.ssa Francesca Satta e il Prof. Dario Barsi, per l'opportunità di tesi e il supporto; e il mio correlatore, Dott. Ing. Daniele Biassoni, per i consigli dati e il supporto continuo durante tutto il percorso della tesi.

Indice

Sommario	I
Abstract.....	II
Ringraziamenti.....	III
1.Introduzione.....	1
2.Motori turbofan	2
2.1 Architettura di un motore aeronautico	2
2.2 Generazione della spinta	3
2.3 Efficienza propulsiva	4
2.4 Miglioramenti motore turbofan	5
3.Efficienza aerodinamica della turbina	7
3.1 Strato limite	8
3.2 Flussi secondari	9
3.2.1 Vortice di passaggio	10
3.2.2 Vortice a ferro di cavallo	11
3.2.3 Corner vortex	13
3.2.4 Vortice di bordo di uscita.....	13
3.2.5 Tip leakage vortex	14
3.3 Ingestione di gas caldi.....	15
3.4 Parametri per quantificare le perdite.....	17
4.Descrizione banco prova.....	20
5.Analisi numerica	23
5.1 Introduzione al calcolo numerico	23
5.2 Simulazioni RANS e URANS	24
5.2.1 Equazione mediate di Navier-Stokes (RANS).....	24
5.2.2 Modelli di turbolenza.....	25
5.3 Mesh	26
5.3.1 Introduzione	26
5.3.2 Generazione della mesh.....	27

5.4 Condizioni al contorno	33
5.5 Procedura e convergenza delle simulazioni RANS e URANS	36
6.Risultati	39
6.1 Post processing dati numerici.....	39
6.1.1 Calcolo Q-criterion.....	39
6.1.2 Interpolazione dati.....	40
6.1.3 Identificazione centroidi	42
6.1.4 Clustering dei centroidi.....	43
6.2 Valutazione parametro Qtresh.....	43
6.3 Valutazione traiettorie al variare della portata di purge	52
7.Conclusioni.....	62
Bibliografia	64
Simbologia.....	65

1. Introduzione

Negli ultimi decenni, il settore aeronautico ha posto crescente attenzione sull'efficienza dei motori installati sui velivoli, sia per ragioni economiche sia per motivi ambientali. La progettazione di turbine a gas ad alte prestazioni richiede un bilanciamento ottimale tra produzione di energia meccanica, perdite aerodinamiche, durata dei componenti e gestione termica. In particolare, le perdite dovute a fenomeni secondari, come vortici di passaggio, a ferro di cavallo e di trafileamento, possono incidere significativamente sull'efficienza globale del motore.

Uno degli strumenti chiave per migliorare le prestazioni di una turbina è il controllo dei flussi di tenuta, ovvero del fluido di raffreddamento che viene iniettato nella cavità tra statore e rotore per limitare la temperatura cui sarebbero sottoposti i materiali di cui i dischi, statore e rotore, sono costituiti. La gestione ottimale di questi flussi rappresenta una sfida ingegneristica complessa, perché l'immissione di aria di raffreddamento modifica la distribuzione delle proprietà termodinamiche nella regione di interfaccia tra cavità e canale principale e può generare interazioni complesse con il flusso principale della turbina.

Il presente lavoro di tesi ha come obiettivo studiare e comprendere meglio, attraverso analisi numeriche, i fenomeni legati all'interazione tra il flusso iniettato nella cavità e il flusso principale ed è svolto all'interno di un progetto PRIN (Progetti di Rilevante Interesse Nazionale), finanziato dal Ministero dell'Università e della Ricerca, in collaborazione con l'Università degli Studi di Firenze, che ha svolto le analisi sperimentali sulla stessa geometria oggetto di studio. Le simulazioni numeriche CFD (*Computational Fluid Dynamics*) sono state svolte utilizzando modelli URANS (*Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes*). Tale approccio permette di risolvere le equazioni di Navier-Stokes mediate nel tempo in forma non stazionaria, consentendo di catturare l'evoluzione temporale dei campi di pressione, velocità e temperatura, e di analizzare il comportamento dei flussi di tenuta nella cavità tra statore e rotore, senza ricorrere a costose e complesse campagne sperimentali. L'utilizzo dei modelli URANS permette, inoltre, di valutare sistematicamente gli effetti di diverse configurazioni di raffreddamento, variando la portata di aria di tenuta e osservandone l'impatto sulle proprietà fluidodinamiche. Lo scopo del progetto è studiare gli effetti dell'interazione tra flusso di cavità e flusso principale tramite l'individuazione dei vortici che si formano valutando così le perdite di energia dovute a questo fenomeno. In particolare, questa tesi si sofferma sul post-processamento dei dati derivanti dalle simulazioni URANS al fine di individuare la struttura dei vortici lungo il canale interpale.

2. Motori turbofan

Per comprendere meglio l'argomento di cui si sta trattando viene fatta di seguito una breve descrizione del funzionamento di un motore aeronautico e delle sue caratteristiche fondamentali, in particolare ci si sofferma sull'architettura più utilizzata attualmente: il *Turbofan*.

2.1 Architettura di un motore aeronautico

Per capire come è strutturato un turbofan è opportuno prima fare una breve descrizione dell'architettura del turbogetto semplice. In Fig. 2.1 è mostrato un turbojet, i cui componenti principali sono da sinistra verso destra: compressore, camera di combustione, turbina e ugello.

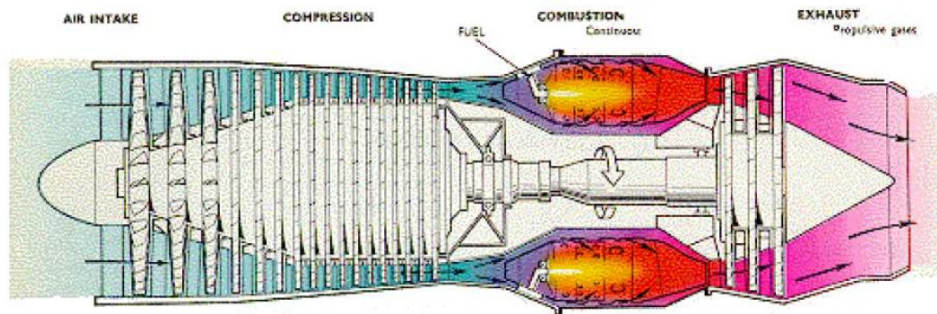


Fig. 2.1 – Motore turbojet

Il compressore ha il compito di comprimere l'aria aspirata fino a un certo livello di pressione. In camera di combustione viene ceduto calore al flusso che aumenta la sua temperatura tramite una trasformazione idealmente isobara. In turbina il flusso si espande cedendo energia e producendo lavoro meccanico che viene usato per movimentare il compressore. In uscita dalla turbina il flusso presenta ancora un certo quantitativo di energia che viene sfruttato per accelerare il flusso nell'ugello producendo così la spinta.

Il turbofan presenta, oltre ad una parte centrale chiamata core che è uguale alla struttura di un turbojet, un condotto esterno al core (condotto di by-pass) che racchiude il fan, un rotore di grandi dimensioni posto a monte del compressore, visibile in Fig. 2.2.

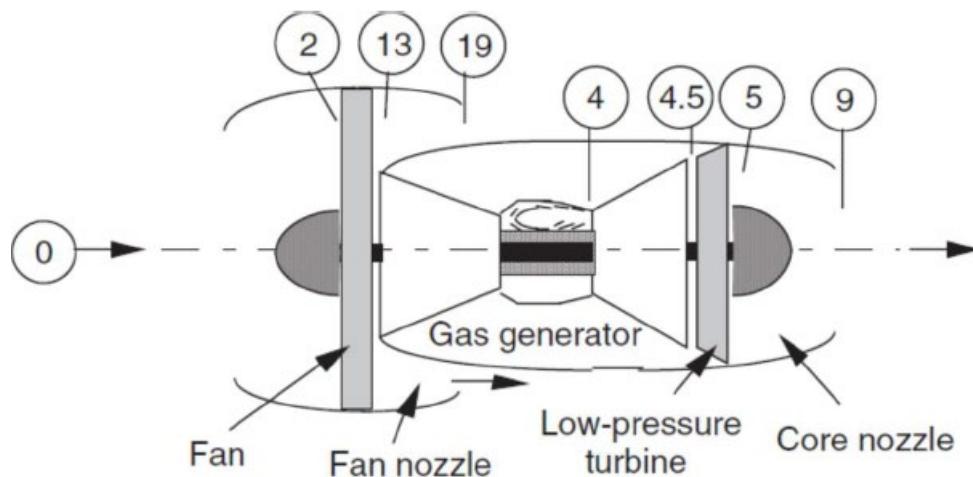


Fig. 2.2 – Schema motore turbofan bialbero

Il motore turbofan presenta generalmente almeno due alberi di rotazione, uno ad alta velocità su cui sono calettati il compressore e la turbina di alta pressione e uno a bassa velocità che permette di collegare meccanicamente la turbina di bassa pressione al fan. Il fan permette di movimentare una portata maggiore. Questo permette di aumentare l'efficienza propulsiva del velivolo, come si vedrà nel seguito. Il parametro fondamentale che caratterizza un turbofan è il BPR (by-pass ratio) definito come il rapporto tra la portata di aria passante nel condotto di by-pass e la portata elaborata dal core

$$BPR = \frac{\dot{m}_{by-pass}}{\dot{m}_{core}} \quad (2.1)$$

Nei motori turbofan di ultima generazione il BPR raggiunge valori tipici intorno a 10:1, e si cerca di aumentare sempre di più per aumentare l'efficienza propulsiva.

2.2 Generazione della spinta

Il motore deve fornire una certa spinta all'aereo per contrastare la resistenza aerodinamica dell'aria e consentire al velivolo di avanzare a una certa velocità in grado di generare la portanza necessaria a mantenere la quota. Per fare ciò si sfrutta il principio di azione-reazione, secondo il quale il flusso di portata accelerato dal motore imprime una forza uguale e opposta al verso dell'accelerazione come viene mostrato in Fig. 2.3.

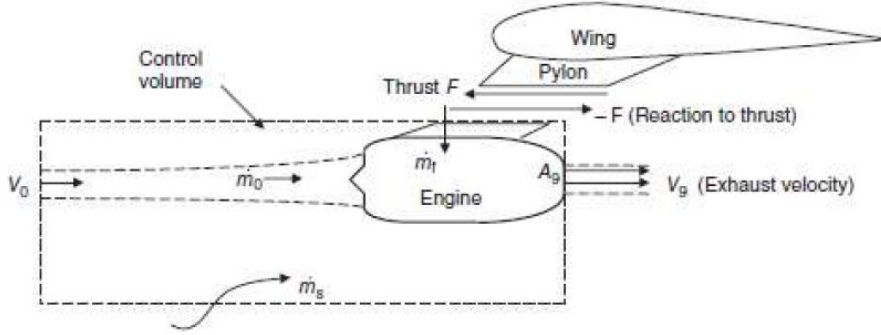


Fig. 2.3 – Schema generazione spinta e rappresentazione volume di controllo solido al motore

Al fine di quantificare la spinta (F) è necessario applicare l'equazione della conservazione della quantità di moto lungo la direzione assiale al volume di controllo solido al motore di Fig. 2.3. La sezione 0 è posta infinitamente a monte dove il flusso è indisturbato, la sezione 9 all'uscita dell'ugello e la superficie laterale, sulla quale si ipotizza che la pressione sia uguale a p_0 , è cilindrica. Nel caso stazionario e monodimensionale l'equazione si riduce alla seguente forma:

$$\sum_{out} \dot{m} V_x - \sum_{in} \dot{m} V_x = \sum_{CV} F_{est} \quad (2.2)$$

L'equazione dice che la differenza tra il flusso di quantità di moto in uscita e quello in ingresso deve uguagliare la sommatoria delle forze agenti sul volume di controllo. Sviluppando l'equazione e introducendo anche la conservazione della portata si ricava l'espressione della spinta per un motore turbojet:

$$F = \dot{m}_0(V_9 - V_0) + A_9(p_9 - p_0) \quad (2.3)$$

La spinta ricavata è detta spinta non installata perché non tiene conto della resistenza aggiuntiva dovuta alla presenza fisica della gondola motore (involucro che racchiude il motore) e del pilone di collegamento con le ali. La spinta installata risulterà quindi minore.

Per ricavare l'espressione della spinta per un motore turbofan occorre tenere conto della presenza di due ugelli, quindi l'espressione si modifica nella seguente:

$$F = \dot{m}_0(V_9 - V_0) + \dot{m}_0 BPR(V_{19} - V_0) + A_9(p_9 - p_0) + A_{19}(p_{19} - p_0) \quad (2.4)$$

Dove il pedice 9 rappresenta la sezione di uscita dell'ugello primario e 19 la sezione di uscita dell'ugello secondario, come si può notare dalla Fig. 2.2.

2.3 Efficienza propulsiva

La funzione principale di un propulsore è convertire l'energia cinetica dei gas allo scarico in energia utile all'avanzamento del velivolo, si definisce quindi l'efficienza propulsiva come il rapporto tra la potenza propulsiva e la differenza tra il flusso di energia cinetica in uscita e quello in ingresso al motore come segue:

$$\eta_p = \frac{F V_0}{\Delta(K\dot{E})} \quad (2.5)$$

Trascurando la portata di combustibile che risulta molto inferiore rispetto alla portata d'aria aspirata si può scrivere $\Delta(K\dot{E}) = \frac{1}{2}\dot{m}_0 V_9^2 - \frac{1}{2}\dot{m}_0 V_0^2$ e la spinta $F = \dot{m}_0(V_9 - V_0)$, facendo l'ipotesi di flusso perfettamente espanso ($p_9 = p_0$). Sostituendo i termini nell'espressione sopra ricaviamo la seguente espressione funzione solo delle velocità V_9 e V_0 .

$$\eta_p = \frac{2}{1 + \frac{V_9}{V_0}} \quad (2.6)$$

Si può quindi concludere che l'efficienza è uguale all'unità quando $V_9 = V_0$, ma in questo caso la spinta sarebbe nulla. Questo sta a significare che per avere un'efficienza elevata il rapporto $\frac{V_9}{V_0}$ deve tendere a 1, ma per avere una spinta sufficientemente grande il motore deve aspirare una portata d'aria maggiore. Per questo motivo per applicazioni civili, dove si vuole avere un'efficienza elevata, si usano motori turbofan con BPR elevato, mentre per applicazioni militari si predilige avere motori leggeri con una spinta specifica elevata ossia turbojet.

Per valutare l'efficienza globale del propulsore si deve tenere conto anche dell'efficienza del ciclo termodinamico (η_{th}) nel seguente modo:

$$\eta_0 = \frac{FV_0}{\dot{m}_f H_i} = \frac{FV_0}{\Delta(K\dot{E})} \cdot \frac{\Delta(K\dot{E})}{\dot{m}_f H_i} = \eta_p \cdot \eta_{th} \quad (2.7)$$

Poiché il potere calorifico H_i dipende esclusivamente dal tipo di combustibile utilizzato, l'efficienza globale può essere migliorata agendo principalmente su due parametri: la velocità di crociera V_0 e il rapporto tra spinta e portata di combustibile $F/\dot{m}_f$ che equivale a una diminuzione del consumo specifico definito come $SFC = \frac{\dot{m}_f}{F}$.

2.4 Miglioramenti motore turbofan

L'aumento dell'efficienza propulsiva è una continua sfida per consentire di abbattere i consumi e le emissioni, per questo si cerca di raggiungere valori di BPR sempre più elevati. Un aumento del BPR significa un fan con pale di diametro maggiore e quindi velocità relative al tip più elevate. Esistono tuttavia dei limiti sulla velocità, infatti se troppo elevata può portare all'instaurarsi di flussi supersonici con una conseguente formazione di onde d'urto che danno luogo ad elevate perdite e a forti sollecitazioni strutturali.

Sono state sviluppate quindi architetture di turbofan alternative per far fronte a questo problema, tra cui Advanced high by-pass ratio turbofan e Geared turbofan.

Per procedere alla spiegazione di queste architetture è necessario osservare che il lavoro prodotto dalla LPT è interamente usato per muovere il fan; quindi, scrivendo il lavoro con la formula di Eulero, e trascurando i rendimenti dei componenti, possiamo ricavare questa relazione:

$$L_{fan} = L_{LPT} \Rightarrow \omega_{fan} R_{fan} \Delta c_{\theta_{fan}} = N_{LPT} \omega_{LPT} R_{LPT} \Delta c_{\theta_{LPT}} \quad (3.1)$$

Dove il parametro N_{LPT} si riferisce al numero di stadi della turbina di bassa pressione e $\Delta c_{\theta_{LPT}}$ (angolo di deflessione del flusso) e R_{LPT} (raggio medio) sono costanti in tutti gli stadi.

La prima soluzione adotta un condotto a S (S-duct, vedi Fig. 2.4) di collegamento tra HPT e LPT che consente di aumentare il raggio medio della LPT e quindi il lavoro prodotto da essa come descritto dall'equazione sopra. Questo permette di abbassare la velocità di rotazione dell'albero di bassa pressione e quindi del turbofan, così facendo è possibile aumentare il diametro del fan e quindi il BPR.

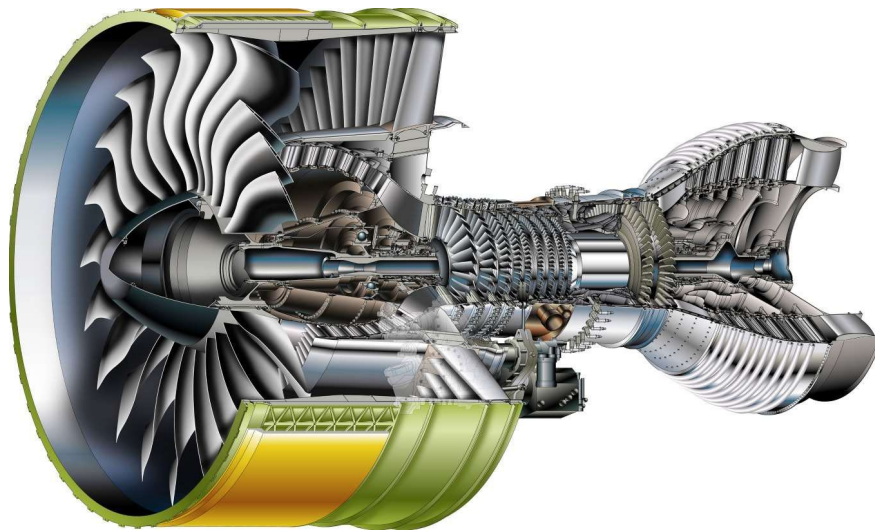


Fig. 2.4 - Motore turbofan advanced high by-pass ratio

La seconda soluzione consiste nell'interporre un riduttore di velocità tra LPT e fan consentendo alla LPT di ruotare a una velocità maggiore rispetto al fan, ossia produrre più lavoro che permette di muovere un fan con diametro maggiore e quindi anche in questo caso aumentare il by-pass ratio (Fig. 2.5).

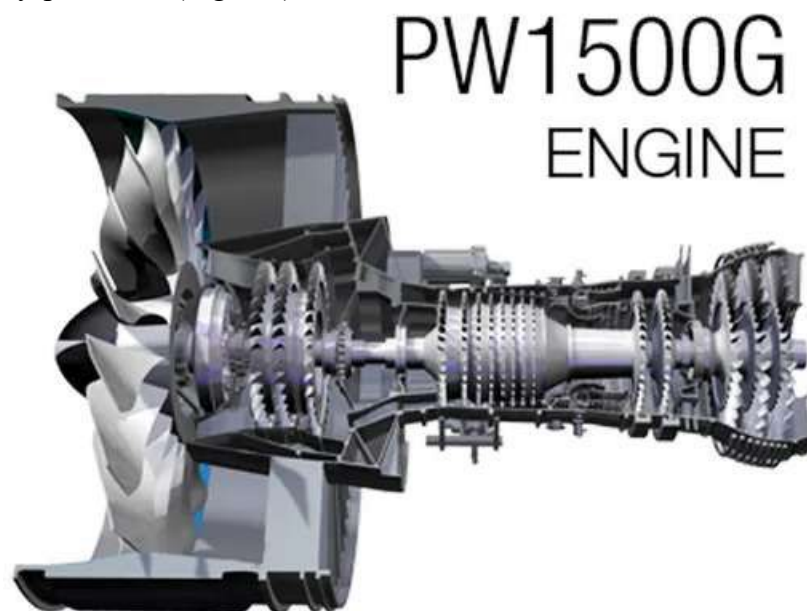


Fig. 2.5 – Motore Geared turbofan

3. Efficienza aerodinamica della turbina

Le performance del motore dipendono come visto precedentemente dal rendimento del ciclo termodinamico. Considerando il ciclo ideale di un turbogetto semplice 2-3-4-5 (Fig. 3.1) il rendimento può essere calcolato come segue:

$$\eta_{th} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_{t2}}{T_{t3}} \cdot \frac{\left(\frac{T_{t5}}{T_{t2}} - 1\right)}{\left(\frac{T_{t4}}{T_{t3}} - 1\right)} = 1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{k-1}{k}}} \quad (3.1)$$

In realtà le trasformazioni 2-3 nel compressore e 4-5 nella turbina non sono isoentropiche ma presentano un aumento di entropia, ovvero il punto 3 si sposta in 3' e 4 in 4' come indicato in Fig. 3.1. Questo succede a causa delle perdite dovute alla viscosità del fluido che verranno descritte in seguito. Si definiscono quindi l'efficienza isoentropica di compressore e turbina, riferite alle condizioni totali [1]:

$$\eta_c = \frac{h_{t3'} - h_{t2}}{h_{t3} - h_{t2}} \quad \eta_t = \frac{h_{t4} - h_{t3}}{h_{t4'} - h_{t3}} \quad (3.2)$$

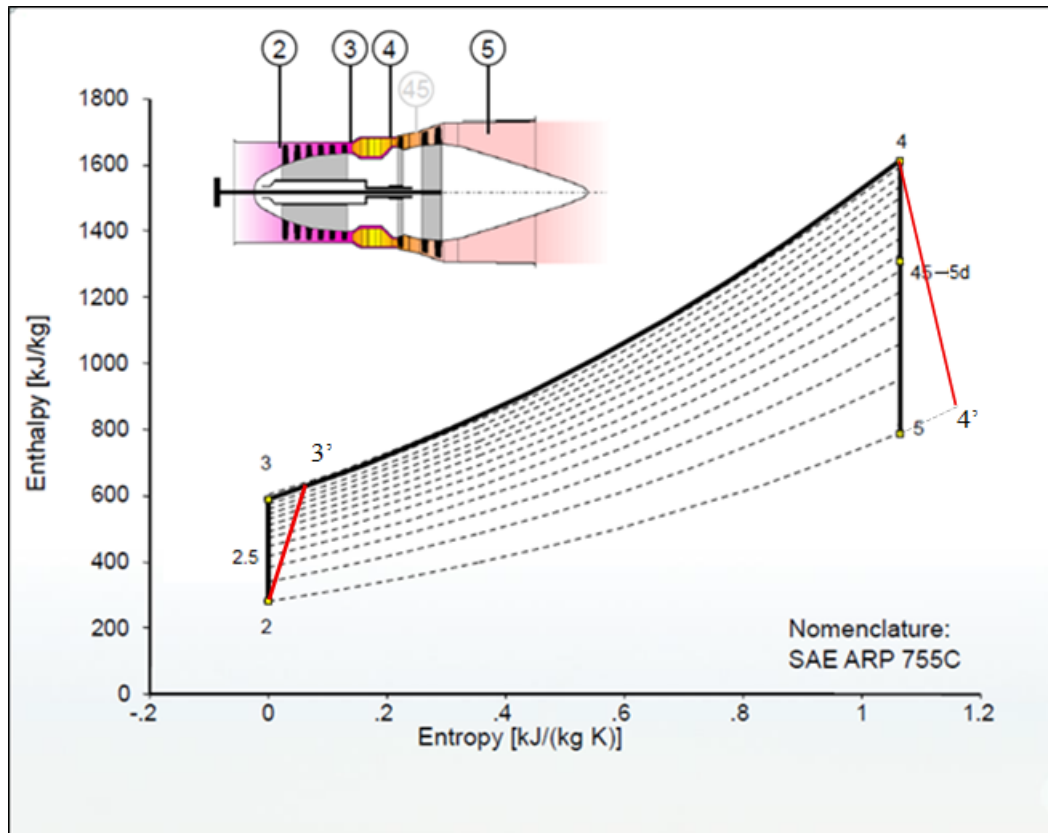


Fig 3.1 – Ciclo ideale turbogetto semplice

Considerando quindi i rendimenti di compressore e turbina il rendimento termodinamico non dipende più solo da β_t ma anche dai rendimenti di compressore e turbina e dal rapporto $\frac{T_{t4}}{T_{t2}}$. Questo comporta che se si vuole aumentare l'efficienza termodinamica per ridurre i consumi si deve cercare di mitigare le perdite nel compressore e nella turbina.

Le perdite nella turbina sono dovute principalmente alle seguenti cause:

- Strato limite;
- Flussi secondari;
- Ingestione gas caldi;
- Flussi di raffreddamento.

3.1 Strato limite

Le perdite di profilo sono dovute al comportamento viscoso del fluido a parete. A causa della condizione di no-slip, il fluido vicino alla parete aderisce e acquisisce la velocità della parete, mentre a una certa distanza da essa il flusso è indisturbato, formando così lo strato limite. Lo spessore dello strato limite δ è convenzionalmente definito come la distanza dalla parete alla quale la velocità parallela raggiunge il 99% della velocità del flusso esterno:

$$u(y = \delta) = 0,99 U_\infty \quad (3.3)$$

dove U_∞ è la velocità al di fuori dello strato limite.

