



Università degli Studi di Genova

Genoa University



Scuola di
Scienze sociali

School of Social Sciences

DISFor Dipartimento di Scienze della Formazione

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN SCIENZE DELLA FORMAZIONE PRIMARIA

Giochi matematici alla scuola primaria: una sperimentazione con
focus sulla discussione

Relatore: Prof.ssa Francesca Morselli

Correlatore: Prof.ssa Silvia Funghi

Candidata: Elisa Ferrari

ANNO ACCADEMICO 2025/2026

INDICE

Introduzione	3
Quadro teorico	5
L'uso del gioco come metodologia didattica	5
Radici pedagogiche del gioco come strumento didattico	5
Pedagogia del gioco	7
L'uso del gioco come metodologia didattica in matematica.....	13
La discussione matematica	16
Il ruolo dell'insegnante: il modello M-CA _{CE}	19
Indicazioni Nazionali	27
Progettazione	30
Obiettivi di ricerca	30
Obiettivi di apprendimento	30
Metodologia	34
La classe.....	34
Gli incontri.....	35
La raccolta dei dati.....	36
Sequenza didattica	36
Sperimentazione.....	39
Presentazione dei giochi	39
Trois Pour Moi.....	39

Line 'Em Up	43
Analisi a priori	46
Trois Pour Moi.....	46
Line 'Em Up	51
Ruolo del docente	56
Preparazione della classe	57
Discussioni e analisi di esse.....	59
Autovalutazione	91
Un ritorno al modello.....	99
Analisi del mio ruolo come docente (metacognizione)	99
Conclusioni	102
Bibliografia e sitografia	104

Introduzione

L'uso dei giochi come strumento didattico e il ruolo del docente nell'insegnamento sono due aspetti da sempre considerati oggetto di riflessione per migliorare l'apprendimento dei bambini a scuola. Infatti, la valenza educativa del gioco è da secoli studiata per verificarne i benefici nell'apprendimento di bambini e di adulti. Al tempo stesso, è ampiamente riconosciuto l'impatto che il docente ha sul percorso formativo e sullo sviluppo delle competenze dei suoi alunni.

Negli anni universitari, mi sono riavvicinata alla passione per l'insegnamento della matematica e, attraverso i corsi universitari, ho accresciuto il mio interesse nell'approfondire nuove metodologie per l'insegnamento della disciplina.

La domanda di ricerca che ha guidato il presente lavoro riguarda l'analisi del gioco come strumento didattico per accompagnare la costruzione e il consolidamento dei concetti matematici e il ruolo assunto dal docente in questo processo. Questa domanda nasce dal mio desiderio di utilizzare una tecnica di apprendimento della matematica che non avevo mai sperimentato né osservato nei miei anni di tirocinio e di valutare come l'insegnante potesse influenzare tale apprendimento. In particolare, per la mia tesi ho scelto di sperimentare non solo dei giochi che potessero aiutare gli alunni nell'apprendimento ma anche di far emergere i pensieri e le riflessioni personali attraverso delle discussioni matematiche. A partire da queste discussioni, ho svolto successivamente un'analisi del mio ruolo come docente nella classe, con l'intento di autovalutarmi in una metodologia nuova non solo per gli studenti ma anche per me come insegnante.

Nel quadro teorico della tesi, dunque, ho iniziato presentando le riflessioni sull'uso del gioco in ambito didattico, sia da un punto di vista storico, sia riportando

alcuni studi più recenti. Ho raccontato le diverse visioni del rapporto gioco-apprendimento secondo gli autori, mettendo in evidenza come il gioco permetta l'esercitazione di capacità e di conoscenze, sia dal punto di vista disciplinare, sia da quello sociale. Ho approfondito, quindi, l'uso del gioco nella disciplina matematica, portando come riferimento recenti ricerche e scoperte in ambito della didattica della matematica a livello universitario. Continuando, ho descritto la metodologia della discussione matematica approfondendone le caratteristiche e i limiti. Ho proseguito presentato il modello di riferimento M-CA_{CE} per l'analisi del ruolo docente nelle attività didattiche. Infine, ho esposto i legami degli obiettivi proposti da tali metodologie facendo riferimento alle Indicazioni Nazionali del 2012 e del 2025.

Nel secondo capitolo ho raccontato della progettazione stabilita per rispondere alla domanda di ricerca, analizzando gli obiettivi di apprendimento, la metodologia e la sequenza didattica. In particolare, ho fatto riferimento alle Indicazioni Nazionali del 2012 in quanto normativa vigente al momento della sperimentazione ma ho tenuto anche conto delle Indicazioni Nazionali del 2025, pubblicate successivamente, per mantenere uno sguardo aggiornato ai più recenti orientamenti ministeriali.

Il terzo capitolo tratta della sperimentazione vera e propria: ho raccontato i riferimenti a cui mi sono ispirata per i giochi proposti alla classe e alle modifiche che ho ritenuto necessarie; l'analisi a priori sui possibili risultati ottenibili e sulle possibili riflessioni degli alunni nonché dubbi che sarebbero potuti insorgere. Ho riflettuto sui possibili ruoli assunti dal docente durante la sperimentazione e ho descritto la preparazione della classe con la stesura di un problema matematico "a righe" e conseguente riflessione. Sono passata, quindi, alla presentazione delle discussioni matematiche emerse con annesse riflessioni personali in qualità di insegnante per

concludere con l'analisi dei risultati ottenuti da un questionario autovalutativo per approfondire l'interesse e le difficoltà incontrate dagli studenti.

Infine, il quarto capitolo è formato dall'analisi del ruolo che ho assunto nella progettazione didattica, nelle attività e nelle discussioni matematiche facendo riferimento al modello M-CA_{CE}.

Quadro teorico

Il quadro teorico fa riferimento all'uso del gioco come metodologia didattica, e in particolare alla disciplina matematica, alla discussione guidata, al modello M-CA_{CE} e alle Indicazioni Nazionali.

L'uso del gioco come metodologia didattica

Radici pedagogiche del gioco come strumento didattico

Una delle attività più importanti nella vita del bambino è il gioco: in realtà è tanto importante in età infantile e fanciullesca quanto nell'età adulta poiché permette di soddisfare il bisogno di muoversi, agire e manipolare le cose che ci circondano (Piaget, 1972) e al tempo stesso di sperimentare la valenza ludica, apportando divertimento e intrattenimento.

L'enciclopedia Treccani lo definisce come *“esercizio singolo o collettivo a cui si dedicano bambini o adulti, per passatempo, svago, ricreazione, o con lo scopo di sviluppare l'ingegno o le forze fisiche. Anche, pratica consistente in una competizione fra due o più persone, regolata da norme convenzionali, e il cui esito ... dipende in maggiore o minore misura dall'abilità dei contendenti e dalla fortuna”* (Treccani, 2025).

Fin dalla fine dell'Ottocento, Fröbel fa emergere il rapporto fra gioco e apprendimento, considerando il primo come un mezzo attraverso il quale il bambino, non solo è coinvolto in una attività ludica, ma esercita anche l'esplorazione del mondo, sviluppa abilità cognitive, fisiche e sociale (Cera, 2009). Attraverso il gioco, il bambino nella prima infanzia sperimenta la rappresentazione del mondo interiore, confrontando e distinguendo gli aspetti interni come il pensiero, le emozioni e la spiritualità con quelli esterni come la realtà che lo circonda, la natura e la società. Nelle fasi successive della vita, il gioco diventa la modalità con cui sperimentare apprendimenti alternativi e conoscere l'ambiente che ci circonda.

A inizio Novecento, anche Gross, osserva il ruolo dell'attività ludica nel processo di crescita della specie umana e ne fa emergere l'importanza per l'esercitazione di abilità e competenze in un mondo protetto, da sfruttare nella futura età adulta nei contesti di vita reali.

Di lì in poi altri autori hanno sottolineato l'importanza del gioco come apprendimento, tra cui Piaget, Vygotskij, Bruner e Montessori.

La teoria di Piaget si sviluppa intorno all'osservazione dei bambini nei momenti di gioco e di come attraverso il gioco stesso, che cambia in base all'età del soggetto, si acquisiscano nuove capacità, conoscenze e abilità. Durante il ciclo della scuola primaria, il gioco arriva a trasmettere l'importanza delle regole, la sperimentazione della socializzazione e l'abbandono dell'egocentrismo (Cera, 2009).

Vygotskij, in linea con il pensiero di Gross, sviluppa il suo pensiero sulla valenza ludica del gioco per l'essere umano, in particolare visto come mezzo per soddisfare i bisogni e i desideri non realizzabili attraverso fantasia e finzione. Il bambino si trova durante il gioco in una "zona di sviluppo prossimale" in cui si mette alla prova, in maniera autonoma o facendosi aiutare da adulti o pari più competenti (Cera, 2009).

Questi diventano momenti di apprendimento cognitivi ma anche emotivi e sociali: i bambini imparano sia concetti, competenze e conoscenze sia sperimentano la comprensione e la gestione delle proprie emozioni ma anche imparano a collaborare, osservare e fare proprie le conoscenze e le abilità altrui.

Bruner sostiene che il gioco sia lo strumento con cui il bambino fuoriesce dalla propria immaturità imparando a adattarsi, reagire, immaginare nuove soluzioni e rispettare le regole sociali (Cera, 2009).

Montessori, pur riprendendo nella seconda metà del Novecento la concezione fröbeliana del gioco quale modalità privilegiata di esplorazione del reale, la riformula conferendo al gioco la dignità di lavoro autentico, fondato sull'apprendimento attraverso l'esperienza diretta (De Simone & Corrado, 2025).

Quando il bambino gioca, quindi, possiamo dire che il bambino eserciti la propria mente e plasmi il suo utilizzo in base all'attività che gli si propone. A sua volta il cervello attiva altre aree afferenti all'attività ludica dando il via a processi di apprendimento complessi, sviluppando le aree deputate al comportamento, alle emozioni e alla memoria (De Simone & Corrado, 2025).

Pedagogia del gioco

Un gioco usato per la didattica, secondo Ligabue, può far emergere o stimolare diverse competenze: quelle etiche legate al comportamento da assumere in una nuova situazione; quelle sociali e relazionali che riguardano le interazioni fra individui dello stesso o diverso grado e all'interno di diversi gruppi sociali; quelle cognitive che hanno a che fare con il ragionamento del nostro cervello e con il nostro modo di apprendere (Ligabue, 2020).

Le competenze etiche che vengono sviluppate riguardano il senso di rispetto, provare il fallimento e la sconfitta, l'importanza delle regole e il giocare insieme.

Il rispetto è considerato in senso ampio: delle regole, degli altri, dei tempi e del materiale. Per ogni aspetto è importante acquisire la corrispondente capacità, affinché il gioco rimanga ludico e divertente. Attraverso il gioco ci si mette di fronte all'occasione in cui è importante giocare in base alle regole del gioco stesso, ma anche rispettare l'altro senza il quale non posso concludere l'azione iniziata. I tempi devono essere abbastanza brevi da poter far in modo che nessuno si annoi ma al tempo stesso che permettano al giocatore di riflettere e attuare una strategia. Così come il giocatore stesso però necessita di un certo tempo, questo dovrà lasciare lo spazio temporale necessario all'altro di fare le proprie mosse in base alla propria strategia. Infine, è evidente come sia importante rispettare il materiale di cui si sta facendo uso affinché si possa rigiocare e ripetere l'attività ludica. Ecco che da questa analisi emergono le competenze etiche che i bambini dovranno acquisire: queste devono essere affinate nel tempo e potranno essere applicabili anche in un futuro non solo nei mondi finti del gioco ma anche della vita quotidiana.

Altro aspetto fondamentale è la capacità di fallire, sapere che nella maggior parte dei giochi, uno o pochi vinceranno e a tutti gli altri toccherà la sconfitta: è importante da queste esperienze comprendere la funzionalità della frustrazione per una riflessione profonda sul proprio operato, gli errori compiuti e le possibili altre strategie più o meno funzionali da mettere in atto. L'aspetto educativo qui può emergere se proponiamo i giochi in maniera accorta, chiedendo ai bambini di riflettere su quali azioni hanno portato alla vittoria o alla sconfitta, se hanno provato a mettere in gioco una strategia e se secondo loro è stata funzionale o importante per l'esito del gioco. Si attivano in questo modo delle capacità metacognitive, di riflessione sul proprio agire. Questo può

essere fatto prima, durante o al termine del gioco e tutti e tre i momenti possono far emergere aspetti educativi di pari importanza. In questi frangenti, è fondamentale il ruolo dell'insegnante nel cogliere e sfruttare quanto emerge.

Come anticipato, il terzo elemento fondamentale nel gioco è il rispetto delle regole: esse permettono di dirigere le azioni in modo che lo spazio di un individuo non venga calpestato. In particolare, comportano l'autoregolazione dei propri comportamenti e delle proprie azioni a favore di un "bene superiore" ovvero della convivenza con altri. Chiaramente questi aspetti sono poi fondamentali nel vivere in società ed il gioco ancora una volta si dimostra essere una palestra perfetta per sperimentare senza gravi conseguenze limiti ed opportunità.

Infine, l'elemento educativo che permea tutti gli aspetti prima citati è il giocare insieme. In questi momenti, il gioco diventa esperienza di condivisione e di collaborazione che, attraverso l'osservazione e la condivisione, permettono di raggiungere obiettivi, divertirsi e crescere. Giocare significa perciò sperimentare e maturare.

Le competenze sociali e relazionali riguardano le modalità con cui si viene in contatto con gli altri, come si interagisce: per questo motivo esse coinvolgono gli aspetti comunicativi, l'aspetto del ruolo all'interno del gruppo e l'interdipendenza. Con il gioco si possono affinare queste capacità: per esempio, nel gioco bisogna spesso prestare attenzione alla comunicazione non verbale che può tradire quella verbale oppure essere sfruttata per ingannare l'avversario. Come le dinamiche della vita quotidiana, nel gioco si può assumere un ruolo: il bambino entra nella parte, immedesimandosi nella vita o nelle azioni di un'altra persona per assecondarne il volere oppure assume un certo comportamento e si prefigge determinati obiettivi in base al suo ruolo. Inoltre, nel gioco si può sviluppare il concetto di interdipendenza, ovvero la caratteristica per cui il

giocatore deve pianificare le proprie mosse, tenendo conto sia delle mosse del suo avversario sia dei possibili cambi di strategie da attuare per vincere. Questa è una delle competenze che il mondo moderno richiede di più: la capacità di riorganizzarsi di fronte ad un imprevisto.

Infine, abbiamo le competenze cognitive che si esplicano nel mettere in pratica, approfondire e applicare in situazioni reali le proprie conoscenze. Per far questo è necessario che vengano attivate le funzioni cognitive, che ci permettono di utilizzare quelle conoscenze già acquisite per risolvere la situazione che abbiamo davanti: fra queste le più coinvolte sono la memoria di lavoro, la flessibilità cognitiva e il controllo dell'inibizione.

La memoria di lavoro è quella funzione che permette, per esempio, di ricordare le mosse precedenti per provare a prevedere il possibile futuro, è memorizzare i dati funzionali alla situazione specifica e farli emergere nel momento corretto. La memoria di lavoro è strettamente collegata alla capacità di inibizione degli stimoli non interessanti, non funzionali al compimento di quella azione specifica. L'inibizione permette di non farci distrarre da tutte le informazioni e gli stimoli che arrivano al cervello ma di concentrarci su quella situazione e sulle azioni corrette da utilizzare. Infine, la flessibilità cognitiva è la capacità di cambiare, modificare in corso d'opera quello che si era programmato di fare. Per riportare un esempio nel gioco, immaginiamo l'imprevisto: che sia parte del gioco stesso o che derivi dalle azioni compiute dagli altri giocatori, obbliga l'individuo a ri-processare la situazione e cambiare il necessario.

Altre capacità strettamente legate a quelle competenze cognitive sono il "problem solving", la creatività e la metacognizione.

Il problem solving fa riferimento alla capacità di fronte ad un problema nuovo di trovare una soluzione utilizzando le conoscenze e le capacità già acquisite: è molto

interessante osservare le persone utilizzare questa abilità perché spesso le strategie che vengono messe in atto sono variegata ma portano allo stesso risultato. A parer mio, questo è un aspetto da far notare agli alunni: sapere che non esiste, spesso, un'unica strada per il raggiungimento dell'obiettivo ma che le possibilità sono molteplici e ugualmente funzionali. Per il docente può rivelarsi molto utile far emergere questo aspetto per stimolare una meta-riflessione sulle strategie di insegnamento dei contenuti, per pianificare la conformazione dei gruppi di lavoro oppure semplicemente per comprendere il funzionamento di ragionamento del singolo alunno e trovare le strategie che meglio gli si addicono. In questo processo la creatività è una delle caratteristiche fondamentali per trovare alternative nuove: questa si esprime in modi diversi, da quella più conosciuta, quella artistica, a quella scientifica, che permette di osservare la realtà da diversi punti di vista. La creatività è quella capacità che permette ad ognuno di trovare il modo di vivere più consono alla propria personalità e, in ambito scolastico, ad apprendere nella maniera più funzionale alle proprie caratteristiche. Un cliché diffuso vede la matematica e la creatività come due mondi opposti: la prima fatta di regole rigide e risposte uniche, la seconda fatta di libertà e immaginazione. In realtà, di fronte a un problema matematico nuovo, privo di procedure note da applicare, la mente matematica necessita di essere creativa: deve immaginare possibili strade, scegliere la rappresentazione adatta e intuire connessioni non evidenti prima ancora di poterle dimostrare.

Per ultima analizziamo la metacognizione: quella riflessione sul proprio modo di ragionare che ci permette di scoprire il nostro funzionamento, soprattutto quando è in campo l'aspetto istintuale. La metacognizione permette di vivere le proprie azioni in maniera distaccata e riflettere su comportamenti e strategie messe in atto per eliminare l'aspetto istintivo e indirizzare al meglio il proprio operato.

Il contesto ludico è il luogo ideale per sperimentare tutte queste competenze in una situazione meno rischiosa di quella reale, minimizzando le conseguenze (Ligabue, 2020). Il gioco permette di testare limiti e capacità, regole e contenuti. Il gioco diventa uno dei metodi più efficaci del “learning by doing”, del provare in prima persona in maniera attiva l’esperienza del reale, minimizzando le conseguenze e potendo riprovare molteplici volte, adottando anche la strategia del “prova, sbaglia e ritenta”.

Il successo del legame tra gioco e apprendimento è dettato però dal valore esperienziale che il gioco apporta: il bambino deve poter provare e riprovare, osservare le conseguenze delle proprie azioni e avere lo spazio di poter riflettere sul proprio operato. Un ulteriore aspetto importante che lega il gioco all’apprendimento è la motivazione, ovvero quel fattore che porta l’individuo a raggiungere una meta: in particolare, a scuola, la motivazione è considerata uno stimolo grazie al quale l’alunno acquisisce un atteggiamento positivo verso l’apprendimento di conoscenze e abilità. Il gioco può essere un forte mezzo facilitatore verso la motivazione all’apprendimento: l’alunno impara giocando, unendo il divertimento, la competitività, la socializzazione, alle competenze, alle informazioni e alle esperienze (Ligabue, 2020).

Alla scuola primaria, l’uso del gioco come strategia d’apprendimento è particolarmente vincente perché il bambino è in grado di effettuare giochi simbolici e di applicare le regole sociali. Il gioco si può quindi concentrare sul veicolare contenuti o allenare strategie. In particolare, nella mia progettazione, ci siamo concentrati sull’allenare l’uso di operazioni matematiche, l’applicazione di concetti geometrici e matematici.

L'attività ludica deve essere considerata a tutti gli effetti un'attività didattica, inserendola nella progettazione scolastica, non ritagliandola ai momenti di pausa o vuoti, bensì dedicandole importanza all'interno delle situazioni di apprendimento. Come ogni attività didattica, ha bisogno di una progettazione degli spazi, dei tempi, delle modalità e degli imprevisti: solo così gli alunni daranno importanza e riconosceranno il valore educativo dell'attività ludica. (Ligabue, 2020)

Nella progettazione è fondamentale che l'insegnante si ponga i quesiti riguardo a quali giochi utilizzare, quali sono i fini che vuole ottenere, quali sono le modalità più adatte alla classe a cui lo vuole proporre.

L'uso del gioco come metodologia didattica in matematica

Concentrando la mia ricerca sull'uso del gioco nella didattica della matematica, ho scoperto che questo argomento è ancora di grande attualità: infatti, negli ultimi anni, si sta dando sempre più spazio allo sviluppo delle materie STEM, ovvero alle discipline che uniscono Scienza, Tecnologia, Ingegneria e Matematica, con l'obiettivo di "formare cittadini in grado di leggere e orientarsi nella complessità e di progettare il futuro" (MIM, 2025). Per questo motivo, ritengo necessario lo sviluppo della ricerca riguardanti nuove metodologie per l'insegnamento e l'apprendimento della matematica.

Se nella scuola dell'infanzia, l'uso del gioco come metodologia anche per insegnare i primi concetti matematici è ampiamente approfondito, nella scuola primaria ci sono ancora "tante fasi sperimentali che contribuiranno a costruire le fondamenta del futuro dell'insegnamento" (Cusi, Maffia, Palha, & Vogler, 2024). I vantaggi che vengono evidenziati dalla ricerca rispetto all'uso del gioco nella matematica riguardano lo sviluppo delle abilità e delle competenze matematiche, l'aumento del coinvolgimento dei bambini nello studio della materia e nuovi metodi di valutazione. Al tempo stesso, i

giochi dovrebbero offrire continuità nell'apprendimento tra la scuola dell'infanzia e la scuola primaria, oltre che a mettere in gioco nuove sfide rispetto al ruolo dell'insegnante e degli studenti (Cusi, Maffia, Palha, & Vogler, 2024).

Come evidenziato da Maffia, integrare i giochi nell'insegnamento della matematica non porta soltanto vantaggi ma rappresenta anche una nuova sfida per gli insegnanti che desiderano utilizzarli: se per gli argomenti da trattare un docente può prendere come riferimento valido i libri e le indicazioni nazionali, per l'uso del gioco sono presenti ancora poche ricerche e pochi esempi da utilizzare come modello a cui ispirarsi.

Le sfide che l'insegnante deve affrontare nell'adozione di tale metodologia per la didattica sono legate alla selezione dei giochi adatti, o da adattare, per la fascia di età e la situazione classe; l'integrazione dell'aspetto ludico con il curriculum tradizionale; l'allineamento degli obiettivi di apprendimento scolastici con quelli propri del gioco; la capacità di risolvere problemi di tipo tecnologico o riguardanti la gestione della classe (Cusi, Maffia, Palha, & Vogler, 2024).