Per caratterizzare il comportamento del flusso lungo la superficie, si introduce il numero di Reynolds locale:

$$Re_x = \frac{U_\infty x}{\nu} \quad (3.4)$$

in cui:

- x denota la distanza del generico punto lungo la parete;
- ν rappresenta la viscosità cinematica del fluido.

In generale, all'aumentare di Re_x lo spessore dello strato limite aumenta e la probabilità che il flusso rimanga laminare si riduce, portando alla transizione verso uno strato limite turbolento.

Nel caso di una lastra piana liscia in una corrente uniforme (Fig. 3.2), lo strato limite può essere suddiviso in tre diverse regioni:

- 1) *Strato limite laminare*: le linee di corrente sono parallele e ordinate, il coefficiente di attrito è più basso a causa del minor gradiente della velocità in direzione perpendicolare alla parete.
- 2) *Regione di transizione*: instabilità infinitesimali crescono, generando vortici e miscelamento; lo strato limite evolve gradualmente verso la turbolenza.
- 3) *Strato limite turbolento*: caratterizzato da forti fluttuazioni di velocità, elevato miscelamento e un coefficiente di attrito più elevato.

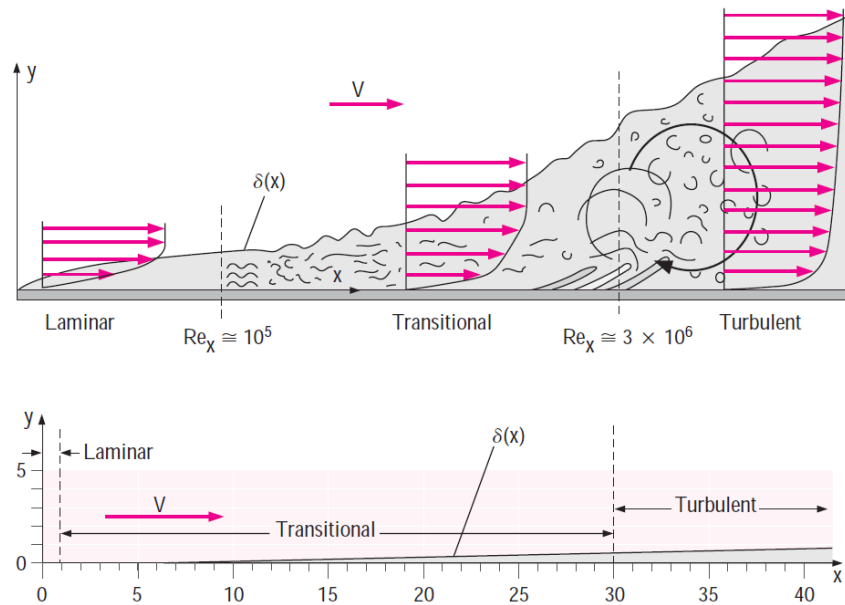


Fig. 3.2 – Evoluzione dello strato limite su lastra piana liscia [2]

Oltre ai flussi confinati da pareti solide, il concetto di strato limite si estende anche a strati liberi, come getti, scie e strati di miscelazione, purché la regione in cui le forze viscosi non sono trascurabili sia sufficientemente sottile rispetto alle dimensioni caratteristiche del flusso.

Una condizione critica assolutamente da evitare riguarda il *distacco dello strato limite*, che si verifica quando il fluido, all'interno della regione viscosa adiacente alla parete, non è più in grado di vincere un *gradiente di pressione avverso* imposto dal flusso esterno, come illustrato in Fig. 3.3. In tali condizioni, la velocità del fluido vicino alla parete diminuisce progressivamente fino ad annullarsi, dando luogo a un'inversione del moto locale e alla separazione delle linee di corrente dalla superficie solida.

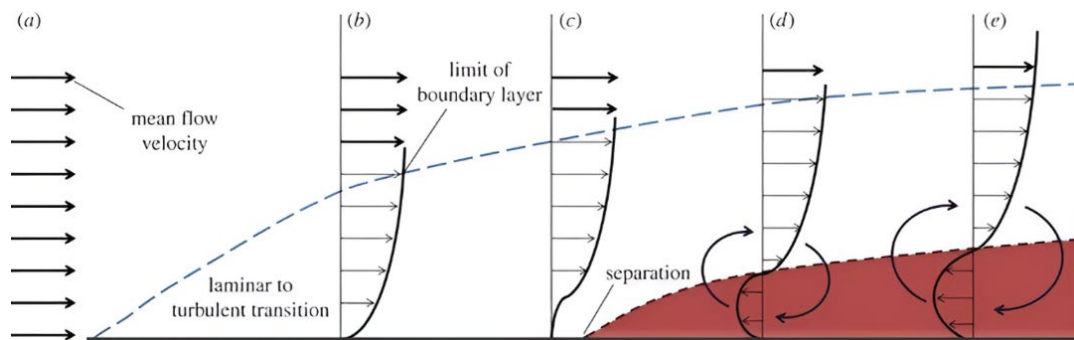


Fig. 3.3 – Separazione strato limite [2]

3.2 Flussi secondari

In questa sezione vengono esaminati i più rilevanti flussi secondari che si generano all'interno del canale palare di una turbina assiale [3]. L'attenzione si focalizza, nello specifico, sul vortice di passaggio (*passage vortex*), sul vortice a ferro di cavallo (*horseshoe vortex*) e sul vortice causato dal trafilamento d'estremità (*tip leakage vortex*).

Questi fenomeni consistono in componenti della corrente fluida che deviano dalla direzione principale del moto. La loro origine risiede nell'interazione tra lo strato limite e il campo di pressioni tridimensionale, quest'ultimo determinato dalla curvatura e dal carico aerodinamico delle pale stesse. Da tale interazione scaturiscono configurazioni vorticosi ben delineate, il cui studio dettagliato è cruciale per comprendere e quantificare le perdite aerodinamiche complessive.

3.2.1 Vortice di passaggio

La genesi del vortice di passaggio (*passage vortex*) deriva dal gradiente di pressione che si stabilisce tra il *pressure side* e il *suction side* della pala, che genera uno spostamento del fluido che si trova confinato dentro lo strato limite, concentrandosi soprattutto a ridosso delle pareti di *endwall*, ossia sul mozzo (*hub*) e sulla cassa (*shroud*).

Nel dettaglio, il processo di generazione del vortice di passaggio può essere esaminato come segue.

Come visibile nel piano *blade to blade* in Fig. 3.4, il flusso all'interno del canale viene deflesso dal gradiente di pressione imposto dalla pala. Tuttavia, lungo l'altezza della pala non viene deflesso allo stesso modo, in particolare dentro lo strato limite dove la velocità è più bassa le linee di corrente subiscono una deflessione maggiore rispetto al flusso fuori dallo strato limite (linea nera in Fig. 3.4). Questo succede al fine di garantire l'equilibrio radiale descritto dal seguente legame:

$$\frac{V^2}{R_k} = |F_p| \quad (3.5)$$

L'equazione dice che se il gradiente di pressione (F_p) è costante lungo l'altezza della pala, allora se la velocità diminuisce anche il raggio di curvatura R_k deve diminuire. Di conseguenza le linee di corrente prossime alla parete vengono fortemente deviate verso il *suction side*, dove impattano generando incremento delle perdite e nascita di flussi secondari.

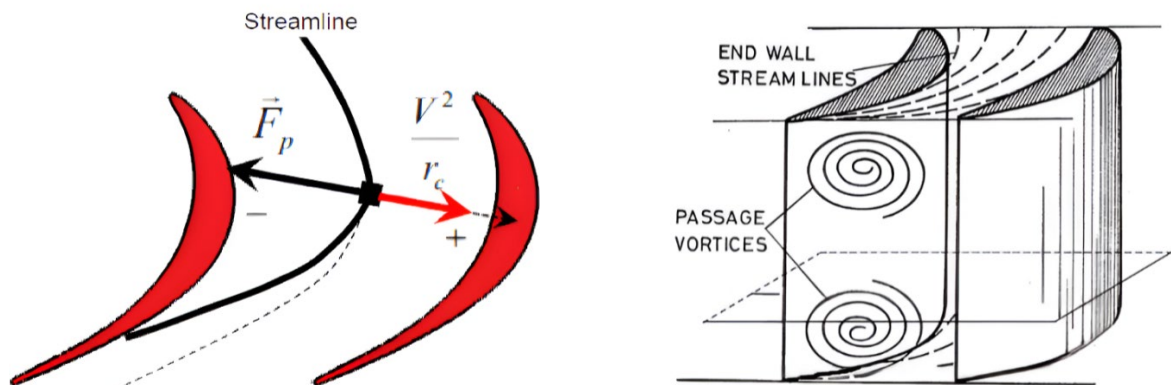


Fig. 3.4 – Vortici di passaggio

L'osservazione sul piano frontale, illustrato in Fig. 3.5, evidenzia come, affinché una porzione della portata possa migrare dall'intradosso all'estradosso, debba instaurarsi un flusso compensativo in altre regioni del canale, cioè lungo il mozzo e la cassa. Questo meccanismo di ricircolazione, imposto dalla conservazione della massa, dà origine a una struttura vorticosi tridimensionalmente ben definita: il vortice di passaggio.

Un comportamento del tutto analogo si riscontra in prossimità della cassa della macchina, dove lo strato limite sulla parete esterna partecipa attivamente alla formazione del vortice, contribuendo alla complessità del sistema di flussi secondari.

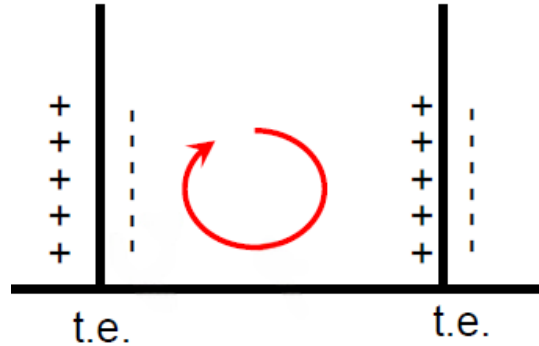


Fig. 3.5 – vortice di passaggio sul piano $R-\theta$

3.2.2 Vortice a ferro di cavallo

Il vortice a ferro di cavallo (*horseshoe vortex*) costituisce una struttura fluida tridimensionale prodotta dall'interazione tra lo strato limite presente sulle pareti di fondo (mozzo o cassa) e l'impatto della corrente contro un ostacolo solido, rappresentato in questo caso dal bordo di ingresso della pala. A differenza del vortice di passaggio, la cui genesi avviene principalmente dentro al canale interpalaire sotto l'azione dei gradienti di pressione trasversali, il vortice a ferro di cavallo prende forma a monte del bordo d'attacco, in corrispondenza della radice della pala, ed è legato al processo di ristagno della corrente incidente.

Quando il flusso in ingresso alla schiera investe la base della pala, si genera una zona di ristagno localizzata. In questa regione, il fluido indisturbato esterno allo strato limite subisce una decelerazione fino a fermarsi completamente; di conseguenza, la pressione sulla superficie della pala raggiunge valori prossimi a quelli della pressione totale della corrente, quantificabile tramite la seguente relazione semplificata valida per flusso incomprimibile:

$$p_t = p_s + \frac{1}{2} \rho V^2 \quad (3.6)$$

Al contrario, all'interno dello strato limite a parete, la velocità del fluido risulta già fortemente ridotta a causa degli attriti viscosi, annullandosi completamente sulla superficie solida per via della condizione di aderenza (*no-slip*). Di conseguenza, i valori di pressione totale in prossimità della parete di fondo sono inferiori rispetto a quelli riscontrabili nella corrente indisturbata. Questa disomogeneità della pressione totale lungo la direzione normale alla parete innesca un moto trasversale che determina la nascita della struttura vorticoso.

Il meccanismo appena descritto è ulteriormente esasperato dalla repentina deviazione geometrica imposta dal profilo tridimensionale della pala: lo strato limite non possiede l'energia sufficiente per superare il forte gradiente di pressione avverso che si stabilisce alla base del bordo d'attacco, venendo così reindirizzato lateralmente. Il flusso separato si arrotola attorno alla radice del profilo, assumendo la caratteristica forma a "ferro di cavallo" da cui prende il nome.

La morfologia di tale struttura può essere schematizzata in tre elementi principali: un nucleo anteriore (*upstream vortex*), che si localizza a monte del profilo avvolgendo la zona di ristagno alla base (come illustrato in Fig. 3.8), e due rami laterali che lambiscono i fianchi della paletta, sviluppandosi rispettivamente lungo l'intradosso e l'estradosso. Queste due ramificazioni vengono successivamente convogliate nel canale palare e trascinate verso l'uscita dall'azione della corrente principale.



Fig. 3.7 – Formazione di un vortice a ferro di cavallo

A causa del campo di pressioni che circonda il profilo e della curvatura impressa alle linee di corrente all'interno del canale, i due rami del vortice a ferro di cavallo evolvono seguendo traiettorie dissimili. Come evidenziato in Fig. 3.9, la componente che costeggia il lato in pressione tende a spostarsi lungo la parete di estremità, interagendo direttamente con il ramo sviluppato lungo l'estradosso della pala.

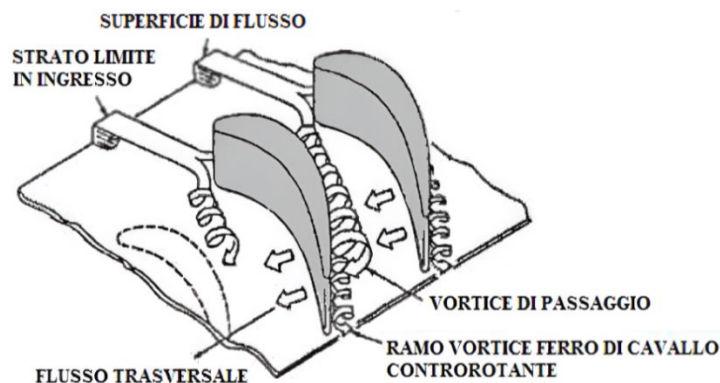


Fig. 3.8 – Genesi di un vortice a ferro di cavallo in un canale palare

Un aspetto di cruciale importanza fluidodinamica risiede nell'interazione mutua tra il vortice a ferro di cavallo e quello di passaggio. La porzione del vortice a ferro di cavallo localizzata sull'intradosso della pala possiede, in genere, un senso di rotazione concorde con quello del vortice di passaggio; ciò determina un'interazione costruttiva che amplifica l'intensità di entrambi i sistemi vorticosi. Sul lato in depressione, invece, il ramo del vortice a ferro di cavallo ruota in direzione opposta rispetto al vortice di passaggio, dando luogo a un'interazione distruttiva che può smorzare localmente la vorticità complessiva e ridefinire la struttura del flusso secondario.

Si fa presente, infine, che nei flussi reali le strutture vorticosi non mostrano avvolgimenti multipli e geometricamente regolari come quelli frequentemente proposti nei testi scientifici, i quali assolvono a una funzione prevalentemente didattica e illustrativa.

3.2.3 Corner vortex

Il corner vortex è una struttura vorticoso tridimensionale che si sviluppa nella regione di raccordo tra il *suction side* della pala e l'endwall. Esso viene indotto dalla presenza del *passage vortex* che a causa del gradiente di pressione presente nel canale si sposta verso il *suction side*. Tale struttura, come illustrato in Fig. 3.6, presenta un senso di rotazione opposto rispetto a quello del vortice di passaggio principale.

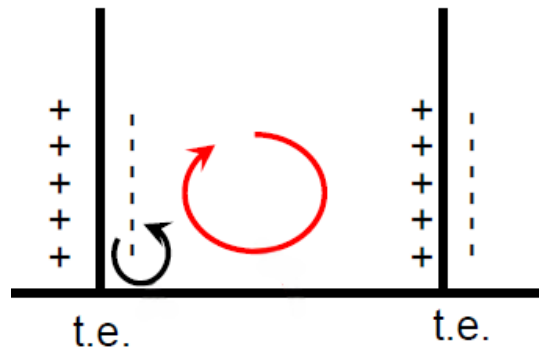


Fig. 3.6 – vortice d'angolo (in nero) sul piano $R-\theta$

Pur occupando uno spazio circoscritto, il vortice d'angolo si distingue per un'elevata vorticità, giocando un ruolo significativo sia nell'incremento delle dissipazioni energetiche locali, sia nell'alterazione del profilo di velocità in uscita.

3.2.4 Vortice di bordo di uscita

A ridosso del bordo di uscita del profilo il flusso sul lato in pressione (intradosso) entra in contatto con il flusso sul lato in depressione (estradosso) generando un ricircolo di fluido che si distacca dalla pala e si riversa nella corrente principale. Questo fenomeno genera una zona ad elevata vorticità nota come vortice di bordo d'uscita (*trailing edge sheet vortex*), la cui evoluzione spaziale si manifesta (come schematizzato in Fig. 3.7) nell'area immediatamente successiva alla sezione di uscita della pala.

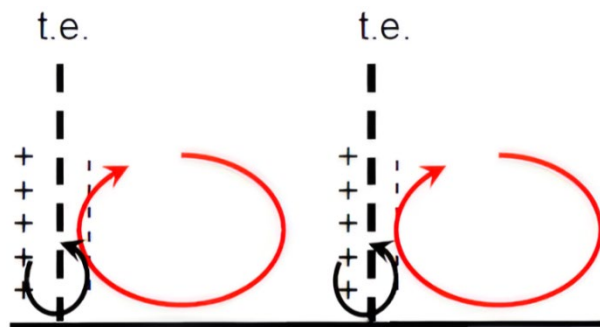


Fig. 3.9 – Vortice di bordo d'uscita (in nero) sul piano $R-\theta$

Dal punto di vista cinematico, tale vortice presenta un senso di rotazione opposto rispetto a quello del vortice di passaggio. La sua origine è direttamente connessa al gradiente di pressione residuo che sussiste tra i due lati della pala nella zona di uscita. In questa zona esso

favorisce uno spostamento locale del fluido dalla regione a pressione più elevata verso quella a pressione più bassa.

3.2.5 Tip leakage vortex

Il *tip leakage vortex* prende vita nel momento in cui il fluido attraversa il gap radiale interposto tra l'estremità superiore della paletta e la cassa fissa, trafilando dal lato in pressione (*pressure side*) verso quello in depressione (*suction side*), in accordo con la schematizzazione di Fig. 3.10. Tale dinamica si manifesta in modo marcato nelle zone prossime all'apice del profilo, alimentata sia dal consistente gradiente di pressione che sussiste tra le due facce, sia, inevitabilmente, dall'esistenza fisica del gioco geometrico.

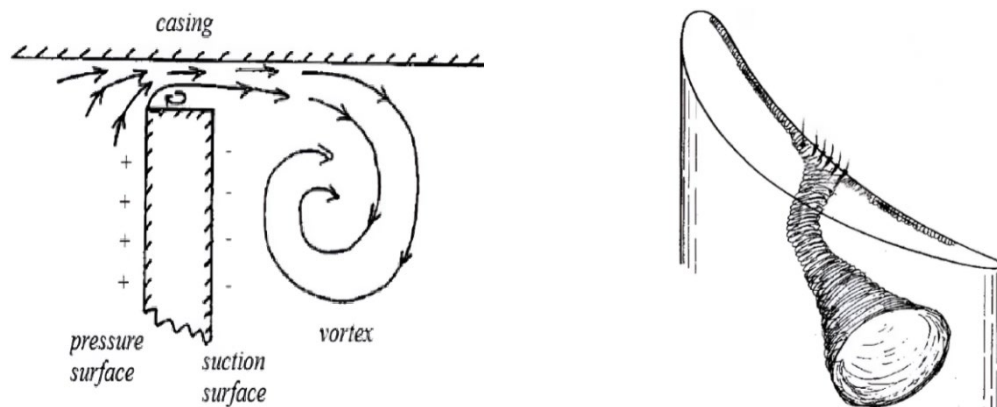


Fig. 3.10 – Tip leakage vortex

La corrente ad alto potenziale energetico, non venendo confinata dall'estremità della pala, si espande attraverso l'intercapedine e va a impattare perpendicolarmente il flusso principale che lambisce il dorso. Da questo scontro si origina una struttura vorticoso, contraddistinta da una specifica direzione di rotazione e da un progressivo allargamento man mano che procede all'interno del canale interpalare (Fig. 3.10).

Esaminando il fenomeno sul piano *blade-to-blade*, la frazione di fluido che scavalca l'apice subisce una deviazione verso l'esterno del canale, determinando un forte accumulo di vorticità concentrata in prossimità della cassa e la formazione di un filamento vorticoso orientato lungo l'asse del condotto.

Infine, come illustrato in Fig. 3.11, il tip vortex sperimenta fenomeni di interazione mutua con la corrente principale e con i restanti vortici secondari, quali il vortice di passaggio e il vortice a ferro di cavallo, alterando localmente sia i profili di velocità sia i campi di pressione. Pur occupando una porzione geometrica circoscritta, questa struttura influenza profondamente l'evoluzione fluida nella regione d'estremità, avendo un forte impatto sulla stabilità operativa della macchina, sull'estensione della scia e sulle sollecitazioni aerodinamiche trasmesse alle schiere successive.

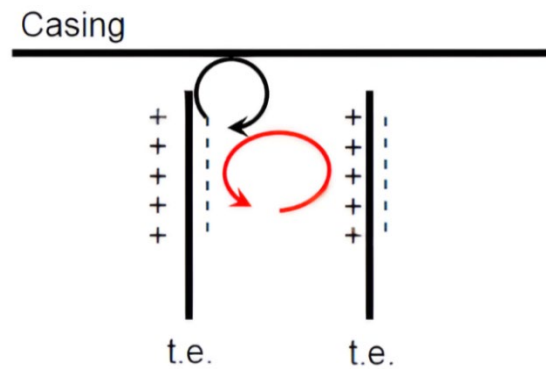


Fig. 3.11 – Tip leakage vortex (in nero) sul piano $R-\theta$

3.3 Ingestione di gas caldi

L'aumento di efficienza di un motore aeronautico è direttamente legato all'aumento della temperatura in ingresso alla turbina (TET) che nei modelli più recenti raggiunge temperature fino a 2000 K e superiori. Tuttavia, l'innalzamento della temperatura dei gas in turbina aumenta inevitabilmente le sollecitazioni sui componenti [4]. Al fine di mantenere la temperatura dei materiali a valori accettabili per l'integrità meccanica è necessario il raffreddamento tramite l'uso di aria secondaria che può raggiungere valori di portata fino a 15-20 % della portata principale. L'ingestione di fluido ad alta temperatura all'interno dell'intercapedine tra lo statore e il rotore costituisce uno dei fattori di maggiore criticità nel design delle turbomacchine. Questo fenomeno deriva direttamente dalla necessità geometrica di prevedere un gioco (gap) (visibile in Fig.3.13) di separazione tra le parti stazionarie e quelle in movimento, indispensabile per il funzionamento meccanico, ma intrinsecamente responsabile di interazioni non desiderate tra la corrente principale e i flussi d'aria ausiliari [5]. L'infiltrazione di gas surriscaldato in tale vano può innalzare drasticamente le sollecitazioni termiche a carico dei dischi rotorici e statorici, pregiudicandone la resistenza a fatica e accelerando i meccanismi di danno per creep (scorrimento viscoso) dei materiali.

Una delle prerogative essenziali dei sistemi di aria secondaria (Secondary Air System, SAS) risiede proprio nel contrastare l'ingresso del flusso del canale principale all'interno delle cavità. Il motivo primario di questo trafilamento è legato alla distribuzione di pressione nel canale palare, la quale si presenta temporalmente fluttuante e spazialmente disomogenea lungo la direzione circonferenziale a causa del passaggio del fluido attraverso gli stadi della macchina. Questo tipo di ingestione, schematizzato in Fig. 3.12, è denominato "ingestione indotta esternamente" (Externally Induced Ingestion, EI) ed è governato dalla presenza alternata di picchi e avvallamenti di pressione rispetto al valore medio nella cavità. Le aree di sovrappressione spingono il fluido caldo a penetrare nell'intercapedine, mentre i minimi di pressione ne favoriscono l'espulsione.

Oltre alle forzanti idrodinamiche esterne, il fenomeno può essere innescato da dinamiche puramente rotazionali. Il trascinamento del fluido innescato dal disco rotante genera un'accelerazione centrifuga che si traduce in un gradiente di pressione in direzione radiale, con valori via via più elevati procedendo verso la cassa. In specifici regimi di funzionamento, tale profilo fa sì che la pressione media nella cavità scenda al di sotto di quella del flusso principale; si attiva così un richiamo di gas caldo in prossimità della parete statorica, bilanciato da una simultanea uscita di fluido sul lato del rotore dovuto all'effetto di

pompaggio centrifugo. Questo meccanismo prende il nome di “ingestione indotta rotazionalmente” (Rotationally Induced Ingestion, RI).