Tra gli esempi di ricerca, sono di particolare interesse le sperimentazioni di Héroux, la quale ha portato in una classe quinta di scuola primaria cinque giochi matematici per poi analizzare le riflessioni che erano emerse sia durante le partite giocate, sia nel momento di discussione organizzato dall'insegnante. Da questo studio, è emerso un quadro teorico che mette in luce non solo le potenzialità dell'uso del gioco in matematica ma anche le tensioni tra gioco e insegnamento. Alla fine della ricerca, l'autrice riflette sulle potenzialità emerse dalla sperimentazione che si possono raggruppare in quattro categorie: l'ampiezza dei contenuti, ovvero il fatto che il gioco permetta di lavorare su concetti e processi diversi ma in contemporanea e che potenzialmente si possa lavorare su qualunque concetto ci si prefigga; il ragionamento

che permette ai giocatori di sostenere le proprie strategie, rendendo il lavoro matematico la modalità per vincere e non solo un compito imposto; la varietà degli apprendimenti, ovvero la possibilità di riprendere sia concetti già noti, sia proporre di nuovi; la presenza del fine matematico in tutte le fasi, dal processo di presentazione, passando per le partite giocate, fino alla riflessione finale. Al tempo stesso, Hèroux riconosce che in alcuni momenti il gioco ha preso il sopravvento sul fine matematico, ovvero l'equilibrio tra il giocare per giocare e il giocare mettendo in campo le proprie competenze matematiche è venuto meno. (Hèroux, « Étude exploratoire de l'activité mathématique lors de séances de jeux en classe du primaire » Thèse., 2023). Non meno interessanti sono state le riflessioni sul ruolo dell'insegnante durante la fase di gioco della classe, in cui sono stati messi in evidenza i comportamenti da mettere in atto affinché ci sia coerenza e funzionalità tra gioco e didattica. Per esempio, Hèroux ritiene importante che l'insegnante talvolta metta in pausa il gioco per approfondire gli aspetti meno chiari, oppure solleciti le strategie matematiche sottostanti inserendosi nella conduzione del gioco. In ogni caso, è importante che il docente non perda il fine matematico (Hèroux 2024).

Altra ricerca fondamentale per la costruzione della mia tesi è stata quella condotta da Cusi e Morselli riguardante l'uso dei giochi in classe per promuovere l'insegnamento della matematica e sul bilanciamento tra aspetti del gioco e il processo di apprendimento della matematica stessa (Cusi & Morselli, 2024). In tale sperimentazione, si propone di utilizzare il Modello di Comportamenti e Atteggiamenti Consapevoli ed Efficaci, definito M-CA_{CE} (Cusi & Malara, 2013), osservando in particolar modo quali ruoli l'insegnante assume per rendere visibili i processi di pensiero e su quali assume per aiutare gli studenti a riflettere su un piano metacognitivo.

Dopo aver delineato il quadro generale sull'uso del gioco in matematica, con le sue potenzialità e le sfide che pone agli insegnanti, nei paragrafi successivi illustrerò lo strumento teorico utilizzato nella mia ricerca, la discussione matematica, e spiegherò approfonditamente la teoria M-CA_{CE}.

In questo quadro, la mia ricerca si colloca in continuità con il lavoro di Cusi e Morselli (Cusi & Morselli, 2024), raccontando una sperimentazione delle metodologie proposte in una classe quarta primaria.

La discussione matematica

“Quando i bambini imparano il linguaggio, non stanno semplicemente imparando in una sola modalità; piuttosto stanno imparando le fondamenta dell'imparare stesso”: questo è il pensiero di Michael Halliday (Halliday, 1993) riguardo all'uso del linguaggio come strumento di estrema consapevolezza di quello che l'alunno sta imparando. È proprio attraverso il linguaggio e la sua esplicitazione che l'essere umano rende reale il suo pensiero: questo permette di lavorare sul pensiero stesso, elaborandolo, ampliandolo, riflettendoci sopra e dandogli significato. Non a caso, quando un insieme di pensieri affollano la mente di un adulto, lo si ritrova spesso a parlare ad alta voce, come se quel discorso fatto nella vita reale permettesse di mettere ordine fra il turbinio di pensieri.

“Il termine discutere in italiano significa esaminare attentamente una questione, un argomento o un problema in un confronto tra persone che possono essere concordi o in disaccordo sulla stessa tematica” (Todaro, 2022).

Se, quindi, questo pensiero ad alta voce è così importante per sviluppare un pensiero, perché non si dovrebbe sfruttare questa potenzialità per far emergere dai bambini le loro strategie, le loro ipotesi e i loro pensieri attraverso le discussioni?

Nella pratica scolastica, ci si imbatte spesso in dialoghi tra insegnante e alunno, in cui si ritrovano le figure dell'esperto, l'adulto, e il non esperto, il bambino: in tali dialoghi, il sapere viene "tramandato" dall'insegnante in una prima fase e viene poi richiesto al bambino sotto forma di domande, in cui la risposta è unica.

Nella discussione didattica, invece, i protagonisti sono più di un interlocutore che, ponendosi a pari livello, osservano un oggetto di studio, si pongono domande, cercano ipotesi: un processo che è per tutti di tipo esplorativo. Come espongono Pontecorvo, Ajello e Zucchermaglio (Ajello, Pontecorvo, & Zucchermaglio, 2004), la metodologia della discussione guidata persegue gli obiettivi di:

- permettere la comunicazione, il confronto e la messa in comune di problemi, modelli, informazioni, metodi di lettura e soluzioni;
- permettere lo svolgimento di un ragionamento collettivo, durante il quale i bambini hanno la possibilità di lavorare sul proprio pensiero, svilupparlo e modificarlo attraverso il confronto stesso, di verificare i propri modelli o di costruirne nuovi.

Il fine delle discussioni guidate è anche far emergere idee che altrimenti rimarrebbero sterili, far emergere le intuizioni, collegare i concetti già acquisiti con quelli nuovi.

Chiaramente, un semplice colloquio tra persone, e in questo caso tra insegnante ed alunni, non porta a dei risultati se il docente non è pronto ad accogliere le idee anche più disparate, a non giudicare il pensiero appena sviluppato che può essere ancora poco maturo, a trattenersi dal dare la risposta giusta alla prima occasione possibile per concludere velocemente. Il pensiero deve essere "curato" nel senso di prendersene cura: l'insegnante ha il ruolo fondamentale di stimolare il ragionamento sul pensiero stesso

per far emergere la profondità dei passaggi che hanno portato all'intuizione ottenuta ed espressa dall'alunno. Le situazioni più comuni che distruggono il pensiero autonomo del bambino sono quelle in cui l'insegnante quasi si stufa di veder provare il bambino e, per far smettere la sofferenza di entrambi, indica l'erroneità del ragionamento partorito dall'alunno e fornisce l'unica, sacra verità. In questo modo, si formano due conseguenze nello studente: la prima è che lo studente sottovaluterà la propria capacità nel pensare delle opinioni e delle strategie per risolvere nuovi problemi ed attenderà pazientemente che l'insegnante perda la pazienza per ottenere facilmente la soluzione corretta; la seconda, forse ancora più preoccupante, è che lo studente perderà man mano la capacità di sviluppare tale pensiero, di essere libero dalle sovrastrutture esterne e di trovare la propria idea, di inventare qualcosa di nuovo.

In un mondo in cui la tecnologia è entrata nella vita di tutti i giorni e ne semplifica alcune azioni, è importante però mantenere la capacità dell'essere umano di argomentare e sviluppare nuove idee verso nuove scoperte. È anche nelle Indicazioni Nazionali del 2025 in cui si afferma la necessità di sviluppare le capacità argomentative e le capacità di pensiero critico: in questo ritengo che la discussione matematica possa essere un valido strumento (MIM, 2025).

Non ci si può aspettare una struttura rigida di come formulare una discussione matematica: essa non ha un risultato prevedibile anche se può essere progettata. Per esempio, l'insegnante può preparare una discussione matematica scegliendo una tematica che possa essere interessante per gli alunni; successivamente può immaginare le possibili ipotesi ed idee che gli alunni possono esplicitare riguardo a tale oggetto d'interesse; ed ancora cercare elementi da far emergere con domande specifiche. L'insegnante deve avere ben in mente che non è detto che il risultato che otterrà sarà quello progettato inizialmente: la discussione, costruendosi in divenire e realizzandosi

solo nel momento in cui i partecipanti si rendono disponibili, non è prevedibile e potrebbe portare a risultati non ipotizzati.

In ambito matematico, la discussione matematica si configura come un momento in cui gli alunni costruiscono insieme i significati degli oggetti matematici, attraverso il confronto di strategie, rappresentazioni e ragionamenti diversi. Sviluppare queste capacità di ragionamento permetterà agli alunni di affrontare problemi nuovi e di mettere in campo, in autonomia, strategie risolutive efficaci.

Il ruolo dell'insegnante: il modello M-CA_{CE}

La ricerca in didattica della matematica sostiene sia necessario utilizzare, nella didattica all'algebra, il linguaggio algebrico come strumento a supporto del ragionamento (Cusi, Malara, & Navarrete, 2017). Da questa prospettiva deriva l'esigenza di proporre attività diversificate, centrate sui processi di rappresentazione-manipolazione-interpretazione. Cusi, in particolare, si propone di mettere in luce il significato degli atteggiamenti e comportamenti attivati dall'insegnante riguardo alle competenze e consapevolezze sviluppate dagli alunni: lo scopo è delineare un profilo docente capace di favorire lo sviluppo delle competenze chiave nell'uso del linguaggio algebrico. Questo modello dovrebbe permettere all'insegnante di riflettere a priori sulle azioni da compiere e a posteriori riesaminando il proprio operato. Questa è la teoria del Modello di Comportamenti e Atteggiamenti Consapevoli ed Efficaci, definito in breve M-CA_{CE}.

L'analisi proposta dall'autrice mira a far emergere i comportamenti e gli atteggiamenti del docente, organizzandoli in ruoli adottabili: in particolare, osserva come l'insegnante si ponga di fronte alle argomentazioni e alle parole degli studenti e a come aiuti lo studente a far rendere "visibile" il suo pensiero. L'attivazione di specifici

ruoli da parte del docente deriva dalla consapevolezza degli obiettivi da raggiungere; l'intervento didattico viene pertanto strutturato in modo da guidare gli alunni verso il loro conseguimento.

L'articolo distingue due modalità di approccio alle attività adottate dall'insegnante: il partecipatore attivo e la guida. Nel primo caso, egli assumendo il ruolo di partecipatore attivo, cerca di rendere visibili i processi di pensiero non esplicitati, evidenziando gli obiettivi, il significato delle strategie attivate e l'interpretazione dei risultati. Nel secondo caso, l'insegnante configurandosi come guida per gli studenti, si prefigge di chiarire aspetti salienti a diversi livelli e di mettere in evidenza in maniera esplicita il legame tra l'attività svolta e le conoscenze sviluppate in precedenza. Per facilitare l'identificazione dei ruoli assunti dall'insegnante, l'articolo fornisce esempi di indicatori e di domande che ne supportano l'analisi e favoriscono il raggiungimento degli obiettivi didattici.

All'interno della prima casistica ovvero dell'insegnante come partecipatore attivo, si distinguono diversi ruoli, ciascuno con una propria finalità: dal soggetto che indaga ed è parte integrante del gruppo classe, alla guida operativa/strategica, all'attivatore di processi interpretativi, all'attivatore di pensieri anticipatori.

Specificando, l'insegnante che si pone come "soggetto che indaga ed è parte integrante del gruppo classe" chiede agli studenti di fare proposte e di suggerire come andare avanti nel procedimento. Questa modalità di approccio permette agli alunni di attivare atteggiamenti di ricerca. È auspicabile che tutta la classe partecipi al processo: a tal fine, l'insegnante cerca di accogliere le proposte di ciascun alunno senza esprimere giudizi e valutazioni. Un indicatore centrale di questo ruolo è l'uso della prima persona plurale nelle domande, volte a rendere espliciti gli obiettivi condivisi del gruppo classe rispetto all'attività.

Il docente che si pone come guida operativa strategica non trasmette le proprie conoscenze o strategie da adottare ma le condivide con il gruppo classe. Condividere tali contributi significa, per il docente, porsi con atteggiamento di ricerca di fronte ai problemi e alle attività, con l'obiettivo di elaborare ed esplicitare i propri processi di pensiero. Per ottenere tale scopo, l'insegnante pone domande che stimolano la riflessione sui significati (es. Che significato ha questa domanda?), sulle richieste (Cosa ci viene richiesto di fare?), sui dati utili (Quali dati potrebbero servirci?; Cosa potrebbe essere utile trovare per rispondere a questa domanda?) e sulle risoluzioni (È l'unico modo possibile di risolvere il problema?).

L'insegnante può ritrovarsi nel ruolo di attivatore di processi interpretativi, ovvero di stimolatore dell'identificazione dei concetti chiave necessari per l'interpretazione e la rielaborazione delle espressioni algebriche durante la discussione matematica. Per fare ciò, l'insegnante ripercorre le espressioni e i risultati ottenuti dalla discussione, chiedendo agli alunni di osservarli in maniera critica e di interpretarli sotto una specifica chiave. Le domande che pone sono mirate a sottolineare l'importanza dei significati dei simboli (Che cosa significa questo simbolo?) e della rappresentazione delle informazioni (Come possiamo rappresentare/ interpretare questa informazione?).

Infine, secondo l'analisi di Cusi, l'insegnante può rappresentare l'attivatore di processi anticipatori: il suo ruolo è rendere esplicito il processo di costruzione della strategia attivata, mettendo in chiaro obiettivi e sotto-obiettivi; questi vengono condivisi con gli alunni affinché ciascuno possa comprendere il senso delle scelte effettuate e orientarsi verso gli stessi fini. L'attenzione delle domande ricade sul procedimento e sulla finalità da raggiungere: per questo motivo, il docente si focalizza sulle strategie affrontate e sull'esplorazione di ipotesi ed effetti di altre strategie (Ricordate l'obiettivo

è...; In questo modo raggiungiamo l'obiettivo?; Che espressione o risultato ci aspettiamo di ottenere?; Se facessimo quest'altra scelta, che cosa otterremmo?).

	Ruoli svolti da un docente che si pone come M-CAce	Indicatori per l'analisi del ruolo del docente
Primo gruppo	<i>Soggetto che indaga e parte integrante del gruppo classe</i>	Fa uso della prima persona plurale nel porre questioni mirate a chiarire che tipo di "attività di ricerca" il gruppo classe è chiamato a svolgere.
	<i>Guida operativa/strategica</i>	Pone domande/ fa affermazioni mirate a far identificare una strategia di approccio al problema o a chiarire come un esperto potrebbe porsi quando analizza un problema da risolvere: • Che significato ha questa domanda? • Cosa ci viene richiesto di fare? • Cosa potrebbe essere utile trovare per rispondere a questa domanda/per determinare questo valore? • Quali dati possono servirci? • È l'unico modo possibile di risolvere questo problema?
	<i>Attivatore di processi interpretativi</i>	Pone domande mirate a chiarire i significati delle espressioni simboliche che vengono costruite dagli allievi e a stimolare una continua interpretazione delle espressioni/ dei risultati che vengono via, via ottenute/i nel corso della risoluzione del problema: • Che significato ha questo simbolo/ espressione? • Come possiamo rappresentare questa informazione? • Che interpretazione possiamo dare di questo risultato? • Questa soluzione è accettabile?
	<i>Attivatore di pensieri anticipatori</i>	Pone domande/ fa affermazioni mirate a far focalizzare l'attenzione sull'obiettivo (o sotto obiettivo) dell'attività che la classe sta affrontando o della strategia adottata, a far esplorare ipotesi, a far identificare gli effetti di una possibile trasformazione operata o di una possibile strategia attivata: • Qual è l'obiettivo? • Ricordate che l'obiettivo è... • In questo modo raggiungiamo l'obiettivo prefissato? • Che espressione/risultato ci aspettiamo di ottenere? • E se facessimo questa scelta, cosa potremmo ottenere?

Figura 1- Primo gruppo di insegnanti M-CAce

Diversamente si identifica un insegnante che si pone rispetto all'attività come guida per il gruppo classe: in questo caso, emergono ruoli che favoriscano equilibrio tra sintassi e semantica, la riflessione sugli approcci effettuati e atteggiamenti metacognitivi.

In particolare, nell'articolo di Cusi, vengono delineati tre profili diversi di docenti: il ruolo di guida nel favorire un equilibrio armonico tra piano sintattico e piano semantico, la guida riflessiva e l'attivatore di atteggiamenti riflessivi e di atti metacognitivi.

Nel primo caso, si delinea un docente che aiuta a far combaciare il linguaggio usato, la sintassi, con il significato delle espressioni algebriche utilizzate: egli adempie a tale ruolo ponendo l'attenzione degli alunni sulle ragioni alla base della correttezza delle espressioni e delle modifiche e sugli eventuali problemi emersi. Al tempo stesso, l'insegnante sottolinea la stretta connessione tra la risoluzione algebrica di un problema e i significati corrispondenti. Gli indicatori di questo ruolo sono domande mirate alla connessione tra i processi da mettere in atto e i loro significati (Questa trasformazione è corretta?; Perché hai eseguito questa trasformazione?; Come mai abbiamo ottenuto questo risultato?; È lecito semplificare in questo modo l'espressione?).

Nel secondo caso, l'insegnante è la guida riflessiva per il gruppo classe che fa emergere i modelli strategici da utilizzare nelle situazioni attraverso la riflessione sugli approcci applicati dal gruppo classe, stimolando gli studenti a esplicitare le loro risoluzioni, i loro processi di pensiero e chiedendo ad altri di interpretare il loro pensiero. Le domande poste in questo ruolo mirano a spiegare in maniera più approfondita la strategia applicata (Puoi spiegare ai tuoi compagni come hai ragionato per...?), anche attraverso l'uso dei compagni come interpretatori del pensiero altrui (C'è qualcuno che sa spiegare come ha ragionato?); al tempo stesso, l'insegnante deve assicurarsi che il procedimento sia condiviso tra tutto il gruppo classe (È chiaro per tutti quello che ha detto?), ripetendo se necessario un concetto anche semplificandolo (Lui ha osservato che...; Lui ha ragionato in questo modo...). È importante che il riesame dei concetti e le domande sulla spiegazione coinvolgano tutti, sia nel caso di strategie efficaci sia di quelle non efficaci, affinché l'attenzione si concentri sul processo e sugli aspetti problematici della risoluzione. In caso contrario, verrebbe meno la spontaneità con cui gli studenti si avvicinano al problema, alla sua risoluzione e alla discussione matematica; si comprenderebbe facilmente il pensiero dell'insegnante, con il rischio di

andare incontro all'effetto Pigmalione, ovvero all'adeguamento delle risposte degli alunni alle aspettative dell'insegnante.

Per ultimo viene presentato il ruolo di attivatore di atteggiamenti riflessivi e di atti metacognitivi che corrisponde al profilo dell'insegnante che pone quell'insieme di domande e osservazioni sui risultati ottenuti e sull'efficacia delle strategie applicate: attraverso tale procedimento, l'insegnante stimola l'alunno a riflettere e valutare il proprio operato. In questo caso, le domande che l'insegnante pone sono rivolte all'esplicitazione del senso delle proprie scelte (Come mai hai scelto questo simbolo?; Come mai la tua scelta è produttiva?) o al confronto di diverse strategie (Che cosa ne pensate della sua proposta?; Che differenze o che similitudini ci sono tra queste strategie?). Inoltre, è importante stimolare una metacognizione, una riflessione critica sul proprio operato (Come mai la tua scelta è produttiva/improduttiva?; Perché secondo voi questa strategia è efficace?).

	Ruoli svolti da un docente che si pone come M-CA _{CE}	Indicatori per l'analisi del ruolo del docente
Secondo gruppo	<i>Guida nel favorire un equilibrio armonico tra piano sintattico e piano semantico</i>	Pone domande/ fa affermazioni mirate ad evidenziare le connessioni tra i processi che caratterizzano la risoluzione di un problema ed i corrispondenti significati: • Questa trasformazione è corretta? • È lecito semplificare in questo modo questa espressione? • Perché hai eseguito questa trasformazione? • Come mai abbiamo ottenuto questo risultato? • Come mai il sistema ottenuto è indeterminato?
	<i>Guida riflessiva</i>	Pone domande/ fa affermazioni mirate a far attivare processi argomentativi per esplicitare il senso di una efficace strategia attivata e far sì che gli allievi identifichino tali strategie come possibile modello di approccio al problema: • Puoi spiegare ai tuoi compagni come hai ragionato per ...? • C'è qualcuno che sa spiegare come ha ragionato ...? • Marco ha ragionato in questo modo: "visto che voglio ottenere questo risultato, allora potrei ..." (il docente parla in prima persona, ripetendo quanto detto dall'allievo) • È chiaro per tutti cos'ha detto Marco? Marco ha osservato che.... (il docente ripete quanto detto da un allievo servendosi della terza persona singolare) Nel caso di strategie non efficaci proposte da alcuni allievi, il docente ripete quanto detto dall'allievo per far focalizzare l'attenzione degli altri studenti su aspetti problematici delle affermazioni proposte.
	<i>Attivatore di atteggiamenti riflessivi e di atti metacognitivi</i>	Pone domande mirate a far sì che gli allievi esplicitino il senso delle strategie che propongono e a favorire un confronto tra diverse strategie: • Come mai hai scelto questo simbolo? • Come mai la tua scelta è produttiva? • Cosa ne pensate della proposta di Marco? • Che differenze ci sono tra questa risposta e quest'altra? Che cos'hanno in comune? • Perché secondo voi questa strategia è efficace?

Figura 2-secondo gruppo di insegnanti M-CA_{CE}

All'interno della pratica, l'insegnante spesso ricopre più ruoli contemporaneamente, adattando al momento e alla classe il ruolo di cui gli studenti hanno più bisogno. La metodologia dei modelli di comportamenti e atteggiamenti consapevoli ed efficaci mira ad essere uno strumento affinché l'insegnante possa compiere un'analisi metacognitiva sulle proprie modalità di approccio nelle discussioni e fornire spunti per migliorare la propria azione educativa.

Durante la conferenza svoltasi a Roma del progetto GAME (Game-based and playful Approaches to Mathematics Education), Cusi e Morselli presentano un lavoro

che unisca questa riflessione sul ruolo del docente all'uso dei giochi nella matematica per insegnare e per imparare. Il lavoro procede dall'ipotesi che l'uso di un certo tipo di giochi durante l'attività matematica possa promuovere la costruzione e il consolidamento dei significati matematici. Sostengono anche la necessità di un'integrazione, fra momenti di gioco individuale e gioco di gruppo, dell'intervento dell'insegnante durante le sessioni di gioco attraverso una discussione matematica sull'esperienza del gioco stesso. In particolare, nell'articolo si sottolineano gli argomenti su cui l'insegnante fa riflettere gli alunni, con una particolare attenzione alle regole del gioco, al collegamento tra regole e contenuti matematici, al processo di pensiero coinvolto nelle strategie di gioco, al processo di pensiero coinvolto nelle strategie di vittoria e alle possibili variazioni o estensioni del gioco (Cusi & Morselli, 2024). Nell'articolo si evidenzia, inoltre, che nella pratica didattica analizzata i ruoli del primo gruppo, in cui l'insegnante si pone come partecipatore attivo, emergono nel momento di immaginazione collettiva di un nuovo gioco o sulle strategie di gioco e quelle vincenti. Nella discussioni a posteriori si individuano, invece, i ruoli del secondo gruppo elencati da Cusi ovvero quelli che pongono l'insegnante come guida del gruppo classe: nel caso analizzato, quando gli studenti elaborano l'esperienza di gioco già vissuta, l'insegnante attiva prima la conoscenza matematica messa in atto, poi si pone come attivatore di atteggiamenti riflessivi e atti metacognitivi per far emergere le strategie e promuovere il confronto fra queste, e infine si pone come guida nel favorire un equilibrio armonizzato tra il livello strategico del gioco e il livello teorico-matematico sottostante, ruolo che le autrici ritengono di dover ridenominare rispetto alla formulazione originaria visto il contesto ludico.