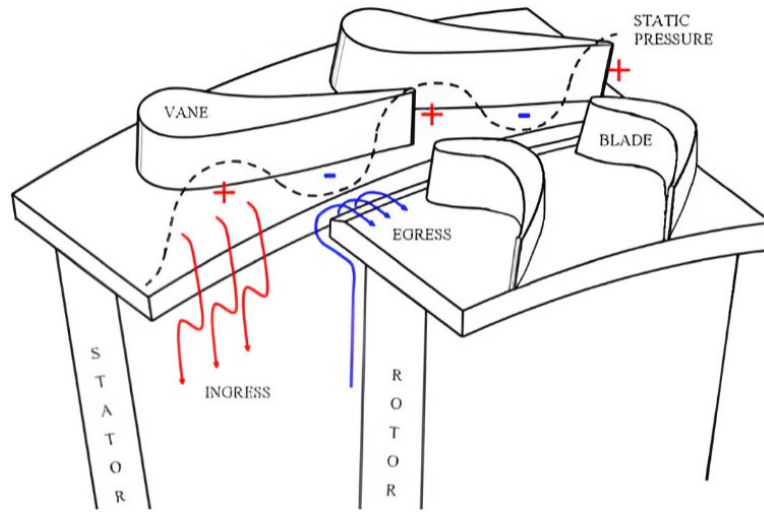


Fig. 3.12 – Descrizione fenomeno dell’ingestione dei gas [2]

Nelle condizioni operative fuori progetto, ricorrenti durante i transitori o nei regimi a carico parziale, le dinamiche di tipo EI e RI possono sovrapporsi e influenzarsi reciprocamente, determinando uno scenario di ingestione combinata (Combined Ingestion, CI) [6]. Questi fenomeni, legati all’uscita e all’ingresso di fluido dalla cavità, causano lo sviluppo di una struttura vorticoso chiamata *Egress vortex* (EV) che influenza il flusso nel canale distorcendolo e aumentando le perdite. In simili circostanze, il contenimento del fenomeno diventa estremamente laborioso e impone una modulazione accurata della portata d’aria di sigillo (purge air) iniettata nella cavità. Se da un lato l’incremento del flusso di purge attenua l’intrusione dei gas caldi salvaguardando l’integrità termica dei dischi, dall’altro introduce una severa penalizzazione del rendimento globale della turbomacchina. Tale decadimento è imputabile alle irreversibilità per miscelamento e alla conseguente riduzione di pressione totale nella corrente principale.

La quantità di portata iniettata in cavità è espressa mediante un parametro adimensionale, ϕ , definito come [7]:

$$\phi = \frac{\dot{m}}{\mu \cdot r_{disk} \cdot 2 \cdot \pi \cdot G_c \cdot Re_\phi} \quad (3.6)$$

Dove G_c è il rapporto di gioco della tenuta (*seal – clearance ratio*), un parametro che caratterizza il gioco del bordo di tenuta (*rim seal gap*) ed è definito come:

$$G_c = \frac{s_r}{r_{disk}} \quad (3.7)$$

Nel caso in studio, il parametro $G_c = 0,00467$.

Mentre Re_ϕ (*rotational Reynolds number*) tiene conto della velocità di rotazione del rotore (Ω) ed ha la seguente espressione:

flussi secondari e dalle perturbazioni generate dall'immissione di flussi refrigeranti o dall'ingestione di gas ad alta temperatura descritti in precedenza. L'azione combinata di tali fenomeni introduce delle irreversibilità nel processo di espansione; dal punto di vista termodinamico, ciò comporta uno scostamento della trasformazione reale rispetto al corrispondente processo ideale isoentropico (come mostrato nel digramma h - S di Fig. 3.1).

Il rendimento di stadio rappresenta il primo parametro macroscopico utile a stimare l'impatto di queste perdite sulle performance globali dello stadio. La scelta del rendimento più idoneo dipende dalla possibilità di recuperare o meno l'energia cinetica allo scarico:

- Rendimento *total-to-total*: si adotta quando la velocità del flusso in uscita dallo stadio non va perduta, ma può essere convertita in lavoro utile o incremento di pressione (tipico degli stadi intermedi o in presenza di un diffusore a valle). Viene definito come:

$$\eta_{tt} = \frac{h_{t1} - h_{t3}}{h_{t1} - h_{t3s}} \quad (3.9)$$

Dove h_{t3s} indica l'entalpia totale teorica calcolata al termine di un'espansione isoentropica sull'intero stadio. In questo caso, l'energia cinetica residua viene considerata una risorsa ancora sfruttabile dal sistema.

- Rendimento *total-to-static*: si impiega quando l'energia cinetica allo scarico non può essere recuperata e si dissipa irreversibilmente (condizione tipica dell'ultimo stadio di una turbina che scarica direttamente in atmosfera o in un grande serbatoio). In questo caso l'energia cinetica in uscita costituisce una perdita netta, e la formula di riferimento diventa:

$$\eta_{ts} = \frac{h_{t1} - h_{t3}}{h_{t1} - h_{3s}} \quad (3.10)$$

Nonostante i rendimenti offrano una panoramica sintetica dell'efficienza della macchina, per quantificare in modo diretto le perdite aerodinamiche si preferisce utilizzare parametri basati sulla pressione totale. Le variazioni di pressione totale sono infatti collegate univocamente alla produzione di entropia e, dal punto di vista sperimentale, risultano facilmente misurabili tramite strumentazioni pneumatiche (quali sonde Kiel o sonde cilindriche a 3 o 5 fori).

Il legame tra l'insorgenza delle perdite e la variazione entropica può essere dedotto dal secondo principio della termodinamica. Per una generica trasformazione, l'espressione del bilancio entropico è:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{gen} \quad (3.11)$$

in cui S_{gen} rappresenta l'entropia generata a causa delle irreversibilità interne. Nelle turbomacchine, ipotizzando un comportamento adiabatico (scambi termici con l'esterno trascurabili), la crescita dell'entropia è imputabile esclusivamente alle perdite fluidodinamiche.

Partendo dall'equazione di Gibbs:

$$T_t dS = dh_t - \frac{dp_t}{\rho_t} \quad (3.12)$$

Integrando tra le due sezioni dello stadio, si ricava la relazione:

$$S_2 - S_1 = -R \ln \left(\frac{p_{t2}}{p_{t1}} \right) \quad (3.13)$$

Questa equazione dimostra come a una caduta di pressione totale corrisponda sempre un incremento di entropia.

Su questa base, la letteratura tecnica definisce specifici coefficienti per mappare l'effetto delle irreversibilità nei diversi componenti dello stadio:

- Per lo statore, si introduce il coefficiente di perdita di pressione totale (in condizioni assolute):

$$\omega = \frac{p_{t1} - p_{t2}}{p_{t2} - p_2} \quad (3.14)$$

- Per il rotore, operando nel sistema di riferimento solidale alla pala, si utilizza il coefficiente di perdita di pressione totale relativa:

$$\omega_r = \frac{p_{t2r} - p_{t3r}}{p_{t3r} - p_3} \quad (3.15)$$

4. Descrizione banco prova

L'obiettivo del seguente paragrafo è fornire una descrizione dettagliata della struttura del banco prova a cavità rotante, sviluppato dall'Università degli Studi di Firenze, impiegato per lo studio dell'ingestione di gas caldo nei sistemi di tenuta di turbine a gas. Il banco prova [7] è stato concepito con un'elevata modularità geometrica, così da consentire l'installazione di cover intercambiabili atte a riprodurre differenti configurazioni di tenuta, rappresentative di quelle adottate nei motori aeronautici reali. Tale approccio permette di investigare in maniera sistematica l'influenza dei principali parametri geometrici e fluidodinamici sul fenomeno dell'ingestione, mantenendo al contempo un'elevata riproducibilità sperimentale.

La progettazione del banco prova è stata guidata dalla necessità di soddisfare requisiti di similitudine geometrica e fluidodinamica rispetto a una turbina a gas reale, pur operando in scala ridotta e in condizioni semplificate. Più nel dettaglio, il banco prova è stato sviluppato per funzionare a freddo, scelta che consente di limitare la complessità impiantistica, i costi di esercizio e le problematiche di sicurezza associate a elevate temperature e pressioni. La validità dell'approccio a freddo, ampiamente consolidato in letteratura, è supportata da studi numerici [8] che dimostrano come i meccanismi di ingestione e l'efficacia delle tenute risultino comparabili a quelli osservabili in condizioni operative reali, a parità di opportuni parametri adimensionali.

La struttura sperimentale, raffigurata in Fig. 4.1, si basa su una turbina assiale monostadio, il cui layout complessivo è stato progettato per garantire un controllo accurato delle condizioni al contorno del flusso principale e del flusso di purge.

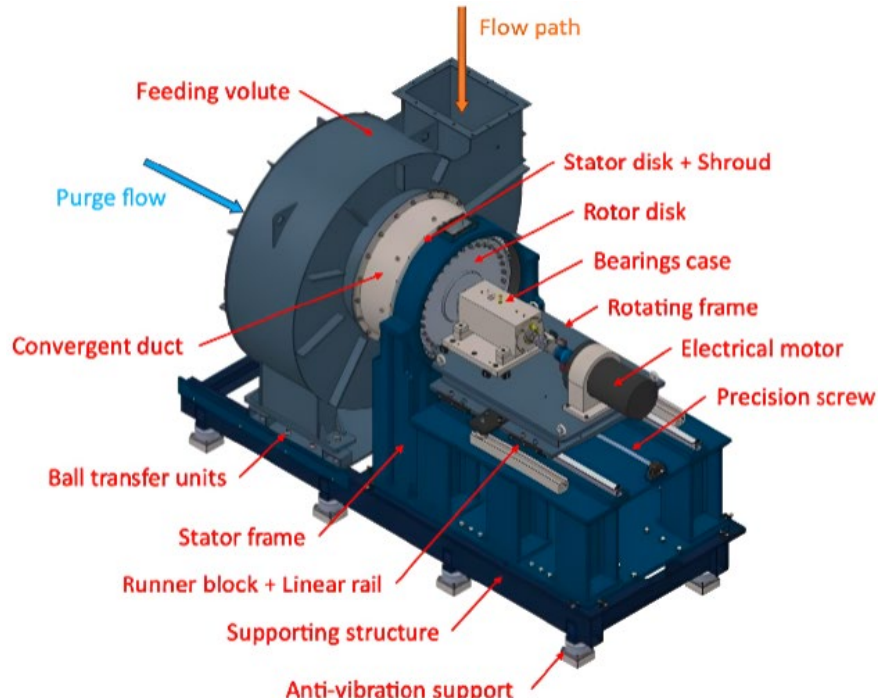


Fig. 4.1 – Modello 3D del banco prova (Università degli Studi di Firenze) [7]

Il flusso principale è generato mediante una soffiante centrifuga, collegata a una voluta di alimentazione opportunamente dimensionata. Quest'ultima presenta una geometria a spirale

seguita da un diffusore radiale e da un condotto anulare assiale, che ha la funzione di uniformare il campo di velocità prima dell'ingresso nel condotto convergente di accelerazione. Tale condotto convoglia il flusso verso il disco statorico, assicurando condizioni di ingresso riproducibili e coerenti con quelle di interesse applicativo.

Il sistema di alimentazione del flusso di purge è costituito da un condotto dedicato che immette la portata di raffreddamento all'interno della cavità statore-rotore. Come mostrato in Fig. 4.2, tale flusso attraversa la cavità e si miscela con il flusso principale nel canale principale, consentendo lo studio dei fenomeni di interazione tra i due flussi e dell'efficacia della tenuta in funzione del rapporto di portata di purge rispetto al flusso principale. Particolare attenzione è stata posta alla possibilità di regolare con elevata precisione la distanza assiale tra statore e rotore, parametro di primaria importanza per l'analisi dell'ingestione. Questa regolazione è ottenuta mediante un sistema meccanico ad alta rigidità basato su una vite di precisione, tipicamente impiegata nelle macchine utensili.

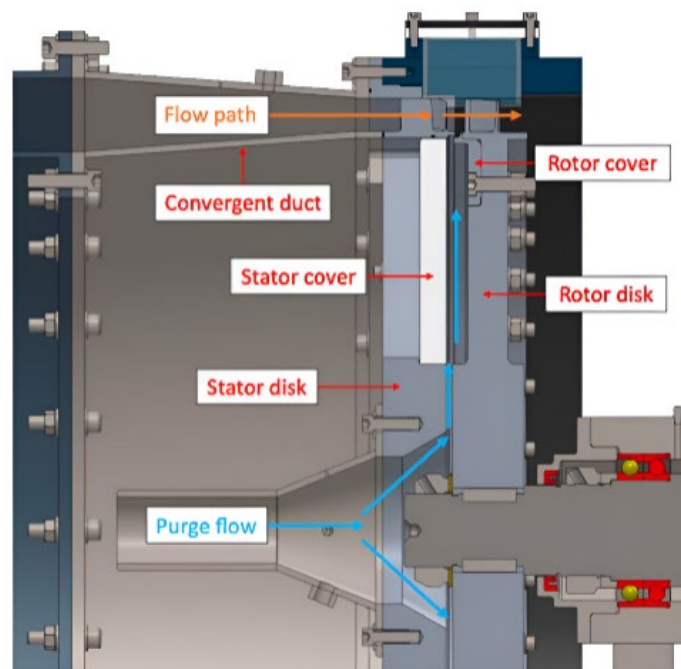


Fig. 4.2 – Sezione trasversale del banco prova [4]

La catena cinematica comprende un motore elettrico accoppiato all'albero del rotore tramite giunti elastici, i quali consentono di compensare eventuali disallineamenti e di limitare la trasmissione delle vibrazioni. Un torsiometro è installato lungo la linea d'asse per il monitoraggio della coppia trasmessa e per finalità di controllo e sicurezza operativa. L'intera struttura è supportata da un telaio rigido dotato di supporti antivibranti, progettati per isolare il banco prova dalle vibrazioni indotte dalla rotazione e dal funzionamento della soffiante.

Il disco del rotore, realizzato in lega di alluminio Al7050, è equipaggiato con 66 pale rotoriche a profilo rettilineo, prive di curvatura, in modo da non produrre lavoro meccanico. Questa scelta consente di focalizzare l'analisi sui flussi di cavità, evitando la necessità di dispositivi esterni per la dissipazione dell'energia meccanica (quali i freni meccanici). Al contrario, il disco dello statore, realizzato in lega di alluminio Al6082, è dotato di 44 pale

opportunamente profilate, con lo scopo di riprodurre in maniera realistica il campo di velocità e di pressione a monte della cavità.

Entrambi i dischi ospitano cover intercambiabili, progettate per simulare differenti geometrie di tenuta. La modularità delle cover, combinata con la possibilità di variare con precisione il gioco assiale, rende il banco prova molto adatto a studi parametrici e di ottimizzazione. La sezione di prova, illustrata in Fig. 4.3, è, inoltre, equipaggiata con una strumentazione avanzata per la misura di pressione statica e totale, temperatura e concentrazione di CO₂, utilizzato per la valutazione dell'efficacia di tenuta. Oltre a ciò, sono presenti gli accessi ottici che permettono l'esecuzione di indagini sperimentali non intrusive del campo di moto all'interno della cavità.

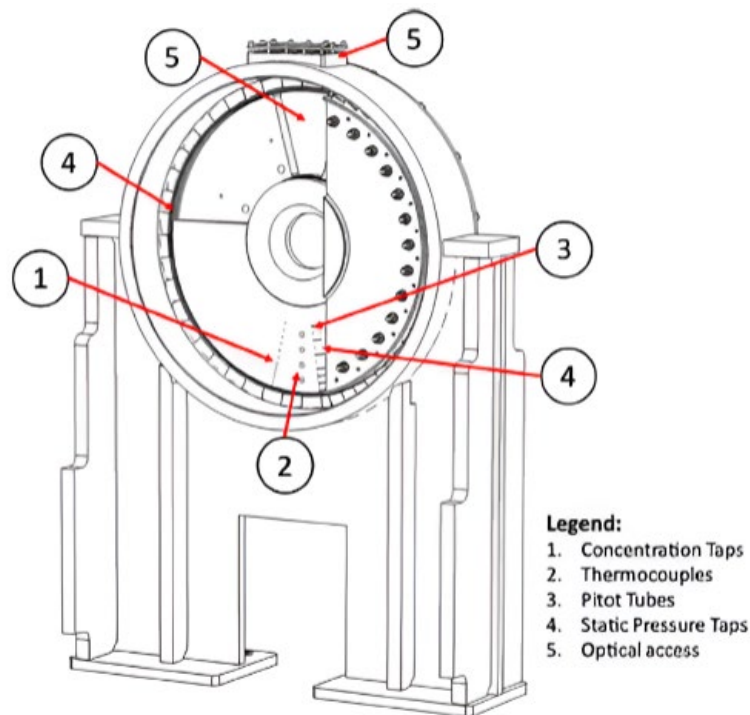


Fig. 4.3 – Sezione di prova e strumentazione dell'impianto [7]

5. Analisi numerica

5.1 Introduzione al calcolo numerico

Il calcolo fluidodinamico computazionale (CFD, *Computational Fluid Dynamics*) rappresenta oggi uno strumento fondamentale per lo studio dei fenomeni fluidodinamici all'interno delle turbomacchine. In ambito ingegneristico moderno, l'analisi numerica si affianca alle indagini sperimentali, integrandole in modo complementare: mentre le prove di laboratorio forniscono dati reali e affidabili, la CFD consente di accedere a informazioni dettagliate sul campo di moto, spesso difficilmente misurabili sperimentalmente, come le distribuzioni locali di velocità, pressione, grandezze turbolente e perdite specifiche.

Attraverso la discretizzazione numerica delle equazioni di Navier-Stokes, il calcolo CFD permette di studiare il comportamento del fluido in diverse condizioni operative, di valutare l'influenza delle geometrie e di analizzare fenomeni complessi quali separazioni di flusso e formazione di vortici. In questo contesto, la CFD si configura come un valido supporto alla progettazione e all'ottimizzazione delle turbomacchine, consentendo di ridurre i costi e i tempi di sviluppo rispetto a un approccio esclusivamente sperimentale.

Esistono diversi tipi di simulazioni CFD che si differenziano principalmente in base al grado di dettaglio della soluzione. La turbolenza è presente sotto forma di strutture vorticosi a varie scale di grandezza (*concetto della cascata energetica di Kolmogorov*), dalla scala macroscopica con ordine di grandezza delle dimensioni caratteristiche della geometria fino alla scala dissipativa ossia quella di ordine di grandezza minore. Le simulazioni che risolvono tutte le scale di grandezza presentano un costo computazionale elevato perché necessitano una discretizzazione spaziale (e conseguentemente temporale) estremamente elevata per risolvere spazialmente e temporalmente le strutture più piccole. Per rendere le simulazioni CFD meno onerose si può ricorrere a una modellazione totale o parziale delle strutture turbolente riducendo il grado di discretizzazione della griglia di calcolo e quindi le risorse computazionali necessarie. Le principali tipologie di simulazioni CFD sono le seguenti:

- RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*), che risolvono il campo di moto medio (simulazioni stazionarie), modellando interamente gli effetti delle fluttuazioni turbolente;
- URANS (*Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes*), che, rispetto all'approccio RANS, permettono di cogliere l'evoluzione temporale del flusso medio;
- LES (*Large Eddy Simulation*), le quali risolvono direttamente le grandi strutture turbolente, modellando solo quelle di piccola scala;
- DNS (*Direct Numerical Simulation*), che consentono la risoluzione diretta di tutte le scale del moto, a fronte di un costo computazionale estremamente elevato.

Nel seguente capitolo verranno approfondite più nel dettaglio le simulazioni RANS (stazionarie) e URANS (instazionarie) che sono oggetto della tesi.

5.2 Simulazioni RANS e URANS

5.2.1 Equazione mediate di Navier-Stokes (RANS)

L'approccio RANS si basa sull'applicazione della decomposizione di Reynolds alle grandezze istantanee:

$$\phi(\vec{x}, t) = \bar{\phi}(\vec{x}) + \phi'(\vec{x}, t) \quad (5.1)$$

dove $\phi(\vec{x}, t)$ denota l'andamento del parametro in esame in funzione del tempo e della posizione spaziale, $\bar{\phi}(\vec{x})$ indica il valore medio nel tempo del parametro in questione dipendente dalla posizione spaziale e $\phi'(\vec{x}, t)$ ne rappresenta la fluttuazione turbolenta, come illustrato in Fig. 5.1.

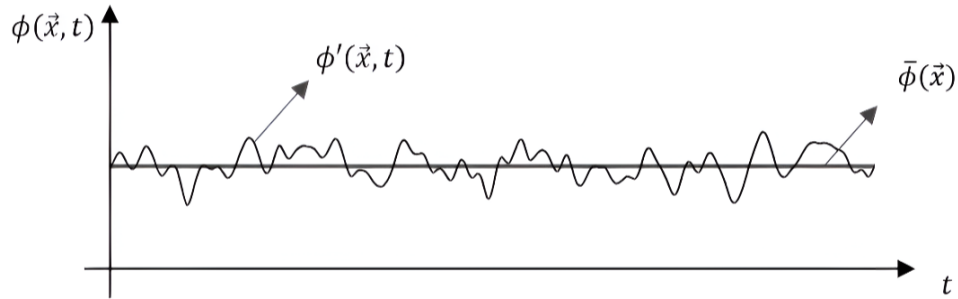


Fig. 5.1 – Approccio con media di Reynolds (RANS)

Sfruttando la scomposizione di Reynolds l'equazione di NS lungo la componente x, e analogamente lungo le altre componenti, può essere scritta nel seguente modo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\bar{u}+u')}{\partial t} + (\bar{u} + u') \frac{\partial(\bar{u}+u')}{\partial x} + (\bar{v} + v') \frac{\partial(\bar{u}+u')}{\partial y} + (\bar{w} + w') \frac{\partial(\bar{u}+u')}{\partial z} = \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\bar{p}+p')}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2(\bar{u}+u')}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\bar{u}+u')}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(\bar{u}+u')}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (5.2)$$

Le equazioni RANS si possono ricavare ora applicando la media temporale alle equazioni di Navier-Stokes. Espandendo l'equazione (5.2) e ricordando le seguenti proprietà:

$$\overline{u'} = 0 \quad (5.3)$$

$$\overline{\bar{u}u'} = 0 \quad (5.4)$$

$$\overline{u'u'} \neq 0 \quad (5.5)$$

L'equazione lungo la componente x risulta avere questa espressione:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right) + \\ \left(-\frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (5.6)$$

È importante specificare che il termine relativo alla derivata nel tempo della velocità media nell'equazione (5.6) è nullo nei processi stazionari (RANS), viceversa nei processi

instazionari (URANS) questo termine è presente perché la velocità media varia nel tempo come visibile in Fig.5.2.

Tale equazione differisce dalla (5.2) poiché presenta le quantità medie e un termine addizionale, noto come *tensore degli sforzi di Reynolds* (τ_{Rij}), che rappresenta il flusso di quantità di moto causato dalle fluttuazioni turbolente. Passando al caso tridimensionale completo, il *tensore degli sforzi di Reynolds* è simmetrico e introduce sei nuove incognite. Per risolvere il problema è quindi necessario adottare un *modello di turbolenza*, che fornisca una relazione tra gli sforzi di Reynolds e le grandezze del flusso medio.

L'approccio URANS rappresenta un'estensione delle simulazioni RANS al caso instazionario. In questo caso, le equazioni mediate alla Reynolds vengono risolte in forma dipendente dal tempo, consentendo di catturare l'evoluzione temporale del campo di moto medio e alcune fluttuazioni (Fig. 5.2), pur continuando a modellare gli effetti delle strutture turbolente.

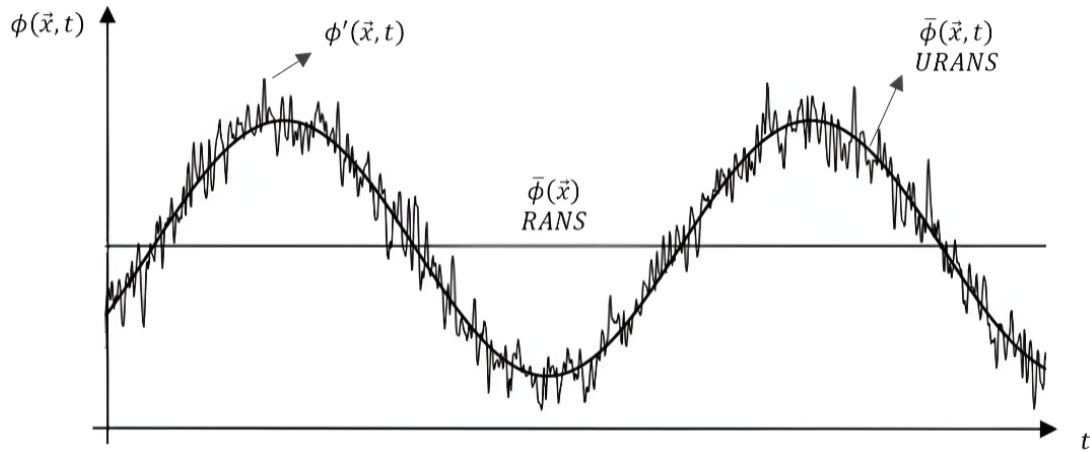


Fig. 5.2 – Approccio con media di Reynolds (URANS)

Rispetto alle simulazioni RANS stazionarie, le URANS presentano un costo computazionale maggiore, dovuto alla necessità di integrare le equazioni nel tempo, ma risultano comunque significativamente meno onerose rispetto alle LES. Esse rappresentano, pertanto, un buon compromesso per lo studio di flussi instazionari, come quelli presenti in turbomacchine soggette a interazioni periodiche tra componenti rotanti e stazionari, oggetto del presente lavoro.

5.2.2 Modelli di turbolenza

I modelli di turbolenza sono necessari per rendere il sistema chiuso, quindi avere lo stesso numero di equazioni e di incognite al fine di poterlo risolvere. Quasi tutti i modelli di turbolenza usano l'ipotesi di Boussinesq in cui il tensore degli sforzi di Reynolds è legato linearmente ai gradienti del flusso di velocità medio tramite la relazione:

$$\tau_{Rij} = -\rho \overline{u_i' u_j'} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (5.7)$$

Dove:

- $k = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'}$ rappresenta l'energia cinetica turbolenta;
- μ_t è la viscosità dinamica turbolenta ($\mu_t = \rho \nu_t$)
- δ_{ij} è il delta di Kronecker.

L'ipotesi di Boussinesq assume quindi che la turbolenza sia localmente *isotropa* [9] e che gli sforzi turbolenti siano proporzionali ai gradienti del campo di velocità medio. Questa assunzione consente una notevole semplificazione del problema, ma introduce limiti di accuratezza in presenza di flussi fortemente anisotropi, separazioni marcate o intense interazioni fluido-struttura (tipiche delle turbomacchine).

Al fine di rendere il sistema completamente determinato devono essere determinate l'energia cinetica turbolenta e la viscosità turbolenta. A differenza della viscosità molecolare, che dipende dal tipo di fluido ed è una costante del problema, la viscosità cinematica turbolenta dipende dal tipo di flusso e generalmente non è costante nello spazio. È necessario quindi modellare k e ν_t introducendo delle nuove equazioni che dipendono dal tipo di modello. Nel presente lavoro sono stati impiegati due modelli di turbolenza:

- il modello di *Spalart-Allmaras*, basato su un'unica equazione di trasporto, caratterizzato da elevata robustezza numerica e ridotto costo computazionale, particolarmente adatto a flussi aerodinamici con deboli separazioni;
- il modello $k-\omega$ -SST (*Shear Stress Transport*), a due equazioni di trasporto, che combina i vantaggi dei modelli $k-\omega$ nelle regioni prossime alle pareti con quelli dei modelli $k-\varepsilon$ nelle zone di flusso libero, garantendo una maggiore accuratezza nella previsione dei gradienti di velocità e dei fenomeni di separazione del flusso.

Al fine di migliorare la stabilità e assicurare la rapida convergenza delle simulazioni, i calcoli con il modello $k-\omega$ -SST sono stati inizializzati a partire dai risultati ottenuti con il modello di *Spalart-Allmaras*, consentendo di ottenere una soluzione fisicamente consistente e di ridurre il tempo di convergenza complessivo.

5.3 Mesh

5.3.1 Introduzione

Per risolvere numericamente le equazioni di Navier-Stokes, è indispensabile discretizzare il dominio fluido suddividendolo in un numero finito di elementi, denominati celle o volumi di controllo, che formano la griglia di calcolo (o *mesh*) [9]. La versione discretizzata delle equazioni di conservazione (massa, quantità di moto ed eventualmente energia) viene calcolata all'interno di ciascuna cella. Poiché l'accuratezza del risultato CFD è strettamente legata alla bontà del dominio discretizzato, la fase di generazione della mesh costituisce uno dei procedimenti più delicati dell'intero processo simulativo.

A seconda della geometria analizzata e del grado di dettaglio richiesto, si può optare per griglie di tipo strutturato, non strutturato oppure ibrido:

- Mesh strutturate: Presentano un'ordinata disposizione spaziale delle celle — di forma quadrangolare nel piano (2D) ed esaedrica nello spazio (3D). Ogni elemento è identificabile in maniera univoca mediante una coppia (i, j) o una terna (i, j, k) di indici strutturati. Questa regolarità semplifica l'implementazione degli algoritmi di calcolo, garantendo un'elevata efficienza computazionale e una precisione superiore a parità di

elementi complessivi. Di contro, la loro costruzione richiede un'attenta progettazione topologica, risultando spesso complessa o poco flessibile di fronte a geometrie articolate.

- Mesh non strutturate: Sono composte da celle a forma variabile (triangoli o quadrilateri in 2D; tetraedri ed esaedri in 3D) e si adattano con estrema facilità a domini complessi. Pur essendo veloci da generare grazie a procedure di calcolo automatiche, richiedono un numero elevato di elementi per eguagliare la precisione di una mesh strutturata, con un conseguente incremento dell'onere computazionale.
- Mesh ibride: Combinano elementi strutturati e non strutturati. Risultano la scelta ideale, insieme alle strutturate, quando si devono risolvere accuratamente i gradienti elevati e lo strato limite in prossimità delle superfici solide.

A prescindere dalla tipologia adottata, la bontà della griglia è determinante per la stabilità della simulazione. I parametri chiave per valutarla includono l'ortogonalità, la simmetria delle celle, il rapporto di espansione (*expansion ratio*) e il rapporto di forma (*aspect ratio*).

Per quantificare la distorsione geometrica nei domini bidimensionali si ricorre spesso all'indice di distorsione equiangola (*equiangle-skewness*), definito come:

$$K_{DE} = MAX \left(\frac{\theta_{max} - \theta_e}{180^\circ - \theta_e}, \frac{\theta_e - \theta_{min}}{\theta_e} \right) \quad (5.8)$$

dove θ_{min} e θ_{max} indicano l'angolo minimo e massimo della cella, mentre θ_e rappresenta l'angolo ideale dell'elemento regolare (60° per gli elementi triangolari e 90° per quelli quadrangolari).

Il valore di questo parametro varia nell'intervallo $[0,1]$:

- $K_{DE} = 0$: indica celle perfettamente regolari;
- $K_{DE} \rightarrow 1$: segnala elementi fortemente deformati, che possono generare instabilità numerica ed errori di calcolo.

Nelle simulazioni tridimensionali non esiste un singolo parametro analogo a quello 2D, e la qualità viene stimata attraverso l'analisi combinata di più indicatori.

In generale, celle eccessivamente distorte o brusche variazioni di dimensione tra elementi adiacenti alterano la stima corretta dei gradienti, compromettendo la convergenza del solutore. È quindi fondamentale garantire un ridimensionamento graduale delle celle e un opportuno infittimento nelle zone a forte dinamica di flusso.

Infine, il processo di mesh include la verifica dell'indipendenza dalla griglia. Tale procedura prevede l'esecuzione della simulazione su mesh progressivamente più fitte per confrontarne i risultati: quando le variabili di interesse smettono di variare in modo significativo al raffinarsi della rete, la soluzione può considerarsi svincolata dal grado di discretizzazione. Sebbene sia una prassi onerosa dal punto di vista computazionale (specie in 3D), essa è fondamentale per certificare l'attendibilità e la rigorosità dei risultati ottenuti.

5.3.2 Generazione della mesh

In questo studio, la discretizzazione del dominio (mesh) è stata realizzata mediante il software AutoGrid5TM, modulo integrato nell'ambiente FINETM/Turbo. A seguito

dell'importazione dei modelli geometrici, si è proceduto alla costruzione di una griglia di elevata qualità, prerequisito fondamentale per assicurare l'accuratezza dei risultati (come anticipato nel paragrafo precedente). Nella fase iniziale, AutoGrid5 richiede la definizione di alcuni parametri primari relativi alle schiere statoriche e rotoriche: la tipologia di turbomacchina in esame, la spaziatura palare (numero di pale per schiera) e la velocità di rotazione del rotore.

Successivamente, vengono impostati il numero di suddivisioni in direzione radiale (*spanwise*) e la quota del primo nodo adiacente alla parete solida. Il parametro *spanwise* determina la quantità di linee di flusso nel canale meridiano; una sua variazione modifica in modo automatico la densità della griglia nelle regioni di radice (*hub*) e di estremità (*tip*) della pala. La scelta dell'altezza del primo elemento richiede particolare attenzione, poiché l'accuratezza della simulazione dipende direttamente dalla capacità di risolvere le dinamiche del flusso all'interno dello strato limite.

Per descrivere accuratamente lo strato limite fluidodinamico in prossimità delle pareti solide, risulta essenziale definire le grandezze adimensionali u_τ e y^+ :

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (5.9)$$

dove:

- u_τ : velocità d'attrito a parete (stima);
- τ_w : sforzo di taglio d'attrito a parete;
- ρ : densità del fluido.

$$y^+ = \frac{y}{\nu} u_\tau = \frac{y}{\nu} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (5.10)$$

dove:

- y^+ : coordinata adimensionale di distanza dalla parete;
- y : distanza ortogonale del primo nodo dalla superficie;
- ν : viscosità cinematica del fluido.

Come accennato, la velocità d'attrito u_τ rappresenta una stima della velocità a parete. Tuttavia, in corrispondenza della parete solida la velocità reale del fluido si annulla per la condizione di aderenza (*no-slip*). Poiché l'obiettivo risiede nella determinazione di y (distanza necessaria a dimensionare la prima cella in corrispondenza della parete solida), la velocità u_τ viene derivata direttamente dallo sforzo di taglio τ_w . Tale approccio consente di calcolare un valore di u_τ non nullo e fisicamente coerente.

Nel software Fine/Turbo, la distanza del primo punto dalla parete per regimi turbolenti viene determinata mediante la seguente formula empirica:

$$y_w = 6 \left(\frac{v_{ref}}{\nu} \right)^{-7/8} \left(\frac{L_{ref}}{2} \right)^{1/8} y_1^+ \quad (5.11)$$

nella cui relazione:

- V_{ref} rappresenta la velocità di riferimento;
- L_{ref} indica la lunghezza di riferimento;
- y_1^+ è la coordinata adimensionalizzata della parete (prima cella);
- ν denota la viscosità cinematica.

Per i modelli a basso numero di Reynolds (*low-Re models*), il parametro y_1^+ viene solitamente impostato nell'intervallo tra 1 e 5. Imponendo un valore ideale $y_1^+ \approx 1$, si ricava l'altezza effettiva del primo elemento di parete. Successivamente, si passa alla definizione del numero di nodi e della topologia della mesh.

Per determinare il grado di risoluzione spaziale ottimale, è stata condotta un'analisi di indipendenza dalla griglia (*grid dependency test*) su un dominio RANS periodico (comprendente un singolo vano statorico e uno rotorico). L'analisi ha valutato il coefficiente di perdita normalizzato (C_{pt}) tra la sezione d'ingresso della cavità e l'interfaccia con il canale principale, monitorandone la convergenza al variare del numero complessivo di nodi [10]. L'andamento di tale parametro in funzione del numero di punti della mesh è illustrato in Fig. 5.3.

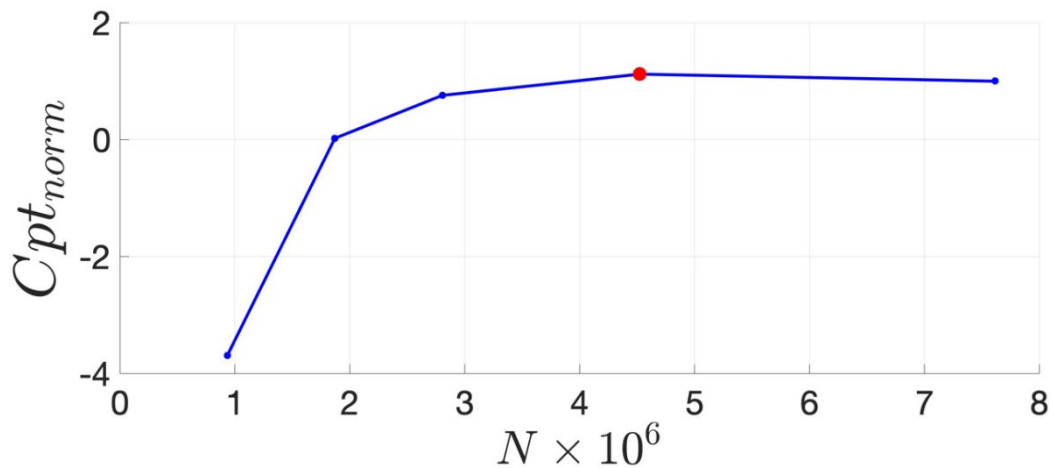


Fig. 5.3 – C_{pt} tra ingresso cavità e interfaccia tra cavità e canale principale normalizzato al variare del numero di punti della griglia

Il punto evidenziato in rosso (Fig. 5.3) individua la condizione di convergenza ottimale per la grandezza C_{pt} , corrispondente a una mesh RANS costituita da circa 4.5 milioni di nodi. Per le successive analisi unsteady (URANS), il dominio di calcolo è stato esteso includendo 2 pale statoriche e 3 rotoriche, rispecchiando così il rapporto reale tra le schiere dell'impianto (2:3). Di conseguenza, il numero totale di punti per la griglia URANS è risultato pari a circa 13 milioni di elementi.

La griglia tridimensionale finale presenta un'elevata densità di celle in corrispondenza delle superfici solide, dove lo sviluppo dello strato limite richiede maggiore risoluzione, e una densità progressivamente minore verso le regioni di flusso potenziale indisturbato.

La discretizzazione nel piano *blade-to-blade*, mostrata nelle Figure 5.4 e 5.5, ha comportato la generazione di due domini distinti gestiti in modo analogo: uno per la schiera statorica e uno per quella rotorica. Attorno ai profili palari sono stati strutturati blocchi di tipo "O" per

risolvere accuratamente la superficie, raccordati al resto del dominio di calcolo mediante blocchi di tipo "H", garantendo il gradiente di infittimento necessario.

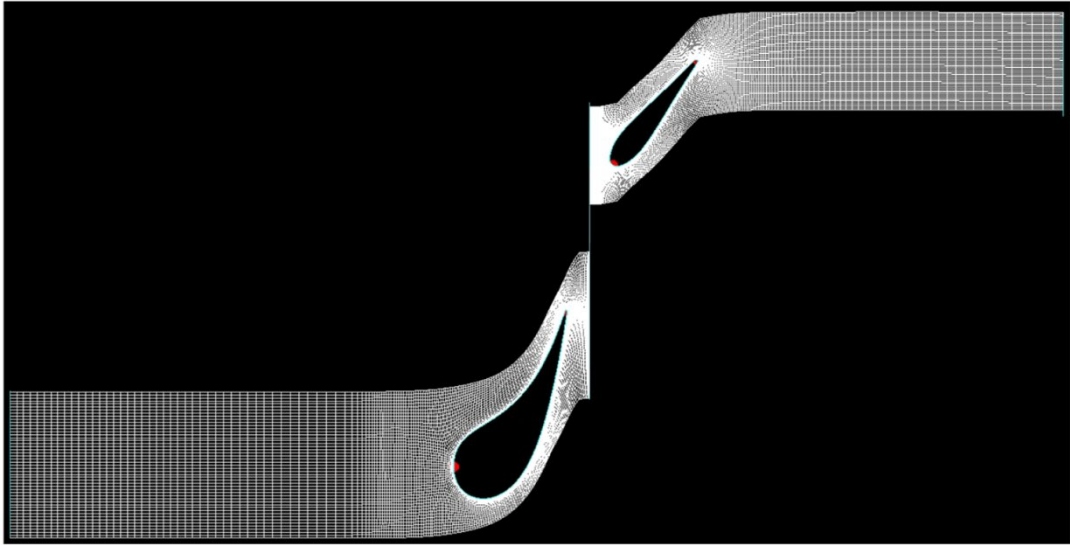


Fig. 5.4 – Mesh nel piano blade-to-blade

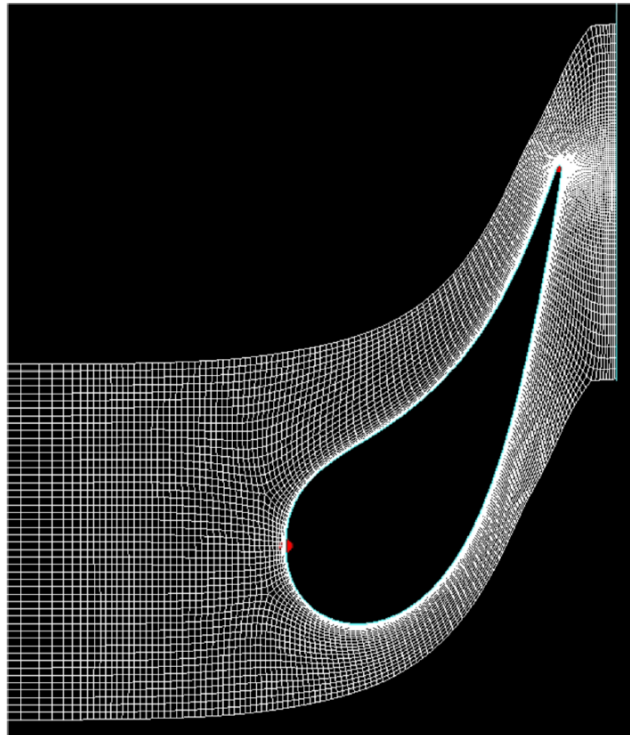


Fig. 5.5 – Mesh attorno alla pala statica nel piano blade-to-blade

A causa del differente numero di pale tra statore (44) e rotore (66), nelle simulazioni stazionarie RANS si è adottata l'approssimazione del *mixing plane*: si modella un solo vano palare per schiera e l'interazione all'interfaccia avviene scambiando grandezze mediate lungo la direzione tangenziale all'uscita dello statore. Al contrario, nei calcoli instazionari URANS

è stato possibile superare questa approssimazione estendendo il dominio a un settore angolare che rispetta esattamente il rapporto di spaziatura 2:3.

Per quanto riguarda la cavità, la relativa geometria è stata suddivisa in molteplici sottodomini di tipo "H" che uniti tra loro compongono il dominio totale della cavità. Come mostrato nelle Figure 5.6 e 5.7, la regione superiore della cavità presenta una topologia di griglia più articolata, dovuta alla complessità geometrica del componente reale.

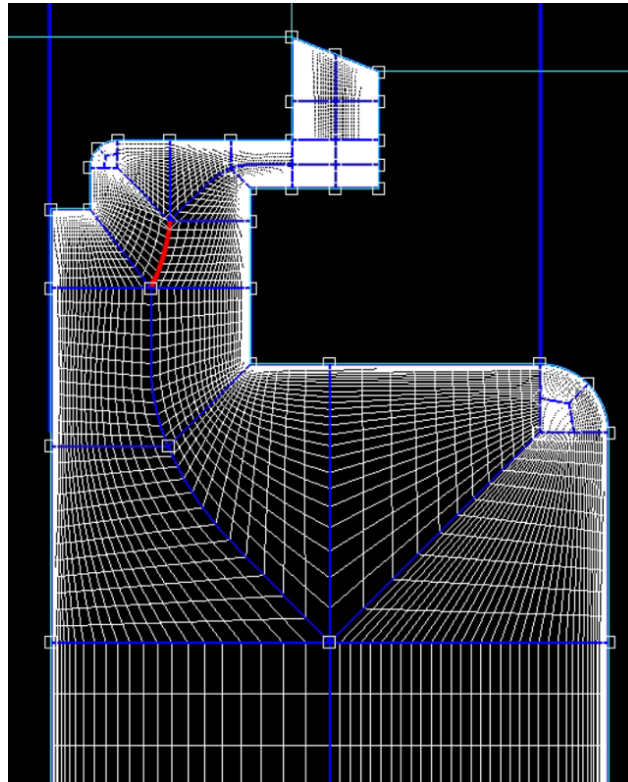


Fig. 5.6 – Mesh della parte superiore della cavità (piano r-z)

L'interfaccia di connessione tra la cavità e il canale principale costituisce un'ulteriore zona critica. Per accoppiare i due domini si è impiegata la tecnica delle superfici non coincidenti (*no-matching boundaries*), nella quale i nodi sui due lati dell'interfaccia non corrispondono spazialmente. Questa metodologia sfrutta algoritmi d'interpolazione dedicati che evitano la sovrapposizione degli elementi, garantendo la continuità del calcolo [10].

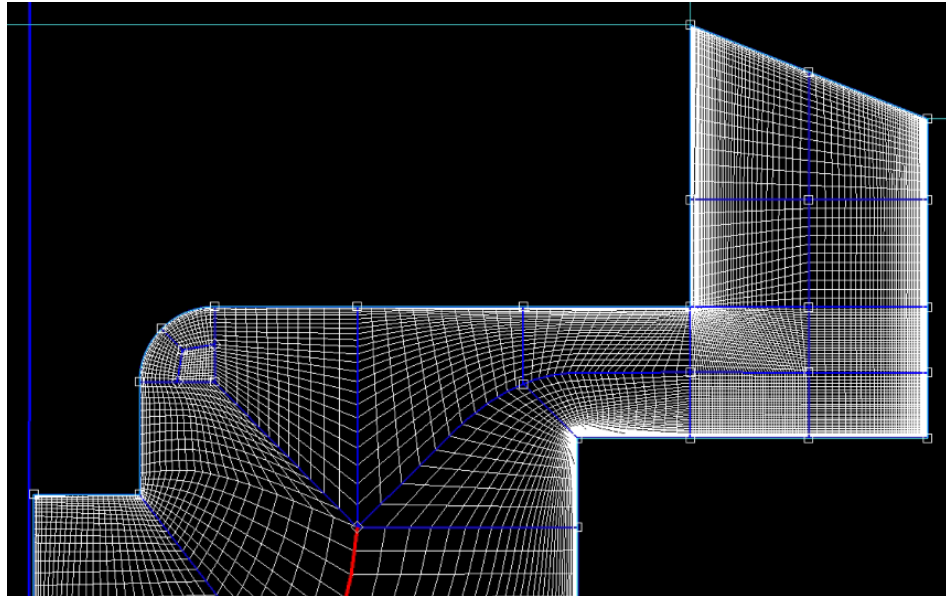


Fig. 5.7 – Mesh della parte superiore della cavità - dettaglio (piano r-z)

A completamento del processo di meshing, la qualità geometrica della griglia è stata verificata tramite la funzione *Grid Quality Check* (Fig. 5.8), monitorando parametri fondamentali quali l'ortogonalità, la simmetria e l'aspect ratio. Per garantire la stabilità dei solutori Numeca, l'aspect ratio massimo non deve superare il valore di 2000. Onde evitare la formazione di elementi triangolari singolari in corrispondenza dell'asse a raggio nullo (che comprometterebbero l'aspect ratio), la geometria della cavità è stata lievemente tagliata in corrispondenza dell'asse della macchina (coordinata radiale = 0) rispetto al disegno originale. L'esito di tale semplificazione geometrica è visibile nel confronto di Fig. 5.9.

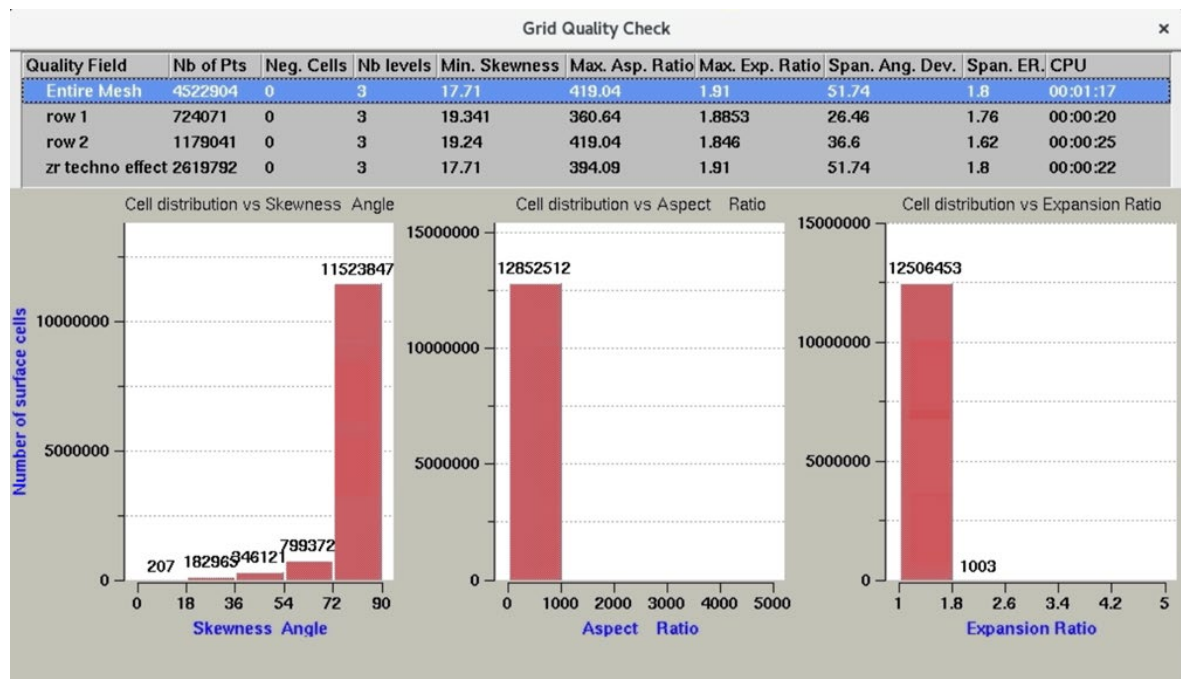


Fig. 5.8 – Grid Quality Check della mesh generata e delle sue sottosezioni

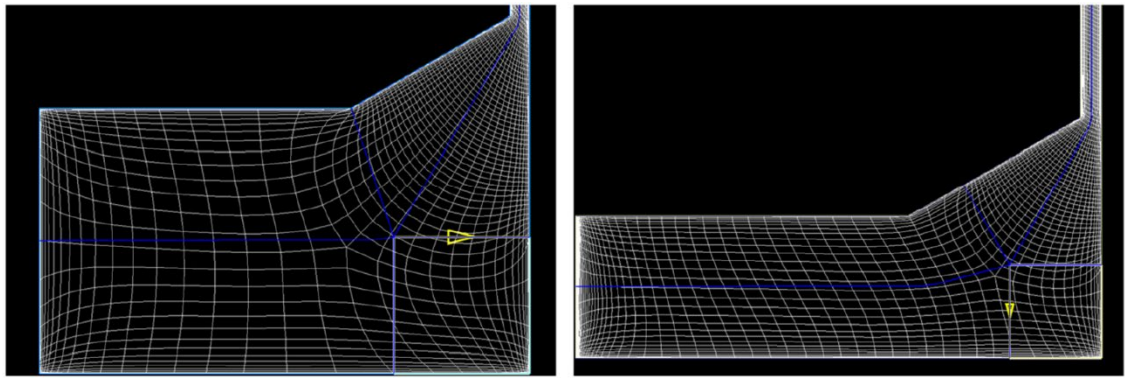


Fig. 5.9 – Confronto tra geometria completa (a sinistra) e semplificata (a destra)

5.4 Condizioni al contorno

Una volta caricati, all'interno del software *FINE/Turbo*, i file contenenti la mesh inerente alla geometria della cavità, vedi Fig. 5.10, relativa all'impianto dell'Università di Firenze, si stabiliscono le seguenti condizioni:

- sistema di riferimento in coordinate cilindriche;
- fluido di lavoro: aria (inteso come gas perfetto);
- condizioni instazionarie;
- velocità di rotazione del rotore (e della relativa parete della cavità), pari a 2000 rpm.