Indicazioni Nazionali

Il punto di riferimento di un insegnante nel contesto scolastico italiano sono le Indicazioni Nazionali: nate per sostituire i vecchi programmi scolastici prescrittivi, mirano a dare alla scuola un percorso da personalizzare in base al proprio contesto, ai bisogni specifici d'apprendimento dei bambini e all'interesse della classe. Dal 2004 sono nate le prime Indicazioni Nazionali, per poi arrivare al 2007 e alle ben conosciute del 2012. Queste ultime hanno inserito un nuovo elemento importante, ovvero hanno voluto legare le Indicazioni Nazionali alle Competenze Chiave Europee, varate nel 2006. Altro importante sviluppo sono state le Nuove Raccomandazioni sulle competenze chiave per l'apprendimento permanente emanate dal Consiglio dell'Unione Europea, le quali hanno ridefinito le terminologie di alcune competenze per adattare alle nuove questioni sociali, come l'avanzamento del mondo digitale, l'aumento del fenomeno dei flussi migratori e la necessità di un'attenzione alla sostenibilità ambientale. Nel 2025 sono state pubblicate le bozze per le nuove Indicazioni Nazionali, diventate ufficiali nel 2026 a partire dall'anno in corso.

È necessario, quindi, fare riferimento sia alle Indicazioni Nazionali del 2012, documento vigente nel momento in cui il mio progetto di tesi è iniziato, ma anche osservare e approfondire le stesse tematiche nelle nuove Indicazioni del 2025, le quali rappresenteranno il quadro normativo e progettuale di riferimento per la mia futura attività professionale.

In entrambi i documenti, il gioco viene visto come strumento che aiuta a sviluppare le competenze: nel 2012 viene sottolineato che “L'esperimento, la manipolazione, il gioco,... sono infatti altrettante occasioni privilegiate per apprendere per via pratica quello che successivamente dovrà essere fatto oggetto di più elaborate conoscenze teoriche e sperimentali.” (MIUR, 2012) e in quelle del 2025 viene ribadito il

gioco come un grande “alleato per gli insegnanti” (MIM, 2025) nel lavoro didattico per tutte le materie, dalle materie umanistiche, a quelle motorie, fino a quelle STEM.

Inoltre, in entrambi i documenti, si trovano riferimenti al gioco come strumento didattico per lo sviluppo di competenze sia disciplinari sia sociali.

Nell’ambito della matematica, nel 2012, le Indicazioni affermano “Nella scuola primaria si potrà utilizzare il gioco, che ha un ruolo cruciale nella comunicazione, nell’educazione al rispetto di regole condivise, nell’elaborazione di strategie adatte a contesti diversi” (MIUR, 2012): seppur poco sviluppato all’epoca, sta diventando una vera metodologia didattica anche rispetto alla matematica. Purtroppo, nel nuovo documento ministeriale non viene dedicato spazio a questa metodologia perché l’attenzione è virata verso un approccio incentrato sulle tecnologie e sulle discipline STEM.

La progettazione però non si concentra solo sull’uso del gioco ma sfrutta anche le potenzialità della discussione guidata che permette di riflettere e far emergere concetti matematici che altrimenti rischiano di rimanere in superficie. Gli obiettivi didattici per la sperimentazione si collocano in continuità con quanto indicato nei documenti ministeriali, sia nella formulazione del 2012 sia in quella del 2025.

In particolare, le Indicazioni Nazionali del 2012 suggeriscono la visione della matematica come disciplina fondamentalmente laboratoriale, “inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l’alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive” (MIUR, 2012) e ancora “gradualmente, stimolato dalla guida dell’insegnante e dalla discussione con i pari, l’alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione

situazioni problematiche, rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, congetturando soluzioni e risultati, individuando possibili strategie risolutive" (MIUR, 2012) ; nel 2025 si sottolinea come uno degli scopi della matematica sia di "sviluppare, gradualmente, a partire da esperienze significative per l'allievo la capacità di comunicare informazioni in modo appropriato, risolvere problemi, concepire e costruire modelli di situazioni reali, porsi domande, esplorare idee, formulare congetture e giustificare le proprie conclusioni affrontando la disciplina in due modi interconnessi: da un lato, come strumento pratico per modellizzare la realtà, risolvere problemi concreti e interpretare il mondo che ci circonda; dall'altro, come stimolo alla riflessione anche sul sé, alla speculazione, all'esplorazione di concetti astratti" (MIM, 2025).

Questi principi normativi costituiscono, quindi, la cornice entro cui si inseriscono gli obiettivi specifici della sperimentazione, illustrati nei capitoli successivi.

Progettazione

In questo capitolo si espongono gli obiettivi di ricerca della mia tesi, gli obiettivi di apprendimento a cui si voleva puntare e la metodologia, con una breve descrizione del contesto classe, la gestione degli incontri e la raccolta dei dati. Infine, ho descritto la fase di progettazione dall'idea alle fasi vere e proprie.

Obiettivi di ricerca

Il presente studio si propone di indagare l'efficacia del gioco come strumento didattico per costruire e consolidare i concetti matematici, in linea con i traguardi per lo sviluppo delle competenze della matematica previsti dalle Indicazioni Nazionali del 2012. Il lavoro prende avvio dalla riflessione sul gioco in matematica e fornisce un contributo specifico sul ruolo del docente. Per perseguire tale obiettivo di ricerca ho condotto una sperimentazione in una classe quarta primaria dove svolgevo l'anno di tirocinio universitario, articolata in giochi matematici, discussioni matematiche e un'analisi sul ruolo del docente. Tale sperimentazione si è fondata sulla teoria M-CA_{CE} (Cusi & Malara, 2013) e sulle ricerche compiute in ambito GAME (2024).

Obiettivi di apprendimento

Gli obiettivi di apprendimento a cui ho fatto riferimento sono quelli contenuti nelle Indicazioni Nazionali del 2012. Nonostante questo, ritengo sia interessante e utile osservare anche le Indicazioni più recenti elencando anche gli obiettivi di apprendimento di tale documento.

Osservando i giochi e i concetti matematici a essi sottesi, emerge come ciascuna attività proposta nella sperimentazione sia stata pensata non solo come intrattenimento ma anche come veicolo per attivare gli specifici processi di ragionamento matematico,

allenare determinate competenze e riflettere su nuovi aspetti. Invece, risulta equivalente per entrambi i giochi la valenza delle discussioni matematiche proposte al termine della fase di gioco.

Nel gioco “Troi Pour Moi” sussistevano diversi obiettivi:

1. “Eseguire le quattro operazioni con sicurezza valutando l’opportunità di ricorrere al calcolo mentale o scritto”: nel gioco, infatti, agli alunni era richiesto di prendere i numeri ottenuti con il lancio di uno o più dadi e scegliere tra le quattro operazioni quale fosse la più conveniente per il proprio turno;
2. “Stimare il risultato di una operazione”: durante il gioco, questa modalità risultava particolarmente vincente perché saper scegliere in maniera veloce quale operazione utilizzare stimandone il risultato permetteva di posizionare la propria pedina e concorrere per la vittoria. Al tempo stesso questo obiettivo era importante nell’uso delle pedine grigie calcolando prima dell’avversario l’operazione poiché attraverso di esse si poteva ostacolare la strategia dell’altro giocatore;
3. “Descrivere un procedimento seguito e riconosce strategie diverse dalla propria”: questo obiettivo era manifesto nel momento della discussione matematica quando il confronto con i compagni doveva permettere all’alunno di ripercorrere il proprio pensiero e riconoscere l’efficacia o meno della strategia propria e di quella altrui;
4. “Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.”: altro obiettivo emerso nella discussione matematica è proprio la formulazione del proprio pensiero attraverso

nuove strade stimulate sia dal confronto con altri sia dagli spunti e dai suggerimenti proposti dall'insegnante.

Per quanto riguarda il gioco "Line 'Em Up", invece, gli obiettivi erano:

- A. "Operare con le frazioni": il gioco si basa proprio sulla manipolazione delle carte sotto forma di frazione, permettendo confronti, ragionamenti e riflessioni sul concetto di frazione;
- B. "Riconoscere frazioni equivalenti": una caratteristica delle carte domino in frazione è la presenza di molteplici carte con frazioni equivalenti; il concetto emerge maggiormente quando nelle regole viene esplicitato che le carte con frazione equivalente possono essere messe una sopra l'altra aumentando il numero di carte posizionate nel gioco e avvicinando il giocatore alla vittoria;
- C. "Eseguire la divisione fra numeri naturali": questo obiettivo emerge quando c'è la necessità di confrontare i numeri presenti nelle carte frazione, che sono rappresentati sia nella forma canonica, sia nella forma con i puntini (proprie delle carte domino), sia nella forma decimale;
- D. "Descrivere un procedimento seguito e riconosce strategie diverse dalla propria": questo obiettivo era manifesto nel momento della discussione matematica quando il confronto con i compagni doveva permettere all'alunno di ripercorrere il proprio pensiero e riconoscere l'efficacia o meno della strategia propria e di quella altrui;
- E. "Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.": altro obiettivo emerso nella discussione matematica è proprio la formulazione del proprio pensiero attraverso

nuove strade stimulate sia dal confronto con altri sia dagli spunti e dai suggerimenti proposti dall'insegnante.

Se prendiamo anche come riferimento le Indicazioni Nazionali del 2025, arricchiamo la prospettiva: se dal punto di vista dei contenuti concettuali il documento non si discosta dagli obiettivi definiti nel 2012, emerge però una particolare attenzione alla costruzione personale della conoscenza come si evince dal seguente estratto “Nella classe quinta lo sviluppo del pensiero logico e dei processi di astrazione si rafforza grazie alla particolare plasticità mentale tipica di questa fascia d'età. Gli alunni consolidano i concetti appresi nei primi anni della scuola primaria e sono pronti ad affrontare contenuti più complessi, usando un linguaggio matematico, scientifico e tecnico sempre più preciso. Durante questi ultimi due anni della scuola primaria, i bambini approfondiscono e rielaborano le conoscenze matematiche acquisite, integrandole con nuove idee e strumenti, sviluppano strategie di problem solving, imparando a leggere, comprendere e risolvere problemi anche in contesti non noti; argomentano il proprio pensiero spiegando il perché delle proprie scelte, confrontando soluzioni diverse e collaborando con i compagni” (MIM, 2025). In questo contesto si comprende facilmente la connessione di queste argomentazioni con la discussione matematica: essa permette di sviluppare il pensiero logico e rafforzarlo attraverso l'esplicitazione verbale e il confronto con i pari. In questo modo, il MIM ritiene che l'alunno possa avere occasione di porsi domande e formulare ipotesi, “diventando soggetti attivi nell'apprendimento” (MIM, 2025).

Metodologia

La classe

La sperimentazione è stata fatta in una classe quarta primaria della scuola De Calboli dell'Istituto Comprensivo Arenzano-Cogoleto. La classe è composta da 20 alunni. Di questi alunni, nessuno ha certificazioni di disturbi dell'apprendimento o di persona con disabilità: nonostante questo, sono presenti alcuni studenti che trovano la matematica una disciplina ostica, in particolare rispetto ai problemi matematici e ai concetti geometrici.

All'interno della classe si sono formati, nei quattro anni, gruppetti consolidati anche se ho notato che nella creazione dei gruppi e delle coppie, i bambini accettavano ben volentieri tutti i componenti: non ho notato, infatti, lamenti riguardo alla presenza o meno di alcuni compagni e il coinvolgimento riguardava, più o meno, tutti i componenti della classe. Sicuramente, fra gli studenti sono presenti degli alunni con una maggiore capacità di leadership e altri con una tendenza a lasciarsi trascinare e rimanere in disparte pur facendo la propria parte.

Durante il periodo di tirocinio ho potuto assistere all'utilizzo di giochi come mezzo per trasmettere o consolidare concetti: per esempio, sono stati utilizzati dei giochi di squadre per la risoluzione di una caccia al tesoro a tema "Gli antichi Egizi", in cui bisognava superare diverse prove che riprendevano le conoscenze acquisite, per arrivare al tesoro finale.

La classe è solita svolgere attività a gruppi, in particolare scritture collettive, creazioni di progetti e sperimentazioni scientifiche. Il gruppo classe, invece, non è solito partecipare a discussioni matematiche con l'insegnante: spesso viene chiesto loro di

formulare ipotesi, per esempio, su fenomeni scientifici ma non ho assistito spesso a momenti progettati per l'ascolto attivo e non giudicante da parte dell'insegnante.

Gli incontri

Per la sperimentazione abbiamo previsto, con l'insegnante di ruolo, sei incontri dedicati ad una prima preparazione alla discussione matematica, ai giochi matematici e alle discussioni matematiche sui giochi svolti.

In particolare, i primi due incontri si sono incentrati sullo svolgimento di un problema matematico risolto a gruppi e sulla conseguente discussione matematica sulle soluzioni ottenute.

Gli altri quattro incontri sono stati svolti con ordine: un giorno è stato presentato il gioco matematico, con spiegazione delle regole, diverse partite e successive domande per risolvere i dubbi; l'altro è stato dedicato allo svolgimento di ancora qualche partita e poi la discussione matematica sui concetti e le strategie emerse nei giochi. Questo procedimento è stato svolto per entrambi i giochi matematici "Trois Puor Moi" e "Line 'Em Up".

Al termine di ciascuna discussione matematica, ho chiesto anche ai bambini di compilare un questionario di auto-valutazione: i quesiti riguardavano la spiegazione del gioco, l'esistenza di strategie per vincere, come era stato giocare con il compagno, le differenze tra la prima e la seconda partita, il grado di soddisfazione personale motivando la propria risposta e, infine, se erano presenti degli aspetti che gli alunni avrebbero cambiato.

La raccolta dei dati

I dati sono stati raccolti in due modi: le discussioni matematiche sono state registrate mentre le riflessioni autovalutative e metacognitive sono state raccolte attraverso un questionario fornito al termine delle attività riguardanti ciascun gioco. Per quanto riguarda le registrazioni, dopo essermi assicurata di aver avuto il consenso dei genitori per svolgere le registrazioni, ho proceduto con le discussioni e con la loro registrazione. Per utilizzare tali conversazioni, ho trascritto queste registrazioni al computer. Ho scelto di rendere anonimi gli interventi degli alunni: i motivi riguardano sia una maggiore tutela degli alunni che potrebbero non gradire in un futuro ritrovarsi all'interno di una ricerca di tesi, sia una questione di genere. In tutta la trascrizione ho utilizzato termini declinati solamente al maschile per evitare che si potessero fare confronti di genere su commenti o riflessioni personali ed ho prestato particolare attenzione anche a modificare i pronomi o le desinenze degli aggettivi utilizzati dalle insegnanti e dai bambini, trasformandoli, appunto, tutti al maschile. Per rendere completamente anonimi e irriconoscibili i nomi dei bambini, ho assegnato le lettere alfabetiche in ordine di intervento: il bambino A, quindi, è stato il primo ad intervenire nella discussione matematica, B il secondo e così via per ciascun alunno della classe.

Anche per le risposte al questionario ho deciso di mantenere sia l'anonimato, sia l'uso del maschile: di queste però non ho riportato tutti gli interventi ma ho riassunto i discorsi emersi e citato solo gli elementi peculiari.

Sequenza didattica

La sequenza didattica rispetto alla reale fase di analisi per questa sperimentazione e tesi è stata progettata in anticipo: circa nove mesi prima dell'attuazione, con la professoressa Morselli, abbiamo cercato dei giochi matematici

che potessero interessare per la futura classe quarta in cui avrei svolto il tirocinio. Siamo arrivate a riprendere una tesi svolta da Sabrina Héroux dell'Università di Montreal che ha proposto l'uso dei giochi matematici per rafforzare i concetti spiegati in classe e l'utilizzo della discussione matematica per far emergere le strategie e la riflessione sulle modalità di gioco attuate dai bambini. Abbiamo deciso, quindi, di utilizzare il gioco "Trois Pour Moi". Successivamente, abbiamo riflettuto sulla necessità di rinforzare le conoscenze e le competenze riguardo le frazioni e il corrispondente valore in decimale. Abbiamo scelto, quindi, di utilizzare il gioco Line 'Em Up per far emergere questi concetti. Questo gioco è conosciuto a livello internazionale ma è stato presentato da Morselli e da Cusi durante l'evento "GAME" (Game-based and playful Approaches to Mathematics Education) svoltosi a Roma a settembre 2024: il progetto si rivolgeva ad una classe seconda delle scuole medie e consisteva nella somministrazione del gioco agli alunni e della successiva discussione matematica, con una particolare attenzione al ruolo dell'insegnante. In particolare, la teoria a cui le docenti facevano riferimento è la teoria M-CA_{CE}, un'analisi sui diversi ruoli che l'insegnante può mettere in atto durante la discussione matematica e una riflessione sulle finalità didattiche connesse per la classe.

Da qui, quindi, abbiamo proceduto rivisitando i giochi, adattandoli alla situazione e alla classe a cui sarebbero stati rivolti: per "Trois Pour Moi" ho modificato la tabella, rendendola visivamente più ordinata, e l'uso di dadi a 6 facce (a differenza delle 12 utilizzate da Héroux); per il gioco "Line 'Em Up", ho previsto due modalità, con la presenza o meno delle carte in forma decimale. Le motivazioni rispetto a queste due modalità riguardano la preparazione della classe: nei mesi precedenti ho osservato che la classe aveva particolare difficoltà a rapportarsi con i numeri decimali ed ho

immaginato che questo potesse compromettere il principio cardine dell'attività, ovvero l'essere un gioco.

Successivamente, ho svolto alcune prove a casa per comprendere quali ostacoli e quali migliorie apportare alle modalità di gioco: provandolo sulla pelle mi sono accorta di alcune difficoltà che potevano incontrare gli alunni e di come poterli aiutare nello svolgimento del gioco. Per esempio, mi sono accorta che una possibile difficoltà nel posizionamento delle frazioni vicine ma non uguali poteva essere aiutata da una rappresentazione con i fogli a quadretti: la differenza tra $\frac{3}{4}$ e $\frac{7}{8}$, se disegnata può essere osservata con più facilità.

Successivamente mi sono concentrata sulla discussione matematica: mi sono preparata, grazie alle varie prove fatte, delle strategie che potevano emergere durante la discussione e a delle domande da porre per far emergere alcuni interessanti ragionamenti ed errori tipici degli alunni.

Quindi, sono arrivata alla progettazione della suddivisione dei momenti per entrambi i giochi proposti: inizialmente una fase di spiegazione delle regole e del funzionamento del gioco, lasciando tanto spazio alle domande degli alunni per accertarmi della comprensione del gioco; successivamente, due partite in modo tale da prendere confidenza e conoscenza del gioco in tutta la sua complessità ed un momento di riflessione sulle difficoltà o incomprensioni del gioco; infine, l'attuazione delle vere partite e la discussione matematica.

Sperimentazione

In questo capitolo ho concentrato tutti gli elementi di presentazione e di analisi della mia sperimentazione: i giochi portati in classe per poi proseguire con un'analisi delle possibili strategie di gioco e indagando le potenziali fonti di difficoltà per gli alunni. Mi sono, quindi, soffermata sui ruoli che il docente deve assumere nei vari momenti della sperimentazione, per poi proseguire con una breve narrazione della preparazione della classe. Infine, ho inserito le discussioni matematiche avvenute in classe, con conseguenti analisi, e la riflessione metacognitiva attraverso la somministrazione di un questionario.

Presentazione dei giochi

Trois Pour Moi

Riferimenti:

Il gioco fa riferimento a quello descritto da Sabrina Hèroux nella tesi “Étude Exploratoire De L'activité Mathématique Lors De Séances De Jeux En Classe Du Primaire” (Hèroux, « Étude exploratoire de l'activité mathématique lors de séances de jeux en classe du primaire » Thèse., 2023): Hèroux ha inventato questo gioco per rispondere alla necessità di trovare un gioco che facesse usare i processi di calcolo allo studente per vincere. Si è ispirata sia ai giochi in cui era necessario lanciare i dadi e calcolare il prodotto, sia i giochi in cui è necessario allineare tre pedine per vincere.

Rispetto alla versione di Hèroux, nella variazione utilizzata da me le operazioni utilizzabili non sono solo le moltiplicazioni ma anche addizioni, sottrazioni e divisioni. Il mio obiettivo, infatti, era di stimolare il pensiero divergente rispetto alle soluzioni ottenute con i dadi.

Il gioco consiste nel mettere in fila tre pedine del proprio colore. I giocatori a turno tirano uno o due dadi con il quali creeranno il numero dove posizionare la propria pedina: lo potranno fare combinando i due numeri usciti dai lanci dei dadi attraverso l'uso delle espressioni matematiche. Il risultato dell'operazione deve corrispondere a un numero presente sul tabellone, così da poter collocare la propria pedina nella casella corrispondente. Il giocatore vince nel momento in cui ha inserito tre pedine consecutive del proprio colore in senso orizzontale, in senso verticale o in senso diagonale. Durante la partita è, inoltre, possibile usare delle pedine grigie che consentono di bloccare il gioco dell'avversario.

Materiale:

- Tabellone
- Pedine
- 2 dadi
- Fogli
- Penne

Numero di giocatori: 2**Come si gioca**

L'obiettivo è disporre tre pedine del proprio colore in fila in orizzontale, in verticale o in diagonale. A turno, il giocatore cerca di posizionare una propria pedina sul tabellone comune utilizzando il risultato ottenuto dall'operazioni matematiche basata sui numeri usciti dal lancio dei dadi.

Nel proprio turno, ogni giocatore sceglie liberamente quanti dadi usare e quante volte lanciarli. Sono possibili quattro opzioni:

- un solo dado, una volta;
- due dadi, una volta;

- un dado, due volte;
- due dadi, due volte.

Se si scelgono due dadi nello stesso lancio, i numeri ottenuti devono essere sommati.

Dopo aver ottenuto uno o più numeri dai lanci, il giocatore può usare le quattro operazioni matematiche fondamentali — addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione — per costruire un'espressione che porti a un numero presente sul tabellone.

Se il risultato dell'espressione corrisponde a una casella libera, il giocatore vi posiziona la propria pedina, che resterà lì fino alla fine della partita.

Ogni giocatore dispone di 5 pedine grigie, che servono per ostacolare l'avversario. Queste si possono posizionare solo nel momento in cui l'altro giocatore ha appena completato i propri lanci, entro circa 30 secondi di tempo. Il giocatore, in questo tempo, deve scegliere una casella strategica da bloccare con una pedina grigia, ottenendo tale risultato dalla combinazione dei numeri sui dadi appena lanciati dall'avversario. Chiaramente, conviene bloccare un numero che in quel momento sembra essere vantaggioso per l'avversario.

Se un giocatore commette un errore nel calcolo usato per determinare la casella (verificato dagli avversari), perde la possibilità di posizionare la pedina e il turno passa immediatamente all'altro giocatore.

La partita termina quando uno dei due giocatori ha completato la fila di tre pedine consecutive.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Figura 3- Tabellone di gioco

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Figura 4-Tabellone di gioco con le pedine dei due giocatori e le pedine grigie

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Figura 5- Tabellone con vittoria del giocatore con le pedine blu

Note aggiuntive:

Le pedine possono essere fatte in diversi modi e con diverse forme, si possono utilizzare quelle di altri giochi strategici o crearle in classe con i bambini.