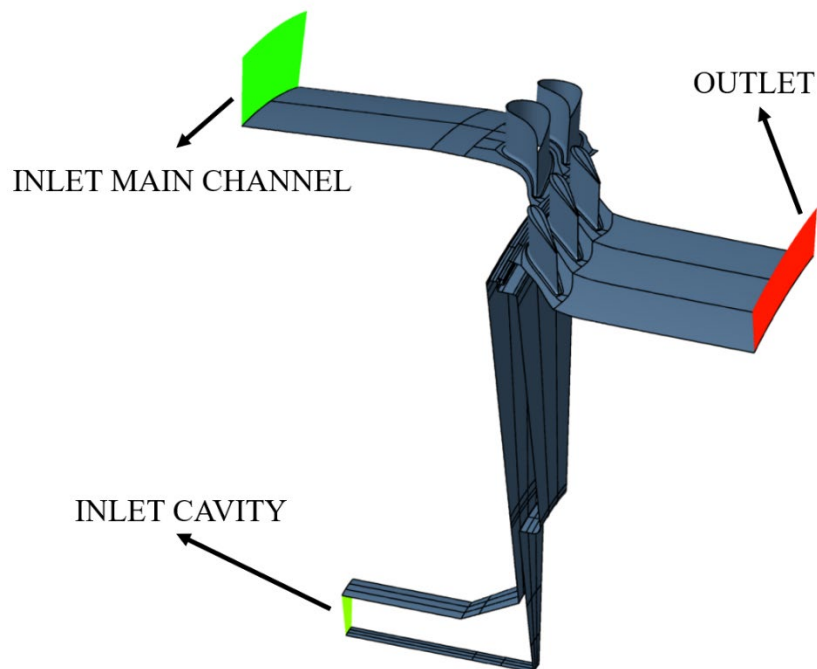


Fig. 5.10 – Geometria completa utilizzata per le simulazioni URANS (in evidenza, le sezioni di inlet e outlet)

Successivamente, si impostano le condizioni al contorno di *Design* per le quali si rimanda alle Tab. 5.1 e 5.2. Sia la definizione delle caratteristiche del flusso sia le operazioni di inizializzazione e sviluppo del calcolo sono gestite dal software *FINE/Turbo*.

Tab. 5.1 – Condizioni al contorno INLET

INLET MAIN CHANNEL	Design
Direzione velocità	assiale
T [K]	313
k [m^2/s^2]	13
ε [m^2/s^3]	2 000
$\dot{m}$ [kg/s]	1,22
INLET CAVITY	Design
Direzione velocità	assiale
T [K]	293
k [m^2/s^2]	13
ε [m^2/s^3]	2 000
$\dot{m}$ [kg/s]	0 ÷ 0,04

Le costanti, k e ε , sono, rispettivamente, l'energia cinetica turbolenta e la velocità di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta, entrambi utilizzati con il modello k - ω SST. Attraverso tali parametri, è possibile definire la frequenza caratteristica dei vortici ω :

$$\omega = \frac{1}{t_T} = \frac{\varepsilon}{k} \quad (5.12)$$

in cui t_T è il tempo caratteristico di dissipazione dei vortici.

Tab. 5.2 – Condizioni al contorno di OUTLET, STATORE e ROTORE

OUTLET	Design
P [Pa]	101 400
STATOR	Design
Ω [rpm]	0
ROTOR	Design
Ω [rpm]	2 000

Nella sezione di outlet del canale principale, invece, si è imposto come unica condizione al contorno la pressione statica.

L'obiettivo di questa ricerca è valutare come diverse portate di fluido di raffreddamento ($\dot{m}_{purge}$) influenzino la formazione dei flussi secondari nel canale principale nelle condizioni di design. Per tale motivo sono state effettuate tre simulazioni al variare della portata e una simulazione senza la cavità, presa come riferimento. In questo modo è possibile valutare l'effetto della sola presenza della cavità (con portata di purge nulla) rispetto al caso in cui la cavità non è presente.

Nella tabella 5.3 sono mostrate le quattro condizioni analizzate, con il relativo coefficiente di portata ϕ . I valori della portata di purge variano da zero fino alla *portata di sigillo*, ossia il valore minimo per il quale la portata nel canale principale non entra all'interno della cavità.

Tab. 5.3 – Portate di purge e valore di ϕ nelle varie condizioni

Condizione operativa	Portata di purge [kg/s]
<i>No cavity</i>	0
$\phi = 0$	0
$\phi = 0,074$	0,015
$\phi = 0,198$	0,04

Procedendo, si imposta il modello di turbolenza scelto per la risoluzione dei modelli URANS.

Il software di calcolo utilizza una tecnica di integrazione temporale esplicita, implementata con un approccio *multigrid*. Questo metodo prevede l'uso di tre livelli di mesh a densità crescente. La prima mesh, molto rada, consente una rapida convergenza dei calcoli; successivamente, il calcolo viene esteso su due livelli progressivamente più densi. In questo modo, il calcolo risulta stabile nelle fasi iniziali e la soluzione finale converge relativamente in fretta. Il calcolatore adotta un modello di tipo *density-based*, cioè accoppia campi di velocità e pressione con densità variabile e comprimibile. Poiché si è scelto di approssimare il flusso come incomprimibile, imponendo $M_a < 0,3$, è stato necessario utilizzare modelli matematici basati su modelli di comprimibilità artificiale. In particolare, si è impiegato il

modello di *preconditioning* di *Merkle* per il modello di turbolenza Spalart-Allmaras [11] e quello di *Hakimi* per il modello $k-\omega$ SST.

L'ultima configurazione necessaria per la simulazione riguarda la definizione del numero massimo di iterazioni, per garantire la convergenza dei calcoli. L'approccio multigrid richiede di impostare un numero massimo di iterazioni per ciascun livello di mesh: si è scelto di stabilire 1000 iterazioni sulla griglia meno densa e 1000 sulla griglia intermedia, mentre per la griglia più fine si è scelto di stabilire 4000 iterazioni per le simulazioni RANS.

Il numero di iterazioni necessario varia da poche centinaia a diverse migliaia, a seconda della densità e qualità della mesh, della soluzione iniziale e della complessità del campo di moto del flusso. Il valore scelto è stato determinato sulla base di prove precedenti, che hanno mostrato come un numero superiore a 4000 iterazioni non apporti un miglioramento significativo della convergenza, ma comporti solo un aumento dei tempi di esecuzione e dei costi di calcolo.

5.5 Procedura e convergenza delle simulazioni RANS e URANS

Nelle Fig. 5.11 e 5.12 sono riportati due esempi di storia di convergenza del primo calcolo eseguito (RANS). Nella prima immagine è possibile osservare l'andamento dei residui, in particolare come questi diminuiscano con l'aumentare delle iterazioni sulle tre griglie di calcolo, dalla più rada alla più fine. Inoltre, durante il passaggio da una griglia alla successiva, si nota un incremento localizzato dei residui, dovuto all'aumento iniziale dell'errore nella soluzione trasferita da una griglia meno densa.

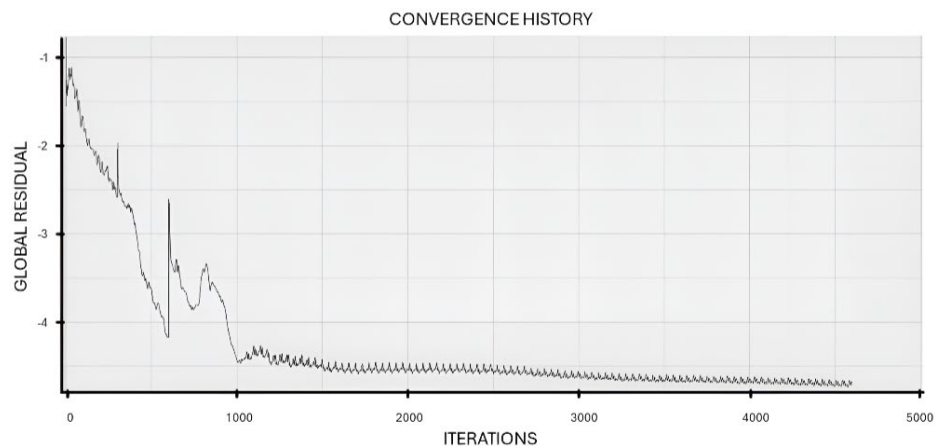


Fig. 5.11 – Esempio di convergenza dei residui (modello di turbolenza Spalart-Allmaras)

Nella seconda immagine è possibile osservare l'andamento della portata massica nelle sezioni di ingresso e di uscita. L'equazione di continuità impone l'uguaglianza tra la portata in ingresso e quella in uscita. Questa condizione viene rispettata, e la soluzione tende ai valori fisici reali a partire dai calcoli effettuati con la griglia fine. Il valore della portata massica in uscita inizia a stabilizzarsi intorno all'iterazione 800, avvicinandosi asintoticamente al valore della portata in ingresso (1,22 kg/s) e raggiunge un valore prossimo a quello teorico al termine del calcolo. Da notare che si sarebbe potuta fermare l'iterazione ben prima, se pur con una precisione leggermente inferiore.

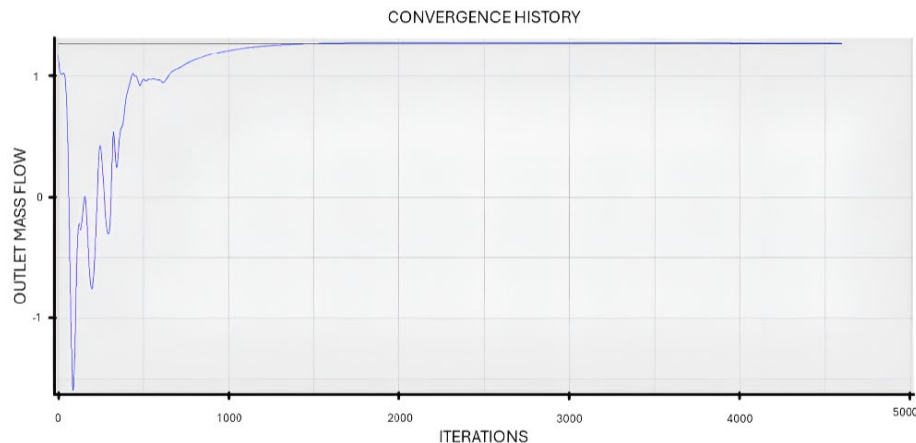


Fig. 5.12 – Esempio di convergenza della portata massica nella sezione di uscita del canale principale (modello di turbolenza Spalart-Allmaras)

Una volta definiti i modelli fisici, la discretizzazione spaziale del dominio di calcolo e le condizioni al contorno, è possibile descrivere la strategia numerica adottata per la risoluzione delle equazioni di governo. In questo lavoro, la procedura di simulazione si articola in una prima fase di calcolo RANS (stazionario), seguita da una seconda fase con due simulazioni URANS (non stazionarie): una per raggiungere la convergenza, l'altra per effettuare il campionamento nel tempo.

A differenza di un calcolo RANS, un calcolo URANS prevede un'evoluzione temporale delle grandezze di moto. Nel caso in esame, la simulazione URANS è stata preceduta da un calcolo RANS, utilizzato come condizione iniziale per la simulazione non stazionaria.

Il calcolo RANS è stato eseguito assumendo condizioni iniziali uniformi sull'intero dominio di calcolo. Poiché tali condizioni iniziali sono generalmente lontane dalla soluzione fisicamente realistica, è stato necessario un elevato numero di iterazioni numeriche (circa 4000) affinché il campo di moto raggiungesse una condizione convergente. In questo contesto, la convergenza è intesa come la stabilizzazione delle principali grandezze globali (pressione, velocità, ecc...) entro una tolleranza prefissata, pari a circa lo 0,5%.

Il risultato del calcolo RANS fornisce, quindi, una soluzione stazionaria “media” che rappresenta una buona approssimazione iniziale del campo di moto da utilizzare come condizione iniziale per il successivo calcolo URANS [7].

In questo modo, ogni istante temporale della simulazione non stazionaria parte da una soluzione già fisicamente consistente, riducendo sensibilmente il numero di iterazioni necessarie per raggiungere la convergenza numerica all'interno di ciascun time-step.

Il calcolo URANS è stato inizialmente sviluppato attraverso una prima fase transitoria (necessaria a raggiungere la condizione di periodicità nel tempo) composta da 450 time-step, ciascuno dei quali corrisponde a una diversa posizione angolare del rotore. Il tempo, in questo contesto, è direttamente associato alla rotazione del rotore: il progredire del tempo equivale a uno spostamento angolare $\Delta\theta$ del rotore.

Per ogni time-step sono state eseguite 30 sotto-iterazioni (*inner iterations*). Tali iterazioni sono puramente numeriche e non rappresentano un avanzamento temporale fisico: durante le sotto-iterazioni il tempo è congelato e il rotore rimane fermo nella posizione angolare associata a quel determinato time-step. Lo scopo delle sotto-iterazioni è garantire che le equazioni raggiungano un grado di convergenza sufficiente prima di passare all'istante temporale successivo.

Il numero ridotto di sotto-iterazioni rispetto alle 4000 iterazioni del calcolo RANS è giustificato dal fatto che nel calcolo RANS si parte da un campo di moto iniziale uniforme e poco realistico. In aggiunta, nel calcolo URANS, invece, ogni time-step parte da una soluzione già molto vicina a quella del time-step precedente, che a sua volta deriva da una soluzione RANS fisicamente consistente.

Nel contesto di una simulazione URANS, la convergenza non coincide con una soluzione stazionaria, bensì con il raggiungimento di una *condizione periodica nel tempo* delle grandezze di interesse. In particolare, la convergenza è considerata raggiunta quando variabili quali pressione e velocità, monitorate in punti significativi del dominio (e lontano da pareti), mostrano un andamento periodico ripetibile (tipicamente sinusoidale) da un periodo all'altro, come mostrato in Fig. 5.13.

Dopo i 450 time-step iniziali (ciascuno con 30 sotto-iterazioni), il sistema ha raggiunto tale regime periodico.

Una volta raggiunta la convergenza periodica, l'ultimo time-step della fase transitoria è stato utilizzato come condizione iniziale per la fase finale di *campionamento*. Questa fase prevede l'esecuzione di ulteriori 270 time-step, ciascuno sempre risolto con 30 sotto-iterazioni, durante i quali tutte le grandezze di interesse vengono salvate a ogni istante temporale (Fig. 5.13).

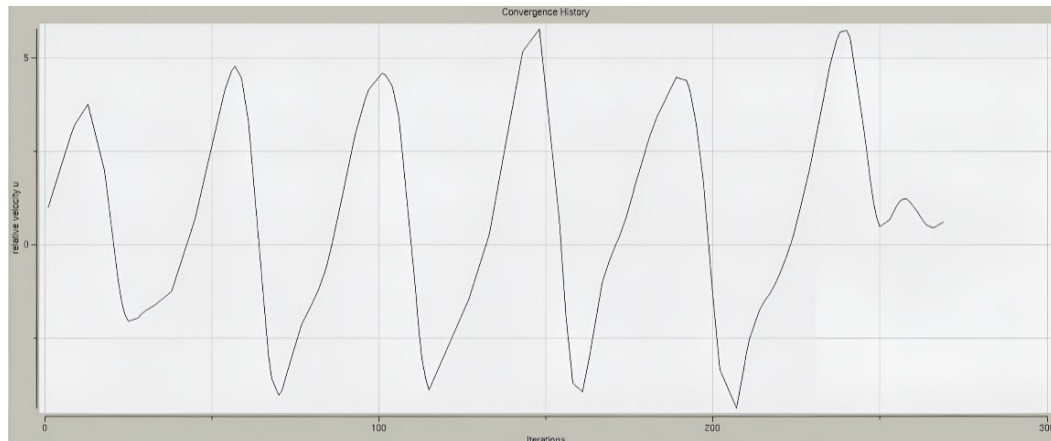


Fig. 5.13 – Storia di convergenza della velocità relativa u in fase di campionamento (URANS)

I 270 time-step corrispondono allo spostamento completo di tre passi rotorici. Poiché un passo rotorico è suddiviso in 90 time-step, l'intervallo di campionamento copre tre cicli completi della periodicità associata al moto delle pale. Questa scelta consente di ottenere una media temporale più accurata, riducendo l'influenza di eventuali fluttuazioni residue. In linea teorica, sarebbe stato possibile limitare il campionamento a 90 time-step (un singolo passo rotorico), ma un intervallo temporale più lungo garantisce una migliore robustezza statistica dei risultati medi.

Al termine della simulazione, il software esegue automaticamente la media temporale delle grandezze calcolate, i cui risultati vengono analizzati nel capitolo successivo del presente lavoro.

6. Risultati

Lo scopo di questa tesi è valutare l'effetto dell'interazione tra il flusso principale e il flusso di cavità tramite l'individuazione della traiettoria delle strutture secondarie principali (vortici) all'interno del canale palare ovvero: Passage vortex (PV), Egress vortex (EV), Pressure side horseshoe vortex (PS-HSV) e Suction side horseshoe vortex (SS-HSV). I risultati ottenuti sono fondamentali per la valutazione delle perdite nel canale, dovute alla presenza della portata di purge ed alla conseguente interazione con il flusso principale. Al fine di individuare le traiettorie dei vortici principali sono stati messi a punto ed implementati degli algoritmi di post processamento di dati su MATLAB che hanno consentito di elaborare i risultati provenienti dalla media temporale della simulazione URANS descritta nel capitolo precedente. In questo capitolo saranno descritti più nel dettaglio questi algoritmi e saranno visualizzate le traiettorie dei vortici e valutati i contributi di perdita ad esse associati per le quattro diverse condizioni studiate: assenza di cavità, portata di purge nulla ($\phi = 0$), intermedia ($\phi = 0.074$) e di sigillo ($\phi = 0.198$).

6.1 Post processing dati numerici

In questo sottocapitolo viene descritta la fase di post-processing dei dati numerici che definisce il procedimento usato per ricavare le traiettorie dei vortici nel canale palare rotorico. Il procedimento seguito può essere diviso in quattro step:

- 1) Calcolo del Q-criterion in ogni punto del dominio attraverso il software *Paraview*;
- 2) Interpolazione dei dati di Q-criterion su un dominio strutturato in MATLAB;
- 3) Identificazione automatica dei centroidi dei vortici in ogni sezione assiale del canale;
- 4) Clustering dei centroidi per identificare le traiettorie dei vortici.

6.1.1 Calcolo Q-criterion

I dati numerici derivanti dalla simulazione URANS sono stati mediati nel tempo (su un intervallo di tempo pari a tre volte il periodo di passaggio della pala) in modo automatico dal software *FINE/Turbo* ottenendo così un campo statistico medio di tutte le grandezze di interesse calcolate.

Successivamente i dati ottenuti sono stati importati sul software *Paraview* dove è stato eseguito il calcolo del Q-criterion in tutto il dominio fluido. Il Q-criterion rappresenta un indicatore locale della dominanza relativa del movimento rotazionale rispetto alla deformazione. In altre parole, questo parametro permette di valutare l'intensità vorticosa in ogni punto del dominio e quindi di individuare le strutture secondarie di maggior importanza all'interno del canale. La definizione del Q-criterion (Q) è la seguente:

$$Q = \frac{1}{2} (\|\Omega\|^2 - \|S\|^2) \quad (6.1)$$

dove S è il tensore di velocità di deformazione ed è definito come la parte simmetrica del tensore del gradiente di velocità ($\nabla \vec{u}$) ovvero:

$$S = \frac{1}{2}(\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T) \quad (6.2)$$

e Ω è il tensore di rotazione e corrisponde alla parte antisimmetrica di $\nabla \vec{u}$, definito nella seguente equazione:

$$\Omega = \frac{1}{2}(\nabla \vec{u} - \nabla \vec{u}^T) \quad (6.3)$$

Il gradiente di velocità è stato calcolato usando un filtro apposito presente su *Paraview*, permettendo quindi successivamente il calcolo del Q-criterion in ogni punto del dominio. Il campo di Q-criterion ottenuto è quindi stato esportato su MATLAB dove è avvenuta la restante fase di post-processamento.

6.1.2 Interpolazione dati

Le simulazioni numeriche sono state svolte su un dominio fluidodinamico comprendente 2 pale statoriche e 3 pale rotoriche per rispettare il rapporto effettivo dell'impianto reale. Tuttavia, il flusso è periodico in direzione circonferenziale con un periodo pari al passo rotorico, di conseguenza è lecito esportare da *Paraview* solo la parte di dominio comprendente un singolo canale rotorico su cui verrà eseguita la seguente fase di post-processing su MATLAB.

Gli algoritmi di classificazione (clustering), usati per identificare le traiettorie dei vortici, necessitano di un set di dati ordinato attraverso una griglia strutturata. Tuttavia, i dati del Q-criterion esportati da *Paraview* non presentano un ordine strutturato. È necessario quindi passare da un dominio non strutturato a uno strutturato per poter utilizzare l'algoritmo di clustering.

Il primo passo per creare una griglia tridimensionale strutturata è rendere innanzitutto le griglie di calcolo corrispondenti alle superfici dell'intradosso e dell'estradosso delle pale delle griglie strutturate. Per fare ciò è stato scritto un codice su MATLAB in grado di interpolare i dati numerici della simulazione e ordinarli secondo una griglia strutturata. Il codice usa un sistema di coordinate cilindrico e discretizza il dominio interpolare (strutturato) in 95 punti lungo la direzione radiale, 90 in direzione tangenziale e 80 nella direzione dell'asse. Le coordinate appartenenti all'estradosso della pala corrispondono alla prima riga di valori della coordinata tangenziale mentre quelle appartenenti all'intradosso costituiscono l'ultima riga. L'algoritmo usato per realizzare l'interpolazione dei dati appartenenti alla griglia non strutturata e trasferirli sulle coordinate della griglia strutturata implementato su MATLAB è il *knnsearch*. In particolare, questo algoritmo riceve in input le coordinate assiali e radiali dei punti appartenenti alla griglia non strutturata e quelli appartenenti alla griglia strutturata e identifica per ogni punto della griglia strutturata i 5 punti (in questo caso) appartenenti alla griglia non strutturata più vicini a esso e determina le relative distanze (che saranno utilizzate per la valutazione dei pesi da assegnare durante il processo di interpolazione) [12]. Così facendo è possibile realizzare una media pesata sull'inverso delle distanze per ricavare il valore delle coordinate nella direzione tangenziale delle superfici dell'estradosso e dell'intradosso, creando quindi un sistema di coordinate strutturato.

Una volta create le griglie strutturate sull'intradosso e sull'estradosso della pala è necessario creare la griglia tridimensionale anche all'interno del canale. In particolare, per l'applicazione in esame, il codice esegue una combinazione lineare tra le coordinate dell'intradosso e dell'estradosso per discretizzare il dominio nella direzione tangenziale con 90 superfici.

Il dominio di interesse deve essere però ampliato per comprendere anche la zona a monte della schiera, dove è presente la sezione di uscita della cavità, e la zona compresa tra l'apice della pala e la cassa. La parte a monte della schiera è stata discretizzata con 15 slice mentre la parte posta sopra l'apice con 5 slice. La vista in pianta del dominio completo è visibile nella seguente figura 6.1.

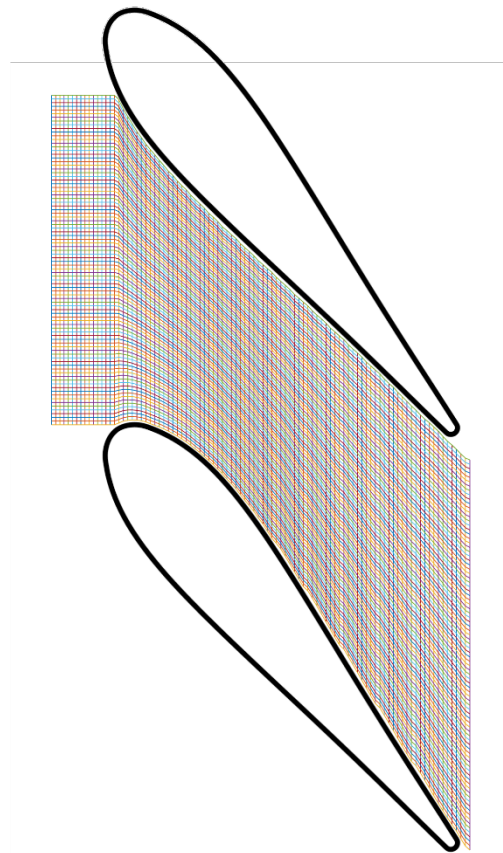


Fig. 6.1 – Vista sul piano z - θ del dominio strutturato completo del canale rotorico

Una volta creato il dominio strutturato è stata effettuata l'interpolazione per ricavare i valori delle grandezze termodinamiche e cinematiche di interesse in tutto il dominio. Il procedimento è simile a quello spiegato in precedenza e usa sempre l'algoritmo di interpolazione tridimensionale *knnsearch*. In questo caso però l'input dell'algoritmo sono le coordinate tridimensionali (θ, z, r) strutturate e non strutturate di tutti i punti del dominio. È possibile quindi fare una media pesata per interpolare i dati dal dominio non strutturato. Il risultato finale è una serie di matrici tridimensionali, con dimensioni pari al numero di discretizzazione lungo le direzioni θ , z e r (90, 95 e 100) una per ogni grandezza di interesse. In particolare, questa tesi si sofferma sull'analisi dei dati del Q-criterion per identificare i vortici e le traiettorie di essi.