Ai bambini viene fornito anche un foglio ciascuno per facilitare il ragionamento e permettere la scrittura su carta delle espressioni o dei numeri usciti dalle combinazioni dei dadi.

Line ‘Em Up

Riferimento:

Line ‘Em Up è un gioco da tavolo di strategia molto noto anche per la sua diffusione online. Si trovano diverse versioni dello stesso gioco, con obiettivi o con utilizzo di materiale differente. Nella versione utilizzata da me, con riferimento alle modifiche apportate da Cusi e Morselli (Cusi & Morselli, 2024) nella presentazione del

gioco alla conferenza GAME, vengono utilizzate carte domino con diverse rappresentazioni (pallini e numeri) considerate in forma di frazione o numero decimale.

Il gioco consiste nel mettere in fila, dal numero più piccolo al numero più grande, le carte che il giocatore pesca. I giocatori a turno pescano dal mazzo una carta e devono posizionarla nei 5 spazi liberi del proprio tabellone, cercando di posizionare le carte in modo tale che risultino in ordine dal più piccolo al più grande da sinistra verso destra. Se la carta pescata contiene un numero non posizionabile in ordine sul proprio tabellone, si può scartare. Si possono scartare un massimo di tre carte a partita: alla quarta carta impossibile da inserire in ordine di grandezza, il gioco si conclude. Vince chi ha posizionato più carte in ordine di grandezza.

Materiale:

- Tabelloni per ciascun giocatore
- Carte da gioco specifiche
- Fogli
- Penne

Numero di giocatori: 2 giocatori

Come si gioca

L'obiettivo è disporre in ordine crescente, dal numero più piccolo al più grande, le carte pescate dal proprio mazzo.

A turno, ogni giocatore pesca una carta e deve collocarla in uno dei cinque spazi liberi del proprio tabellone personale, cercando di mantenere l'ordine crescente da sinistra verso destra. Una volta inserita la propria carta, questa non può essere più scartata o spostata.

Se la carta pescata non può essere inserita rispettando l'ordine, il giocatore può scegliere di scartarla. Durante la partita è possibile scartare al massimo tre carte.

La partita termina in due casi:

1. Un giocatore riempie tutti i cinque spazi del suo tabellone.
2. Un giocatore tenta di scartare una carta ma ha già utilizzato i suoi tre scarti disponibili. In questo caso la quarta carta non inseribile in ordine fa terminare immediatamente la partita.

Obiettivo

Vince il giocatore che, al termine del gioco, ha disposto il maggior numero di carte in ordine corretto sul proprio tabellone.

Caratteristiche delle carte

Le carte sono quelle del domino e devono essere utilizzate come frazioni: la carta può essere utilizzata nei due versi, invertendo il numeratore con il denominatore in base alle proprie necessità durante il gioco. Le carte hanno delle rappresentazioni diverse: alcune sono carte del domino classiche con la rappresentazione dei numeri in punti neri pieni, altre con i numeri arabi scritti come divisione di altri due numeri, altre ancora con i numeri arabi in forma di frazione e infine altre hanno scritto il numero decimale.

Le carte utilizzate sono carte del domino interpretate come frazioni: ogni carta rappresenta una frazione formata dalle due metà del domino. La carta può essere orientata in entrambi i versi, scegliendo liberamente quale numero usare come numeratore e quale come denominatore, a seconda delle necessità del giocatore.

Le carte possono presentarsi in diverse forme di rappresentazione:

- domino classico con punti neri pieni;

- numeri arabi presentati come divisione (ad esempio “a : b”);
- numeri arabi in forma di frazione;
- numeri in forma decimale.

Indipendentemente dalla rappresentazione, ogni carta corrisponde sempre a un valore numerico confrontabile con gli altri.

Alcune carte hanno valori equivalenti: in questo caso, il giocatore, se ha già disposto sul tabellone una carta con tale valore può sovrapporla a quella già presente.

Analisi a priori

A questo punto, per ciascuno dei giochi proposti, procederò con un’analisi a priori, definendo le possibili strategie di gioco e le potenziali fonti di difficoltà, per prepararmi al meglio alla messa in atto dei giochi stessi in classe.

Trois Pour Moi

L’analisi si concentra sulle strategie applicabili a tale gioco. In particolare, gli aspetti su cui si può incidere con strategie diverse sono:

- La scelta della casella su cui posizionare la propria pedina;
- La possibilità di ostacolare l’avversario durante suo turno o durante proprio;
- La costruzione dell’espressione numerica, quindi l’utilizzo dei numeri usciti dai lanci dei dadi;
- La scelta del numero e delle modalità del lancio dei dadi.

Per quanto riguarda il primo punto la scelta che si fa riguardo alla posizione del numero sul tabellone può incidere sull’andamento della partita: infatti, sul tabellone alcuni numeri sono presenti una sola volta, mentre altri sono presenti più volte, sono ripetuti. Per esempio, guardando il tabellone, il 25 esiste in tutta la tabella in un solo

quadrato mentre il 16 è presente in tre quadrati. Questo significa che nel momento in cui si trova un risultato, è possibile, a volte, scegliere una casella piuttosto che un'altra.

(guardare figura tabellone)

In questo caso, è importante sottolineare che non conviene posizionare la propria pedina sulle caselle ai lati, nella prima o nell'ultima riga e nella prima o nell'ultima colonna. Infatti, in queste posizioni, le caselle offrono la possibilità di creare tris in un numero minore di direzioni, diminuendo così le probabilità di completare un allineamento vincente. Una casella d'angolo, ad esempio, può essere il punto di partenza di una sola combinazione verticale, di una sola combinazione orizzontale e di una sola diagonale, mentre una casella centrale può trovarsi all'inizio, al centro o alla fine di più terne contemporaneamente, moltiplicando le occasioni di vittoria. Occupare i bordi, e in particolare gli angoli, dovrebbe essere considerata una scelta di ripiego, giustificata solo quando i numeri ottenuti con il lancio non offrono migliori alternative o quando è necessario bloccare una minaccia immediata.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Figura 6- tabellone con possibilità di tris per il numero 144 e possibilità di tris per il numero 42

Come si vede in Figura 6, il numero di tris per la casella 144 è di tre, una in verticale, una in orizzontale e una in diagonale. Per il numero 42, invece, si nota come le combinazioni possibili sono venti, dieci in diagonale, cinque in orizzontale e cinque in verticale.

Un altro aspetto da considerare riguarda la posizione da scegliere in base alle caselle già occupate sia dal giocatore, sia dall'avversario. È importante individuare posizioni che si allineino con le proprie pedine già presenti sul tabellone per aumentare le possibilità di completare un tris e vincere la partita. Allo stesso tempo, è possibile sfruttare una combinazione dei numeri per occupare una casella che ostacoli il gioco avversario, rallentando la progressione e guadagnando tempo prezioso. Infine, si può osservare che risulta conveniente puntare sui numeri "bassi", compresi tra l'1 e il 20,

perché sono facilmente ottenibili con le combinazioni dei lanci, richiedendo operazioni più semplici e riducendo il rischio di errori di calcolo.

È possibile nel gioco ostacolare l'avversario per impedirgli di vincere o semplicemente per prendere tempo, sperando in una maggiore fortuna nei lanci successivi. L'avversario è ostacolabile in due modi: durante il proprio turno, utilizzando i propri lanci per occupare una casella di un numero svantaggioso per l'avversario oppure attraverso l'uso delle pedine grigie, ovvero pedine utilizzabili nel turno dell'avversario per bloccarne le mosse. È importante sottolineare come l'utilizzo di queste ultime debba essere ponderato: essendo il numero delle pedine grigie limitato, non conviene impiegarle nei primi turni ma è preferibile riservarle ai momenti più critici della partita.

Cruciale è anche la creazione dell'espressione: la strategia può seguire due approcci. Nel primo, il giocatore parte da un obiettivo preciso, cercando di ottenere con i lanci un numero specifico che sa essergli utile; nel secondo, invece, parte dai numeri ottenuti con il lancio e cerca di combinarli nel modo più vantaggioso, per individuare a posteriori quale risultato convenga sfruttare. In entrambi i casi, conviene fare il primo lancio di dado/i e, in base al numero ottenuto, scegliere di conseguenza la quantità di dadi più adatta per il secondo lancio. Inoltre, diversificare le operazioni utilizzate e provare più combinazioni permette di vagliare un maggior numero di possibilità, aumentando le probabilità di individuare un numero utile alla vittoria.

Rientra nelle strategie precedenti anche la scelta del numero di dadi da utilizzare: si noti come l'utilizzo di un numero minore di dadi comporti la possibilità di

ottenere numeri inferiori, mentre l'uso di un numero maggiore di dadi permetta di ottenere numeri maggiori. Questa scelta iniziale, dunque, orienta già le possibilità del giocatore verso una posizione specifica del tabellone e va ponderata in base alla casella che si intende occupare.

Riflettendo a priori sulle modalità di gioco, emergono anche le possibili difficoltà a cui i bambini potrebbero andare incontro: un primo aspetto è quello della difficoltà nel calcolare velocemente i valori. Questo potrebbe risultare particolarmente evidente in bambini con una tendenza ansiogena o con una forte competitività: giocando più partite questa problematica potrebbe affievolirsi e il bambino dovrebbe essere capace di godersi maggiormente il gioco. Un'altra difficoltà incontrabile potrebbe essere rispetto alla valutazione di strategie diverse e del non utilizzo di una sola operazione matematica: questo aspetto è importante sia perché utilizzando una sola operazione o strategia di calcolo, ci si ritrovi a precludersi alcune possibilità di vittoria, sia perché l'avversario potrebbe comprendere la strategia operata dal bambino e utilizzare questa conoscenza per bloccare alcune mosse a lui favorevoli. Un'ultima difficoltà su cui ho riflettuto è l'uso dei dadi: la spiegazione e l'uso dei dadi è un po' macchinoso, rendendo quindi anche il gioco meno fluido. Anche questo problema si potrebbe risolvere con qualche partita in più, rendendo il gioco più divertente.

Il gioco permette di perseguire gli obiettivi di apprendimento prefissati poiché attraverso il gioco i bambini mettono in gioco le loro competenze riguardo alle quattro operazioni matematiche, scegliendo la combinazione dei numeri usciti dai lanci dei dadi; inoltre, attraverso le modalità di gioco si stimola anche la capacità di stimare velocemente il risultato di una operazione.

Invece, attraverso la discussione guidata post-gioco, si allenano le capacità di descrivere il procedimento eseguito, aiutando anche il bambino ad elaborare le proprie strategie, e a costruire ragionamenti formulando ipotesi e sostenendo le proprie idee attraverso il confronto con i pari.

Line ‘Em Up

L’analisi si concentra sulle strategie applicabili a tale gioco. In particolare, gli aspetti su cui si può incidere con strategie diverse sono:

- Osservazione e ragionamento sulla composizione del mazzo di carte;
- La scelta del verso della carta da utilizzare, quando questa può essere girata;
- La scelta della casella della griglia in cui inserire la carta pescata.

Di ulteriore importanza è la riflessione sulla rappresentazione di un numero razionale.

La prima strategia funzionale alla vincita nel gioco è l’osservazione attenta delle carte: queste sono simili alle carte del domino con due particolarità, la rappresentazione dei numeri in diverse forme e la possibilità di girare il verso per ottenere un valore nuovo. Per questo motivo, dedicare del tempo a comprendere le potenzialità di queste carte può aiutare il giocatore a sfruttarle meglio durante il gioco. Per esempio, notare che alcune carte hanno un valore pari a 0, quindi nessun’altra carta può essere inferiore a questa, permette di posizionarla nel posto più a sinistra e di aumentare il numero di carte posizionate.

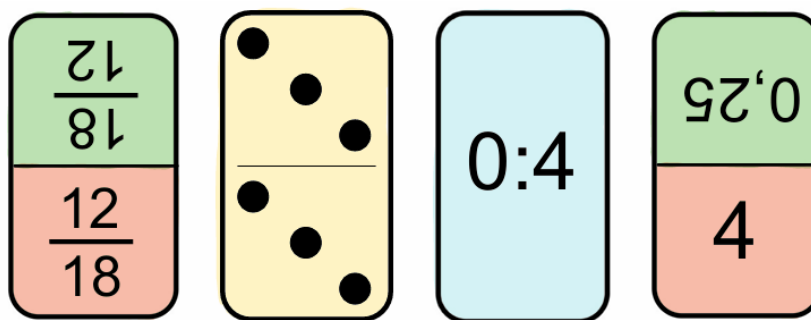


Figura 7-Carte Line 'Em Up

Una seconda strategia riguarda l'orientamento della carta. Ciascuna carta-domino, letta come frazione, può essere posizionata in due modi: numeratore e denominatore possono scambiarsi di posto, generando due valori diversi e reciproci. Comprendere questa relazione, permette di utilizzare le carte con più consapevolezza: invertire una frazione non produce un valore qualsiasi, ma un valore che si colloca in maniera speculare rispetto ad 1. Se il valore in una posizione è maggiore di 1, allora il suo reciproco sarà minore di 1 e viceversa. A questa osservazione, vanno aggiunte due eccezioni: i valori che coincidono sulla carta (come $1/1$, $2/2$...), i quali restituiscono sempre 1 indipendentemente dal verso scelto, e il caso delle carte con lo 0, che di fatto possono essere usate in un solo verso, poiché l'altro genererebbe una divisione priva di significato. Questa consapevolezza permette al giocatore di vedere la carta non come un valore fisso, ma come una coppia i cui valori sono da scegliere in base alla necessità del momento.

La scelta del verso non è un dettaglio secondario poiché permette di sfruttare ed adattarsi agli spazi liberi rimasti sul proprio tabellone.

Il terzo aspetto strategico riguarda la collocazione della carta all'interno dei cinque spazi disponibili. Pur decidendo il valore corretto da inserire, il giocatore deve

comunque decidere dove posizionarlo: entra in gioco un ragionamento anticipatorio, in cui cercare di prevedere le possibili uscite future e il loro posizionamento. Per esempio, posizionare una carta di valore 1 all'estremo destro, può non essere una strategia funzionale se si intende sfruttare entrambi i versi delle carte, poiché blocca la possibilità di inserire in seguito valori maggiori di 1. Può, invece, rivelarsi funzionale se il giocatore sceglie autonomamente di rinunciare a quella metà di possibilità, concentrandosi solo sui valori minori di 1; questa scelta riduce il rischio di scarti, ma restringe fin da subito le carte utilizzabili. Al tempo stesso, utilizzare una casella centrale, tra due valori già presenti, significa creare un intervallo più ristretto entro cui le carte future dovranno collocarsi per poter essere accettate e inserite: questo riduce le possibilità che il prossimo valore pescato sia effettivamente inseribile. Al contrario, lasciare margini più ampi alle estremità, o evitare di creare intervalli centrali troppo presto è una scelta che tutela le possibilità future, anche se non garantisce nulla per la componente aleatoria del gioco.

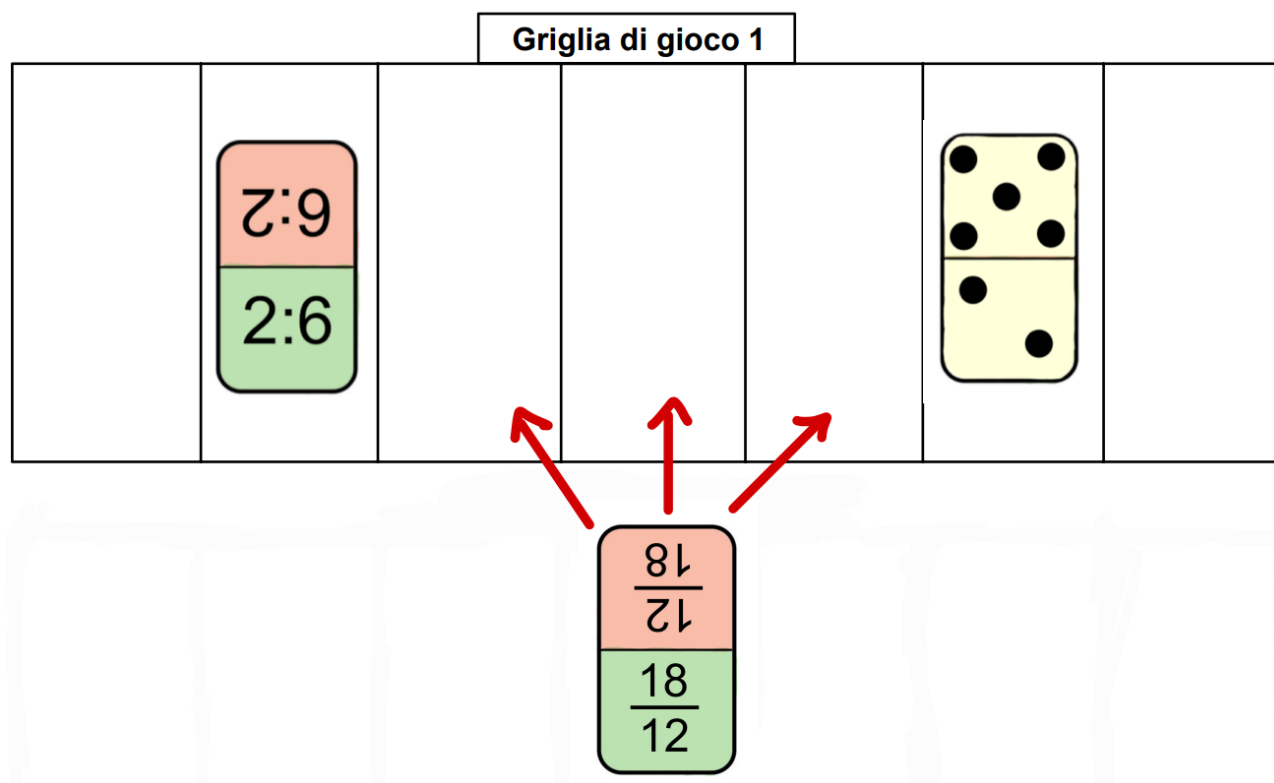


Figura 8- Esempio di posizionamento di una carta nelle caselle centrali

Un ultimo aspetto trasversale alle strategie precedenti riguarda la pluralità delle rappresentazioni con cui la stessa quantità può essere incontrata: innanzitutto, abbiamo la forma canonica del numero e la forma a pallini, la notazione a divisione o quella frazionaria o quella decimale. Per confrontare correttamente le carte, e decidere dove collocarle, il giocatore deve poter riconoscere che le rappresentazioni, seppur diverse tra loro, corrispondono allo stesso valore o sono confrontabili fra di loro. Questo richiede una conversione fra i vari registri: chi gioca deve saper tradurre una rappresentazione in frazione o in divisione e viceversa e deve saper ricondurre il numero di pallini al numero arabo corrispondente e viceversa.

Anche rispetto a questo gioco, riflettendo a priori sulle modalità di esecuzione, emergono anche le possibili difficoltà a cui i bambini potrebbero andare incontro: la prima difficoltà riguarda ricondurre con l'immaginazione il numero delle carte proposte in una unica rappresentazione. Infatti, risulta non immediato la conversione da frazione a numero decimale ma anche la conversione dei pallini in frazione: purtroppo questo aspetto è una lama a doppio taglio, poiché sebbene possa essere difficile da gestire, al tempo stesso è lo scopo del gioco, ovvero quello di allenare la mente a convertire velocemente tra numero in frazione e numero decimale. Altro aspetto di difficoltà potrebbe emergere nel comprendere l'importanza di saper gestire gli spazi: senza riflessione iniziale su quale sia la carta minore, quali quelle intermedie e quali quelle maggiori, risulta a parer mio confusionario riuscire a gestire le carte che vengono pescate. Anche questo risulta però essere uno scopo del gioco: ragionare sulle carte, sui loro valori e sulla loro posizione rispetto anche a una linea dei numeri.

Gli obiettivi di apprendimento per questo gioco riguardano l'operare con le frazioni, argomento su cui il gioco si basa, ma anche saper riconoscere le frazioni equivalenti attraverso la regola del gioco per cui si ottengono più punti se queste vengono individuate. Inoltre, altra conoscenza valutabile è la capacità di eseguire la divisione fra numeri naturali, ottenendo un numero anche decimale. Come nel gioco precedente, con la discussione guidata si mira a accrescere la competenza dei bambini nel descrivere il proprio procedimento e nel costruire ragionamenti anche confrontandosi con le idee dei compagni.

Ruolo del docente

Il docente all'interno della sequenza didattica ha diversi ruoli: dalla fase di pianificazione, attraverso la messa in atto dell'attività, fino al momento della discussione matematica.

Nella prima fase, quella di progettazione delle attività e delle modalità con cui svolgerle, l'insegnante deve identificare giochi, obiettivi e concetti coerenti tra loro e al tempo stesso immedesimarsi negli alunni della sua classe per riflettere sulle difficoltà che potrebbero emergere e sulla motivazione che può spingere gli alunni nello svolgimento dell'attività. In questa tappa, il ruolo che l'insegnante assume è antecedente al lavoro stesso: il docente agisce prima ancora che l'alunno venga coinvolto.

Nella fase della messa in atto dell'attività, i ruoli dell'insegnante sono quelli di partecipatore attivo e di guida operativa strategica. Il docente diventa partecipatore nel momento in cui è presente durante il gioco degli alunni, interviene nella spiegazione delle regole o in caso emergano dubbi pratici, accoglie le proposte senza giudicare e si identifica con il gruppo coinvolto nel gioco: per questo è frequente l'utilizzo della prima persona plurale, che va ad indicare un reale interessamento alla strutturazione del momento educativo. Il suo ruolo cambia in guida operativa strategica quando il docente riprende strategie osservate in alcuni gruppi di studenti e condivide con l'intero gruppo classe una scoperta fatta durante il gioco. L'obiettivo di questo ruolo è di attivare dei ragionamenti sulle richieste dell'attività, sulle possibili strategie da utilizzare, sui dati e sulle molteplici modalità per ottenere la vittoria. In questo, l'insegnante mantiene una totale assenza di giudizio e accoglie le ipotesi per il raggiungimento di una scoperta comune del gioco.

Nella fase di discussione matematica, il docente assume dei ruoli meno attivi e più stimolanti per il pensiero critico e riflessivo dell'alunno: lo scopo è trovare le giuste

domande da porre per far emergere significati rimasti impliciti e strategie non chiare, e per favorire l'uso del lessico corretto. Emerge, quindi, maggiormente il ruolo di guida nel favorire l'equilibrio tra sintassi e semantica quando l'insegnante pone dei quesiti riguardo alla correttezza delle azioni e ai problemi sorti, quando evidenzia legami tra l'aspetto algebrico e i significati sottostanti. Un chiaro esempio è l'uso del verso della carta nel gioco "Line 'Em Up": invertire il numeratore con il denominatore non rappresenta più solo un'operazione sintattica, ma assume un significato ben preciso, ovvero il passaggio da un valore minore di 1 a uno maggiore di 1.

L'insegnante, in questa fase di scambio comune, deve anche far emergere le riflessioni sulle conseguenze delle scelte fatte e sull'efficacia di tali azioni per il raggiungimento dello scopo. Per questo motivo è importante far riflettere gli alunni sulle proprie decisioni, anche attraverso un confronto con i compagni che possono approvare, chiedere ulteriori spiegazioni o criticare la risoluzione proposta.

Preparazione della classe

La classe non aveva particolare familiarità con la discussione guidata né in matematica né in altre discipline: era, invece, solita al lavoro di gruppo e alla restituzione al gruppo classe, elementi che mi son sembrati utili nello svolgimento delle attività.

Per sondare il terreno e osservare il loro comportamento di fronte a questa nuova situazione, ho pensato una prima attività sulle quali adeguare il mio comportamento successivo. Ho, quindi, proposto la risoluzione di un problema a righe creato da me da svolgere singolarmente o in gruppi da 4, in base alla propria preferenza, e ad una conseguente discussione libera sullo svolgimento e sulle possibili risoluzioni.

Zan definisce un problema a righe quando tale problema presenta le caratteristiche che, secondo l'autrice, permettono al pensiero narrativo attivato di sostenere il processo risolutivo. Le caratteristiche individuate nell'articolo sono: la presenza di un contesto narrativo; un collegamento evidente tra il contesto (ben strutturato dal punto di vista narrativo) e la domanda attraverso l'individuazione di un personaggio con uno scopo esplicito, uno scopo non ancora raggiunto nella storia, la naturalezza del contesto in cui il problema matematico nasce; una storia ben strutturata sia dal punto di vista narrativo, sia rispetto alla sensatezza delle informazioni e dei dettagli rispetto al contesto narrativo (Zan, 2012).

Questo mi ha permesso di notare che la classe ha preferito lavorare di gruppo, con nessun alunno che ha preferito lavorare in singolo. Inoltre, ho notato che in alcuni gruppi erano presenti degli alunni che facevano da leader mentre in altri ciascun componente dava la propria idea e veniva ascoltata.

Questa fase preparatoria ha permesso anche a me di comprendere come muovermi rispetto alle domande e alle risposte degli alunni: mi sono, infatti, progettata una serie di interventi necessari per far emergere capacità risolutive e riflessioni sull'argomento del problema. Ho anche pensato di suddividere il mio intervento in più fasi: sono intervenuta in una prima fase di comprensione narrativa del testo per assicurarmi che tutti gli alunni avessero compreso il testo; successivamente ho chiesto di selezionare in maniera autonoma i dati che sembravano utili rispetto alle domande poste dal testo e poi di confrontarle con i componenti del gruppo; nel momento in cui lo svolgimento era avvenuto, ho chiesto quindi di riflettere sulle strategie emerse e se esse avessero lo stesso significato rispetto alla risoluzione del problema o se ci fosse qualche discrepanza; infine, ho chiesto di rappresentare alla lavagna le soluzioni ottenute con i vari risultati ma senza dare un giudizio sulla correttezza o meno dello svolgimento;

concluso anche questo momento ho chiesto di riflettere sulle strategie mostrate dai vari gruppi e di arrivare a definire quali portavano compiutamente alla soluzione del problema e quali risultavano, invece, devianti rispetto alla risoluzione. Per concludere e per ottenere un feedback sul mio lavoro, ho chiesto agli alunni che cosa potessi migliorare, ottenendo risposte sia sulle tempistiche date sia sull'aiuto che avrebbero voluto ricevere dai compagni e dalle insegnanti.

Tutte le informazioni ricevute da questa preparazione della classe, ha permesso agli alunni di entrare nell'ottica con cui io volevo lavorare e ha permesso a me di comprendere meglio i bisogni degli studenti di fronte ad una modalità nuova.

In particolare, con questa preparazione volevo far comprendere agli alunni che a me, nel ruolo di insegnante, non interessava tanto la risposta giusta al quesito del problema ma trovavo più interessante l'ascolto di tutte le idee e opinioni di ciascuno per arrivare alla soluzione del problema. L'idea era quella di, attraverso la discussione matematica, far sì che emergessero le voci che spesso rimangono in silenzio.

Discussioni e analisi di esse

La prima discussione provata in questa classe è stata quella sul gioco di "Trois Puor Moi": questa era la prima volta che i bambini sperimentavano una discussione matematica. Inizialmente si nota che il mio intervento è preponderante: non tanto per spiegare concetti o soluzioni ma per mantenere l'ordine. Per questo spesso mi sono ritrovata a richiedere l'attenzione di alcuni alunni, a chiedere di alzare il tono della voce affinché sentissero tutti, chiamare per nome chi doveva intervenire e chiedere esplicitamente ad un alunno o alunna di rispondere a una domanda.

Le prime domande che ho posto sono riguardo alle sensazioni: cercare di capire come si fossero sentiti mentre giocavano, come avevano percepito il gioco e se avessero

trovato qualche difficoltà particolare, mi è sembrato il modo migliore per iniziare una metodologia a cui i bambini non erano abituati. Ho provato, infatti, a metterli a loro agio e a trasmettere la mia posizione di guida non giudicante fin dall'inizio.

INSEGNANTE: Come vi è sembrato giocare a Trois Pour Moi?
 A: Impegnativo.
 INSEGNANTE: Impegnativo, come mai impegnativo?
 A: Perché dovevi fare le operazioni velocemente.
 INSEGNANTE: Okay, B?
 B: Impegnativo e strategico.
 INSEGNANTE: Oh strategico, come mai strategico?
 B: Perché dovevi capire dove mettere il blocco e calcolare molto velocemente.
 INSEGNANTE: Okay.
 C: Difficile e veloce.
 INSEGNANTE: Veloce, ti è sembrato un gioco di fretta.
 C: Sì.
 ...
 E: Confusionario e divertente.
 INSEGNANTE: Confusionario, perché ti ha dato un po' di...
 E: mi... mi confondeva.
 INSEGNANTE: soprattutto le prime partite ci vuole un attimino per capire tutte le regole, per ricordarsele, mettersela bene...
 F: Strategico perché devi sommare velocemente e mettere la pedina prima che lo faccia l'altro.
 INSEGNANTE: Okay, poi G?
 G: Bello, ti fa collegare la testa.
 INSEGNANTE: Okay, bene.
 H: Veloce e divertente.
 INSEGNANTE: Bene, come mai veloce?
 H: veloce perché è un gioco da... calcolare molto veloce.
 L: Molto bello e un pochetto difficile perché devi saper mettere sempre nel (incomprensibile) al posto giusto.
 INSEGNANTE: Okay.
 M: Impegnativo e però divertente.
 INSEGNANTE: Bene.
 N: Divertente e impegnativo.

Le prime sensazioni che i bambini hanno provato sono state evidentemente di coinvolgimento ma soprattutto di difficoltà: probabilmente una nuova metodologia di approccio alla matematica li ha incuriositi ma al tempo stesso spiazzati. Mi interessa

molto come abbiano ritenuto il gioco impegnativo, quindi non noioso o faticoso, ma per cui era necessaria una certa quantità di partecipazione affinché risultasse stimolante e divertente. È da notare come abbiano immediatamente intuito che sotto al gioco stesso, fosse necessario l'uso di una o più strategie. Altro aspetto che ritorna è la velocità: nel gioco effettivamente era necessario essere abili nel calcolare le operazioni sia per posizionare la propria pedina nel posto desiderato, sia per bloccare eventualmente il gioco dell'avversario.

INSEGNANTE: Impegnativo, sì. Okay, qualcuno ha detto strategico... cosa vuol dire strategico intanto?

F: Che serve una strategia.

INSEGNANTE: Che serve una strategia... tutti hanno messo in campo una strategia o a volte siete andati un po' a caso? Un po' quello che (capitava). Alzate la mano.

C: Totalmente a caso.

INSEGNANTE: totalmente a caso, ogni volta che tiravi i dadi, quello che usciva poi ne facevi qualcosa. Okay.

E: Quando lanciavo i dadi, guardavo come erano posizionate le pedine dell'avversario.

INSEGNANTE: Ah, dell'avversario, okay. Quindi prima davi un occhio (al gioco) all'avversario e poi cercavi di mettere (le tue pedine).

O: Alcune volte quando non sapevo fare una cosa, le facevo a caso.

...

H: Facevo un po' a caso perché quando tipo ho una pedina che mi manca per fare tris, voglio vincere. Faccio veloce.

INSEGNANTE: Ma forse una strategia è fare veloce, oppure qual è un'altra strategia?

H: Un'altra strategia è di vedere se lui vuole bloccare oppure no. E poi vedo di cambiare... tipo io avevo due posti vicini, potevo fare quello o fare quell'altro. Però lui ha bloccato l'altro.

INSEGNANTE: ti ha bloccato un gioco, quindi cosa hai fatto?

H: Cioè avevo anche l'altro che mi serviva per fare tris e ho fatto tris.

INSEGNANTE: Okay.

Inizio subito a cercare di entrare dentro alle motivazioni rispetto al linguaggio utilizzato, chiedendo di spiegare cosa significasse per loro la parola "strategico" e,

ricevuta la risposta, se qualcuno aveva da condividere con gli altri le strategie messe in campo.

Emerge da questa conversazione che qualche alunno riteneva di non usare nessuna strategia, ma di affidarsi completamente al caso; altri, invece, notano nel loro gioco un pensiero che precedeva la loro azione: in particolare si nota da queste conversazioni che il gioco non è solo un'azione riguardante il singolo giocatore ma è spesso un adattamento del proprio gioco alle mosse dell'avversario.

Si noti come l'alunno H inizialmente dica di non usare strategie e di giocare completamente a caso, ma in realtà si accorga con il discorso di aver applicato la strategia dell'osservazione delle mosse del compagno e della modulazione del proprio gioco di conseguenza.

B: Io ho guardato molto la tabella perché in base a quale numero mi sarebbe uscito, (potevo scegliere) quale sarebbe (stato) il più conveniente.
 INSEGNANTE: Bravo, okay bene bene. Hai anche utilizzato la mente per capire bene dove posizionarle. Invece, C, dice "Ero talmente tanto preso dalla velocità, che poco ci pensavo a dove posizionarlo".
 C: Facevo sempre più o meno.
 INSEGNANTE: Okay, ecco. Ad esempio, una strategia è quella di utilizzare sempre il più o il meno, oppure?
 E: Io facevo tutto.
 INSEGNANTE: E utilizzavi tutte le operazioni.
 E: la maggior parte delle volte moltiplicavo.
 INSEGNANTE: Okay, moltiplicavi. Ma per un motivo specifico o perché ti veniva più facile?
 E: Mi veniva più facile.
 M: Io facevo il più e il per perché mi veniva più facile utilizzarle.
 INSEGNANTE: Okay, sono quelle che ti vengono più veloci.
 M: e perché ci sono le tabelline.
 INSEGNANTE: le tabelline perché le sai forse a memoria? E il più e il meno? Il meno lo hai usato?
 M: No poco.
 B: Io ho usato solo il più.
 INSEGNANTE: Hai usato solo il più, B, perché?

B: Perché, comunque, anche se dovevo pensare alla strategia, se faccio pure tanti calcoli, (incomprensibile), che non riesco più a rimetterla.

INSEGNANTE: Quindi, la tua strategia è stata: piuttosto di andare a fare dei calcoli enormi che poi non riesco a gestirli, preferisco fare i calcoli che mi vengono più facili così almeno metto la mia pedina.

Dal discorso rispetto alla velocità del gioco, emerge la necessità di spiegare per C che i suoi calcoli si basavano principalmente sull'uso dell'addizione e della sottrazione. Da qui, si apre un nuovo capitolo sulle operazioni utilizzate dai compagni: chi preferiva usare la moltiplicazione, chi preferiva usare un solo calcolo per essere sicuro di non sbagliare, chi ancora ha utilizzato l'addizione e la sottrazione perché le operazioni più consolidate. È molto interessante notare che ciascuno sfrutti le proprie potenzialità per ottenere un risultato vincente: in questo gioco non si chiedeva di utilizzare in egual misura le quattro operazioni di base ma di utilizzarle come era più funzionale. Ragionare e confrontare le differenti modalità di utilizzo delle operazioni, aiuta gli alunni a riflettere su sé stessi, sulle proprie capacità, sui propri punti di forza e sui punti più deboli.

N: Che ho usato alcune volte il più e alcune volte il meno.

INSEGNANTE: Okay, come mai?

N: Perché quando facevo il più mi uscivano sempre i numeri più piccoli, allora facevo sempre il più.

INSEGNANTE: Okay, ti uscivano sempre numeri più piccoli. E numeri più piccoli... (a cosa ti servono?).

N: Nel senso, tipo l'1 o il 2.

INSEGNANTE: E come mai, allora? E' conveniente che ti escano l'uno e il due, i numeri più piccini?

N: Sì.

Da questa conversazione, si evince che l'alunno abbia intuito che convenga, almeno nel suo ragionamento, far uscire numeri piccoli: anche attraverso qualche

stimolazione, però, non emerge un pensiero coerente e maturo. Anzi, questa riflessione risulta povera di spiegazione e appesa semplicemente ad un'idea che si è formata nella mente. Si vedrà poi successivamente che il pensiero, insieme all'aiuto dei compagni, prende forma e diventa un ragionamento giustificato.

H: Un'altra strategia che ho fatto è che provavo tutte le operazioni a mente e poi le usavo, qual era la più conveniente.

INSEGNANTE: Okay, in base, quindi, alla situazione dicevi “qua uso il più, qua il meno...”

H: Perché ogni tanto era molto conveniente usare il meno, anche se è difficile.

E: Io usavo il meno quando c'erano delle occasione che l'avversario poteva vincere oppure io potevo vincere.

INSEGNANTE: Ah okay. Quindi il meno soltanto in alcune occasioni, se no, che cosa (avete usato) di più? Il per e il più?

E: Il per e il diviso anche.

INSEGNANTE: il per e il diviso, okay.

L: Io invece prima di vedere l'operazione, guardavo nel posto dove c'è il risultato, così poi non devo cercarlo.

INSEGNANTE: Ah okay, quindi guardavi prima la casellina che volevi. E poi avete cercato qualche strategia? (L fa di no con la testa) No, speravi che uscissero proprio quei numeri li. (L fa cenno di sì con la testa).

Dalla conversazione emerge che H, forse sentendosi abbastanza preparato in ciascuna operazione, non usava l'operazione che gli risultava più facile, bensì quella più utile rispetto al gioco che stava mettendo in atto. Altra interessante osservazione è la risposta di E che afferma di avere delle operazioni che risultano più intuitive ma che per il fine di vincere, si potesse fare lo sforzo ulteriore di usare anche quelle che risultavano più ostiche. Infine, L riporta la propria strategia di affidamento completo al caso. Da notare che se non avessi posto la domanda di chiarimento, non avrei compreso a fondo il pensiero del bambino e avrei dato per scontato una serie di azioni compiute dalla mente del bambino stesso non corrispondenti alla realtà.

INSEGNANTE: Okay, va bene. Qualcun altro ha qualcosa da dire? C'è stato qualcosa che non si era capito subito e lo avete capito pian piano dopo?

E: I dadi.

Tutti concordano.

INSEGNANTE: Effettivamente è un po' il passaggio più complicato perché intanto bisogna ricordarsi che si può usare uno o due dadi e quando ne uso due li devo sommare. E poi comunque ci vuole un attimino per ricordarsi che ci vogliono due numeri distinti.

Nelle frasi di chiusura, ho pensato fosse importante osservare se fossero presenti dei dubbi o delle difficoltà che non avevo preventivato, in modo da comprendere se fossero state necessarie delle modifiche nell'incontro successivo. Infatti, è emersa la difficoltà nella comprensione dell'utilizzo dei dadi: ho comunque cercato di rassicurare il gruppo classe sul fatto che fosse normale osservare delle difficoltà e che con la pratica queste si sarebbero risolte.

Nel secondo incontro dedicato alla riflessione su "Trois Puor Moi", gli alunni erano sicuramente più preparati sul gioco, sulle regole da seguire e sulle possibili strategie.

Ho deciso nuovamente di partire dalle sensazioni: i motivi sono legati al sondare una differenza rispetto alla prima volta, sia in positivo sia in negativo.

INSEGNANTE: Intanto, come vi siete trovati con questa seconda partita?

Alcuni dicono bene, benissimo.

B: Difficile.

INSEGNANTE: B dice difficile, come mai?

B: Perché mi sono trovato contro qualcuno che sa calcolare un po' più velocemente di me e quindi facevo più fatica... anche se ho vinto.

Si nota immediatamente come la percezione dell'alunno B rispetto al gioco sia cambiata confrontando le due esperienze con giocatori diversi: è interessante notare che

talvolta la nostra percezione è estremamente influenzata da fattori esterni non controllabili e che anche la valutazione personale sulle proprie capacità ne sia influenzata. È da osservare che l'alunno dimostri di aver compreso il fine della discussione matematica, perché, seppur abbia vinto, ha condiviso con gli altri la possibilità di potersi trovare in difficoltà di fronte ad un nuovo compagno di gioco. È un aspetto importantissimo: significa che lo studente ha compreso che il risultato ha valore ma è fine a sé stesso; molto più significativo è il processo che ha portato al risultato stesso.

P: Io mi sono trovato bene perché ho già giocato un'altra volta, questo gioco mi piace, quindi..
 E: Io adesso non mi sono trovato tanto bene perché l'altra volta l'avversario aveva delle strategie diverse e io le avevo capite. Ora faccio difficoltà a capire le sue strategie.
 Qualcuno dice "Anche io".
 INSEGNANTE: Bello, poi?
 H: Io avuto anche un po' di difficoltà perché ho avuto un compagno alla mia stazza.
 INSEGNANTE: L'altra volta ti eri trovato (di fronte) ad un compagno...
 H: più semplice.
 INSEGNANTE: Ti sembrava più semplice, va bene
 C: Anche io stessa cosa.
 INSEGNANTE: Stessa cosa, okay.
 M: Io difficile perché continuava a bloccarmi.
 INSEGNANTE: Quindi N aveva una strategia per ostacolare.

Ecco come il lancio dell'alunno che riflette su questa differenza tra la volta precedente e quella successiva, apre a una serie di riflessioni dei compagni: non sappiamo se ciascuno di loro aveva già riflettuto su questo aspetto del gioco ma sicuramente ha permesso ad altri di considerare la presenza e la differenza dell'avversario come un elemento importante nella partita. Particolare è anche la prima riflessione di E che sottolinea la difficoltà di immedesimarsi nell'altro e immaginare le

possibili future mosse. Questa, benché gli alunni non l'abbiano percepita come tale, è una capacità fondamentale da coltivare: anticipare il pensiero altrui e modulare il proprio di conseguenza. Infine, M osserva la sua impotenza di fronte ad una strategia che, forse, risultava più vincente della sua e alla connessione che questo sentimento di frustrazione aveva con la sua percezione della difficoltà del gioco.

B: La mia strategia era sempre la stessa, quella là di usare sempre il più così calcolavo più velocemente.
 INSEGNANTE: Okay, iniziamo a parlare di strategie. B mi dice “Io utilizzo sempre il più perché così io faccio il calcolo veloce” e?
 B: Molto spesso venivano dei numeri piccolini però che si calcolavano in un modo un po' più complicato.
 INSEGNANTE: (dubbiosa) mmm, aspetta, prova un attimo a rispiegarmelo, perché non ho capito tanto.
 B: Insomma, come usciva 6 e 5, anche se non è tanto difficile da calcolare...
 INSEGNANTE: Vanno bene, 6 e 5...
 B: qualche volta facevo un po' di fatica perché devi calcolare veloce, mi fa male il cervello, e tutto...
 INSEGNANTE: Okay, va bene.

Analizzando questa discussione, non posso che notare le parole usate da B: “mi fa male il cervello” come se alla fine quella serie di numeri, calcoli e strategie da applicare così velocemente ne comportino un dolore fisico. Da questo discorso è evidente che per B i calcoli sono degli aspetti matematici che consumano molta energia rispetto alle sue capacità: non significa che non possa arrivare al risultato, ma la sua stanchezza postuma sia notevole, andando possibilmente ad inficiare la “correttezza” dei risultati stessi. Anche qui, ho cercato di essere rassicurante perché in quel momento B mi stava affidando un aspetto di sé spesso difficile da accettare: la lentezza di calcolo rispetto ai suoi compagni. Per questo motivo, ho cercato di usare un lessico dolce e rassicurante (“Va bene”) perché i suoi sentimenti fossero validati e non sminuiti solo perché gli altri alunni erano in grado di farcela velocemente.

H: In confronto all'altra volta ho cambiato strategia: invece di vedere prima l'avversario cosa faceva, facevo il meno perché diminuiva le cifre e facevano dei numeri più veri e li facevo avvicinare... se tiravi una volta il dado, li facevi avvicinare al numero del... per fare il tris

INSEGNANTE: E come mai ti servivano dei numeri piccoli?

Ci pensa un attimo.

INSEGNANTE: Perché mi hai detto che stavi cercando dei numeri minori, quindi più piccoli. Come mai?

H: Sì perché servivano a fare... era più facile da trovare. Ho tirato solo due volte il dado... così e ho fatto il meno così avvicinavo i numeri e avevo più facilità a fare il tris.

C: Quindi, se ti viene 6-1 e 5-1, poi ti manca solo il 5.

INSEGNANTE: Okay, vero. Se tu fai sempre il meno e hai dei numeri piccolini...

B: A ripensarci anche io ho usato questa tecnica perché ai lati ci sono sempre i numeri piccoli e quindi ho detto, se uso questa tecnica è più facile fare tris. Infatti, ho vinto così.

INSEGNANTE: Okay, qualcuno non è d'accordo, è contro questa idea?

E: Io al posto di andare laterale mi punto più sul centro.

INSEGNANTE: Come mai?

E: Perché mi uscivano sempre numeri grandi e al centro ci sono più... ci sono numeri grandi.

C: Anche io mi gettavo ogni tanto al centro ma perché era più difficile da fare al centro e quindi non riusciva...

INSEGNANTE: Okay, C dice che è più difficile farlo al centro, come mai?

C: Cioè perché sono numeri più alti e devi calcolare più in fretta e comunque (incomprensibile)

INSEGNANTE: Ma solo per quello? Solo perché è più difficile calcolare?

C: Perché è più difficile (parole incomprensibili) ...

INSEGNANTE: Più difficile?

C: Bloccarlo.

INSEGNANTE: Bloccarlo. H?

H: Ho usato, ho capito che dal basso, andando verso il basso avevi numeri molto più bassi quindi ho fatto la strategia di fare la prima riga più piccola, il meno. Poi ho fatto il diviso, scendendo in giù, poi il per.

INSEGNANTE: Okay, quindi tu, il tuo ragionamento, dimmi se è corretto, se sto interpretando giusto. Tu hai detto se io volevo ottenere un numero piccolo...

H: Facevo il meno.

INSEGNANTE: Facevo il meno. Come mai?

H: E lanciavo due dadi.

INSEGNANTE: E lanciavo due dadi, okay.

H: Cioè così e basta (fa vedere che lancia un solo dado).

INSEGNANTE: Due dadi e due dadi o due dadi e un dado?

H: Nel senso due tiri così e basta..
 INSEGNANTE: Mm okay.