6.1.3 Identificazione centroidi

Dopo aver ottenuto il campo di Q -criterion sulla griglia strutturata, i baricentri dei vortici (centroidi) sono stati individuati automaticamente (tramite un codice scritto su MATLAB) analizzando il flusso sezione per sezione (*slice-by-slice*) lungo la direzione assiale (z). La selezione delle sezioni assiali consente di applicare l'algoritmo di identificazione dei vortici ai dati numerici in modo semplice. L'approccio adottato si ispira concettualmente al metodo sperimentale γ_2 proposto da Mesny [13], qui riformulato per operare sul Q -criterion.

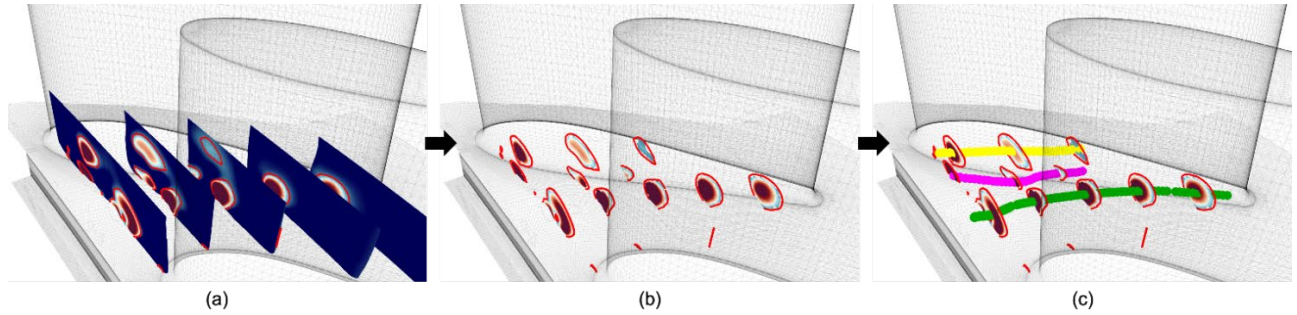


Fig. 6.2 – Rappresentazione schematica della procedura per determinare i centroidi dei vortici. (a) Diverse sezioni lungo l'asse z con contour di Q -criterion. (b) Zone della sezione in cui $Q > Q_{threshold}$. (c) Centroidi che rappresentano le traiettorie dei vortici.

Per chiarezza, la procedura di identificazione è riassunta in Figura 6.2, che è divisa in tre sotto-figure. La Figura 6.2 (a) presenta una vista tridimensionale del passaggio rotorico selezionato insieme a un insieme di sezioni assiali rappresentative (vengono illustrate cinque sezioni a titolo di esempio, sebbene l'algoritmo sia eseguito su tutti i piani z disponibili: 95). La Figura 6.2 (b) mostra la fase di separazione delle strutture vorticosi. Su ciascuna sezione, il campo di Q -criterion viene filtrato imponendo una condizione di soglia $Q \geq Q_{thresh}$, in modo da trattenere solo le regioni caratterizzate da un'intensità rotazionale sufficientemente elevata. Il valore di soglia del Q -criterion (Q_{thresh}) è stato determinato mediante un'ispezione sistematica delle isosuperfici tridimensionali, al fine di catturare in modo ottimale le strutture vorticosi in tutti i casi indagati (questa fase verrà descritta nei sotto capitoli seguenti). In questa sotto-figura, le regioni separate sono evidenziate in rosso. Quando due regioni ad alto valore di Q -criterion sono spazialmente distinte all'interno della stessa sezione, vengono considerate come vortici indipendenti.

La Figura 6.2 (c) mostra i centroidi identificati dalle regioni trattenute dopo l'applicazione del filtro. Per ogni regione connessa rilevata su una determinata sezione, la posizione del centroide del vortice viene determinata come baricentro ponderato sul valore di Q -criterion come espresso nelle seguenti equazioni:

$$x_c = \frac{\sum_i x_i Q_i}{\sum_i Q_i}, \quad y_c = \frac{\sum_i y_i Q_i}{\sum_i Q_i} \quad (6.4)$$

La coordinata assiale z_c coincide con la posizione della sezione corrispondente. La procedura di rilevamento sezione per sezione produce un insieme non ordinato di centroidi che rappresentano le posizioni locali dei vortici lungo il passaggio palare. Successivamente, attraverso un algoritmo di clustering, i centroidi vengono raggruppati per individuare le traiettorie tridimensionali dei vortici [12].

6.1.4 Clustering dei centroidi

Una volta campionati i centroidi individuati su ciascuna sezione, essi sono stati organizzati in traiettorie di vortice tridimensionali coerenti mediante l'algoritmo DBSCAN (*Density-Based Spatial Clustering of Applications with Noise*) implementato in MATLAB. Questo metodo di *clustering* richiede la definizione di due parametri principali:

- ϵ : distanza massima tra due centroidi affinché possano essere considerati vicini. Se la distanza tra due centroidi adiacenti supera ϵ , essi non vengono assegnati allo stesso gruppo (*cluster*). Questo parametro definisce quindi lo spostamento locale ammissibile del centroide del vortice tra sezioni adiacenti.
- $N_{\min}$: numero minimo di punti richiesto per formare un cluster. I gruppi contenenti un numero di centroidi inferiore a $N_{\min}$ vengono trattati come rumore e quindi scartati.

I parametri del DBSCAN sono stati calibrati considerando la risoluzione spaziale della griglia interpolata e la prevista evoluzione graduale dei nuclei dei vortici lungo la direzione assiale. Nella presente analisi, ϵ è stato impostato a circa il 7% della corda assiale C_{ax} , mentre $N_{\min} = 5$, garantendo il mantenimento delle sole distribuzioni di centroidi coerenti con la realtà. Dopo l'applicazione dell'algoritmo, a ciascun centroide viene assegnata un'etichetta (*label*), e il numero totale di strutture vorticosi individuate corrisponde al più alto indice positivo di *cluster* restituito dal DBSCAN.

Per ogni *cluster* che soddisfa la condizione $N > N_{\min}$, la sequenza ordinata delle coordinate dei centroidi lungo la direzione z definisce la corrispondente traiettoria del vortice.

La selezione di Q_{thresh} , ϵ e $N_{\min}$ deve essere coerente con la risoluzione della mesh e con la dimensione caratteristica delle strutture vorticosi previste nel flusso. È stato quindi necessario effettuare delle analisi di sensibilità per verificare la robustezza della procedura di identificazione dei vortici. Una volta fissati i parametri, le operazioni di rilevamento dei centroidi e di clustering risultano deterministiche, consentendo di ricostruire le traiettorie dei vortici in modo ripetibile per la successiva analisi [12].

Tra tutti i *cluster* individuati vengono poi selezionati solo quelli che rappresentano le traiettorie dei vortici principali (PV, EV, PS-HSV e SS-HSV).

6.2 Valutazione parametro Q_{thresh}

La scelta del valore di soglia Q_{thresh} è di fondamentale importanza per avere una adeguata rappresentazione delle traiettorie. Poiché l'algoritmo evidenzia solo le zone con valore di Q maggiore di Q_{thresh} , un valore basso di tale parametro identificherà un numero di punti maggiore mentre un valore alto un numero di punti minore. Di conseguenza, un valore troppo basso rischia di evidenziare zone con presenza di vorticità ma che non sono propriamente dei vortici e anche di raggruppare vortici diversi insieme e quindi visualizzarli come una struttura unica. Al contrario, un valore troppo alto del parametro di soglia potrebbe evidenziare solo i vortici con intensità maggiore oppure visualizzare solo una parte del vortice lungo il canale; questo perché i vortici, muovendosi all'interno del canale, tendono a dissipare la loro energia e quindi a diminuire la loro intensità.

Per questo motivo è stata valutata l'influenza della variazione di tale parametro variando il valore di Q_{thresh} e visualizzando le strutture vorticosi, in modo da selezionare il valore più adatto che permette di identificare le traiettorie nel modo più coerente con la realtà. Nelle successive immagini sono mostrate le strutture vorticosi al variare del parametro Q_{thresh} nel caso con portata di purge pari a quella che determina il sigillo. In rosso sono evidenziate le zone con vorticità lungo z positiva ovvero che ruotano in senso antiorario, mentre in blu quelle con vorticità lungo z negativa (senso orario).

Si nota che i valori di Q_{thresh} pari a $1 \cdot 10^6$ e $2.5 \cdot 10^6$ (Fig. 6.3 e 6.4) mostrano strutture più estese nel dominio; in particolare il PV e l'EV tendono a essere poco distinguibili e a unirsi in un'unica struttura già all'inizio del dominio considerato. Per valori più alti di Q_{thresh} l'estensione delle strutture si riduce e i diversi vortici diventano più facilmente distinguibili l'uno dall'altro. Per valori di Q_{thresh} pari a $2 \cdot 10^7$ e $4 \cdot 10^7$ (Fig. 6.7 e 6.8) la dimensione delle strutture tende a ridursi notevolmente sino a rendere i vortici non più visibili in alcuni tratti posti nella parte terminale del dominio. È interessante notare la graduale scomparsa dell'EV lungo il canale; ciò accade perché EV e PV, avendo lo stesso verso di rotazione, tendono a interagire e a unirsi formando un unico vortice. Questo fenomeno è particolarmente evidente per i valori di Q_{thresh} pari a $5 \cdot 10^6$ e $1 \cdot 10^7$ (Fig. 6.5 e 6.6) in cui l'EV scompare a circa metà del canale perché viene inglobato dal PV che ha intensità maggiore.

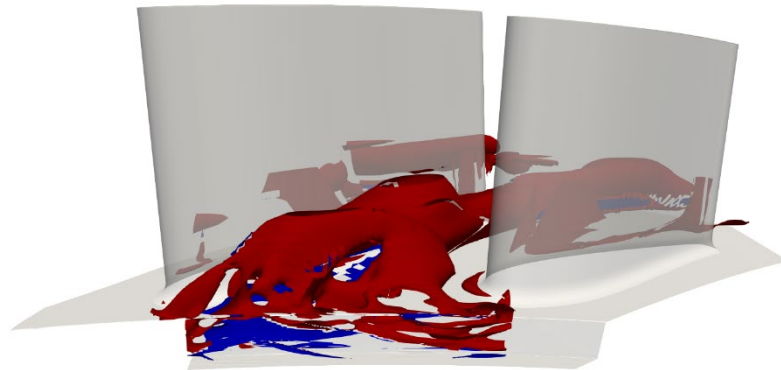


Fig. 6.3 – Iso-surface $Q_{thresh} = 1 \cdot 10^6$

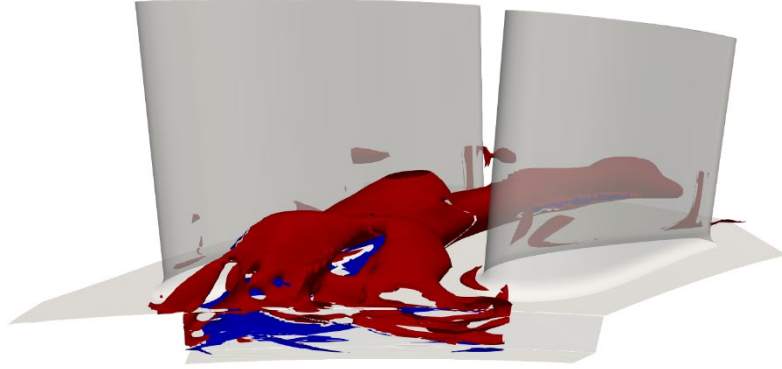


Fig. 6.4 – Iso-surface $Q_{tresh} = 2.5 \cdot 10^6$

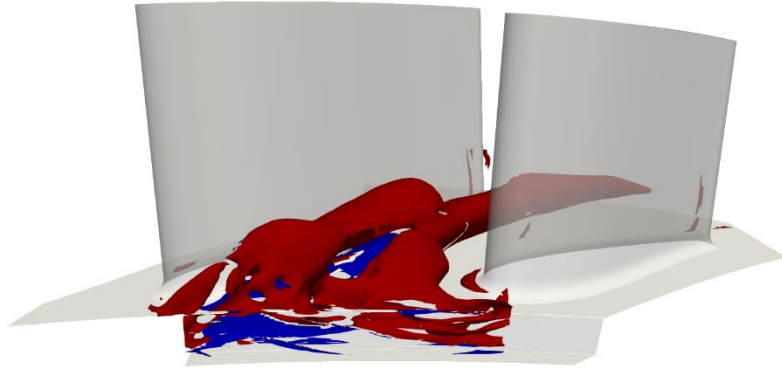


Fig. 6.5 – Iso-surface $Q_{tresh} = 5 \cdot 10^6$

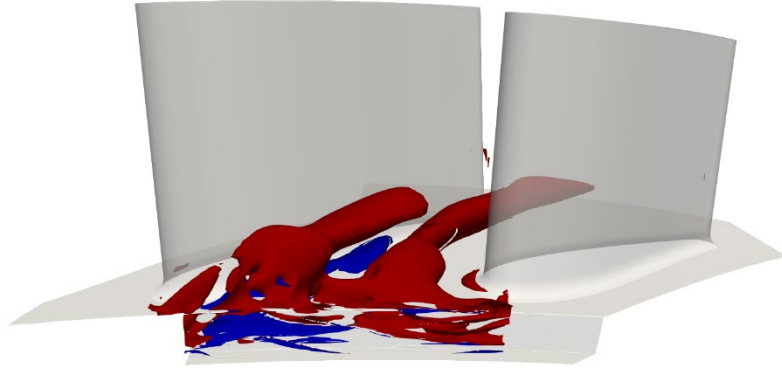


Fig. 6.6 – Iso-surface $Q_{tresh} = 1 \cdot 10^7$

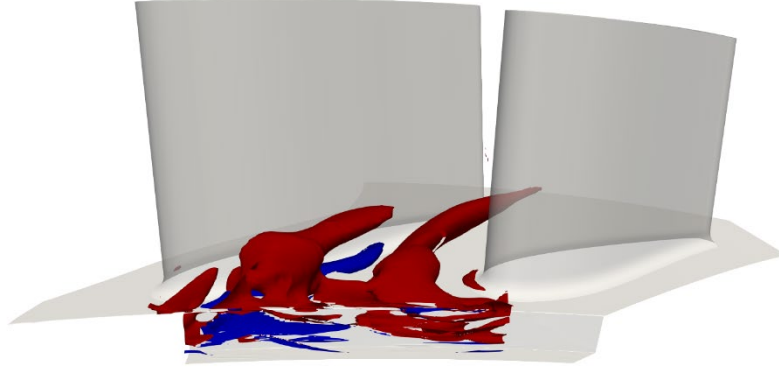


Fig. 6.7 – Iso-surface $Q_{thresh} = 2 \cdot 10^7$

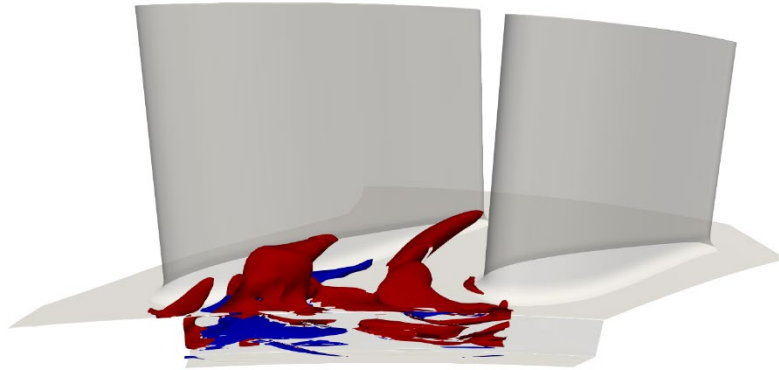


Fig. 6.8 – Iso-surface $Q_{thresh} = 4 \cdot 10^7$

Nelle figure seguenti sono visualizzate le traiettorie dei centroidi dei vortici sul piano $\theta - z$. Per i valori di Q_{thresh} più bassi (Fig. 6.9 e 6.10) si nota che l'EV sembra non essere presente o comunque avere un'entità molto ridotta. Il motivo di tale fenomeno risiede nel fatto che in quella zona EV e PV risultano visualizzati come una struttura unica connessa e pertanto il centroide corrispondente in ogni sezione è uno solo (verde).

Aumentando gradualmente il valore di Q_{thresh} (Fig. 6.11 e 6.12), EV e PV risultano progressivamente maggiormente distinti e comportano conseguentemente due diverse posizioni dei centroidi; questo permette di identificare meglio le due traiettorie dei due vortici e mettere in risalto il processo di fusione.

Per valori ancora maggiori (Fig. 6.13 e 6.14) la traiettoria dell'EV tende a ridursi notevolmente, questo perché il valore di Q_{thresh} è eccessivo e quindi filtra la parte di traiettoria finale in cui il vortice presenta una più bassa intensità rendendo l'identificazione delle traiettorie non ottimale.

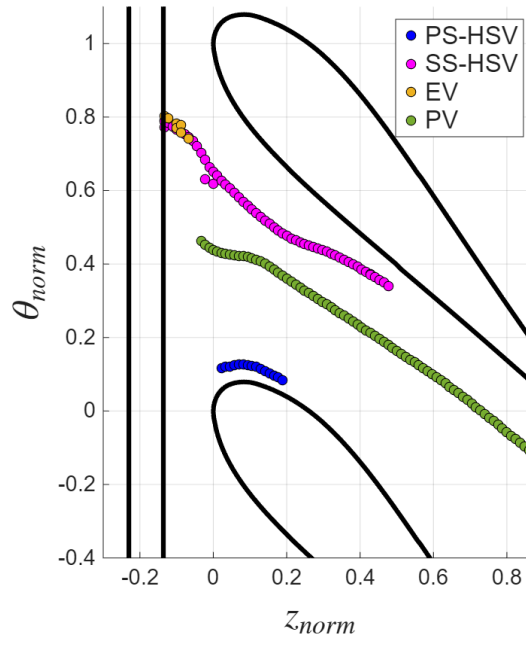


Fig. 6.9 – Vista sul piano $\theta - z$ delle traiettorie dei vortici $Q_{tresh} = 1 \cdot 10^6$

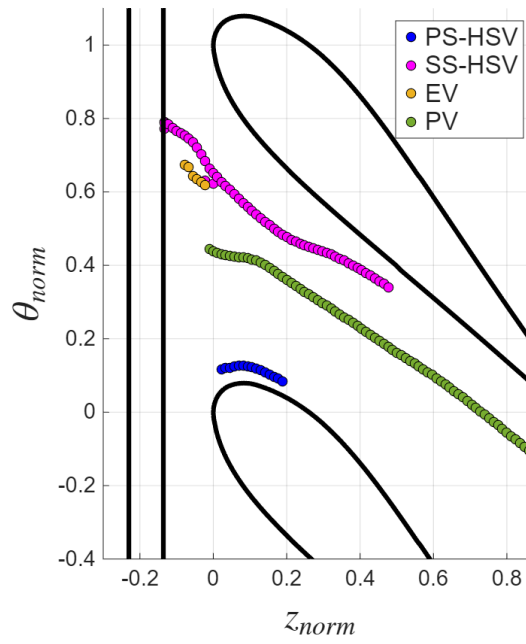


Fig. 6.10 – Vista sul piano $\theta - z$ delle traiettorie dei vortici $Q_{tresh} = 2.5 \cdot 10^6$

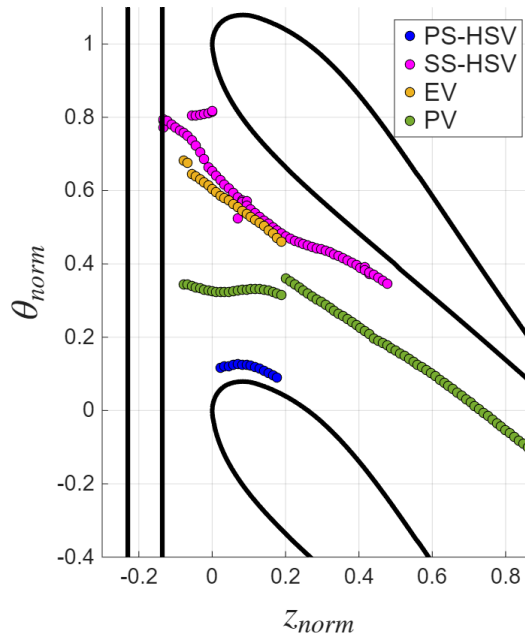


Fig. 6.11 – Vista sul piano $\theta - z$ delle traiettorie dei vortici $Q_{tresh} = 5 \cdot 10^6$

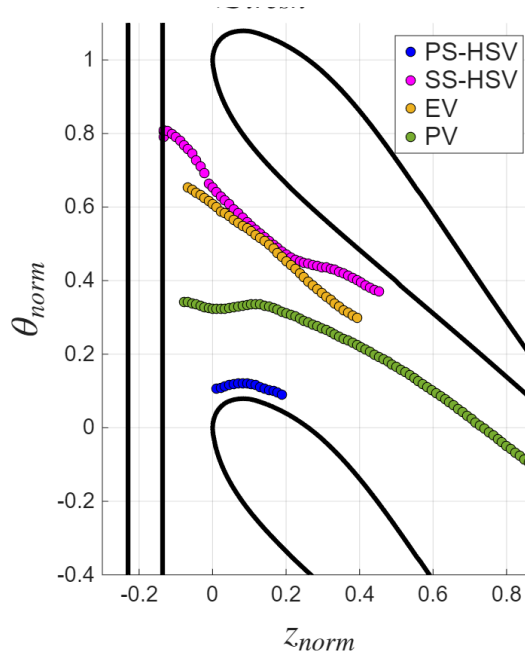


Fig. 6.12 – Vista sul piano $\theta - z$ delle traiettorie dei vortici $Q_{tresh} = 1 \cdot 10^7$

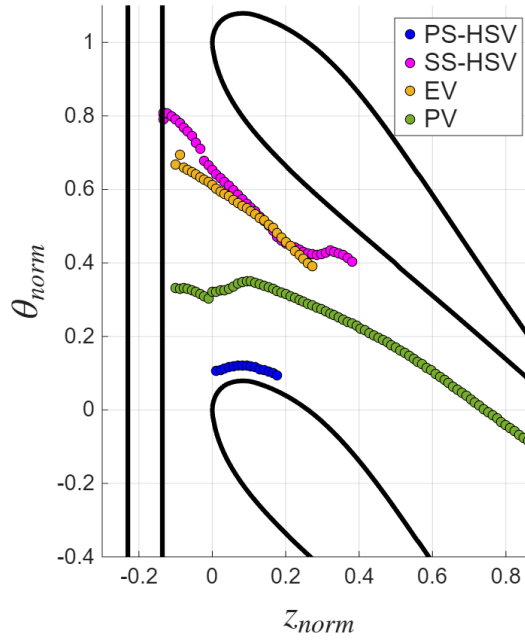


Fig. 6.13 – Vista sul piano $\theta - z$ delle traiettorie dei vortici $Q_{tresh} = 2 \cdot 10^7$

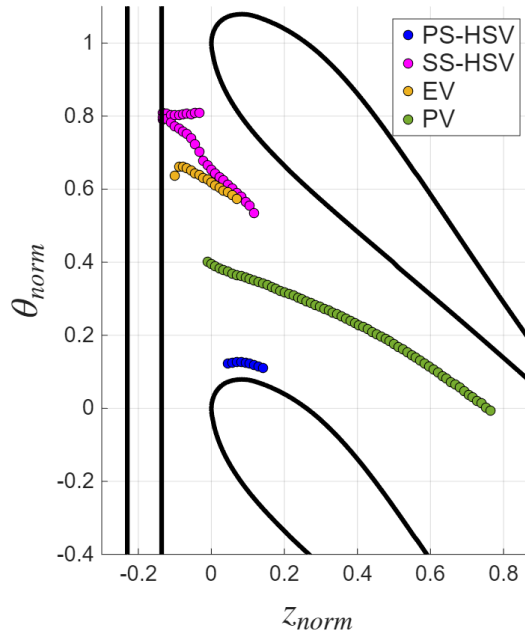


Fig. 6.14 – Vista sul piano $\theta - z$ delle traiettorie dei vortici $Q_{tresh} = 4 \cdot 10^7$

Nelle immagini seguenti sono mostrate le proiezioni delle traiettorie sul piano $r - z$. Questa vista permette un'ulteriore comprensione del comportamento delle traiettorie al variare di Q_{tresh} . In particolare, in Fig.6.15 e 6.16 il valore troppo basso non permette di distinguere PV e EV, di conseguenza, i due vengono rappresentati da un unico centroide (verde) che risulta spostato radialmente verso il centro del canale essendo il risultato della media pesata sul valore di Q-criterion della struttura connessa. La distinzione dei due vortici risulta più chiara aumentando il valore di Q_{tresh} , come visibile in Fig.6.17 e 6.18, infatti la traiettoria

del PV all'inizio del canale si sposta a valori di raggio minori coerentemente con la realtà. Per i valori di Q_{tresh} pari a $2 \cdot 10^7$ e $4 \cdot 10^7$ (Fig.6.19 e 6.20), EV e PV sono ancora distinguibili ma, procedendo lungo il canale, si iniziano a perdere informazioni sulla posizione dell'EV.

Il processo di coalescenza tra PV e EV è descritto in modo più evidente nella figura corrispondenti al valore di $Q_{tresh} = 5 \cdot 10^6$ (Fig. 6.17). Per tale figura, infatti, si nota la divisione del PV in 3 tratti distinti: il primo rappresenta il tratto in cui PV ed EV sono ancora distinti e non hanno una forte interazione ($-0.1 < z_{norm} < 0.2$), il secondo rappresenta il tratto in cui i due vortici iniziano a coalescere ($0.2 < z_{norm} < 0.4$) mentre il terzo rappresenta la formazione di un'unica struttura formatasi a partire dai due vortici iniziali ($z_{norm} > 0.4$).

Il PS-HSV e il SS-HSV mostrano un comportamento più stabile al variare di Q_{tresh} ; infatti, la configurazione delle loro traiettorie risulta molto simile per i diversi valori dei parametri di soglia presentati. I due vortici, in questa condizione, non risultano avere forti interazioni con altre strutture. Si nota, tuttavia, una diminuzione nella lunghezza della traiettoria del SS-HSV all'aumentare del valore di soglia. Ciò è dovuto alla diminuzione dell'intensità di tale vortice spostandosi verso valle.

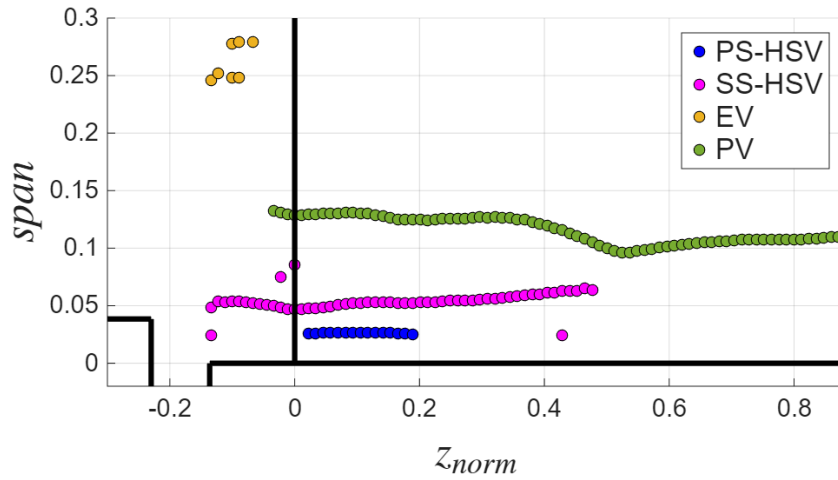


Fig. 6.15 – Vista sul piano $r - z$ delle traiettorie dei vortici $Q_{tresh} = 1 \cdot 10^6$

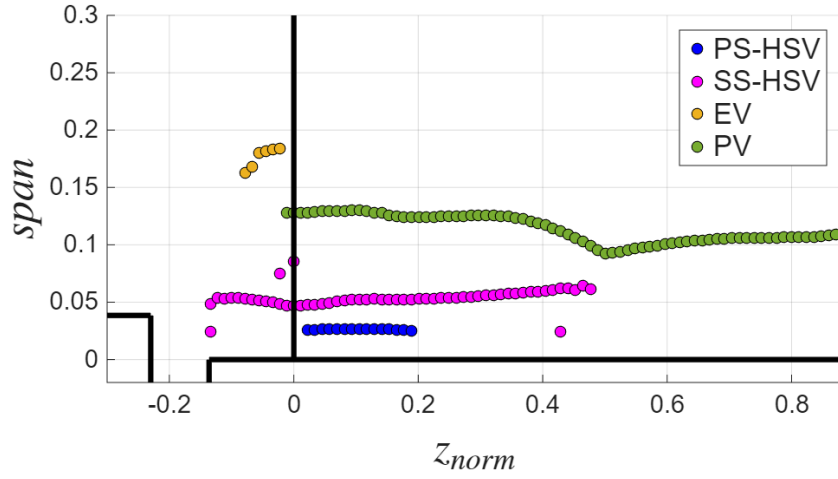


Fig. 6.16 – Vista sul piano $r - z$ delle traiettorie dei vortici $Q_{tresh} = 2.5 \cdot 10^6$

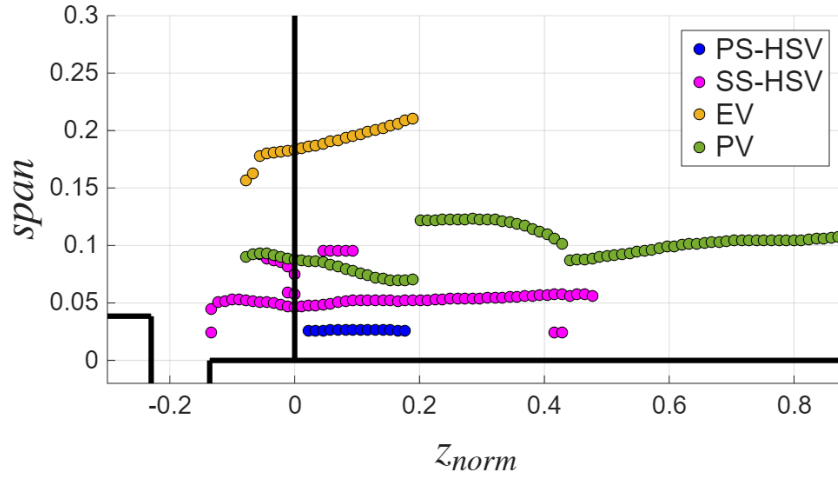


Fig. 6.17 – Vista sul piano $r - z$ delle traiettorie dei vortici $Q_{tresh} = 5 \cdot 10^6$

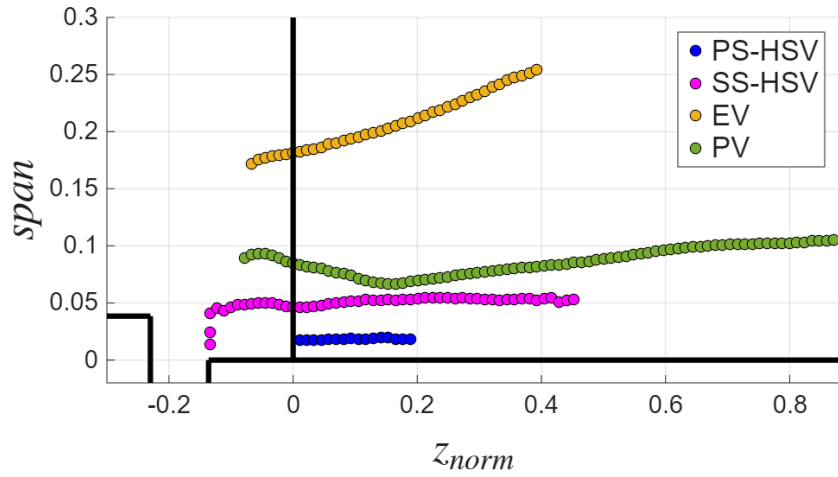


Fig. 6.18 – Vista sul piano $r - z$ delle traiettorie dei vortici $Q_{tresh} = 1 \cdot 10^7$

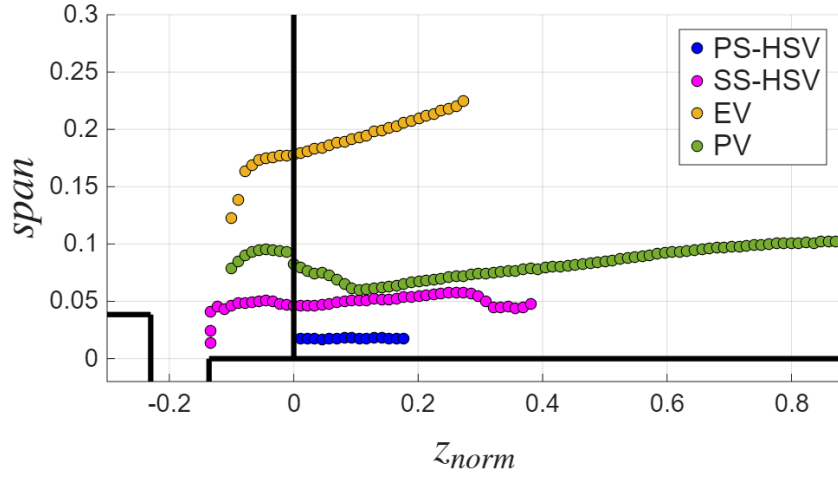


Fig. 6.19 – Vista sul piano $r - z$ delle traiettorie dei vortici $Q_{tresh} = 2 \cdot 10^7$

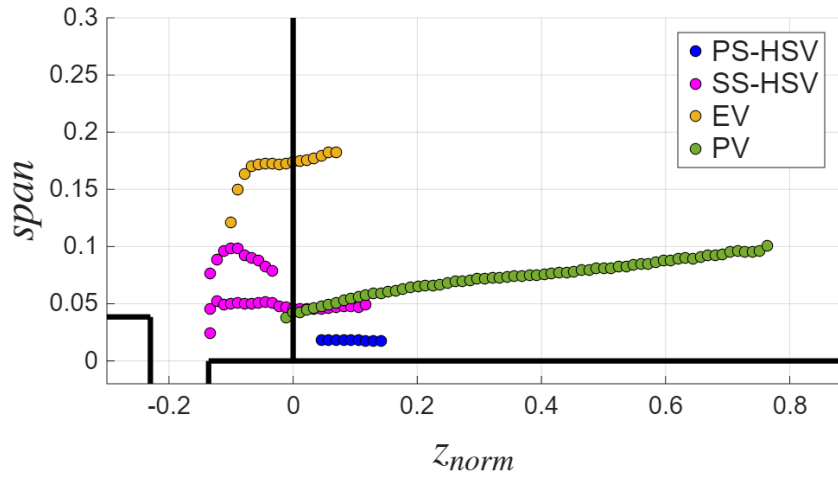


Fig. 6.20 – Vista sul piano $r - z$ delle traiettorie dei vortici $Q_{tresh} = 4 \cdot 10^7$

In conclusione, il valore di Q_{tresh} che meglio rappresenta le traiettorie dei vortici al netto di quanto discusso risulta essere pari a $1 \cdot 10^7$. Questo valore sarà usato nell'analisi successiva per determinare le traiettorie dei vortici al variare del coefficiente di portata ϕ .

6.3 Valutazione traiettorie al variare della portata di purge

In questo paragrafo saranno analizzate le configurazioni dei vortici al variare della portata di purge, ovvero al variare del parametro ϕ , considerando anche la condizione in cui non è presente la cavità (presa come caso di riferimento) usando un valore di $Q_{tresh} = 1 \cdot 10^7$.

Le figure seguenti mostrano le iso superfici relative al valore di Q_{tresh} nelle quattro condizioni operative considerate. Nella condizione in cui la cavità non è presente (Fig.6.21) si nota una configurazione più semplice e pulita delle iso superfici. Infatti, in questo caso non esiste un flusso uscente dalla cavità in direzione radiale che interagisce con il flusso principale dando luogo a fenomeni di miscelamento che incrementano la complessità delle strutture vorticosi. Osservando la figura si possono individuare chiaramente tre strutture

principali ovvero il PV e PS-HSV in rosso e il SS-HSV in blu. Il PS-HSV, come si può notare, nel procedere verso valle migra verso il centro del canale fino a unirsi al PV e formare un unico vortice.

La Fig. 6.22 è relativa a una portata di purge nulla ($\phi = 0$) ma introduce la presenza della cavità. Si nota una notevole complicazione delle strutture; ciò avviene perché, anche se la portata media attraverso la sezione di uscita della cavità è nulla, si ha la presenza di flusso che entra ed esce dalla cavità interagendo con il flusso principale per via dei fenomeni di pompaggio legati all'azione della forza centrifuga e alla disuniformità della distribuzione della pressione a monte della schiera. In particolare, si nota la presenza di una struttura vorticoso aggiuntiva rispetto al caso sprovvisto del dominio della cavità, anche se di piccola dimensione, ovvero l'EV.

Aumentando il valore della portata di purge, ovvero portando il coefficiente di portata al valore intermedio pari a $\phi = 0.074$ si nota un aumento dell'intensità dell'EV (Fig. 6.23). Infine, nella condizione in cui viene imposta la portata di sigillo ($\phi = 0.198$) l'estensione spaziale delle strutture vorticoso aumenta e in particolare la grandezza dell'EV risulta massima (Fig. 6.24).

Complessivamente, le figure mettono in risalto un notevole aumento della dimensione e dell'intensità dei flussi secondari all'aumentare del valore della portata di purge e pertanto è lecito attendersi un progressivo aumento del contributo alle perdite di pressione totale nello stadio.

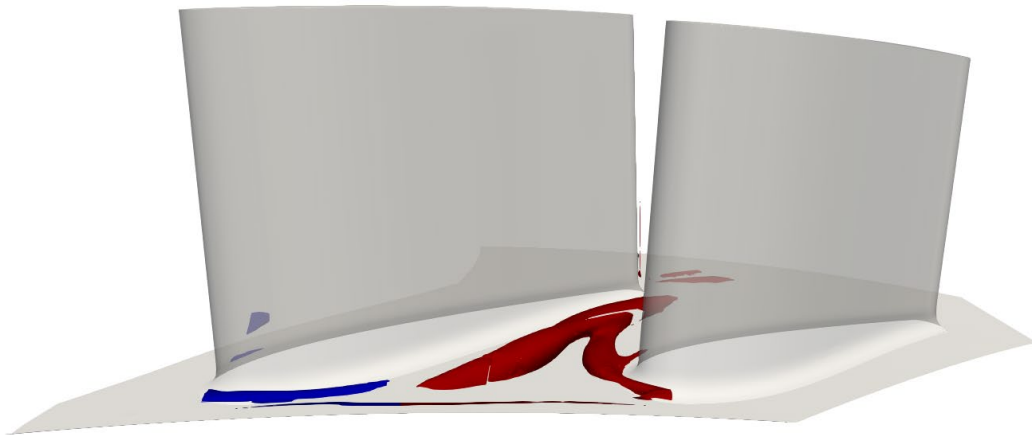


Fig. 6.21 – Iso superfici Q-criterion nel caso senza cavità

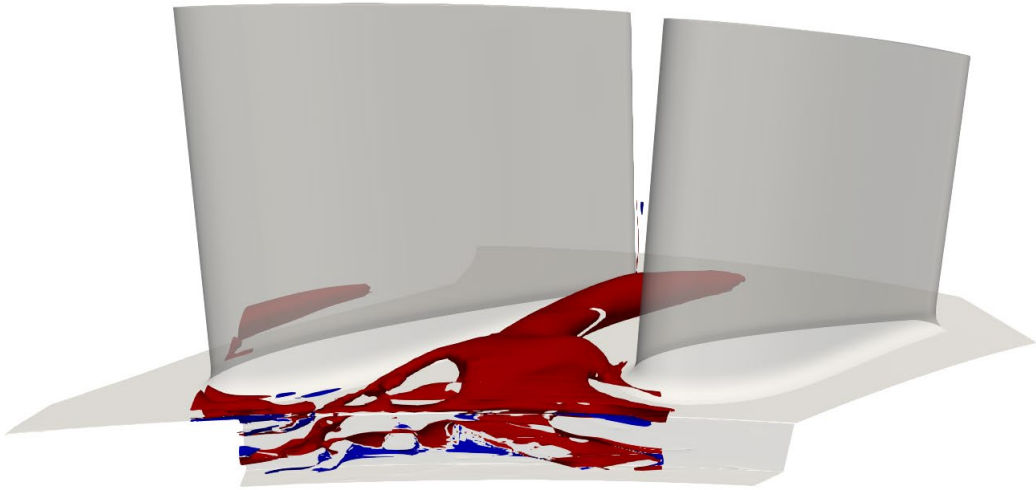


Fig. 6.22 – Iso superfici Q -criterion nel caso $\phi = 0$

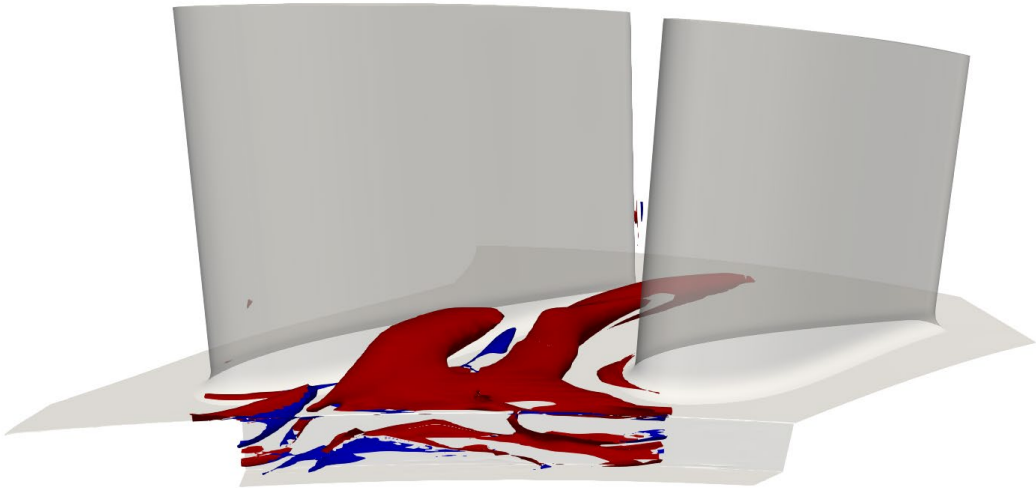


Fig. 6.23 – Iso superfici Q -criterion nel caso $\phi = 0.074$

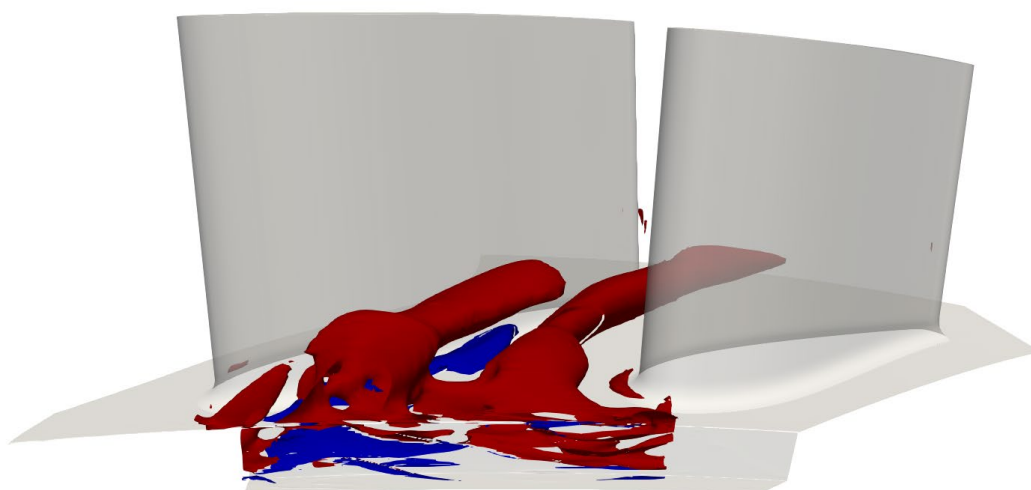


Fig. 6.24 – Iso superfici Q -criterion nel caso $\phi = 0.198$

Nelle immagini che seguono sono confrontate le traiettorie dei vortici nelle quattro condizioni operative considerate. In verde viene indicato il PV, in giallo l'EV, in magenta il SS-HSV e in blu il PS-HSV.

Nella condizione senza cavità (Fig.6.25) si può notare una maggiore estensione della traiettoria del PS-HSV rispetto alle altre condizioni; l'assenza di interazione tra il flusso di cavità ed il flusso principale permette infatti a tale struttura di conservarsi più a lungo all'interno del canale principale. Inoltre, si nota come la traiettoria di questo vortice, procedendo verso valle, converga progressivamente verso quella del PV, contribuendo ad alimentare l'intensità di quest'ultimo.

Introducendo la presenza della cavità si nota la comparsa dell'EV che risulta avere una traiettoria più estesa all'aumentare della portata di purge (Fig. 6.26, 6.27 e 6.28).

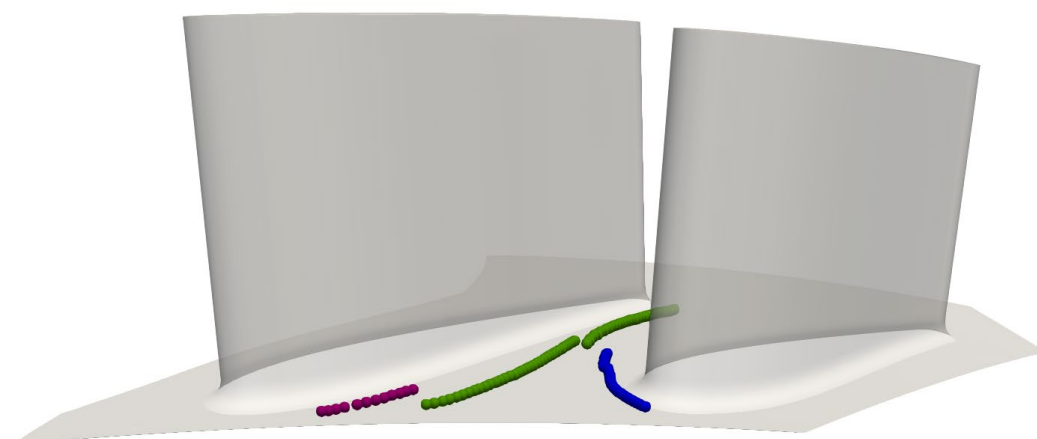


Fig. 6.25 – Traiettorie 3D dei vortici nel caso senza cavità

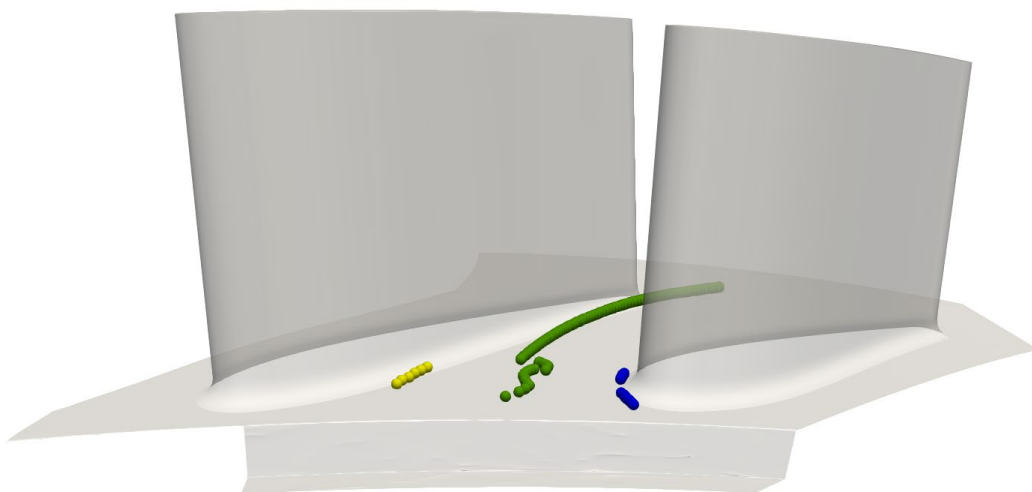


Fig. 6.26 – Traiettorie 3D dei vortici nel caso $\phi = 0$

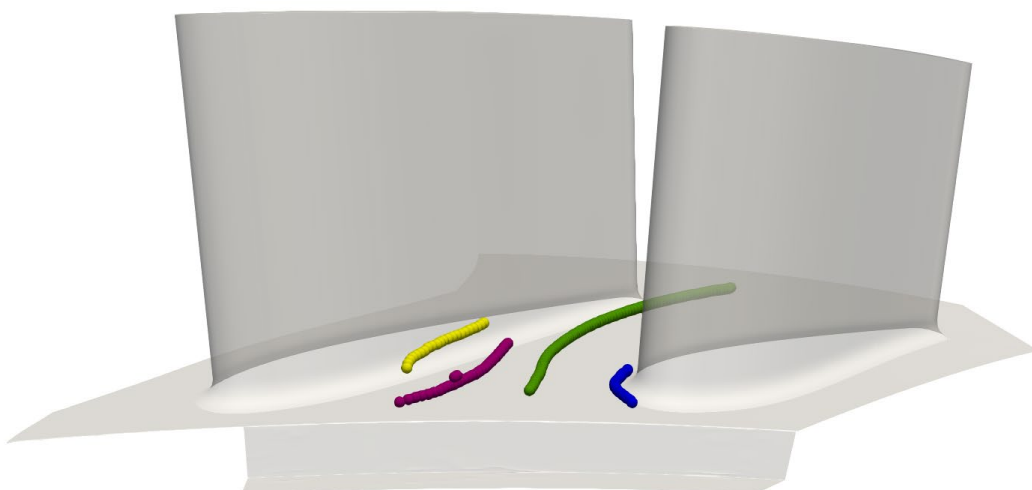


Fig. 6.27 – Traiettorie 3D dei vortici nel caso $\phi = 0.074$

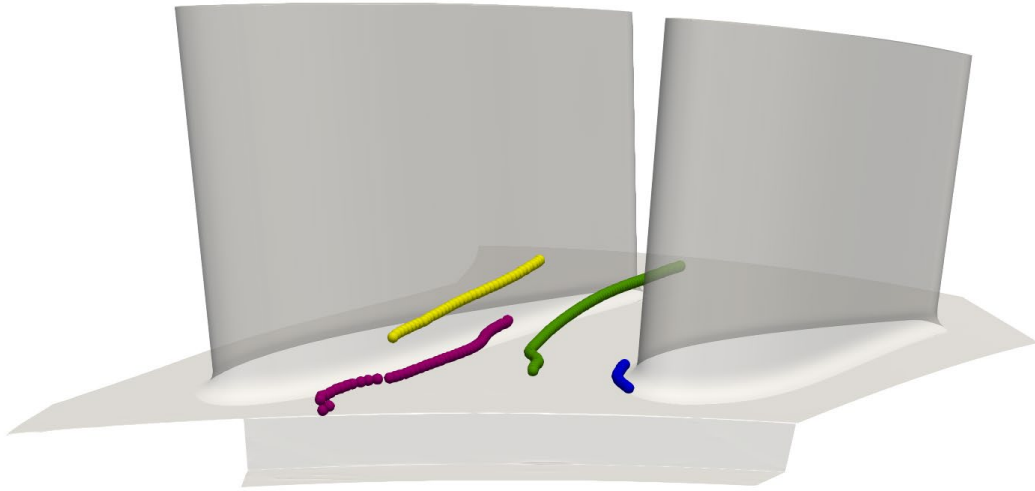


Fig. 6.28 – Traiettorie 3D dei vortici nel caso $\phi = 0.198$

Nelle quattro immagini successive vengono rappresentate le stesse traiettorie proiettate sul piano $\theta - z$ al fine di individuare visivamente meglio la posizione dei vortici. Osservando le figure si vede come introducendo la presenza della cavità la traiettoria del PV cambi notevolmente, si nota infatti uno spostamento tangenziale della sua posizione all'inizio del canale da $\theta_{norm} = 0.6$ (caso senza cavità, Fig. 6.29) a $\theta_{norm} = 0.4$ (in presenza della cavità, Fig. 6.30, 6.31 e 6.32). Progredendo nel canale il PV migra verso la superficie dell'estradosso, e questo effetto risulta più marcato all'aumentare della portata di purge. Anche la coordinata tangenziale della posizione iniziale dell'EV all'inizio del canale (come per il PV in presenza della cavità) risulta pressoché indipendente dalla portata di purge e presenta un valore di circa $\theta_{norm} = 0.6$. Inoltre, l'EV presenta una traiettoria di lunghezza maggiore all'aumentare della portata di purge in virtù della maggiore intensità. Questo influenza la posizione assiale in cui PV e EV si fondono. In particolare, nel caso di portata di cavità nulla (Fig. 6.30) la fusione avviene all'inizio del canale ($z_{norm} = 0$) mentre all'aumentare della portata avviene più a valle ovvero a circa $z_{norm} = 0.2$ per il caso di portata intermedia (Fig. 6.31), e $z_{norm} = 0.4$ nel caso di portata di sigillo (Fig. 6.32).