Uno degli obiettivi da ottenere durante questa discussione matematica era quello di permettere ai bambini di osservare la propria strategia, valutarne l'efficacia ed eventualmente provarne nuove. H è riuscito a staccarsi dal proprio metodo per sperimentarne altri: addirittura qui la prospettiva cambia, da un'attenzione al gioco dell'avversario alla concentrazione sul proprio gioco e sulle possibili scorciatoie da prendere. In questo caso, H ritiene che usare numeri piccoli possa essere vantaggioso per ottenere la vittoria. La conversazione per comprendere le motivazioni di questa necessità viene interrotta dai pensieri di altri compagni che, forse, lo aiutano a dare credito al suo pensiero e a svilupparlo meglio: tanto è vero che successivamente cerca di dare una spiegazione al suo ragionamento, probabilmente ripercorrendo i suoi pensieri in ordine. Alla fine, però, conclude mostrando semplicemente il suo uso dei dadi.

P: Io invece i dadi, cioè, non li mettevo soltanto in mezzo o li mettevo da tutte le parti.
 INSEGNANTE: le pedine?
 P: Eh sì, così almeno se mi uscivano più piccolo, ce li avevo già vicino, e se mi uscivano più grande, ce li avevo vicino, più medio...
 INSEGNANTE: Quindi, tu li spargevi un po' in giro nel tabellone in modo tale che in base al tiro, cosa succedeva? Se ti usciva un numero piccolo?
 P: Lo mettevo...
 INSEGNANTE: Avevi qualcosa intorno da metterlo vicino, se invece usciva un numero un po' più grande?
 P: lo mettevo vicino.
 E: Io facevo in modo che potevo avere più occasioni per far tris: prima provavo laterale.
 INSEGNANTE: Laterale intendi?
 E: In alto e in basso.
 INSEGNANTE: Okay, quindi verso la griglia, il bordo della griglia.
 E: Sì, poi provavo centrale e poi provavo sempre centrale un po' più in alto a destra, alla mia destra.

INSEGNANTE: (indica sul foglio cosa aveva detto a parole lo studente), quindi i numeri verso, diciamo dal 7-35-60-12.

E: Sì.

INSEGNANTE: Okay, come mai questo quadrato così? O comunque verso quel lato lì?

E: perché mi venivano più facili i calcoli.

INSEGNANTE: Okay, ti sembrava che venissero... Dimmi M.

M: Io quando trovavo uno dei due, come se per esempio trovavo 1 e 7, facevo la moltiplicazione perché diciamo che mi viene più facile e uno per sette.

Altri rispondono che anche loro usavano la moltiplicazione.

INSEGNANTE: La moltiplicazione era quella un po' più facile, forse anche perché le tabelline le sapete tanto bene, tanto veloce, che vi vengono veloci veloci.

Dal ragionamento di P emerge un'altra importante componente del gioco: conoscere ed usare al meglio il proprio spazio. Attraverso il commento portato avanti da P sullo "spargere le proprie pedine" su tutta la tabella, emergono altre strategie, come quella di E che consisteva nell'occupare prima i bordi della griglia. Inoltre, riappare il discorso legato alla facilità con cui usano le tabelline che io attribuisco alla buona conoscenza e padronanza delle tabelline.

INSEGNANTE: Eh è vero, molto vero. Va bene, avete notato qualcosa del tabellone? E e altri: Che ci sono le tabelline dall'1 al 12.

INSEGNANTE: Okay, e quindi in mezzo c'erano tutti i numeri? Tutti?

In coro dicono di no.

E: ci sono solo i numeri delle tabelline.

INSEGNANTE: Quindi una strategia poteva essere, per esempio, innanzitutto guardare il tabellone.

E: Sì io me lo guardo sempre all'inizio.

INSEGNANTE: In modo da ricordarsi che per esempio il 17, anche se ci provo non lo riesco a trovare. Anche se mi esce 10 e 7 non potrò fare 17.

In questo caso, sembra che l'osservazione del tabellone, dopo averci giocato già un'altra volta, sia scontato per gli alunni.

INSEGNANTE: ...E invece mi diceva M che N usa la tecnica dell'ostacolo, eri un giocatore sull'ostacolo. Raccontaci un po'.

M: No, sì perché se lo giochi un po' troppe volte poi va via e non ne hai più.

INSEGNANTE: Eh.

M: E quando il tuo avversario sta per vincere, non lo puoi più fare se lo usi troppe volte all'inizio.

INSEGNANTE: E vi è capitato?

M: No.

N: Sì.

INSEGNANTE: Sì o no? Uno mi dice di sì e l'altro no.

N: Alla fine io allora non lo stavo usando e lui aveva vinto.

INSEGNANTE: quindi tu sei rimasto senza pedine giusto?

N: Cioè no, ce ne avevo uno, questo, però cercavo di non metterlo perché se no poi va a finire che non ce ne hai più. Allora io non lo stavo usando e poi lui è riuscito a farlo prima di me e basta.

INSEGNANTE: Va bene, ha preso l'occasione. C'è qualcun altro che ha utilizzato i dadi d'ostacolo in qualche modo?

B: Io bloccavo i punti in cui c'era più bisogno ma facevo sempre attenzione a non utilizzarli tutti.

INSEGNANTE: Okay.

B: Cioè li usavo spesso ma facevo attenzione a non usarli tutti.

INSEGNANTE: Come mai?

B: perché se uno usa tutti gli ostacoli, poi ci sarà la vera occasione dove si dovrebbero usare ma, diciamo, che non ce ne ho più.

SECONDA INSEGNANTE: Prevedente.

INSEGNANTE: Eh sì. È un po' un meccanismo di prevenzione, vedere dove sono i punti infuocati, dove ci sono più pedine e valuto un po'.

E: Io metto i quadratini grigi nelle zone più pericolose, dove l'avversario mi ha fatto punto. Cioè faccio la prima partita e capisco dove lui punta a fare punti... punta a...

SECONDA INSEGNANTE: Sì a fare punti, va bene, ci sta.

INSEGNANTE: Punta per vincere.

E: E dopo nella seconda partita, io metto i quadratini grigi là.

INSEGNANTE: Ah ho capito, quindi tu studi prima l'avversario e poi in base alla sua tecnica, valuti. Però mi dicevi prima che non hai capito granché il gioco di Q.

E: No.

INSEGNANTE: Come mai, Q, secondo te? Che tecnica utilizzavi?

Q: No, non usavo tecniche.

INSEGNANTE: No?

Q: No.

INSEGNANTE: Ovvero cosa facevi?

Q: Non usavo tecniche.

INSEGNANTE: E cosa facevi?

Q: Giocavo normalmente.

INSEGNANTE: Normalmente cosa vuol dire?

Q: Tiravo i dadi, prendevo i due numeri e basta.

INSEGNANTE: Quindi non avevi, che ne so, un... H diceva io cerco di coprire prima tutta una (zona), o comunque cerco di andare verso i più piccini perché poi lì so che trovo più facilmente dei numeri.

Q: Si uso anche la tecnica di H.

INSEGNANTE: Okay, e qualcos'altro? Tipo i dadi li lanciavi sempre due e due, uno e due, c'era un motivo? Oppure..

Q: No.

INSEGNANTE: Così, okay. Quindi tu hai scelto il caso.

Q: Si.

INSEGNANTE: Valutavi, lanciavi i dadi e poi?

Q: Lanciavo i dadi...

INSEGNANTE: Quello che succedeva andava bene?

Q: Si.

INSEGNANTE: Okay, bene. È anche una tecnica questa, perché? Perché il tuo avversario non ha capito che tecnica tu... Lui pensava che tu ragionassi in una certa maniera, magari arzigogolata e invece, niente, andavi a caso.

C: Anche io andavo più o meno come lui, solo che andavo un po' ad istinto: se mi diceva di tirare due dadi, ne tiravo due; se mi diceva di tirarne uno solo uno.

INSEGNANTE: Okay. Senza un motivo particolare, va bene. E volevi dire ancora qualcosa?

E: Si. Quando io c'ho delle occasioni...

SECONDA INSEGNANTE: "C'ho" non è italiano... ho.

E: Quando ho delle occasioni, nei numeri più piccoli, tiro solo un dado e dopo tiro l'altro.

INSEGNANTE: Ahhhh.

SECONDA INSEGNANTE: è una strategia.

E: Che così o aggiungo o tolgo dal primo tiro.

INSEGNANTE: P hai capito il suo ragionamento?

P fa segno di no.

INSEGNANTE: Prova a rispiegarlielo.

E: Allora praticamente quando io ho delle occasioni qua, qua o qua (indica la tabella: la prima riga, la prima colonna e un quadrato in alto a destra), ehm, tiro un dado e dopo tiro l'altro e i numeri che mi escono o li aggiungo o li sottraggo.

INSEGNANTE: Mmm, perché poi avevi detto una cosa... io avevo capito leggermente diverso.

SECONDA INSEGNANTE: Tiri prima un dado solo e valuti dove sei posizionato.

E: Cioè..

INSEGNANTE: Ecco, bravo, facci un esempio.

E: Tiro un dado, tiro l'altro e i numeri che mi capitano o li aggiungo o li sottraggo.

INSEGNANTE: Okay, allora non era la strategia che avevamo capito io e la maestra P.

SECONDA INSEGNANTE: Anche io avevo capito un'altra cosa.

INSEGNANTE: Vediamo se emerge dopo...

Ascoltando il discorso fatto fra due alunni, ho ripreso la loro tecnica che mi sembrava portare avanti un nuovo tema: l'uso delle pedine grigie che ostacolano il gioco dell'avversario. Come sottolinea N, è importante dosare l'uso delle pedine grigie: riprende il discorso B osservando l'importanza di tenersi qualcuna di queste tessere per momenti in cui il gioco sta per finire a sfavore del giocatore per allungare i tempi e ottenere altre possibilità di vittoria. Molto interessante è anche la strategia di E che studia il comportamento dell'avversario in una prima partita per poi modificare le proprie mosse in base alla tecnica utilizzata dall'avversario stesso: unica pecca di questa strategia è proprio la possibilità di incontrare qualcuno che non usa una tecnica specifica per posizionare le proprie pedine, bensì si affidi talvolta anche al caso, facendo risultare di conseguenza anche le proprie mosse aleatorie. Anche C crede di non usare una tecnica specifica: inizialmente, sia io sia l'altra insegnante, pensavamo di aver compreso un ragionamento di fondo che sembrava emergere dal discorso fatto dall'alunno; in realtà, portando avanti la conversazione, abbiamo scoperto che la riflessione sui numeri piccoli era uscita per puro caso oppure non era ancora maturata nella mente del bambino.

B: Io ho un'altra strategia: che quella là che uso quando nuoto, a nuoto. Calma e velocità. Perché mi sono accorto che giocare a questo gioco, mi fa venire nuoto quando devo nuotare veloce perché devi usare la calma, la precisione ma soprattutto la velocità.

INSEGNANTE: Okay.

SECONDA INSEGNANTE: Quindi dici non mi agito per fare punti ecc.. ma mi fermo, ragiono, penso con calma.

INSEGNANTE: Era questo quello che volevi dire?

B: Ma allo stesso tempo, vado velocissimo.

SECONDA INSEGNANTE: Calcolo velocemente.

INSEGNANTE: Certo, cerchi di farlo in maniera veloce, però senza farti prendere...

B: Dal panico.

INSEGNANTE: Dal panico, dall'agitazione. Okay.

Questa è una delle parti più significative dell'intera discussione: non sicuramente dal punto di vista matematico, bensì dal punto di vista del collegamento fra situazioni diverse. Il bambino si è ritrovato a comparare la situazione di gioco matematico appena vissuto con una situazione lontana dal contesto classe, ovvero le gare di nuoto. È interessante notare come le sensazioni provate fossero le stesse: un certo senso di agitazione di fronte ad una situazione che pretende velocità e riflessione. Per non perdere la concentrazione, quindi, il bambino ha deciso di mettere in gioco la strategia che già ha sperimentato e visto funzionare nel contesto della piscina: non permettere all'ansia di prendere il sopravvento ma lasciare lo spazio giusto alla mente di elaborare il ragionamento. Possiamo interpretare questa situazione come un adattamento del problem solving: il bambino ha trovato una soluzione che gli permettesse di nuotare con lucidità e velocità; quindi, l'ha applicata anche al contesto di gioco matematico in cui si richiedeva calcoli precisi ma rapidi.

INSEGNANTE: Sempre il più? Okay. L?

L: Non ho strategie, usavo sempre un dado.

INSEGNANTE: Questa è una strategia! Come mai?

L: Punto sui numeri piccoli, in modo che quando lui punta sui numeri grandi e io sui numeri piccoli, lui non mi può bloccare con le sue pedine.

INSEGNANTE: E dimmi che questa non è una strategia! Hai guardato il gioco dell'avversario e la strategia è: se lui gioca tutto sulla parte grande e io gioco invece sulla parte piccola... cosa succede?

L: Non mi può ostacolare.

INSEGNANTE: Eh!

C: Però anche tu non puoi ostacolare lui.

INSEGNANTE: E questo è uno svantaggio...

A: (incomprensibile)

C: Uno svantaggio a metà... dipende da che numeri fai.

INSEGNANTE: Eh sì... si potrebbe dire che è una strategia efficace a metà.

Anche nel caso di L, la percezione dell'alunno è quella di non star mettendo in atto una strategia vera e propria ma semplicemente di seguire un istinto: fondamentale è stato il mio intervento per evidenziare il ragionamento applicato a cui sono seguiti anche riflessioni dei compagni rispetto a vantaggi e svantaggi di tale metodo.

H: Io quando giocavo non usavo le pedine perché le usavo per ultime, oppure quando l'avversario aveva punti deboli.
 INSEGNANTE: Mi sono persa, di quali pedine stai parlando?
 H: (di quelle) bianche.
 INSEGNANTE: Ah okay, delle pedine bianche. Le pedine bianche, invece, la squadra verde, mi sembra, le ha usate tutte subito. È stata una cosa conveniente?
 Tutti: No.
 INSEGNANTE: Perché?
 B: Perché poi se noi, anche se ci abbiamo messo tanto loro... Anche se loro trovano il risultato per vincere, noi potevamo bloccarli (squadra arancione), invece noi non potevamo essere bloccati perché non avevano più pedine.
 INSEGNANTE: Okay esatto. Quindi, utilizzarle tutte... se io le uso tutte subito, non ho più le pedine per bloccare, e mi trovo costretta a fare il loro gioco e quindi dire “Con la mia pedina devo bloccare il gioco dell'altro”.
 H: Se non hai più pedine bianche, è conveniente usare le pedine che hai.
 INSEGNANTE: Certo, sì quello è vero.
 B: Cosa però molto difficile perché devi avere il numero giusto.

La discussione è terminata, dopo un altro momento di riflessione su strategie e metodi messi in pratica, sull'uso delle pedine grigie, erroneamente chiamate bianche, e sull'utilizzo uniformato durante la partita.

Alla fine della discussione matematica sul primo gioco matematico “Trois Pour Moi”, posso dire che i bambini hanno compreso le finalità del gioco e hanno ragionato su possibili strategie anche diverse dalle loro. La discussione matematica ha coinvolto quasi tutti gli alunni e gli interventi sono stati di vario tipo: domande, ipotesi e spiegazioni delle strategie usate.

La successiva discussione matematica è stata svolta dopo la partita del gioco “Line ‘Em Up”, un gioco che necessita non tanto della velocità nel fare il calcolo quanto nella precisione del calcolo stesso e nel pensiero anticipatorio rispetto alle possibilità future. In tale gioco, infatti, si richiedeva di posizionare delle carte senza sapere quelle future per ottenere alla fine del gioco una linea di frazioni e numeri in ordine crescente da sinistra a destra.

Come nelle volte precedenti, ho portato avanti l’idea di chiedere inizialmente come si fossero sentiti gli alunni mentre giocavano in modo da rendermi pronta per accogliere ogni loro riflessione in maniera totalmente neutra.

INSEGNANTE: Come vi siete trovati a giocare?

Quasi tutti: Bene.

A: Male.

INSEGNANTE: Male, cosa è successo perché non ti sei trovato bene?

A: Era un po’ difficile.

INSEGNANTE: Che cosa era difficile?

A: Fare le equivalenze.

INSEGNANTE: Riuscire a fare le equivalenze, ma cosa intendi?

A: Non riuscivo a fare... perché non riuscivo...(incomprensibile).

...

V: Io mi sono trovato male all’inizio.

INSEGNANTE: Cosa è successo?

V: Eh non capivo tanto.

In mezzo alle risposte comuni, mi ha interessato dare spazio alla voce di A che ha manifestato la difficoltà nel procedere con le equivalenze tra frazione e numero decimale. Ero sicura che questo passaggio potesse risultare difficile poiché, discutendone con l’insegnante di classe, avevamo osservato la criticità per la maggior

parte degli alunni della classe. Questa apertura di A alle possibili difficoltà riscontrate, ha stimolato anche altri alunni a mostrare gli ostacoli trovati nel gioco.

INSEGNANTE: Okay, rispetto alle carte, quali erano le caratteristiche? L: Erano tutte diverse, con i puntini, con le divisioni e... con i numeri 49/68. INSEGNANTE: Quindi con la frazione. Come si chiamano queste cose diverse? E: Tessere? INSEGNANTE: Sì ma come si chiama il fatto che un po' erano a puntini, un po' erano in numeri e un po' in divisioni. L: Sono diverse. INSEGNANTE: Sì e si chiamano rappresentazioni diverse. Ma c'era qualcosa di diverso se erano rappresentate in puntini, in numero...? Qualcuno: No. N: Se c'erano i puntini, non erano numeri molto grandi ma erano numeri più piccoli. INSEGNANTE: Sì, è vero! Avrei potuto pensare a mettere 35 pallini, contarne 35 diventava molto difficile, però è vero avete notato questa caratteristica. Rispetto all'intero mazzo di carte, c'era qualche caratteristica particolare? L: C'erano le carte Jolly.

Subito dopo inizia la riflessione sul materiale presentato: in particolare, ho voluto assodare la conoscenza della diversa composizione delle carte. Interessante, secondo me, è l'interpretazione della mia domanda rispetto alla differenza nelle rappresentazioni: personalmente mi riferivo al significato della rappresentazione diversa, ovvero che diversa rappresentazione non comporta un diverso valore numerico; tuttavia, N ha collegato questa mia domanda ad un dettaglio che aveva notato, ovvero che effettivamente le carte che avevo rappresentato con i pallini, non avevano numeri "grandi", non rappresentavano numeri superiori al 9. Nella riflessione a priori non avevo minimamente pensato a questo particolare, mi ero concentrata sui valori di cui riuscivo a ottenere immediatamente un valore preciso oppure sull'orientamento della carta stessa. Questa attenzione al dettaglio della quantità di pallini mi ha stupito e mi ha aiutato a capire che osservato in maniera minuziosa le carte.

INSEGNANTE: Le carte Jolly come le avete utilizzate?

L: Mm potevano essere qualsiasi numero.

C: Io le utilizzavo per fare le equivalenze. Le mettevo giù, non dicevo cos'era e poi ci facevo l'equivalenza sopra.

N: Io quando c'era l'ultima casella vuota, la mettevo lì così finiva e l'altro aveva meno carte.

INSEGNANTE: Questa è una strategia!

M: Anche io, avevo un buco e mi erano uscite carte e il Joly e ce l'ho messo.

...

H: Sapete la mia strategia? Se mi usciva la carta Jolly, la mettevo qua perché così avevo sempre uno spazio dove mettere la carta più piccola.

INSEGNANTE: Oh, H dice "Io mettevo la carta Jolly sempre qui, così avevo sempre lo spazio per mettere la carta più piccola". Vi sembra una strategia vincente?

Rispondono di sì.

INSEGNANTE: Come mai? T ti sembra una strategia vincente mettere la carta Jolly qua, in modo tale che se trovo un numero più piccolo di tutte le altre...

M: Sì è vero...

INSEGNANTE: Può essere una strategia vincente?

T: (fa cenno con la testa di sì)

B: Secondo me no perché di solito ti escono i numeri più piccoli ma ti conviene metterli per primi, ma se metti il Jolly subito di là, non puoi più mettere i numeri piccoli di là.

E: Io i Jolly li metterei qua e qua (indicando gli estremi)

INSEGNANTE: Agli estremi.

E: Perché è più raro che escano numeri più grandi...

INSEGNANTE: Ah okay, quindi verso i numeri più grandi.

H: La carta Jolly qua... (incomprensibile)

...

B: A me alla seconda partita mi è uscito praticamente sempre il Jolly, poi nel resto delle partite è variato.

INSEGNANTE: Okay.

H: nelle prime due partite ho usato più il Jolly, quando ho capito di più il senso del gioco, l'avversario è diventato più forte ed ho cambiato strategia.

INSEGNANTE: Okay, hai cambiato strategia perché V aveva preso confidenza con il gioco.

L: Una strategia che non sono riuscito ad usare... Mettere qua (nel primo spazio) il Jolly e se mi capitava una carta uguale metterlo sopra.

INSEGNANTE: Okay, L dice mettere due Jolly uno sopra all'altro. È una strategia vincente?

M: No per niente.

E: Mm sì.

Alcuni dicono di no.

INSEGNANTE: Vediamo, uno per il sì.

B: Secondo me è sì e no: secondo me il Jolly arancione va benissimo ma al massimo nella seconda casella, nella prima è meglio mettere gli zeri.

INSEGNANTE: Siete d'accordo?

E: Io se avessi due Jolly ne metterei uno all'inizio e uno alla fine.

INSEGNANTE: Quindi sei della stessa idea di L...no però L diceva che se ne incontra due, li mette uno sopra all'altro.

E: Anche.

INSEGNANTE: perché anche?

E: Quando hai più carte hai uno spazio vuoto...

INSEGNANTE: L sei d'accordo con quello che dice E?

L: Sì e no.

INSEGNANTE: Perché?

L: Li metto uno sopra all'altro perché quando hai (incomprensibile)... e ne metti altri nelle altre caselle, che sono più grandi, è un pochetto più difficile trovare carte più grandi. Mentre, se io le metto uno sopra all'altro, poi mi vengono piccole le posso mettere sopra.

INSEGNANTE: Siete d'accordo?

M: No perché praticamente se tu hai un Jolly da mettere alla fine, poi dopo e ne metti due sopra allo zero, dopo, quando stai per vincere, non ti esce mai 1 che dovresti mettere su un buco. Allora metti il Jolly in quel buco e lo riempi.

INSEGNANTE: Hai capito la strategia di M? Quindi continueresti a mettere due Jolly uno sopra all'altro?

L: Sì anche se non l'ho ancora testata questa strategia.

INSEGNANTE: N sei della stessa idea?

N: Io sono dell'idea di M perché a me capita sempre che all'ultimo non riesco a trovare una carta per il buco. Allora mettevo il Jolly nel buco.

B: Mi ricordo che una certa idea che voleva fare era quella di mettere due Jolly uno sopra all'altro e alla fine, nello stesso punto.

INSEGNANTE: E loro, M e N in particolare, ti dicevano che metterli nello stesso punto occupi due spazi ma ti potrebbero servire (i Jolly) per qualcos'altro. Tu come controbatti?

L: Che anche se mi mancava uno spazio, avrei avuto più carte del primo e anche se l'avversario finiva probabilmente avrei avuto più carte.

C: Allora perché non metterlo nell'ultimo?

L: perché è più facile trovare carte nei piccoli, secondo me.

C: Io l'avrei messo nell'ultimo perché è anche strategico. Perché qualunque numero ti esca, quello lì è l'ultimo e lo sai e ci puoi mettere qualunque numero.

L: Sì ma se poi lo metto una volta un numero, poi non è detto che ci sia quello equivalente.

C: Sì però visto che è più facile trovare quelli vicino allo 0, lo avrei messo nell'ultimo.

L: Ma in quelli ci metti quelli uguali a 0, se metto un Jolly sopra all'altro e poi gli 0, ho più carte.

C: No è sempre la stessa cosa.

INSEGNANTE: Lui dice se li metto tutti qua, ho più carte qua. C dice no, io li metterei più...

C: ma alla fine è uguale.

INSEGNANTE: È uguale? Siete tutti d'accordo?

C: Sì.

Non rispondono.

B: Ni, perché in certe occasioni, come se hai, tutto lo strato occupato è meglio metterlo uno sopra all'altro perché così almeno hai ancora... puoi usare più carte e hai un pochino più possibilità di vincere. Ma se hai tutti gli spazi vuoti... non cambia praticamente niente.

H: la tecnica di L secondo me ha un vantaggio e uno svantaggio. La mia tecnica...

INSEGNANTE: Non la tua tecnica, io voglio sapere i vantaggi e gli svantaggi.

H: Il vantaggio è che, come ha detto lui, metti due carte sullo stesso e poi ha solo sei carte così e poi ne ha una sopra all'altra e se l'avversario ha tutti gli spazi è pareggio. Lo svantaggio è che spreca il Jolly, io lo metterei nella prima e nell'ultima perché così, come ho detto prima, è più facile calcolare.

INSEGNANTE: D sei d'accordo con H o con L?

D: H.

INSEGNANTE: Allora cosa vuol dire che lo svantaggio è che "sprechi un Jolly"?

D: Cioè che se, potresti metterlo in un altro punto che se ti viene un'altra carta puoi decidere e metterla, oppure puoi metterla... lo svantaggio è che se ti manca di qui la puoi mettere lì, se ti manca di qua la puoi mettere di là.

INSEGNANTE: Siete d'accordo?

H: Io no.

C: Sì perché se lo metti da una parte puoi coprirlo dopo.

D: Se ne hai (bisogno) da una parte la metti dalla parte.

H: Però stiamo parlando di due Jolly insieme.

INSEGNANTE: Bravo, stiamo parlando di due Jolly insieme. L dice che se gli capitano due Jolly li mette nello stesso posto.

D: No io lo metto uno da una parte da una parte e uno dall'altra.

INSEGNANTE: Perché? Perché così sono uguali e almeno ho due carte. E quelle ce le ho

D: Il turno dopo se me ne escono altre due posso metterle lì.

INSEGNANTE: Quindi concordi con L?

D: No. Io dico che siccome un Jolly si può mettere lì e l'altro dall'altra parte, così quando mi esce una carta posso metterla sopra a quella.

INSEGNANTE: Hai capito L?

L: Sì.

INSEGNANTE: Ti sembra vero oppure no?

L: Sì e no, perché secondo me è più facile trovare carte con lo 0.

INSEGNANTE: E se ti capita una carta con lo 0?

H: Come ha detto D metto una qua e una di là, così se ti capita una carta con lo 0 è equivalente!

INSEGNANTE: E la metti sopra. E poi?

H: E poi se ti esce un'altra carta più grande la puoi mettere di là.

È stato interessante anche vedere come utilizzavano le carte Jolly: in particolare, l'uso di queste carte è stato un argomento ripreso più e più volte. Durante la discussione sono apparsi diversi metodi di utilizzo del Jolly, chi lo usava per coprire un "buco" verso la fine della partita per avere più spazi possibili occupati, chi lo usava per creare uno spazio libero in un punto dove riteneva di poter inserire carte utili, chi ancora ne usava due, uno sopra all'altro. La discussione è stata talmente partecipata che ad un certo punto, viste anche le due esperienze precedenti, ho allentato la mia conduzione attiva per lasciare spazio alla loro autogestione del discorso. È stato un successo fatto di botte e risposte per cercare di comprendere quale fosse il ragionamento dietro determinate scelte. Ho notato anche che alcuni hanno rivisto la loro posizione, cambiando idea sulla fattibilità e sulla convenienza del proprio metodo e su quello dei compagni.

INSEGNANTE: Poi quali caratteristiche c'erano nel mazzo?

N: Io trovavo più carte piccole, cioè numeri piccoli.

INSEGNANTE: Okay, siete tutti d'accordo?

Un gruppo: Sì

INSEGNANTE: Sempre carte piccole?

N: Non sempre però poche volte carte grandi.

INSEGNANTE: Cosa intendi per carte grandi? Fammi un esempio.

N: Tipo quando pescavo, pescavo numeri piccoli, certe volte anche più grandi ma pochissime volte.

INSEGNANTE: Ma numeri piccoli, fammi un esempio.

N: 2/9

INSEGNANTE: Okay e il numero grande?

N: 35/55

INSEGNANTE: Okay, quindi ti capitavano numeri grandi, però quello lì è andata a fortuna? Avevo capito un'altra cosa ma no.

H: Le carte piccole però sono più facili da gestire.

INSEGNANTE: Okay, quindi le carte che diceva B, quelle che bisogna portare ai minimi termini, erano difficili da gestire?

H: Se uno riusciva a calcolarla, poteva scaricarla ma poi era in svantaggio perché l'aveva messa e aveva una cosa (possibilità) in meno. Io avevo un (incomprensibile)... quindi era meglio non scartare e fare meno scarto possibile anche se sono più difficili da calcolare.

INSEGNANTE: Okay, quindi preferivi metterci un po' più di tempo a fare il calcolo piuttosto di scartarla perché non sapevi come usarla.

C: Io come strategia usavo... mi portavo avanti facendo un bel po' di tabella, e poi le carte che trovavo le scartavo per far finire all'avversario e aveva meno possibilità.

INSEGNANTE: Ah, questa è una nuova strategia di gioco. L'avete capita tutti?

Quasi tutti: No.

INSEGNANTE: Okay, chi l'ha capita, la può rispiegare?

L: In teoria, metteva più carte qua, poi quando io ne avevo di meno, le scartava tutte in modo che io avevo meno carte e perdevo.

INSEGNANTE: L'avete capita ora?

Qualcuno dice di sì, altri di no.

INSEGNANTE: E, riesci ancora a rispiegarla? Prova.

E: Quando L aveva poche carte sulla griglia, lui scartava le carte.

C: In realtà io cercavo di mettere tante carte... così anche se facevo errori, io ne avevo più di lui e vincevo il gioco.

INSEGNANTE: Ora vi faccio vedere: lui dice io, intanto, ne posiziono un po', poi vedo che il mio avversario ne ha messe soltanto 4 e io 8. A questo punto, se le prossime tre io le scarto, vinco. Giusto?

Qualcuno: Forte! È vero.

INSEGNANTE: Perché ne ho sempre di più dell'altro. Capito?

H: Non ho ancora capito.

INSEGNANTE: H non ha ancora capito, vieni C a farlo vedere alla lavagna.

C: I numeri me li invento?

INSEGNANTE: Sì sì.

Si procede con la scrittura sulla lavagna dell'esempio.

C: Io, per esempio, pesco $3/2$, fa un intero.

INSEGNANTE: E lui posizionava la sua carta..

C: quindi mettiamo che io ne ho messe 7 e l'avversario solo 3, io le altre le pescavo e le mettevo negli scarti. Lui che ne aveva tre perdeva.

A: Eh ma se ne avevi 4 in più sì, se ne avevi 3 no.

INSEGNANTE: Ah.

A: (incomprensibile)

Si procede a spiegare a H questa strategia nella confusione.

INSEGNANTE: Però A ha detto una cosa interessante.

A: Il gioco funziona se ne hai quattro in più, se no..

INSEGNANTE: Aspetta, spiega bene.

A: Se ce ne hai due in più, non devi farlo, perché quando prendi le carte, l'altro le mette.

INSEGNANTE: Potrebbe metterle, e a quel punto, se tu non guardi e stai attento, potrebbe metterle e a quel punto perdi e vince l'avversario.

H: Quindi se te ce ne hai di più e l'avversario di meno, le tue prossime tre carte le metti qua (scarto) e tu vinci e lui perde.

INSEGNANTE: Sì però A ti ha detto "Stai attento, non fare questo gioco sempre".

M: Solo quando ne hai molte di più.

Da questa conversazione emergono diverse strategie finalizzate alla vittoria: a partire dalla riflessione sulle carte, H racconta che anche lui aveva difficoltà nel gestire le carte con "numeri grandi", ovvero le carte non ridotte ai minimi termini, e quindi, di fronte a questo ostacolo, la scelta da fare era tra calcolare con più fatica il valore oppure scartare la carta e perdere sia una carta sul tabellone sia uno spazio dove eliminare una futura carta. Da qui C collega la propria strategia: probabilmente legandola all'uso del tabellone, ripercorre le proprie mosse ed in particolare l'occupazione della maggior parte degli spazi vuoti per poi eliminare tre carte di seguito e far finire il gioco. Dato che non tutti comprendono la sequenza di mosse e il ragionamento che le sostiene, come insegnante guida ho chiesto ad altri compagni di rispiegare la tecnica del bambino per cercare di dare a tutti la possibilità di comprendere: non riuscendo ad arrivare a ogni bambino, decido di intervenire spiegando con un esempio pratico. Ecco che altri comprendono la strategia ma è da sottolineare l'ottima osservazione di A: la tecnica funziona ma bisogna stare attenti anche al gioco dell'avversario perché se questo dovesse, alla fine dei tre turni, aver posizionato tre carte, avrebbe vinto la partita. Questa può essere considerata una strategia strutturale, che cerca di trovare un modo per vincere senza arrivare all'obiettivo del gioco, ovvero al calcolo e confronto delle frazioni.

H: Io, mi era rimasta (discorso incomprensibile) ...anche se non riuscivo a calcolare il risultato... (incomprensibile)... le metteva negli spazi di scarto, poi io le mettevo tutte e faccio tipo quelle delle complementari e vincevo.

INSEGNANTE: Aspetta, rispiegamelo. Forse ho capito, ma non ne sono così sicura. Intanto alza la voce che gli altri non ti sento.

H: Ogni tanto lo facevo perché mettevo le carte che potevo sulla griglia.

INSEGNANTE: Tu mettevi tutte le carte che potevi sulla griglia.

H: A caso.

INSEGNANTE: A caso, okay.

H: Così almeno vincevo.

Qualcuno risponde "Anche io".

INSEGNANTE: Sempre?

H: No no.

INSEGNANTE: Potevano essere però tutte sbagliate...

M: però vincevi lo stesso perché avevi tutte le carte sulla griglia.

INSEGNANTE: Eh no, perché...

N: Se sono errori...

INSEGNANTE: Se sono in ordine, dovevi contare (per la vittoria) solo quelle in ordine, mica solo quelle sulla griglia. Se non erano in ordine, le dovevi scartare.

H: Eh ma se eravamo due a due, per vincere facevo questo.

INSEGNANTE: Ah okay, se eravate in pareggio, provavi a fare così.

H: Così almeno recuperavo e vincevo.

INSEGNANTE: Andavi un po' di fortuna, speravi nella fortuna.

Comprendo di aver ottenuto un buon grado di neutralità rispetto al giudizio dei loro pensieri quando rileggo questa conversazione estrapolata dalla discussione: H "confessa" la propria strategia sul posizionare le carte completamente a caso, cercando infine di dare una parvenza di intenzionalità strategica a un'azione che era stata, di fatto, casuale. Considero questo clima di libertà espressiva un aspetto molto positivo perché i bambini si sono sentiti liberi di raccontare tutti i propri pensieri, anche quelli che, rispetto alle aspettative dell'insegnante, potrebbero apparire come meno validi/corretti.

INSEGNANTE: Andavi un po' di fortuna, speravi nella fortuna. E invece, avete mai usato l'uso del girare la carta?

Qualcuno risponde di sì.

E: Poco.

INSEGNANTE: Spiegate mi un attimo. Sentiamo e facciamo raccontare anche qualcun altro. Tipo U mi sembra che abbia detto di sì, che ogni tanto le usavi.

U: Eh sì.

INSEGNANTE: Come mai? Quando è che giravi la carta? Quando la usavi in un modo e quando nell'altra?

U: Per non farmi scartare carte quando ero in minoranza sulla griglia.

INSEGNANTE: Rispiegamelo un attimo meglio

U: Eh non so. Non so spiegarlo.

INSEGNANTE: Provaci, tranquillo. Quando è che ti serviva?

U: Per non scartarle, per quando ero in minoranza.

INSEGNANTE: Minoranza cosa intendi?

U: Quando avevo poche carte sulla griglia. Facevo questa strategia.

INSEGNANTE: Le giravi... e dove le mettevi?

U: Ehm, va beh non so spiegarlo... ehm.... (silenzio)

INSEGNANTE: Tipo, facciamo un esempio?

U: Sì

INSEGNANTE:; Se abbiamo 6/5, dove la mettiamo? Nella griglia verso destra o sinistra?

U: destra

INSEGNANTE: Destra?

U: no sinistra....

INSEGNANTE: Okay, sinistra... Ma se tu mi dici, dimmi se ho capito bene, qua (indicando la parte sinistra) ho tutto occupato, cosa faccio?

U: Giro la carta

INSEGNANTE: Giro la carta e dove va adesso?

U: Verso destra

Rispetto all'uso doppio delle carte, e quindi alla possibilità di cambiare il valore girando la carta e invertendo il numeratore con il denominatore, chiedo a U di raccontare il suo gioco. La mia scelta nell'intervistare U non è stata casuale: dopo tante osservazioni ho ben presente il carattere di ciascun bambino presente nella classe e in particolare U è un bambino che, pur non essendo tra gli alunni più performanti della classe, dimostra di saper individuare delle buone strategie; ciò che lo frena è una marcata insicurezza nell'esprimere la propria opinione e nel trovare i termini giusti per esporla. Per questi motivi, sentendo la sua voce fra quelle che rispondevano affermativamente all'uso del valore duplice delle carte, ho cercato di incoraggiarlo a

referire la strategia sottostante: purtroppo, nonostante l'esempio pratico mi sembrasse un buon modo per aiutarlo a esporre la propria idea, non siamo riusciti a giungere ad un ragionamento compiuto rispetto alle proprie azioni.

L: Io a volte giravo le carte per non farne venire frazioni improprie.
 INSEGNANTE: Perché non volevi le frazioni improprie?
 L: Perché se mettevo una frazione impropria, magari la mettevo qua (indica verso destra) e poi ne mettevo un'altra e poi ancora un'altra e veniva da scartare, poi un'altra e un'altra.
 INSEGNANTE: Okay, è sempre vero questo?
 L: No.
 INSEGNANTE: In che senso no?
 L: Non sempre vengono carte che si possono girare.
 INSEGNANTE: Non sempre vengono carte che si possono girare... tipo?
 L: Ehm, tipo...
 INSEGNANTE: B te ne fa vedere una...
 N: Tipo 0/9.
 INSEGNANTE: È vero, 2/2 non si può girare, poi? Ce ne sono altre?
 L: 0/7.
 INSEGNANTE: Sì tutte quelle con lo 0, sì, 0/2... Quelle lì non si potevano girare, quindi, cosa ne facevi? Ad esempio, tutte quelle con lo 0/1, dove le avete messe?
 L: Nella prima casella.
 INSEGNANTE: Come mai nella prima casella?
 L: Perché così erano equivalenti.
 INSEGNANTE: Così erano equivalenti... perché?
 L: Sì, tipo 0/1, 0/4...
 INSEGNANTE: Okay tutte quelle con lo 0 facevano 0... ma perché le mettevi nel primo posto?
 L: Perché era il numero più basso...
 INSEGNANTE: Siete tutti d'accordo?
 Quasi tutti rispondono di sì.
 E: Io li mettevo nella prima casella.
 INSEGNANTE: M sei d'accordo?
 M: Se io trovavo uno 0, lo mettevo al primo posto.

Sempre rispetto al duplice utilizzo delle carte, altri bambini hanno espresso il loro ragionamento: L girava la carta in modo da non ottenere una frazione impropria. Rispetto a questa riflessione, avrei voluto spingere la mia conduzione ad analizzare la

natura delle carte, ovvero il fatto che fossero composte da numeri che partivano dallo 0 e arrivavano al 9, superando quindi il classico concetto secondo cui le frazioni arrivano fino a 1, e rappresentando diversi modi in cui questo limite potesse essere superato. Un altro filone che avrei voluto indagare riguardava la possibilità di scegliere se creare una tabella che utilizzasse i numeri dallo 0 al 9 oppure limitarla fino all'1, rendendo il gioco, forse, meno articolato ma eliminando l'incombenza del calcolo delle frazioni superiori all'intero. La discussione, invece, è virata verso le carte che non potevano essere girate, o perché il valore sarebbe diventato indefinito (possibilità riguardante la divisione di un numero N per 0), oppure perché numeratore e denominatore risultavano uguali ($2/2$), rendendo quindi l'inversione inutile.

INSEGNANTE: Okay, poi se invece vi capitava un numero tipo $1/1$, $6/6$... dove lo mettevate?

E: Io lo mettevo tipo qua (indica la terza posizione).

INSEGNANTE: Come mai lì?

E: Non ho capito...

INSEGNANTE: Allora io ti ho chiesto quelli che facevano 1, quindi $1/1$, $2/2$...

E: Li mettevo qua (indica la terza casella).

INSEGNANTE: Nella terza casella...

E: Perché mi potevano venire numeri più alti.

M e L: Io lo mettevo nel quarto...

M: Io lo mettevo, cioè non mi usciva quasi mai, ma lo mettevo qua... (indica l'ultima casella)

G: Io lo mettevo sempre qua nella prima casella.

H: Io mettevo, tipo, $0/3$ poi lasciavo tipo $0/1$...

INSEGNANTE: È equivalente o no?

H: No

INSEGNANTE: No?

E: Fanno tutte e due 0

INSEGNANTE: $0/1$ e $0/3$, fanno lo stesso numero?

H: (fa segno di no).

INSEGNANTE: No? Che numero fanno? $0/1$ fa 0, $0/3$ fa 0 e quindi erano equivalenti.

H: Eh sì

INSEGNANTE: G, scusami, tu dicevi che lo mettevi nel primo posto.

G: Sì perché se faccio, $4:4$, fa sempre 1. Quindi è nella prima casella.

INSEGNANTE: Sì, okay. C'è qualcuno che non è d'accordo? A cui non va bene la strategia di G? G metteva sempre $1/1$, $4/4$ nella prima casella...

C: No perché se mi escono numeri che devo mettere prima...

V: Infatti! Tipo $1,4$...

...

INSEGNANTE: Un attimo, G, dì la tua! Controbatti!

G: Se ne usciva un altro, invece che questo qua, se mai lo mettevo qua (negli scarti) e il primo lo lasciavo vuoto.

INSEGNANTE: Aspetta ripeti, mi sono persa.

G: Se me ne uscivano diversi, rispetto a questo...

INSEGNANTE: Più grandi o più piccoli?

G: Più grandi, per esempio $4/8$...

INSEGNANTE: Quindi...

G: Li mettevo, non nella prima casella ma dalle altre parti e mi tenevo la prima casella libera.

INSEGNANTE: Libera per $1/1$, quello che faceva 1 lo mettevi sempre qua (prima casella). Però guarda che C ti diceva "Secondo me ci sono tanti altri numeri che potrebbero essere messi prima..." Tipo?

C: No quelli dopo... No allora non ho capito.

INSEGNANTE: Allora...

C: quando usciva $1/1$ lo mettevi al primo posto o...?

INSEGNANTE: Lo metteva al primo posto.

C: Eh no allora, non va bene, ci sono dei numeri prima.

Dalla riflessione sull'inutilità di girare le carte con numeratore e denominatore uguali, mi è venuto in mente di chiedere in quale posizione inserissero proprio quei numeri che portavano al valore 1: alcuni posizionavano la carta al centro del tabellone, mentre G riteneva fosse necessario posizionarla al primo posto. Ho cercato quindi immediatamente di far riflettere il gruppo classe, anche alla luce del ragionamento appena fatto sui numeri il cui risultato era 0, su questa posizione e, come speravo, è emersa la necessità di lasciare degli spazi prima del numero intero 1 per inserire quelle carte il cui valore era compreso tra 0 e 1. Ho cercato anche di spingere G a spiegare meglio la sua teoria e controbattere ma la spiegazione dei compagni era ormai più forte dal punto di vista logico per poterla supportare ancora.

H: Sapete la mia strategia? Se mi usciva la carta Jolly, la mettevo qua perché così avevo sempre uno spazio dove mettere la carta più piccola.

INSEGNANTE: Ohhhh, H dice “Io mettevo la carta Jolly sempre qui, così avevo sempre lo spazio per mettere la carta più piccola”. Vi sembra una strategia vincente? Rispondono di sì.

INSEGNANTE: Come mai? T ti sembra una strategia vincente mettere la carta Jolly qua, in modo tale che se trovo un numero più piccolo di tutte le altre...

M: Sì è vero...

INSEGNANTE: Può essere una strategia vincente?

T: (fa cenno con la testa di sì).

B: Secondo me no perché di solito ti escono i numeri più piccoli ma ti conviene metterli per primi, ma se metti il Jolly subito di là, non puoi più mettere i numeri piccoli di là.

E: Io i Jolly li metterei qua e qua (indicando gli estremi).

INSEGNANTE: Agli estremi.

E: Perché è più raro che escano numeri più grandi...

INSEGNANTE: Ah okay, quindi verso i numeri più grandi.

H: La carta Jolly qua... (incomprensibile) .

INSEGNANTE: C'è un caso in cui la carta Jolly non può avere un valore più piccolo di quello che ho messo? C'è un valore che devo mettere quasi sempre nel primo posto?

Alcuni rispondono lo 0.

INSEGNANTE: Oh, lo 0. Più piccolo dello zero non c'è nessun numero.

Dopo una breve discussione su dove posizionavano i numeri, emerge che H sfruttava le carte Jolly per tenersi degli spazi liberi dove inserire, nel caso, una carta pescata. Mentre E sostiene che quelle carte vadano messe agli estremi, B ritiene che sia più utile metterle all'estremo di destra dove, secondo la sua esperienza, raramente escono delle carte. In realtà, la probabilità non è così bassa: basti pensare che le carte sono tutte girabili e quindi, se in un verso la carta fosse risultata essere compresa tra 0 e 1, nell'altro verso questa sarebbe stato posizionabile dopo il valore 1. Per esempio, la carta $2/9$ deve essere posizionata nel primo intervallo proposto prima, ma la stessa carta girata su $9/2$ deve essere messa dopo l'1. Alla fine, sulla riflessione rispetto alla possibilità di trovare il numero più piccolo nel mazzo di carte, concordano in tanti che le carte siano quelle con numeratore 0.

D: Per me va bene mettere i Jolly nel secondo e adesso mi sono accorto che trovavo dei numeri grandi. Quindi metterei quei Jolly tra il penultimo e il terzultimo perché non trovavo, mi venivano pochi per il terzo, quarto e quinto.

INSEGNANTE: Okay, li metteresti lì. E?

E: Io da una parte concordo con H, dall'altra no. Per come me lo ha detto, nel secondo va bene ma non lo metterei nel penultimo perché a me uscivano tanti numeri che potevo mettere lì.

M: Anche a me un sacco.

INSEGNANTE: Nel penultimo?

E: Sì, io lo avrei messo nel primo.

INSEGNANTE: Okay, qualcosa di tanto nuovo?

H: Concordo con E e M ma potrei doppiarlo.

D: (incomprensibile)... io avrei messo tutti i due Jolly, che prima nel primo e nel penultimo, trovavo tanto. In quelli in mezzo, no, avrei messo tutti e due i Jolly lì che se trovavo un numero della terza casella, lo mettevo lì e avevo finito.

INSEGNANTE: Okay, va bene. Qualcun altro ha qualcosa da dire?

B: Io sinceramente sono d'accordo con L se hai pochi spazi e sono più d'accordo con me se hai tanti spazi...

INSEGNANTE: Liberi...

B: Perché se hai molti spazi liberi, metterli uno sopra all'altro non serve a tanto; se devi, se hai proprio quei minimi spazi è meglio metterli uno sopra all'altro.

INSEGNANTE: Hai capito il suo discorso? Lui dice "se io ho quasi tutto pieno, mettilo pure uno (Jolly) sopra all'altro di Jolly, perché tanto non li puoi mettere dalle altre parti quindi va bene uguale. Fai numero come dicevi tu". Se invece ho tanti spazi liberi, se ti capita dei numeri più grandi puoi metterli, quindi non ha senso metterli uno sopra all'altro. Concordi o no?

L: No

INSEGNANTE: No, okay. Va bene basta.

B: Ognuno ha la sua strategia.

Alla fine di questa seconda discussione matematica, ritengo che i contenuti siano parzialmente raggiunti: il discorso si è concentrato tanto su una strategia. Questo avvenimento ha punti a favore e altri a sfavore: se da una parte ha permesso il vero confronto di idee tra bambini, aiutandoli a sviluppare il loro pensiero e a controbattere ad una idea opposta, al tempo stesso ha assorbito tanto tempo che si sarebbe potuto dedicare all'esplorazione di altre tecniche e altre strategie. Inoltre, il confronto ha

coinvolto solo una parte della classe, mentre un'altra è stata silenziosa e talvolta anche annoiata, il che rende tale metodo poco funzionale. È importante, infatti, che la metodologia coinvolga tutti e non solo una parte della classe.

Autovalutazione

Al termine di ciascuna attività riguardante i giochi, ho somministrato ai bambini un questionario di autovalutazione: in particolare ho chiesto di rispondere ad alcune domande di riflessione sul gioco, sulle partite giocate e sulle proprie strategie. Infine, ho domandato loro di proporre eventuali modifiche al gioco per valutarne la fattibilità.

Le domande miravano a una maggiore comprensione delle idee dei bambini successivamente anche alla discussione matematica: in particolare, il mio interesse era rivolto a quei bambini che non sono riusciti o non hanno voluto esprimere la loro opinione riguardo alle strategie utilizzate o alle difficoltà incontrate.

Di seguito illustrerò, domanda per domanda, lo scopo della domanda e i risultati ottenuti rispetto ai due giochi.

Nome e cognome: _____ Data: _____

TROIS PUOR MOI

Come si gioca?

Esistono delle strategie per vincere?

Il mio compagno o la mia compagna di gioco era: _____

Come è stato giocare contro il mio compagno o compagna?

Ci sono state delle differenze tra la prima partita e la seconda?

Sono soddisfatto o soddisfatta di come ho giocato? Perché?

Se dovessi giocarci di nuovo, lo cambierei...

Figura 9 - Scheda autovalutativa "Trois Puor Moi"

Nome e cognome: _____

Data: _____

LINE 'EM UP

Come si gioca?

Esistono delle strategie per vincere?

Come è stato giocare contro il mio compagno o compagna?

Ci sono state delle differenze tra la prima partita e la seconda?

Ho avuto delle difficoltà? Non ho capito qualche concetto? Le maestre mi possono spiegare qualcosa meglio?

Sono soddisfatto o soddisfatta di come ho giocato? Perché?

Se dovessi giocarci di nuovo, io cambierei...

Figura 10- Scheda autovalutativa "Line 'Em Up"

La prima domanda “Come si gioca?” mira a valutare se i bambini erano capaci di ripercorrere le tappe principali del gioco, rielaborarle e spiegarle in forma scritta.

Rispetto al gioco “Trois Pour Moi” (Figura 9) è emersa una buona comprensione del gioco: è interessante che ciascuno racconti a proprie parole il funzionamento mettendo in evidenza diversi aspetti, come l’uso dei dadi, le modalità per vincere o le azioni dell’avversario. Di particolare interesse sono le risposte riguardanti i “148 numeri/caselle”, elemento che non era emerso nella discussione matematica e che il bambino ha voluto sottolineare, le strategie da applicare “se lanci un dado serve per fare un calcolo più piccolo e se tiri due dadi è per avere un numero più alto”, un esempio diretto “Esempio. $6 \times 8 = 48$ prendi la pedina e mettilo sul risultato ma se l’avversario ti blocca non puoi mettere la pedina su un altro 48”.

In “Line ‘Em Up” (Figura 10) emerge una generale comprensione di base del gioco anche se talvolta la narrazione è molto concisa e mancante di alcune caratteristiche del gioco. Il risultato è abbastanza discordante con la complessità del gioco stesso: le motivazioni possono essere legate o ad una mancanza di comprensione completa dei vari scopi del gioco oppure al fatto che i tempi dedicati a queste risposte sono stati minori.

La seconda domanda riguarda l’esistenza delle strategie per vincere: questa ha lo scopo di comprendere se la discussione guidata è stata fruttifera, ovvero se ha permesso a ciascuno di individuare meglio la propria strategia, aver valutato quella di altri e aver migliorato le scelte fatte. Nel gioco “Trois Pour Moi” (Figura 9) sono apparse tante strategie raccontate durante la discussione matematiche: questo mi fa comprendere che il momento dedicato al confronto e all’esplicitazione delle strategie ha permesso a ciascuno di rifletterci sopra ed elaborare la propria idea. Interessanti sono le riflessioni riguardo il cambio di strategia in base al compagno con cui si giocava e l’attenzione al

fatto che possano esserne più di una e che ognuno trova quella più congeniale al proprio modo di calcolare.

Rispetto al gioco “Line ‘Em Up” (Figura 10), dalle risposte sulle strategie comprendo che alcuni hanno preferito affidarsi al caso, un po’ per pigrizia un po’ per incapacità di calcolare velocemente i valori da posizionare; altri, invece, provano a raccontare le strategie utilizzate o comprese dalla discussione matematica avvenuta poco prima. Nessuno ha evidenziato elementi nuovi rispetto alle riflessioni fatte in gruppo.

La terza domanda “Come è stato giocare contro il mio compagno o compagna?” voleva indagare le sensazioni provate durante il gioco e monitorare se attribuivano alla vittoria o alla perdita l’aver giocato con uno specifico compagno/a.

In “Trois Pour Moi” (Figura 9) i bambini dicono che è stato divertente giocare contro il proprio compagno/a anche se talvolta non erano state partite vincenti; hanno notato una differenza nel loro uso delle strategie in base al compagno che si ritrovavano come avversario e talvolta questi li mettevano in difficoltà.

Nel gioco “Line ‘Em Up” (Figura 10) il riscontro rispetto alla sfida con il compagno risulta variabile: quasi la metà risponde che è stato difficile, chi per la complessità della strategia del compagno, chi per la difficoltà nel comprendere le regole del gioco; l’altra parte della classe, invece, ritiene che sia stato facile giocare con il compagno o la compagna e che sia stato anche divertente. Da queste risposte deduco che ci sia stata una partecipazione attiva di tutti ma che la percezione si sia basata anche sulle capacità proprie del bambino.

La quarta domanda era simile a quella precedente, “Ci sono state delle differenze tra la prima e la seconda partita”: la differenza era nel focus che dal compagno si voleva spostare sul loro gioco e sulla loro percezione di sé stessi rispetto al modo di giocare.

Il fine in “Trois Pour Moi” (Figura 9) è stato colto poiché alcuni hanno sottolineato che si sono sentiti più preparati, altri hanno sperimentato diverse strategie, altri ancora hanno notato le differenti strategie dei compagni avversari.

Anche rispetto a questa domanda, per il gioco di “Line ‘Em Up” (Figura 10), i bambini hanno risposto in maniera contrastante: una parte di loro ritiene di aver compreso meglio il gioco a mano a mano che si susseguivano le partite, l’altra non nota grandi differenze tra le partite giocate.

Per il gioco “Line ‘Em Up” (Figura 10) ho pensato di aggiungere una domanda riguardante le difficoltà incontrate durante il gioco: la maggior parte ha riferito di non aver avuto problemi nel gioco e di aver compreso i concetti discussi nella riflessione di classe; alcuni, invece, hanno avuto difficoltà nel posizionare le carte in ordine crescente e nel trasformare tutte le carte nella stessa rappresentazione per poterle confrontare. Da questi riscontri è nata la scelta di parlare con l’insegnante, la quale ha deciso di riprendere e rispiegare gli argomenti che avevano lasciato più incertezze, come la trasformazione da frazione a numero decimale e viceversa.

Nella domanda “Sono soddisfatto o soddisfatta di come ho giocato? Perché?” volevo valutare quale era stato il loro sentimento riguardo alla propria performance, comprendere se attribuivano valore alle proprie capacità oppure se attribuivano l’esito a fattori esterni.

Nel gioco “Trois Pour Moi” (Figura 9) dai bambini emerge una generale soddisfazione, a parte alcuni casi che ritenevano di poter fare di meglio o erano delusi dalla loro sconfitta. È interessante però riprendere qualche riflessione in più: qualcuno era soddisfatto perché “non mi sono abbattuto e sono sempre stato sicuro” o “ho allenato le mie capacità nel calcolo”, altri perché hanno imparato un nuovo gioco o una

nuova strategia, un altro ancora “ho giocato pulito” oppure “ho giocato con astuzia e inganno”, infine un alunno ha notato che “più giocavo, più capivo le regole”.

Per il gioco “Line ‘Em Up” (Figura 10), i riscontri emersi dalla domanda sulla soddisfazione personale sono molto positivi: in particolare, qualcuno riteneva di essere orgoglioso di aver eseguito nuove strategie e di aver imparato nuove prospettive sulle frazioni.

Infine, ho posto una riflessione “Se dovessi giocarci di nuovo, io cambierei...” per valutare quali aspetti del gioco non avevano funzionato, cosa si poteva migliorare e quali dettagli proprio non erano piaciuti. Avrei potuto chiedere direttamente “Che cosa non ti è piaciuto del gioco?” per scoprire queste informazioni ma temevo l’effetto della desiderabilità sociale, ovvero ricevere le risposte che il bambino o la bambina ritiene più socialmente accettabile, educata o gradita all’insegnante per non deluderla o ferirla. Per questo motivo, ho reso la domanda meno diretta e chiedendo di mettersi loro nei panni dell’insegnante per rendere il gioco più divertente.

Nel gioco “Trois Pour Moi” (Figura 9) dalle risposte emerge in generale un apprezzamento del gioco ma con qualche modifica: il tabellone con tutte le caselle dall’1 al 100 e la modifica delle regole sull’uso dei dadi (6 risposte su 20). Mentre la richiesta di un cambio del tabellone mi sembra meno rilevante, la questione dei dadi mi sembra più importante: principalmente perché mi sono accorta che sia durante la fase di spiegazione sia durante la fase di discussione matematica, siano emerse diverse difficoltà rispetto alla gestione di tali regole e l’artificiosità della composizione del numero.

In “Line ‘Em Up” (Figura 10) le modifiche che i bambini vorrebbero fare sono poche e legate al numero di caselle presenti sulle due tabelle, quella di gioco e quella di

scarto, oppure renderlo ancora più complesso invertendo l'ordine delle carte da crescente a decrescente.

Sono soddisfatta delle risposte date dagli alunni poiché attraverso questa ulteriore indagine, con l'insegnante abbiamo potuto riflettere sugli argomenti da rivedere e sulla comprensione degli studenti. Questo questionario mi ha anche permesso di comprendere meglio che le discussioni matematiche sono state apprezzate e sono state utili per far elaborare un pensiero matematico ai bambini.

Un ritorno al modello

In questo capitolo, ho ripercorso la mia sperimentazione riflettendo e analizzando su come mi sono mossa, sui comportamenti attuati e sugli aspetti da migliorare, tornando a riflettere sui ruoli proposti dal modello M-CA_{CE} (Cusi & Malara, 2013).

Analisi del mio ruolo come docente

Questa sperimentazione è stata la mia prima esperienza come guida in una discussione matematica: risulta opportuno ed interessante, a parer mio, analizzare il mio operato alla luce del modello M-CA_{CE} (Cusi & Malara, 2013).

Come previsto dal modello di Cusi, durante la discussione matematica mi sono ritrovata a ricoprire sia il ruolo di insegnante partecipatore sia quello di insegnante guida, con una preponderanza, tuttavia, di quest'ultimo.

Nel ruolo di insegnante partecipatore, il mio intervento si è concretizzato principalmente nella funzione di guida operativa-strategica, ponendo domande che facessero emergere le caratteristiche degli oggetti utilizzati nel gioco con il fine di un uso consapevole di essi, e nella funzione di attivatore di processi interpretativi, chiedendo agli alunni di riflettere sui significati dati alle proprie scelte strategiche e su quelle altrui. Per esempio, ho chiesto più volte agli alunni di riflettere sul significato che loro attribuivano ai termini “numeri piccoli” o “numeri grandi”, sia nel gioco “Trois Pour Moi” sia in “Line ‘Em Up”, con lo scopo di evidenziare la soggettività nella lettura dei dati e di stabilire un criterio comune per interpretarli.

Il ruolo di insegnante guida è stato senz'altro predominante nel corso della discussione matematica: sia nel favorire gli equilibri tra sintassi e semantica, sia nel

guidare gli alunni ad argomentare in maniera approfondita le loro strategie, sia nell'attivare atteggiamenti critici sull'efficacia del proprio approccio.

In particolare, vorrei soffermarmi sull'analisi di questi ultimi ruoli, osservando in maniera critica i momenti in cui sono riuscita a portare a termine la riflessione con i bambini e quelli in cui, a posteriori, ritengo che sarebbe stato utile portare avanti il ragionamento.

Rispetto al ruolo di insegnante come guida nel favorire l'equilibrio tra sintassi e semantica, mi sono spesso ritrovata a sollecitare gli alunni a collegare le proprie scelte procedurali con il significato matematico sottostante: in particolare, nel gioco "Line 'Em Up", chiedendo agli studenti di esplicitare come mai posizionassero un numero in un preciso posto anziché un altro, come nel caso dello 0, miravo a mettere in relazione l'azione semantica del posizionamento sul tabellone con il suo significato semantico riguardante il valore numerico che quella postazione rappresentava. Allo stesso modo, indagando in quali occasioni gli alunni utilizzassero la duplicità del valore delle carte domino, puntavo a esplicitare il collegamento tra la caratteristica della carta con doppia lettura e il conseguente significato rispetto alla strategia adottata.

Per quanto riguarda il ruolo di guida riflessiva, esso si è manifestato in diversi modi: nella prima discussione matematica è stato fondamentale stimolare gli alunni a esplicitare la loro strategia poiché, essendo per loro il primo approccio alla metodologia, necessitavano di essere accompagnati con domande dirette su come esprimere a parole il proprio ragionamento. Ne sono esempio, le molteplici volte in cui l'intervento dei bambini risultava essere breve e poco chiaro, ma attraverso una serie di domande di chiarimento, sono giunti a spiegazioni più complete e più strutturate del loro ragionamento. Importanti sono stati anche i miei interventi rispetto alla ripetizione delle strategie esposte volti a sottolineare aspetti nuovi emersi e per far comprendere a tutti il

ragionamento, come nel caso della strategia, utilizzata da un alunno, di eliminare tre carte di seguito per far concludere la partita e vincere. Mi sono ritrovata spesso anche a chiedere ai bambini di interpretare o ripetere le strategie altrui di per sollecitare la riflessione non solo sulla propria metodologia ma anche su quella dei compagni, con il fine di valutarne anche un'eventuale efficacia.

Infine, soprattutto nella discussione matematica riguardante “Line ‘Em Up”, ho chiesto spesso di riflettere sulle proprie scelte, sull'efficacia o meno delle strategie e sulla possibilità di integrare o di utilizzare le strategie altrui. È il caso dell'ultima riflessione in cui un alunno afferma che avrebbe valutato l'uso della propria strategia o quella del compagno in base alla situazione che si fosse trovato davanti.

Mi sono accorta che talvolta non ho portato a termine il mio ruolo: è il caso dell'alunno che non riusciva ad esprimere il proprio pensiero. Con una serie di domande, sono riuscita a far emergere dei punti del suo pensiero, ma alla fine non chiedendo di riformulare, alla luce dei suggerimenti ricevuti, il pensiero completo non sono sicura che abbia effettivamente raggiunto un pensiero logico sull'argomento. Rileggendo la trascrizione, sono rimasta con il dubbio se il bambino si sia limitato a rispondere alle mie domande senza che nulla rimanesse nel suo bagaglio personale, oppure se quelle stesse domande lo abbiano effettivamente aiutato nell'elaborare il suo pensiero in maniera più chiara e delineata.

Mi ritengo comunque soddisfatta del lavoro compiuto da me e dalla classe, insieme abbiamo scoperto un nuovo modo di esercitare la matematica e abbiamo sviluppato le capacità di espressione e di argomentazione del proprio pensiero. Inoltre, ritengo sia stato utile anche per aiutare i bambini ad ascoltare prospettive diverse dalla propria e a valutarne la correttezza.

Conclusioni

Questa sperimentazione didattica ha permesso di mostrare un esempio di come utilizzare i giochi per l'apprendimento della matematica e del ruolo docente nella proposta di tali esperienze. Rispetto ai diversi progetti trovati in letteratura su queste tematiche, la sperimentazione ha usufruito della metodologia della discussione matematica, permettendo una riflessione sia sugli interventi degli alunni sia sui ruoli assunti dal docente nelle diverse fasi.

Di importanza fondamentale è inquadrare il contesto in cui si vuole lavorare, andando a comprendere a fondo le risorse di cui si dispone e le difficoltà e le necessità dei bambini, adattando sulla base di questi fattori l'approccio didattico. In questa progettazione, infatti, si sono valutati attentamente gli obiettivi d'apprendimento che si volevano raggiungere e le modalità per ottenerli, tenendo ben presente la situazione della classe. È stata scelta la discussione matematica per far emergere i concetti didattici senza che i bambini fossero esposti a giudizio. Infine, ho proposto una breve scheda autovalutativa per approfondire quale sia stato l'interesse dei bambini, la loro comprensione dei contenuti delle attività e l'espressione del proprio pensiero personale.

Da queste fasi, è emersa un'attenta riflessione sul mio ruolo come docente, evidenziando i momenti di forza e quelli di debolezza. Al tempo stesso, il gioco è stato uno strumento che ha reso l'apprendimento e la riflessione matematica un momento divertente e meno giudicante.

Possibili studi futuri potrebbero utilizzare le stesse metodologie applicate a giochi differenti, oltre che essere adattate a classi di grado diverso: inoltre, una sperimentazione trasversale su classi dello stesso grado utilizzando giochi diversi ma con tematica comune, permetterebbe di far emergere l'importanza di trattare un

argomento attraverso canali differenti ed eventuali fattori di successo o di criticità. In aggiunta, osservare l'utilizzo del gioco come metodologia didattica in un intero ciclo scolastico, permetterebbe agli insegnanti di rendere evidente l'evoluzione del pensiero matematico dei bambini nel percorso di scuola primaria dal primo fino al quinto grado.

Infine, per quanto riguarda l'aspetto dell'autoriflessione sul docente, questa consente di indagare le proprie attitudini rispetto alle situazioni osservate e migliorare l'interazione insegnante-studente. Questa consapevolezza professionale è fondamentale per riposizionare lo studente al centro del processo di apprendimento, offrendogli i presupposti per un'esplorazione autonoma e assicurando, al contempo, la mediazione di un docente capace di accompagnare la scoperta in maniera non autorevole e vincolante.

Bibliografia e sitografia

- Ajello, A. M., Pontecorvo, C., & Zuccheromaglio, C. (2004). *Discutendo si impara: interazione sociale e conoscenza a scuola. Nuova edizione*. Roma: Carrocci.
- Bartolini Busi, M. G., Boni, M., & Ferri, F. (1995). *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica*. Modena: Centro Doc Educativa.
- Cera, R. (2009). *Pedagogia del gioco e dell'apprendimento. Riflessioni teoriche sulla dimensione educativa del gioco*. Milano: Franco Angeli.
- Cusi, A., & Malara, N. A. (2013). A theoretical construct to analyze the teacher's role during introductory activities to algebraic modelling. *Proceedings of CERME 8* (p. 430-439). Middle East Technical University.
- Cusi, A., & Morselli, F. (2024). Discussing about games: focus on the teacher's orchestration. *Game-based and playful Approaches to Mathematics Education*. Roma.
- Cusi, A., Maffia, A., Palha, S., & Vogler, A.-M. (2024). Introduction. *Game-based and playful Approaches to Mathematics Education*. Roma.
- Cusi, A., Malara, N. A., & Navarrete, A. (2017). Il ruolo dell'insegnante nell'ambito di una didattica dell'algebra come strumento per ragionare: lenti teoriche per l'analisi. *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate* 40 (2), 157-180.
- De Simone, G., & Corrado, M. T. (2025). *Il gioco e l'apprendimento nella scuola primaria: storia e tecniche di didattica ludica*. Lecce: Mizar. Costellazioni di pensiero.
- GAME, Game-based and Playful Approaches to Mathematics Education. (2024). Roma.
- Halliday, M. A. (1993). Towards a Language-Based Theory of Learning. *Linguistics and Education*, 93-116.
- Héroux, S. (2023). « Étude exploratoire de l'activité mathématique lors de séances de jeux en classe du primaire » Thèse. Montréal (Québec, Canada): Université du Québec à Montréal.
- Héroux, S. (2024). Playing a mathematical game in a classroom: What does it mean for the teacher during the gameplay? *Game-based and playful Approaches to Mathematics Education*. Roma.
- Ligabue, A. (2020). *Didattica ludica. Competenze in gioco*. Trento: Erickson.

- MIM, M. d. (2025). *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione (D.M. 221/2025)*. Roma: Gazzetta Ufficiale della Repubblica Italiana.
- MIUR, M. d. (2012). *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione. (D.M. 254/2012)*. Roma: Gazzetta Ufficiale della Repubblica Italiana.
- Piaget, J. (1972). *La formazione del simbolo nel bambino. Imitazione, gioco e sogno. Immagine e rappresentazione*. (E. Piazza, Trad.) Firenze: La Nuova Italia.
- Todaro, V. (2022). *Il sapere in comunic-azione: la discussione guidata come strumento per lo sviluppo di competenze argomentative. Esperienze*. Genova: Genova University Press.
- Treccani. (2025, ottobre 16). *Enciclopedia Treccani*. Tratto da <https://www.treccani.it/enciclopedia/gioco/>
- Zan, R. (2012). La dimensione narrativa di un problema: il modello C&D per l'analisi e la (ri) formulazione del testo. Parte I. In R. Zan, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate* (p. 35: 107-126). Treviso.