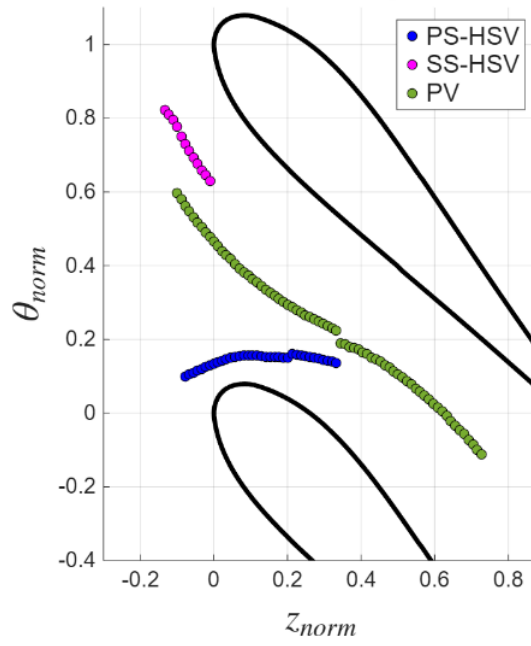


Fig. 6.29 – Vista sul piano $\theta - z$ delle traiettorie nel caso senza cavità

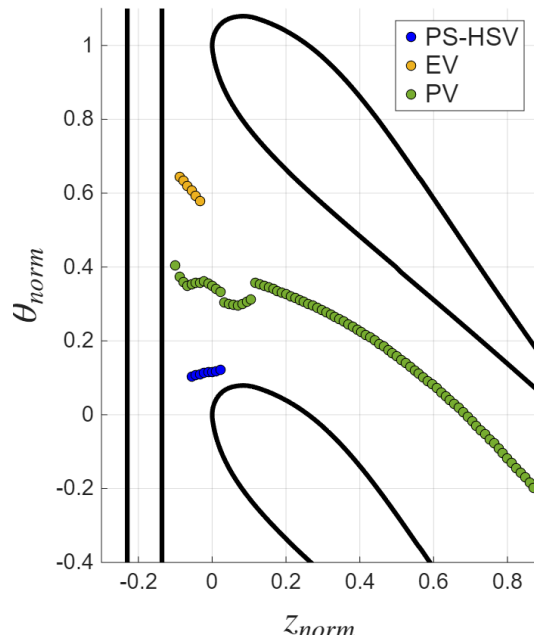


Fig. 6.30 – Vista sul piano $\theta - z$ delle traiettorie nel caso $\phi = 0$

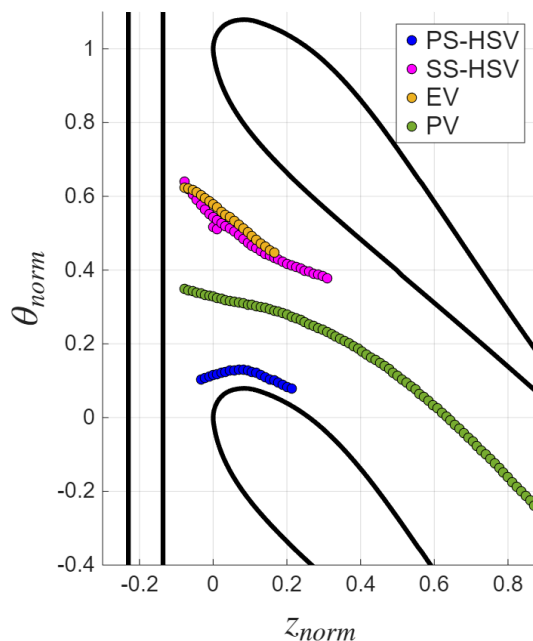


Fig. 6.31 – Vista sul piano $\theta - z$ delle traiettorie nel caso $\phi = 0.074$

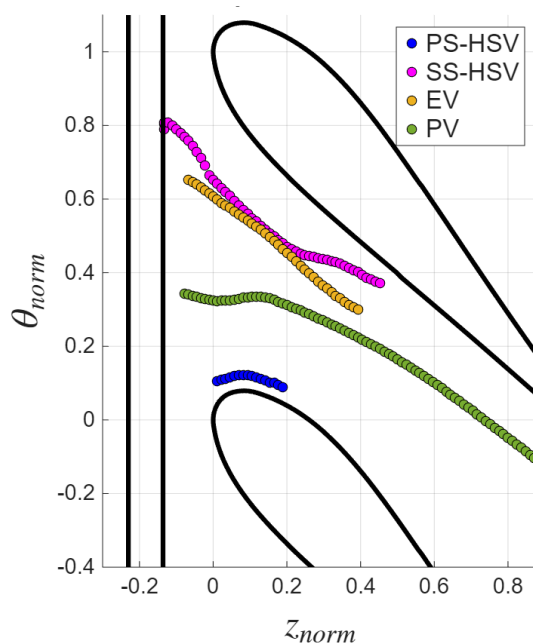


Fig. 6.32 – Vista sul piano $\theta - z$ delle traiettorie nel caso $\phi = 0.198$

Le quattro figure sottostanti rappresentano invece la proiezione delle traiettorie sul piano $r - z$. In questa vista si possono apprezzare gli spostamenti radiali dei vortici dovuti alla fuoriuscita della portata di purge dalla cavità. Si può notare che le posizioni radiali di PS-HSV e SS-HSV non subiscono una sostanziale variazione nei diversi casi ed hanno un valore di span rispettivamente di circa 0.02 e 0.05. L'effetto più rilevante osservabile in figura è lo spostamento della posizione iniziale dell'EV e la sua evoluzione nel canale. Nel caso di $\phi = 0$ (Fig. 6.34) l'EV nasce all'inizio del canale a un valore di span di circa 0.08 mentre all'aumentare della portata la posizione radiale iniziale aumenta visibilmente a valori di 0.12 per $\phi = 0.074$ (Fig. 6.35) e 0.17 per $\phi = 0.198$ (caso di sigillo, Fig. 6.36). Infatti, l'aumento

della portata si traduce in una velocità maggiore con cui il flusso di purge fuoriesce dalla cavità, causando la formazione dell'EV a raggi maggiori. Inoltre, l'EV non procede lungo una traiettoria a raggio costante ma si sposta gradualmente a raggi maggiori progredendo all'interno del canale. Questo fenomeno è più evidente all'aumentare della portata proprio a causa della maggiore velocità che il flusso di purge presenta all'interfaccia tra cavità e canale principale. In particolare, l'EV raggiunge un valore massimo di span di circa 0.25 per il caso di sigillo. Il moto dell'EV influenza anche la traiettoria del PV siccome i due vortici si uniscono a un certo punto del canale. Il PV, infatti, presenta anch'esso una traiettoria che devia lentamente verso l'alto fino a raggiungere un valore di span pari a 0.1 nel caso di portata di sigillo. La presenza del PV a valori maggiori dell'altezza palare in corrispondenza del bordo di uscita comporta inevitabilmente uno spostamento del picco delle perdite verso raggi maggiori.

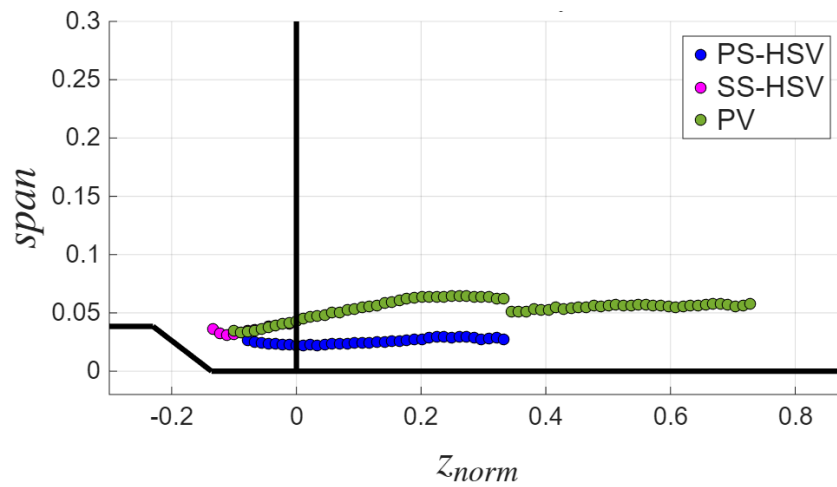


Fig. 6.33 – Vista sul piano $r - z$ delle traiettorie nel caso senza cavità

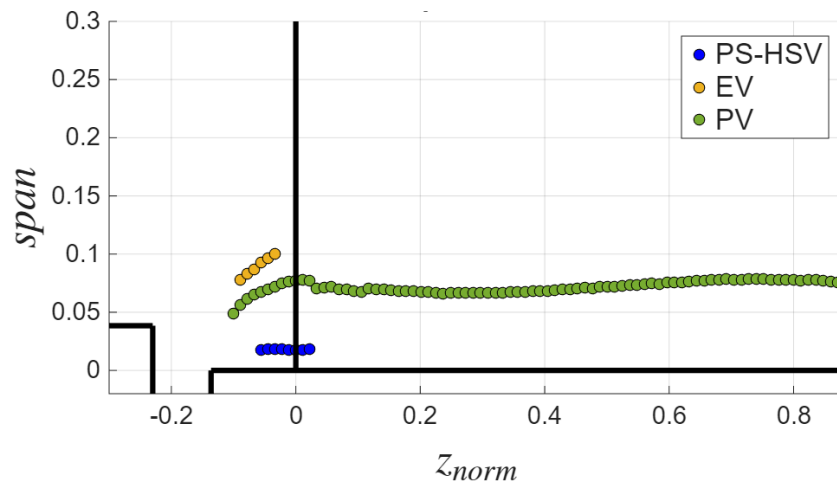


Fig. 6.34 – Vista sul piano $r - z$ delle traiettorie dei vortici nel caso $\phi = 0$

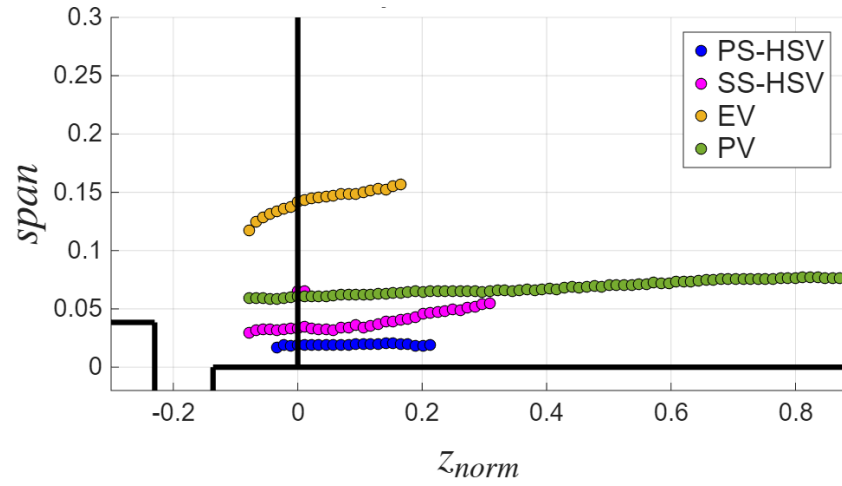


Fig. 6.35 – Vista sul piano $r - z$ delle traiettorie dei vortici nel caso $\phi = 0.074$

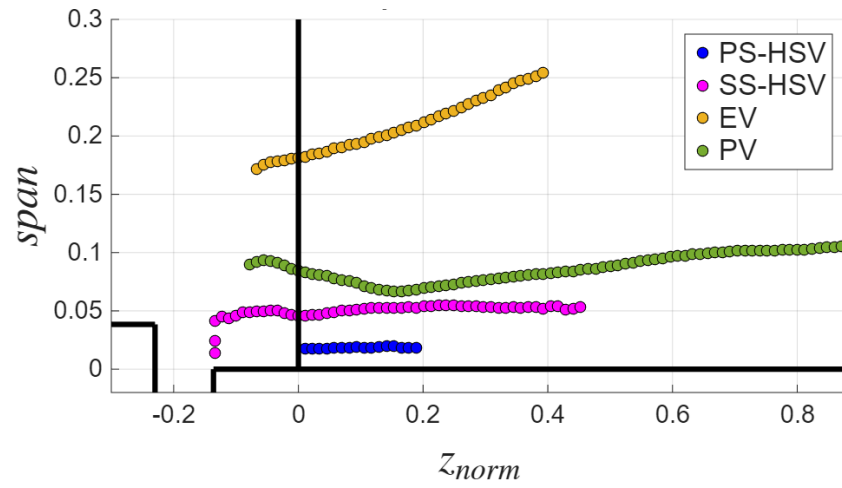


Fig. 6.36 – Vista sul piano $r - z$ delle traiettorie dei vortici nel caso $\phi = 0.198$

7. Conclusioni

Nel presente lavoro è stata effettuata un'analisi dei dati numerici risultanti dalle simulazioni CFD URANS al fine di valutare l'effetto della cavità e della portata di purge sullo sviluppo dei vortici secondari nel canale rotorico di uno stadio di turbina di alta pressione. In particolare, è stato sviluppato un algoritmo di post-processing su MATLAB in grado di individuare le traiettorie dei vortici nel canale. L'approccio usato impiega il metodo del Q-criterion per identificare spazialmente le zone ad alta vorticità e successivamente un algoritmo di clustering per individuare le traiettorie dei centroidi dei vortici. Allo scopo di identificare il valore di soglia di Q-criterion (Q_{thresh}), necessario a ricostruire al meglio le traiettorie dei vortici, è stata condotta un'analisi al variare di questo parametro confrontando la conformazione delle strutture vorticose. Dopo aver selezionato il parametro di soglia pari a $Q_{thresh} = 1 \cdot 10^7$, il metodo è stato applicato a quattro diversi set di dati numerici associati a 4 diverse condizioni operative e più precisamente: assenza di cavità, $\phi = 0$, $\phi = 0.074$ e $\phi = 0.198$.

Le traiettorie dei vortici risultanti nelle quattro condizioni sono state messe a confronto al fine di individuare i principali effetti che ha la presenza della cavità e la relativa portata di purge sui vortici secondari.

Gli andamenti delle traiettorie dei vortici all'aumentare della portata di purge evidenziano alcuni effetti fondamentali. Si nota un aumento notevole dell'intensità dell'EV che di conseguenza presenta una traiettoria di lunghezza maggiore. La traiettoria dell'EV si sposta a valori di raggio più elevati e presenta un'escursione radiale maggiore verso l'alto procedendo assialmente nel canale. Inoltre, l'EV a un certo punto del canale si unisce al PV formando un vortice unico. Il valore della coordinata assiale a cui avviene la fusione dei due vortici aumenta per valori di portata maggiori. Il PV tende a spostarsi a valori di raggio maggiori e verso l'estradosso della pala. Le traiettorie del PS-HSV e SS-HSV, invece, non presentano rilevanti variazioni al variare dalla portata di purge. Complessivamente le seguenti osservazioni suggeriscono uno spostamento del picco delle perdite verso raggi maggiori e verso l'estradosso della pala.

Le traiettorie presentano anche rilevanti differenze tra il caso in assenza di cavità e nei tre casi in cui essa è presente. Nel caso in assenza di cavità il PS-HSV tende a spostarsi verso l'estradosso della pala per poi unirsi al PV e formare un unico vortice, mentre nei tre casi con la presenza della cavità il PS-HSV presenta un'intensità minore e non interagisce con il PV ma rimane aderente all'intradosso per poi dissiparsi rapidamente. In assenza di cavità la traiettoria del PV ha una posizione centrale nel canale, ovvero circa equidistante dall'estradosso e dall'intradosso al contrario dei casi con la presenza della cavità. La coordinata tangenziale della posizione del PV all'inizio del canale varia sostanzialmente tra il caso senza cavità e i tre casi in cui è presente, per i quali invece risulta indipendente dal valore della portata di purge.

Il metodo adottato, alla luce di quanto discusso, si è dimostrato molto utile per permettere di individuare gli effetti indotti dalla presenza della cavità e dalla variazione della portata di purge sullo sviluppo dei vortici secondari. Inoltre, il presente lavoro fornisce spunti per un'eventuale valutazione e quantificazione delle perdite di pressione totale causate dalla presenza della cavità e della portata di purge ad essa associata, e quindi possibili ottimizzazioni del design geometrico dello stadio al fine di ottenere un incremento dell'efficienza. In particolare, l'ottimizzazione geometrica delle superfici di cassa e mozzo (endwall contouring) e della cavità (rim-seal) sono fondamentali per contenere lo sviluppo di vortici secondari e quindi le perdite.

Bibliografia

- [1] Dixon S. L., 2005, “Fluid Mechanics, Thermodynamics of Turbomachinery”, Elsevier-Heinemann, Amsterdam.
- [2] Farokhi S., 2014, “Aircraft Propulsion”, Wiley, Hoboken.
- [3] O. P. Sharma e T. L. Butler, 1987, “Predictions of Endwall Losses and Secondary Flows in Axial Flow Turbine Cascades”, *Journal of Turbomachinery*.
- [4] S. Wee, J. Do, K. Kim, C. Lee, C. Seok, B. Choi, Y. Choi, and W. Kim, 2020, “Review on Mechanical Thermal Properties of Superalloys and Thermal Barrier Coating Used in Gas Turbines”, *Metals*, MDPI.
- [5] Bru Revert, A., Beard, P. F., Chew, J. W., and Bottenheim, S., 2021, “Performance of a Turbine Rim Seal Subject to Rotationally-Driven and Pressure-Driven Ingestion,” *J. Eng. Gas Turbines Power*.
- [6] Sangan C. M., Pountney O. J., Zhou K., Wilson M., Michael Owen J., and Lock G. D., 2013, Experimental Measurements of Ingestion Through Turbine Rim Seals. Part I: Externally Induced Ingress, *Journal of Turbomachinery*.
- [7] Biassoni D., Barsi D., Satta F., Orsini L., Lengani D., 2025, Unsteady Flow Interactions in High-Pressure Turbine Cavity Simulations, *Proceedings of the 16th International Symposium on Experimental and Computational Aerothermodynamics of Internal Flows*, Prague, Czech Republic.
- [8] L. Orsini, A. Picchi, B. Facchini, A. Bonini, and L. Innocenti. On the use of psp to determine the rim sealing effectiveness. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2023: Turbomachinery Technical Conference and Exposition GT2023*, 2023.
- [9] Çengel Y. A., Cimbala J. M., 2006, *Fluid Mechanics*, McGraw-Hill, New York.
- [10] D. Biassoni, L. Orsini, D. Barsi, and D. Lengani, "Numerical Study of the Interaction between the Sealing Flow Rate and the Main Flow in a Gas Turbine Stage," in *Proc. 16th European Turbomachinery Conference (ETC16)*, Hannover, Germany, Mar. 2025.
- [11] Pratikkumar V. Raje, 2015, “Spalart-Allmaras turbulence model for Compressible flows”.
- [12] D. Biassoni, D. Barsi, F. Satta, A. Di Geronimo, and D. Lengani. Influence of purge flow rate on vortical structures in cavity–mainstream interaction in high-pressure turbines. In Submitted to ASME Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, paper No. GT2026-178555. American Society of Mechanical Engineers, paper No. GT2026-178555, 2026.
- [13] W. Mesny, M. A. Glozier, O. J. Pountney, J. A. Scobie, Y. S. Li, D. J. Cleaver, and C. M. Sangan. Vortex tracking of purge-mainstream interactions in a rotating turbine stage. *Journal of Turbomachinery*, 144(4):041011, 11 2021. ISSN 0889-504X.

Simbologia

Simboli

c	velocità assoluta [m/s]
k	energia cinetica turbolenta [m ² /s ²]
h	entalpia statica [kJ/kg]
h_t	entalpia totale [kJ/kg]
$\dot{m}$	portata massica [kg/s]
p	pressione [bar]
p_t	pressione totale [bar]
$\vec{r}$	raggio [m]
s	entropia specifica [kJ/kg K]
u	velocità assiale lungo asse x [m/s]
u_τ	stima della velocità a parete [m/s]
$\vec{u}$	velocità di trascinamento [m/s]
v	velocità trasversale lungo asse y (laterale) [m/s]
w	velocità trasversale lungo asse z (verticale) [m/s]
$\vec{w}$	velocità relativa [m/s]
x	asse x
y	asse y, distanza ortogonale alla parete
y_1^+	coordinata adimensionalizzata a parete [/]
z	asse z
A	sezione del motore [m ²]
C_{pt}	coefficiente di pressione totale [/]
F	spinta del motore [N]
K_{DE}	indice di distorsione equiangola (equiangle-skewness)
$\dot{K}_E$	potenza cinetica [W]
L	lavoro [J]
M, M_a	numero di Mach [/]

N	numero di stadi della turbomacchina [/]
P	potenza [W]
Q	calore [J]
R	raggio medio [m]
R_{ex}	numero di Reynolds locale
R_k	raggio di curvatura
S	entropia [kJ/K]
U_∞	velocità al di fuori dello strato limite
V	velocità del flusso [m/s]
α	angolo del flusso al bordo della pala [°]
δ	spessore strato limite [m]
δ_{ij}	delta di Kronecker [/]
ε	tasso di dissipazione dell'energia turbolenta [m ² /s ³]
η	efficienza [/]
θ	angolo di curvatura (camber angle) della pala [°]
ρ	densità [kg/m ³]
ν	viscosità cinematica [m ² /s]
τ	tensore degli sforzi di Reynolds [Pa]
τ_w	sforzo tangenziale d'attrito a parete [Pa]
ϕ	parametro generico, coefficiente di portata di purge [/]
ω	coefficiente di perdita di pressione totale
$\vec{\omega}$	velocità angolare [rad/s]

Apici e pedici

0	condizioni iniziali, globale
1	bordo di attacco della pala, stato 1
2	bordo di uscita della pala, stato 2
9	sezione di uscita del motore
amb	ambiente
c	compressore
e	exit

f	fuel
in	sezione di ingresso
out	sezione di uscita
p	propulsive
r	radiale, relativo
ref	riferimento
t	turbina
th	thermal
x	direzione assiale
A	sezione A
B	sezione B
LPT	turbina di bassa pressione
θ	tangenziale

Abbreviazioni e acronimi

BPR	By-Pass Ratio
CC	Combustion Chamber
CFD	Computational Fluid Dynamics
CI	Combined Ingestion
CV	Control Volume
DNS	Direct Numerical Simulation
EI	Externally Induced Ingestion
EV	Egress Vortex
GB	Gear Box
HPC	High-Pressure Compressor
HPT	High-Pressure Turbine
IGV	Inlet Guide Vane
LES	Large Eddy Simulation
LPC	Low-Pressure Compressor
LPT	Low-Pressure Turbine
PRIN	Progetti di Rilevante Interesse Nazionale
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes

RI	Rotationally Induced Ingestion
SAS	Secondary Air System
SFC	Specific Fuel Consumption
SST	Shear Stress Transport
URANS	Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes