

UNIVERSITÀ DI GENOVA
SCUOLA DI SCIENZE SOCIALI
DIPARTIMENTO DI ECONOMIA



Tesi di Laurea Magistrale in
Economia e Management Marittimo e Portuale

STAGIONALITÀ E COLLUSIONE TACITA
NEL MERCATO RO-PAX

Relatore:

Prof. Enrico Musso

Correlatore:

Prof.

Candidato:

Leonardo Maria Fernando
Toscano

Anno Accademico 2025/2026

ABSTRACT

Il presente elaborato studia la sostenibilità della collusione tacita nel mercato Ro-Pax, con riferimento ai collegamenti marittimi passeggeri caratterizzati da domanda stagionale, capacità rigida e numero limitato di operatori. La struttura di questi mercati li rende potenzialmente esposti a forme di coordinamento sui prezzi, e la loro rilevanza economica e regolatoria motiva l'analisi della misura in cui prezzi superiori al livello concorrenziale possano essere sostenuti in assenza di accordi espliciti. La domanda di ricerca è duplice: a quali condizioni il prezzo collusivo di monopolio congiunto è sostenibile come equilibrio di un gioco ripetuto con domanda ciclica e capacità fissa, e in quale fase del ciclo il vincolo che sostiene la cooperazione è più stringente. Viene adattato un modello di duopolio simmetrico di Bertrand con capacità esogena e domanda stagionale deterministica, dal quale si derivano il guadagno da deviazione, la perdita futura da punizione e il fattore di sconto critico. I risultati mostrano che la sostenibilità della collusione dipende dal rapporto tra domanda e capacità, non dal livello assoluto della domanda, e varia in modo non monotono lungo il ciclo. Il periodo più fragile non coincide necessariamente con il picco: alla saturazione i prezzi elevati riflettono la scarsità della capacità, mentre il vincolo diviene più stringente nelle fasi di mezza stagione.

ABSTRACT

This thesis studies the sustainability of tacit collusion in the Ro-Pax market, focusing on passenger ferry services characterized by seasonal demand, rigid capacity, and a limited number of operators. The structure of these markets makes them potentially prone to price coordination, and their economic and regulatory relevance motivates the analysis of the extent to which prices above the competitive level can be sustained without explicit agreements. The research question is twofold: under what conditions the joint-monopoly collusive price is sustainable as an equilibrium of a repeated game with cyclical demand and fixed capacity, and in which phase of the cycle the constraint that sustains cooperation is most binding. A symmetric Bertrand duopoly model with exogenous capacity and deterministic seasonal demand is adapted, from which the gain from deviation, the future loss from punishment, and the critical discount factor are derived. The results show that the sustainability of collusion depends on the demand-capacity ratio, not on the absolute level of demand, and varies non-monotonically over the cycle. The most fragile period does not necessarily coincide with the peak: at saturation, high prices reflect capacity scarcity, while the constraint becomes most binding in the mid-season phases.

INDICE

Elenco delle figure	6
Elenco delle tabelle	7
I Introduzione	8
I.1 Oggetto e Domanda di Ricerca	8
I.2 Il Trasporto Ro-Pax: Definizione e Specificità	9
I.3 La Domanda di Trasporto Passeggeri	10
I.4 Costi, Capacità e Forma di Mercato	11
I.5 Prezzi, Potere di Mercato e Collusione Tacita	12
I.6 Regolazione e Intervento Pubblico	13
I.7 Struttura del Mercato Ro-Pax Italiano	14
I.7.1 Principali operatori e capacità navale	15
I.7.2 Rotte annuali, rotte stagionali e continuità territoriale	15
I.7.3 Evidenza descrittiva e ruolo dei dati	18
I.8 Dalle Caratteristiche del Settore al Modello	19
II Revisione della Letteratura	21
II.1 La Collusione Tacita nei Giochi Ripetuti	22
II.1.1 Friedman 1971: le Fondazioni	22
II.1.2 Green e Porter 1984: Collusione sotto Monitoraggio Imperfetto	23
II.1.3 Fudenberg e Maskin 1986: il Folk Theorem con Sconto	24
II.1.4 Abreu 1986: punizioni ottime	26
II.2 Competizione sui Prezzi con Vincoli di Capacità	28
II.2.1 Kreps e Scheinkman 1983: il Gioco a Due Stadi	28
II.2.2 Brock e Scheinkman 1985: Supergiochi di Prezzo con Capacità Vincolante	30
II.2.3 Davidson e Deneckere 1990: la Capacità in Eccesso come Stru- mento di Sostegno della Collusione	32
II.3 Stagionalità e Collusione	35

II.3.1	Rotemberg e Saloner 1986: Guerre di Prezzo nei Boom di Domanda	35
II.3.2	Haltiwanger e Harrington 1991: Cicli Deterministici e Asimmetria Ascendente-Discendente	37
II.3.3	Fabra 2006: Cicli Stagionali e Capacità Vincolante	40
II.3.4	Knittel e Lepore 2010: collusione tacita con domanda ciclica e capacità endogena	42
III	Il Modello	48
III.1	Struttura del Mercato e Ipotesi Fondamentali	48
III.2	La Struttura della Domanda e i Regimi Stagionali	49
III.3	La Competizione Statica	52
III.3.1	Bassa stagione	53
III.3.2	Alta stagione	53
III.3.3	Stagione intermedia	54
III.4	I Cicli in Stagione Intermedia	55
III.5	La Collusione Tacita come Equilibrio del Gioco Ripetuto	56
IV	Sostenibilità della Collusione nel Ciclo Stagionale	59
IV.1	Richiamo dei Payoff Statici e delle Soglie	59
IV.2	Guadagno da Deviazione e Perdita da Punizione	60
IV.3	Il Vincolo Dinamico di Sostenibilità	63
IV.4	Riduzione al Primo Ciclo Futuro	65
IV.5	Relativizzazione Rispetto al Rapporto Domanda-Capacità	67
IV.6	La Soglia Critica $\rho = 2$	68
IV.7	Implicazioni per il Settore	69
V	Simulazione numerica	73
V.1	Calibrazione del modello	73
V.2	Risultati	75
Conclusioni		81
A	Derivazioni algebriche	84
A.1	Payoff collusivo	84
A.2	Payoff di deviazione	86
A.3	Payoff non cooperativo di punizione	87
A.4	Guadagno da deviazione e perdita da punizione	89
A.5	Normalizzazione tramite il rapporto domanda-capacità	92
A.6	Riduzione del valore futuro al primo ciclo scontato	93

A.7 Simmetria e asimmetria rispetto alla soglia critica	94
Bibliografia	97
Sitografia	99

ELENCO DELLE FIGURE

5.1	Profili stilizzati del rapporto domanda-capacità.	75
5.2	Fattore di sconto critico per periodo nei tre profili stilizzati.	76
5.3	Fattore di sconto critico al variare dell'intensità del picco stagionale. . . .	79

ELENCO DELLE TABELLE

1.1	Naviglio impiegato sulle due linee a regime stagionale.	16
1.2	Struttura di mercato delle due linee a regime stagionale.	17
1.3	Distribuzione trimestrale dei passeggeri imbarcati e sbarcati nei porti italiani, esclusi i crocieristi, anno 2024.	18
1.4	Passeggeri sulle linee con OSP invernale: ripartizione tra servizio in OSP e libero mercato, 2022–2024.	19
3.1	Esempio di struttura ciclica della domanda	50
4.1	Payoff statici per impresa nelle cinque regioni di domanda	60
4.2	Guadagno da deviazione e perdita da punizione per regione	63
5.1	Profili stilizzati del rapporto domanda-capacità nel ciclo a sette periodi.	74
5.2	Risultati principali dei tre profili stilizzati.	75
5.3	Effetto dell'intensità del picco stagionale sul periodo critico.	77
5.4	Ampiezza stagionale osservata.	80

CAPITOLO I

INTRODUZIONE

I.1 OGGETTO E DOMANDA DI RICERCA

Il trasporto marittimo Ro-Pax costituisce una componente rilevante della mobilità passeggeri su rotte insulari e su collegamenti nei quali il trasporto via terra è assente, incompleto o poco conveniente. Su molte di queste rotte opera un numero limitato di vettori, la capacità delle navi può essere modificata solo attraverso decisioni di investimento di medio e lungo periodo, e la domanda presenta una forte concentrazione stagionale. Questo elaborato indaga come queste tre caratteristiche, concentrazione dell'offerta, rigidità della capacità e stagionalità della domanda, incidano sulla possibilità per gli operatori di sostenere prezzi superiori al livello concorrenziale.

Quando gli operatori sono pochi e le barriere all'entrata sono elevate, la competizione può risultare meno aggressiva rispetto a quella prevista da un modello concorrenziale puro. In tali contesti, i prezzi possono collocarsi stabilmente sopra il livello competitivo anche in assenza di accordi espliciti tra le imprese. Il coordinamento può infatti emergere in forma tacita: ciascuna impresa mantiene un prezzo elevato perché si attende che le altre facciano lo stesso, e perché una deviazione unilaterale può essere seguita da una reazione competitiva capace di annullare il vantaggio ottenuto. La letteratura di economia dei trasporti evidenzia come nei mercati di linea, caratterizzati da elevati costi fissi, economie di scala e ridotta contendibilità, possano emergere condizioni favorevoli a forme di coordinamento sui prezzi (Musso et al., 2024).

La stagionalità della domanda rende questo problema dinamico. Il guadagno che un'impresa ottiene deviando dal prezzo collusivo dipende dal livello della domanda corrente, mentre la perdita che subisce se il coordinamento si interrompe dipende dalla domanda nei periodi successivi. Entrambe le grandezze variano lungo il ciclo stagionale. Di conseguenza, la collusione tacita non è necessariamente ugualmente sostenibile in tutti i periodi dell'anno: possono esistere fasi del ciclo in cui il vincolo di sostenibilità è più fragile.

L'elaborato si pone il fine di analizzare sotto quali condizioni il prezzo collusivo

di monopolio congiunto sia sostenibile come equilibrio di un gioco ripetuto quando la domanda segue un ciclo stagionale deterministico e la capacità non è espandibile nel breve periodo. Inoltre, si studia in quale fase del ciclo il vincolo che sostiene la cooperazione diviene più stringente.

L'analisi combina tre filoni della teoria dell'organizzazione industriale: la collusione tacita nei giochi ripetuti, la competizione in prezzi con vincoli di capacità, e la collusione in presenza di domanda ciclica. Tali strumenti vengono applicati al trasporto Ro-Pax, dove la capacità è trattata come esogena e rigida nel breve periodo e la domanda come un ciclo stagionale deterministico. Il modello viene poi studiato attraverso scenari numerici stilizzati.

Il lavoro è organizzato come segue. Il resto del presente capitolo descrive le caratteristiche economiche del mercato Ro-Pax e ne ricava le principali scelte di modellazione adottate nel seguito. Il Capitolo II ricostruisce la letteratura di organizzazione industriale rilevante, dalla collusione tacita nei giochi ripetuti alla competizione in prezzi con capacità vincolante, fino ai modelli con domanda ciclica. Il Capitolo III costruisce il modello di duopolio di Bertrand con capacità esogena e domanda stagionale. Il Capitolo IV deriva le condizioni di sostenibilità della collusione lungo il ciclo e ne discute le principali implicazioni per il settore. Nel Capitolo V viene, in ultimo, fatta una simulazione numerica utilizzando il modello proposto.

1.2 IL TRASPORTO RO-PAX: DEFINIZIONE E SPECIFICITÀ

Il ruolo del trasporto marittimo di passeggeri è cambiato profondamente con la diffusione dell'aviazione commerciale. Sulle lunghe distanze, il trasporto aereo ha progressivamente sostituito quello via mare. Al trasporto marittimo di persone restano oggi soprattutto due funzioni: il trasporto con veicolo al seguito su brevi e medie distanze, e il collegamento di rotte sulle quali l'alternativa terrestre non esiste o non è economicamente conveniente (Musso et al., 2024).

Il segmento Ro-Pax risponde direttamente a queste funzioni. Una nave Ro-Pax, abbreviazione di roll-on/roll-off passenger, trasporta congiuntamente passeggeri e veicoli, automobili e mezzi pesanti, attraverso una tecnica di movimentazione orizzontale: il carico e lo scarico avvengono mediante rampe di accesso, e i veicoli salgono a bordo con i propri mezzi. Questa caratteristica distingue il Ro-Pax sia dal trasporto passeggeri puro sia dal trasporto merci tradizionale, e lo lega alla mobilità automobilistica privata, al turismo e al trasporto su gomma.

Dal punto di vista economico, la specificità più rilevante per questa tesi riguarda il grado di sostituibilità del servizio. Su molte rotte Ro-Pax, in particolare nei collegamenti con le isole, il passeggero che deve raggiungere la destinazione con il proprio veicolo non

dispone di un sostituto diretto. L'alternativa aerea, dove presente, consente di raggiungere la destinazione ma non di trasferire l'automobile o il mezzo commerciale. Il servizio Ro-Pax assume quindi una funzione di accessibilità territoriale, specialmente nei collegamenti insulari.

Questa limitata sostituibilità conferisce agli operatori un certo margine di potere di mercato. Infatti, proprio la natura del servizio di trasporto di linea ro-pax dà al mercato una struttura oligopolistica: la rotta, gli orari, la possibilità di trasportare il veicolo, la frequenza e l'accesso ai terminal portuali costituiscono elementi che differenziano il servizio rispetto alle alternative disponibili. La tesi astrae da molte di queste dimensioni qualitative per concentrarsi su un meccanismo specifico che isola il rapporto tra domanda stagionale, capacità rigida e sostenibilità della collusione tacita.

Una parte rilevante della domanda Ro-Pax è legata al turismo e al tempo libero. Ciò è particolarmente evidente nelle rotte che collegano l'Italia continentale alle isole maggiori, dove il traffico passeggeri cresce sensibilmente nei mesi estivi e raggiunge il picco nel periodo di massima concentrazione turistica. Questa caratteristica rende il mercato adatto a un'analisi basata su domanda ciclica e capacità rigida.

I.3 LA DOMANDA DI TRASPORTO PASSEGGERI

Il trasporto non viene normalmente domandato per sé, ma perché consente a persone e merci di trovarsi in un luogo diverso da quello di partenza e di ottenere, in quel luogo, una maggiore utilità o un maggiore valore economico; perciò si dice che la domanda di trasporto è derivata (Musso et al., 2024). Nel caso del trasporto passeggeri, il viaggio è richiesto in funzione dell'utilità associata alla destinazione: vacanza, lavoro, studio, relazioni familiari o altre attività.

Nel caso Ro-Pax, un passeggero domanda il collegamento verso una destinazione perché attribuisce valore al trovarsi nel luogo di arrivo, potenzialmente anche con il proprio veicolo. La domanda del servizio di trasporto deriva quindi dalla domanda di accesso alla destinazione. Questa impostazione è particolarmente utile per comprendere la stagionalità: se la domanda sottostante è turistica e concentrata nei periodi di vacanza, anche la domanda di trasporto assume un profilo stagionale.

Il costo rilevante per il passeggero non si esaurisce nel prezzo monetario del biglietto. L'economia dei trasporti utilizza il concetto di costo generalizzato, che comprende il prezzo, il valore del tempo impiegato, il disagio, il rischio e altri elementi non monetari associati allo spostamento (Musso et al., 2024). La domanda di trasporto reagisce quindi al costo complessivo percepito dall'utente, non soltanto alla tariffa osservata.

Nella pratica, tuttavia, la stima delle componenti non monetarie del costo generalizzato è complessa. Per questo motivo, molte analisi utilizzano il prezzo monetario come

variabile osservabile principale, pur riconoscendo che esso rappresenta solo una parte del costo effettivamente percepito dal passeggero. Il modello sviluppato nei capitoli successivi adotta questa semplificazione: la domanda viene rappresentata come funzione del prezzo, mentre gli altri elementi del costo generalizzato sono mantenuti implicitamente costanti.

La composizione della domanda ne determina l'andamento nel tempo. Sulle rotte Ro-Pax verso destinazioni insulari a forte vocazione turistica, la componente legata al tempo libero e alle vacanze tende a prevalere su quella legata al lavoro o allo studio. Ne deriva una domanda fortemente stagionale, con un picco estivo pronunciato e una bassa stagione invernale. Poiché tale profilo è in larga parte legato al calendario delle vacanze e alle condizioni climatiche, esso presenta anche una componente prevedibile. Questa prevedibilità giustifica la scelta, adottata nel Capitolo III, di rappresentare la domanda come un ciclo deterministico.

I.4 COSTI, CAPACITÀ E FORMA DI MERCATO

La struttura dei costi del trasporto marittimo di linea è caratterizzata da una forte incidenza dei costi fissi. Una parte significativa dei costi è sostenuta prima della vendita del servizio ed è indipendente dal numero effettivo di passeggeri trasportati. Nel trasporto di linea, la traversata viene effettuata secondo l'orario programmato anche se il coefficiente di riempimento è basso; di conseguenza, molti costi operativi risultano determinati dalla decisione di offrire il servizio, più che dalla quantità effettivamente venduta (Musso et al., 2024).

Finché vi è capacità disponibile, il costo marginale di imbarcare un passeggero o un veicolo aggiuntivo è relativamente contenuto rispetto al costo complessivo del viaggio. Una volta raggiunta la capacità massima, tuttavia, ulteriori unità di domanda non possono essere servite senza modificare la capacità stessa. Il modello recepisce questa struttura normalizzando il costo marginale a zero fino al vincolo di capacità e trattando la capacità come limite fisico alla quantità vendibile.

Inoltre, la capacità non è una variabile continua. Essa si modifica attraverso decisioni discrete, come l'aggiunta di una nave, la sostituzione di una unità con una di portata maggiore o la variazione della frequenza delle partenze. Tali decisioni richiedono investimenti, programmazione e tempi tecnici. Nel breve periodo, la capacità è quindi un dato, non una leva immediatamente modificabile. Per questa ragione, nei capitoli successivi la capacità viene trattata come parametro esogeno e rigido.

La prevalenza dei costi fissi genera economie di scala e di densità. Il costo medio per passeggero tende a ridursi al crescere del coefficiente di utilizzo della nave, e la possibilità di distribuire costi elevati su volumi maggiori favorisce operatori già presenti sul mercato.

Tali caratteristiche costituiscono barriere all'entrata e contribuiscono a configurazioni di mercato con pochi operatori (Musso et al., 2024).

La teoria dei mercati contestabili mostra che, in presenza di entrata e uscita libere e assenza di costi irrecuperabili, anche un mercato con pochi operatori può essere disciplinato dalla minaccia di concorrenza potenziale. Tuttavia, nel trasporto marittimo di linea, la presenza di investimenti specifici, vincoli portuali, accesso ai terminal, economie di scala e rigidità della capacità rende difficile soddisfare pienamente tali condizioni. La contendibilità del mercato risulta quindi limitata, e ciò accresce la rilevanza delle interazioni strategiche tra gli operatori presenti.

Questa struttura di costi ha una conseguenza importante per l'interpretazione del modello. Con costi fissi elevati e costo marginale basso, un prezzo pari al costo marginale non consentirebbe di coprire i costi complessivi del servizio. L'esito competitivo a profitto nullo che emerge in alcune regioni del gioco statico deve quindi essere inteso come punto di riferimento teorico di competizione in prezzi, non come descrizione completa dell'equilibrio di lungo periodo del settore.

1.5 PREZZI, POTERE DI MERCATO E COLLUSIONE TACITA

Nel trasporto di linea, i prezzi sono stati tradizionalmente fissati prima della manifestazione effettiva della domanda, attraverso tariffe predeterminate. L'evoluzione dei sistemi informativi, del revenue management e del dynamic pricing ha reso i prezzi più flessibili, consentendo agli operatori di modificarli in funzione del momento dell'acquisto, della disponibilità residua, del segmento di clientela e delle aspettative sulla domanda (Musso et al., 2024).

Il servizio di trasporto presenta inoltre una caratteristica rilevante: non è conservabile. Un posto non venduto al momento della partenza non può essere immagazzinato e venduto successivamente. La capacità invenduta si traduce quindi in una perdita di ricavo potenziale. Questo rende centrale il coefficiente di riempimento e spiega l'importanza delle politiche tariffarie volte ad allocare la capacità disponibile nel tempo.

La discriminazione tariffaria e il dynamic pricing sono strumenti attraverso cui gli operatori cercano di gestire la capacità deperibile e di estrarre maggiore disponibilità a pagare dai diversi segmenti di domanda. Tali pratiche sono più facilmente sostenibili quando l'impresa può segmentare la clientela, impedire o rendere inefficace la rivendita del servizio e dispone di un certo potere di mercato. Il modello teorico sviluppato nella tesi astrae da questa complessità e considera un unico prezzo rappresentativo per periodo, stilizzazione necessaria all'analisi in oggetto.

Nel modello teorico, il servizio viene trattato come omogeneo. A parità di condizioni qualitative e operative, il passeggero sceglie l'operatore con il prezzo più basso.

Questa ipotesi consente di rappresentare la concorrenza statica attraverso un gioco di Bertrand, pur astraendo dalle differenziazioni effettivamente presenti nel mercato reale, come orari, frequenza, qualità della nave, porto di partenza, disponibilità di cabine e condizioni tariffarie.

La rigidità della capacità a fronte di domanda stagionale produce un effetto rilevante sui prezzi. Quando la domanda è elevata rispetto alla capacità disponibile, lo squilibrio si scarica sul prezzo: il prezzo che eguaglia domanda e capacità aumenta, e nei periodi di saturazione può superare il livello che sarebbe ottimale in assenza di vincoli fisici.

Nei mercati di trasporto a forte componente di costi fissi, la ridotta numerosità degli operatori e la presenza di servizi di linea possono favorire comportamenti meno aggressivi nella fissazione dei prezzi (Musso et al., 2024). La tesi assume questa osservazione come punto di partenza e ne deriva una condizione formale di sostenibilità, attraverso il confronto tra guadagno da deviazione e perdita futura da punizione.

I.6 REGOLAZIONE E INTERVENTO PUBBLICO

Come già analizzato, i mercati del trasporto si discostano spesso dalle condizioni di concorrenza perfetta. Infatti, la presenza di economie di scala, barriere all'entrata e all'uscita, esternalità, asimmetrie informative e, in alcuni casi, elementi di monopolio naturale giustifica storicamente un ruolo rilevante dell'intervento pubblico (Musso et al., 2024).

La regolazione può assumere forme diverse. Può introdurre concorrenza per il mercato, attraverso procedure competitive per l'assegnazione del diritto a fornire il servizio, oppure può intervenire direttamente sui prezzi, fissando tariffe massime o criteri di determinazione delle tariffe. In altri casi, la regolazione mira a garantire un livello minimo di servizio, a correggere esternalità o a preservare l'accessibilità di territori che dipendono da specifici collegamenti di trasporto.

In Italia, nel segmento del trasporto passeggeri verso le isole, l'intervento pubblico è particolarmente rilevante per il tema della continuità territoriale. L'obiettivo è garantire un livello adeguato di accessibilità a territori che, in assenza di collegamenti regolari, sarebbero penalizzati. Sulle rotte Ro-Pax insulari, l'interesse pubblico all'accessibilità si intreccia quindi con la condotta di operatori privati orientati al profitto.

La presenza di autorità preposte alla tutela della concorrenza rende particolarmente rilevante la comprensione delle dinamiche di prezzo. È infatti necessario distinguere tra dinamiche derivanti dall'architettura economica del mercato, come capacità rigida, stagionalità e costi fissi, e dinamiche potenzialmente riconducibili a forme di coordinamento tra operatori.

I.7 STRUTTURA DEL MERCATO RO-PAX ITALIANO

Le caratteristiche economiche descritte nelle sezioni precedenti assumono una forma particolarmente evidente nel mercato Ro-Pax italiano. Il settore non coincide con l'intero trasporto marittimo passeggeri, poiché comprende servizi con caratteristiche molto diverse tra loro: collegamenti brevi con isole minori, attraversamenti ad alta frequenza, servizi veloci puramente passeggeri, traffici crocieristici e collegamenti Ro-Pax di medio raggio tra continente e isole maggiori. Ai fini del presente elaborato, il perimetro rilevante è costituito dai collegamenti Ro-Pax tra l'Italia continentale e le isole maggiori, in particolare Sardegna e Sicilia, nei quali il servizio comprende il trasporto congiunto di passeggeri, automobili, camper, moto e mezzi commerciali.

Questa delimitazione è coerente con la natura economica del servizio studiato. Nei collegamenti con le isole maggiori, il passeggero che viaggia con veicolo al seguito non dispone di un sostituto perfetto nel trasporto aereo. L'aereo consente di raggiungere la destinazione, ma non consente di trasferire l'automobile o il mezzo commerciale. Il servizio Ro-Pax presenta quindi un grado di sostituibilità limitato, soprattutto nei periodi in cui la domanda turistica e la necessità di mobilità con veicolo al seguito raggiungono i livelli più elevati.

La delimitazione per rotta o fascio di rotte è rilevante anche dal punto di vista antitrust. L'Autorità Garante della Concorrenza e del Mercato, nei procedimenti relativi al settore Ro-Pax, considera i mercati del trasporto marittimo passeggeri sulla base della coppia di porti o del fascio di porti sostituibili alle due estremità del collegamento. In particolare, nel procedimento I872/I872B sono stati individuati, per il trasporto passeggeri su navi Ro-Pax, mercati quali Genova/Savona–Porto Torres, Genova/Savona–Olbia, Civitavecchia–Olbia/Golfo Aranci e Napoli–Palermo (AGCM, 2025). Questa impostazione conferma che il mercato Ro-Pax debba essere analizzato come un insieme di mercati locali o semi-locali, nei quali la sostituibilità dipende dalla posizione dei porti, dalla durata della traversata, dagli orari, dalla possibilità di imbarcare il veicolo e dal bacino geografico servito.

Il tema del coordinamento tra operatori nel settore è già emerso in precedenti interventi dell'autorità antitrust. A conclusione del procedimento I743, l'Autorità ha sanzionato nel giugno 2013 Moby, GNV, SNAV e Marininvest per un'intesa restrittiva della concorrenza ai sensi dell'articolo 101 TFUE, riferita alla stagione estiva 2011 sulle rotte tra il continente e la Sardegna. In quel procedimento, l'Autorità ha riscontrato aumenti medi dei prezzi pari al 42% sulle tratte Civitavecchia–Olbia e Genova–Olbia e al 50% sulla Genova–Porto Torres, con sanzioni complessive superiori a otto milioni di euro (AGCM, 2013). Questo precedente viene utilizzato esclusivamente per mostrare che il settore Ro-Pax italiano presenta caratteristiche tali da essere stato oggetto di attenzione

antitrust proprio in relazione alla dinamica dei prezzi sulle rotte insulari.

Il tema è tornato attuale in anni più recenti. Nel procedimento I872/I872B, l’Autorità ha esaminato il legame strutturale e finanziario tra SAS, società controllante di GNV, e Moby, derivante dall’acquisizione del 49% del capitale di Moby e dal successivo finanziamento concesso da SAS. Il procedimento si è chiuso nel 2025 con l’accettazione di impegni, senza accertamento definitivo dell’infrazione. Gli impegni hanno previsto, tra l’altro, la cessione della partecipazione di SAS in Moby, la rinuncia al pegno sul restante capitale e misure compensative a favore dei consumatori su alcune rotte interessate (AGCM, 2025). Ai fini del presente lavoro rileva che l’autorità di concorrenza abbia analizzato tali mercati proprio in termini di rischio di deterioramento delle dinamiche competitive tra pochi operatori attivi su rotte Ro-Pax concentrate.

I.7.1 PRINCIPALI OPERATORI E CAPACITÀ NAVALE

Nel perimetro considerato, gli operatori principali sono Moby/Tirrenia, GNV, Grimaldi Lines/Grimaldi Euromed e Corsica Ferries/Sardinia Ferries. La presenza di tali operatori varia per rotta e per stagione. Alcuni collegamenti sono serviti durante l’intero anno, mentre altri vengono attivati o rafforzati nei mesi estivi, quando la domanda turistica cresce in modo significativo. La flotta costituisce il principale vincolo fisico dell’offerta. Le navi Ro-Pax impiegate su queste rotte sono unità di grande dimensione, capaci di trasportare congiuntamente passeggeri, automobili, camper e mezzi pesanti. L’aumento della capacità avviene, quindi, attraverso decisioni discrete: l’inserimento di una nave aggiuntiva, la sostituzione di una unità con una di maggiore capacità o l’aumento delle frequenze. Questa caratteristica rafforza l’ipotesi adottata nel modello, secondo cui la capacità è rigida nel breve periodo e può essere trattata come parametro esogeno.

La Tabella 1.1 riporta, per le due linee a regime stagionale per le quali la relazione ministeriale fornisce il dettaglio del naviglio, le unità effettivamente impiegate: navi costruite tra il 2001 e il 2004, di proprietà degli assegnatari del servizio, con stazza compresa fra circa 32.000 e 40.000 tonnellate e una capacità di trasporto del servizio intorno a 2.500 passeggeri su Genova–Porto Torres e 2.800 su Civitavecchia–Olbia. La durata di tali unità e i tempi richiesti per la loro sostituzione o riallocazione danno contenuto concreto al trattamento della capacità come dato di breve periodo.

I.7.2 ROTTE ANNUALI, ROTTE STAGIONALI E CONTINUITÀ TERRITORIALE

La distinzione tra rotte annuali, rotte stagionali e rotte soggette a obblighi di servizio pubblico è essenziale per interpretare correttamente il settore. In alcune rotte, più operatori competono durante l’intero ciclo annuale. In altre, la concorrenza si intensifica

Tabella 1.1: Naviglio impiegato sulle due linee a regime stagionale.

Linea	Nave	Anno di costruzione	GT
Genova–Porto Torres	Moby Wonder	2001	36.093
	Athara	2003	35.736
Civitavecchia–Olbia	Moby Tommy	2002	32.302
	Nuraghes	2004	39.798

GT: tonnellaggio di stazza lorda. Il contratto di servizio fissa un minimo di 750 posti fissi su Genova–Porto Torres (450 in cabina) e di 600 su Civitavecchia–Olbia (400 in cabina). La capacità di trasporto del servizio effettivo è di circa 2.500 passeggeri su Genova–Porto Torres e 2.800 su Civitavecchia–Olbia, in entrambi i casi con circa 1.200 posti in cabina. Fonte: elaborazione su MIT (2025).

soprattutto nei mesi estivi, attraverso l’attivazione di collegamenti stagionali o l’aumento delle frequenze. In altre ancora, la bassa stagione è condizionata da obblighi di servizio pubblico, finalizzati a garantire la continuità territoriale.

Il caso più rilevante, ai fini della presente tesi, è rappresentato dalla rotta Livorno–Olbia. Si tratta di un collegamento Ro-Pax tra continente e Sardegna, servito durante l’intero anno da Moby e Grimaldi. Moby indica la Livorno–Olbia come collegamento attivo tutto l’anno, con varie partenze al giorno in alta stagione; Grimaldi Lines indica a sua volta traversate attive tutto l’anno, sia diurne sia notturne (Moby, 2026; Grimaldi Lines, 2026). La presenza annuale di due operatori sulla stessa coppia di porti consente di leggere questa rotta come esempio concreto di interazione oligopolistica ripetuta lungo l’intero ciclo stagionale.

La rilevanza della rotta è confermata dai dati disponibili. ISTAT include Livorno–Olbia tra le prime dieci tratte nazionali di cabotaggio per passeggeri imbarcati e sbarcati nel 2024, con circa 2,1 milioni di passeggeri (ISTAT, 2026). La relazione del Ministero delle infrastrutture e dei trasporti sulla continuità territoriale marittima riporta, per il periodo 2022–2024, 5.352.803 passeggeri sulla linea Olbia–Livorno, interamente attribuiti al libero mercato, con quota OSP pari a zero (MIT, 2025). Tale evidenza è particolarmente importante: la rotta è annuale, è servita da due operatori principali, presenta volumi elevati e non risulta onerata da obblighi di servizio pubblico.

La rotta Livorno–Olbia consente quindi di attribuire al modello uno scopo analitico, oltre che teorico. Essa mostra che esistono collegamenti Ro-Pax tra Italia continentale e isole maggiori nei quali pochi operatori si confrontano stabilmente durante tutto l’anno, in un contesto di domanda fortemente stagionale e capacità navale rigida.

Accanto a Livorno–Olbia, esistono rotte nelle quali la struttura competitiva varia tra alta e bassa stagione. Genova–Olbia è una tratta stagionale, attiva principalmente tra primavera e autunno. Genova–Porto Torres e Civitavecchia–Olbia sono invece caratteriz-

Tabella 1.2: Struttura di mercato delle due linee a regime stagionale.

Linea	Operatore	Periodo	Regime e segmento
Genova–Porto Torres	CIN	Tutto l’anno	OSP invernale e libero mercato; passeggeri e merci
	GNV	Maggio–ottobre	Libero mercato; passeggeri e merci
	Grimaldi	Tutto l’anno	Libero mercato; solo merci
Civitavecchia–Olbia	CIN	Tutto l’anno	OSP orizzontale e libero mercato; passeggeri e merci
	GNV	Tutto l’anno	OSP orizzontale e libero mercato; passeggeri e merci
	Grimaldi	Tutto l’anno	OSP orizzontale e libero mercato; passeggeri e merci

Su Genova–Porto Torres, nel periodo estivo, il segmento passeggeri è servito da CIN e GNV, e Grimaldi opera nel solo trasporto merci, con l’eccezione di giugno–settembre 2022. Su Civitavecchia–Olbia l’esercizio invernale avviene tramite un piano operativo congiunto degli aderenti all’OSP orizzontale, e l’attività estiva in libero mercato è riservata, su autorizzazione ministeriale, alle medesime società. Fonte: elaborazione su MIT (2025).

zate da obblighi di servizio pubblico nel periodo invernale e da condizioni di mercato nel periodo estivo (AGCM, 2025; MIT, 2025). Nel caso di Civitavecchia–Olbia, la relazione ministeriale descrive la presenza di obblighi di servizio pubblico orizzontali nel periodo compreso tra il 1 ottobre e il 31 maggio, mentre il periodo estivo è svolto in libero mercato dalle imprese autorizzate (MIT, 2025). Queste rotte sono rilevanti perché mostrano che la stagionalità può modificare anche il regime istituzionale e il numero effettivo di operatori presenti, non solo il livello della domanda.

La Tabella 1.2 riassume, per le due linee a regime stagionale, gli operatori attivi, il regime applicato e il segmento servito. Nel periodo estivo il numero di operatori effettivi nel segmento passeggeri è contenuto: su Genova–Porto Torres competono CIN e GNV, e Grimaldi opera nel solo trasporto merci; su Civitavecchia–Olbia l’accesso al libero mercato estivo è riservato alle imprese aderenti all’OSP invernale. Per queste rotte, la configurazione dell’offerta è coerente con l’ipotesi di interazione fra pochi operatori adottata nel modello.

Napoli–Palermo rappresenta un ulteriore caso di confronto. L’AGCM la identifica come mercato rilevante Ro-Pax e la descrive come rotta svolta tutto l’anno a condizioni di mercato (AGCM, 2025). Rispetto alle rotte sarde, essa presenta una domanda meno dipendente dal solo picco turistico estivo, poiché incorpora anche traffico familiare, commerciale e di mobilità ordinaria. Per questa ragione, Napoli–Palermo può essere utilizzata come termine di confronto rispetto a Livorno–Olbia: entrambe sono rotte annuali, ma la

Tabella 1.3: Distribuzione trimestrale dei passeggeri imbarcati e sbarcati nei porti italiani, esclusi i crocieristi, anno 2024.

Trimestre	Quota sul totale annuo
Primo (gennaio–marzo)	12,1%
Secondo (aprile–giugno)	26,9%
Terzo (luglio–settembre)	44,0%
Quarto (ottobre–dicembre)	17,0%

Fonte: elaborazione su ISTAT (2026).

prima appare meno legata alla stagionalità balneare, mentre la seconda rappresenta in modo più diretto il problema domanda turistica–capacità rigida.

1.7.3 EVIDENZA DESCRITTIVA E RUOLO DEI DATI

L’evidenza descrittiva viene utilizzata in questo elaborato per verificare la coerenza empirica delle ipotesi strutturali del modello: domanda stagionale, capacità rigida, numero limitato di operatori e presenza di rotte annuali in libero mercato.

Da questo punto di vista, i dati disponibili sono coerenti con l’impostazione teorica. ISTAT mostra che il traffico marittimo passeggeri in Italia presenta una forte concentrazione nel terzo trimestre, che nel 2024 raccoglie il 44% dei passeggeri non crocieristi, contro il 12,1% del primo trimestre (ISTAT, 2026; Tabella 1.3). Questa evidenza sostiene la rappresentazione della domanda come ciclo stagionale prevedibile.

La relazione ministeriale sulla continuità territoriale marittima consente inoltre di distinguere tra traffico svolto in regime di libero mercato e traffico svolto in regime di obblighi di servizio pubblico. La linea Olbia–Livorno risulta interamente attribuita al libero mercato nel periodo 2022–2024, mentre altre linee, come Genova–Porto Torres e Civitavecchia–Olbia, presentano obblighi di servizio pubblico nel periodo invernale (MIT, 2025; Tabella 1.4). Questa distinzione è centrale per la presente tesi: Livorno–Olbia costituisce un esempio di interazione annuale di mercato, mentre le rotte con OSP invernali evidenziano il ruolo della regolazione nei periodi in cui la domanda è più debole.

La lettura congiunta di questi elementi suggerisce che il mercato Ro-Pax italiano contiene sia rotte adatte a una lettura analitica dell’interazione oligopolistica, sia rotte nelle quali la regolazione e la stagionalità modificano la struttura dell’offerta. Il modello sviluppato nei capitoli successivi si colloca al primo livello di analisi: studia in forma stilizzata l’interazione tra pochi operatori che competono sui prezzi in presenza di capacità rigida e domanda ciclica. Le rotte soggette a OSP o a forte stagionalità dell’offerta forniscono invece un’estensione naturale per discutere le implicazioni di policy.

Tabella 1.4: Passeggeri sulle linee con OSP invernale: ripartizione tra servizio in OSP e libero mercato, 2022–2024.

Linea	Anno	OSP	Libero mercato	Totale
Genova–Porto Torres	2022	194.853	410.496	605.349
	2023	214.355	405.324	619.679
	2024	195.590	407.089	602.679
Civitavecchia–Olbia	2022	164.156	673.463	837.619
	2023	177.627	696.490	874.117
	2024	185.029	715.877	900.906

OSP invernale da ottobre a maggio. Per Civitavecchia–Olbia il libero mercato estivo è riservato alle imprese aderenti all’OSP invernale. Fonte: elaborazione su MIT (2025), Tabella 7.

I.8 DALLE CARATTERISTICHE DEL SETTORE AL MODELLO

Le caratteristiche del settore descritte in questo capitolo, e la loro manifestazione concreta nel mercato Ro-Pax italiano, determinano le scelte di modellazione adottate nel seguito.

In primo luogo, la domanda passeggeri sulle rotte insulari è trattata come domanda derivata, fortemente influenzata dal turismo e quindi caratterizzata da stagionalità prevedibile. Questa proprietà giustifica la rappresentazione della domanda come ciclo deterministico. L’evidenza descrittiva sul trasporto marittimo passeggeri in Italia conferma la presenza di una forte concentrazione stagionale dei flussi, in particolare nei mesi estivi (ISTAT, 2026).

In secondo luogo, la struttura dei costi del trasporto Ro-Pax è dominata da costi fissi e da un costo marginale relativamente basso fino al raggiungimento della capacità. Il modello normalizza quindi il costo marginale a zero e introduce un vincolo fisico di capacità. Con questo non si intende descrivere la complessa struttura dei costi degli operatori, ma stilizzare e isolare il ruolo strategico del vincolo fisico rispetto alla quantità vendibile.

In terzo luogo, la capacità è rigida nel breve e medio periodo. Essa può essere modificata solo attraverso decisioni discrete di investimento, come l’aggiunta o la sostituzione di navi, oppure attraverso la variazione delle frequenze programmate. Per questa ragione, nel modello la capacità è trattata come parametro esogeno. L’analisi delle flotte e delle rotte italiane conferma la plausibilità di questa ipotesi: l’offerta Ro-Pax dipende dall’impiego di unità navali di grande dimensione, la cui riallocazione tra rotte avviene attraverso decisioni discrete e programmate.

In quarto luogo, economie di scala, vincoli infrastrutturali e costi irrecuperabili limitano la contendibilità del mercato e rendono plausibile una struttura oligopolistica. Il modello riduce questa struttura a un duopolio simmetrico, non perché tutti i mercati Ro-

Pax siano perfettamente simmetrici, ma perché tale semplificazione permette di isolare in modo chiaro il meccanismo teorico di interesse. La struttura reale del mercato è più articolata: alcune rotte presentano due operatori principali, altre tre, altre ancora combinano concorrenza diretta e concorrenza tra porti prossimi. La scelta del duopolio simmetrico deve quindi essere interpretata come una rappresentazione stilizzata dell'interazione tra pochi operatori.

L'esistenza di rotte annuali in libero mercato rafforza lo scopo analitico del modello. La rotta Livorno–Olbia, servita tutto l'anno da Moby e Grimaldi e classificata nella relazione ministeriale come traffico interamente di libero mercato nel periodo 2022–2024, mostra che esistono collegamenti Ro-Pax nei quali pochi operatori competono durante l'intero ciclo annuale (Moby, 2026; Grimaldi Lines, 2026; MIT, 2025).

Infine, il servizio viene trattato come omogeneo e la concorrenza statica viene rappresentata attraverso un gioco di Bertrand con razionamento efficiente. Questa ipotesi astrae dalla differenziazione effettiva dei servizi Ro-Pax, come orari, frequenza, qualità della nave, porto di partenza, disponibilità di cabine e condizioni tariffarie, leve sempre più utilizzate dagli operatori del settore per differenziare il proprio servizio. Tale semplificazione consente di concentrarsi sul ruolo del rapporto tra domanda e capacità nella determinazione dei profitti e degli incentivi strategici.

Su queste basi, i capitoli successivi analizzano l'interazione tra due operatori simmetrici che competono sui prezzi, con capacità fissa e domanda stagionale, in un orizzonte ripetuto. La sostenibilità della collusione dipende dal confronto, in ciascun periodo del ciclo, tra il guadagno immediato di una deviazione e la perdita futura generata dalla reazione competitiva del rivale.

CAPITOLO II

REVISIONE DELLA LETTERATURA

Il modello sviluppato nel presente lavoro si colloca all'intersezione di tre filoni di ricerca consolidati nella letteratura di economia industriale: la teoria dei giochi ripetuti applicata alla collusione tacita, la competizione sui prezzi in presenza di vincoli di capacità, e l'analisi del comportamento collusivo in mercati caratterizzati da domanda ciclica. Ciascuno di questi filoni ha sviluppato autonomamente strumenti analitici e risultati specifici; il contributo della presente tesi consiste nel combinarli all'interno di un'unica struttura applicata al settore del trasporto marittimo Ro-Pax, con particolare attenzione al ruolo della capacità, analizzata come esogena e rigida, e della stagionalità deterministica, nella stabilità della collusione tacita.

Il capitolo è organizzato in quattro sezioni. La Sezione II.1 ricostruisce le fondazioni della teoria della collusione tacita nei giochi ripetuti a partire dal contributo di Friedman (1971), che per primo dimostra come la cooperazione possa emergere come equilibrio di Nash in un gioco non cooperativo ripetuto infinitamente, e ne discute le estensioni successive al caso di monitoraggio imperfetto e alla generalizzazione del Folk Theorem con fattore di sconto. La Sezione II.2 analizza la letteratura sulla competizione sui prezzi con vincoli di capacità, partendo dall'equivalenza di Kreps e Scheinkman (1983) tra gioco a due stadi Bertrand con capacità ed esito Cournot, ed estendendola al contesto dei giochi ripetuti attraverso Brock e Scheinkman (1985) e Davidson e Deneckere (1990). La Sezione II.3 introduce la dimensione ciclica della domanda, discutendo il risultato classico di Rotemberg e Saloner (1986) sulla difficoltà della collusione nei boom, le estensioni di Haltiwanger e Harrington (1991) al caso di cicli asimmetrici, e il contributo di Fabra (2006) sulla combinazione di capacità vincolante e ciclo economico. In ultimo si presenta il lavoro di Knittel e Lepore (2010), che endogenizza la capacità in un modello con domanda ciclica; il confronto tra i due impianti motiva la scelta di Fabra (2006) come riferimento strutturale del modello sviluppato nei capitoli successivi.

Il presente lavoro si distingue dalla letteratura esistente per la combinazione di tre elementi: capacità esogena rigida nel breve e medio periodo, stagionalità deterministica a più regimi, e specializzazione al settore del trasporto marittimo passeggeri. L'analisi della

sostenibilità della collusione tacita lungo i regimi stagionali del ciclo annuale costituisce l'oggetto del Capitolo IV, nel quale il framework analitico introdotto nel presente capitolo viene specializzato al contesto Ro-Pax.

II.1 LA COLLUSIONE TACITA NEI GIOCHI RIPETUTI

II.1.1 FRIEDMAN 1971: LE FONDAZIONI

Il paper di Friedman, pubblicato sulla *Review of Economic Studies* nel 1971, si inserisce nel dibattito sulla sostenibilità della cooperazione in oligopolio in assenza di accordi espliciti vincolanti. La domanda centrale del lavoro è come imprese razionali e non cooperative possano sostenere prezzi superiori al livello competitivo, corrispondenti all'equilibrio di monopolio congiunto, semplicemente attraverso l'interazione strategica ripetuta nel tempo. Friedman fornisce la prima formalizzazione di questo meccanismo, dimostrando che la cooperazione può emergere come equilibrio di Nash di un gioco non cooperativo ripetuto infinitamente, purché i giocatori valorizzino sufficientemente i profitti futuri.

Il modello si configura come un gioco statico tra un numero finito di giocatori, ciascuno dotato di uno spazio delle strategie (prezzi o quantità) e di una funzione di payoff. Friedman impone condizioni tecniche standard sullo spazio delle strategie e sulle funzioni di profitto che garantiscono l'esistenza dell'equilibrio e permettono l'applicazione dei teoremi di punto fisso; tali condizioni sono soddisfatte dalla maggior parte dei modelli di competizione oligopolistica. Il gioco statico viene poi ripetuto un numero infinito di volte, e ciascun giocatore massimizza la somma attualizzata dei profitti periodici mediante un fattore di sconto comune α .

Il meccanismo di sostenibilità della collusione è costruito come segue. Friedman propone una strategia in cui ciascun giocatore fissa il prezzo collusivo s' nel primo periodo e continua a fissarlo in ogni periodo successivo, a condizione che tutti gli altri giocatori abbiano fatto lo stesso in tutti i periodi precedenti. Se un giocatore devia in qualsiasi periodo, gli altri abbandonano permanentemente la cooperazione e giocano l'equilibrio non cooperativo del gioco statico s^c (Cournot) per sempre. Questa strategia di punizione, che la letteratura successiva chiamerà *Grim Trigger*, è credibile perché s^c è un equilibrio anche del gioco statico: una volta innescata la punizione, nessun giocatore ha incentivo a deviare ulteriormente.

Il risultato principale del paper è la derivazione della condizione di sostenibilità della collusione sotto forma di una disuguaglianza:

$$\frac{\alpha}{1-\alpha} [\pi_i(s') - \pi_i(s^c)] > \pi_i(\bar{s}_i, t_i) - \pi_i(s') \quad (\text{II.1})$$

Il lato sinistro rappresenta il valore attualizzato della perdita derivante dalla punizione perpetua. Il termine $\pi_i(s') - \pi_i(s^c)$ è la differenza per periodo tra profitto collusivo e profitto di Cournot, cioè quanto il giocatore perde in ciascun periodo successivo alla deviazione. Questa perdita è sommata all'infinito con fattore di sconto α e trasformata nel termine $\alpha/(1 - \alpha)$. Il lato destro rappresenta il guadagno immediato della deviazione ottimale t_i , definita come la miglior risposta del giocatore i quando gli altri mantengono la strategia collusiva. La collusione è sostenibile come equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi quando il valore attualizzato della punizione supera il guadagno immediato della deviazione. Da questa condizione Friedman deriva l'esistenza di un fattore di sconto critico α^* : per $\alpha \geq \alpha^*$ la cooperazione è sostenibile, per $\alpha < \alpha^*$ crolla. Nel limite $\alpha \rightarrow 1$, corrispondente a giocatori infinitamente pazienti, qualsiasi collusione risulta sostenibile, poiché la perdita attualizzata della punizione diventa arbitrariamente grande mentre il guadagno immediato rimane finito.

Il contributo di Friedman fornisce la formalizzazione di base della collusione tacita come equilibrio del gioco ripetuto e costituisce il riferimento teorico fondativo per l'intera letteratura successiva.

II.1.2 GREEN E PORTER 1984: COLLUSIONE SOTTO MONITORAGGIO IMPERFETTO

Il contributo di Green and Porter (1984) estende il framework di Friedman al caso in cui le imprese non osservano direttamente le azioni degli avversari, ma solo un segnale (ovvero il prezzo di mercato) correlato con esse. La domanda di ricerca che l'articolo si pone è quale forma debba assumere la strategia collusiva quando il monitoraggio è imperfetto, e quali pattern osservabili di prezzi siano compatibili con un accordo collusivo stabile.

Il setup del modello considera un oligopolio simmetrico con n imprese che scelgono quantità (modello di Cournot) in un gioco ripetuto infinitamente con fattore di sconto comune β . In ciascun periodo il prezzo di mercato è determinato dalla quantità aggregata prodotta e da uno shock di domanda θ_t indipendente e identicamente distribuito nel tempo, che le imprese non osservano direttamente. L'unica variabile osservabile è il prezzo di mercato realizzato, il quale costituisce un'indicazione della condotta aggregata: un prezzo basso può riflettere sia una deviazione di un'impresa rivale sia uno shock negativo di domanda, senza che le imprese siano in grado di distinguere le due cause.

La strategia proposta è una *trigger strategy* con reversione temporanea, differente dalla punizione di Friedman che era infinita. Le imprese producono la quantità collusiva finché il prezzo di mercato resta sopra una soglia $\bar{p}$ determinata endogenamente. Se in un qualunque periodo il prezzo scende sotto $\bar{p}$, tutte le imprese regrediscono all'equilibrio di

Cournot per $T - 1$ periodi, dopodiché tornano alla cooperazione. La punizione è quindi finita e meccanica: scatta automaticamente al superamento della soglia, senza distinguere se il prezzo basso sia dovuto a una deviazione effettiva o a uno shock sfavorevole di domanda.

Il risultato principale del paper è contro intuitivo e costituisce il suo contributo alla letteratura. In equilibrio, le fasi di regressione a Cournot si verificano periodicamente anche in assenza di qualsiasi deviazione effettiva, semplicemente perché realizzazioni sfavorevoli dello shock di domanda producono prezzi sotto soglia che innescano meccanicamente la punizione. Le guerre di prezzo osservate non sono quindi sintomo del fallimento del cartello, ma parte integrante del suo equilibrio. La strategia è sostenibile come equilibrio di Nash perfetto attraverso un vincolo di compatibilità degli incentivi. Il valore atteso della cooperazione, dato dal profitto collusivo corrente più il valore attualizzato (al fattore β) dei flussi futuri (collusivi o punitivi a seconda dello shock), deve almeno eguagliare il valore della deviazione, dato dal profitto di deviazione più il valore atteso della punizione che segue.

Il contributo di Green e Porter ha implicazioni rilevanti per l'analisi empirica delle condotte collusive: l'osservazione di guerre di prezzo periodiche in un mercato non costituisce evidenza di assenza di collusione, ed anzi può essere compatibile con un equilibrio collusivo stabile sotto monitoraggio imperfetto.

II.1.3 FUDENBERG E MASKIN 1986: IL FOLK THEOREM CON SCONTO

Il contributo di Fudenberg and Maskin (1986) affronta una limitazione strutturale del modello proposto da Friedman relativa alla severità della punizione. In Friedman la minaccia di ritorsione consiste nel ritorno permanente all'equilibrio di Nash del gioco statico (in un modello di Cournot), che costituisce tuttavia una punizione relativamente mite. Fudenberg e Maskin si pongono la domanda se, e a quali condizioni, sia possibile sostenere la collusione con minacce più severe che spingano il deviante al suo payoff *minmax*, ovvero al minimo garantito sotto una punizione coordinata degli altri giocatori. Il paper generalizza il teorema classico di Aumann and Shapley (1976), che richiedeva un fattore di sconto unitario ($\delta = 1$) e risultava di limitata applicabilità economica, estendendone la validità al caso di sconto stretto ($\delta < 1$).

Il setup considera un gioco ripetuto infinitamente a n giocatori con fattore di sconto $\delta < 1$. Il concetto chiave introdotto è la distinzione tra due nozioni di punizione: il valore *minmax* v_i , definito come

$$v_i = \min_{s_{-i}} \max_{s_i} \pi_i(s_i, s_{-i}) \quad (\text{II.2})$$

ovvero il minimo payoff al quale il giocatore i può essere costretto dagli avversari quan-

do egli risponde ottimamente, e le strategie *minmax*, che sono le azioni concrete con cui gli avversari implementano tale punizione. Il valore minmax è sempre inferiore o uguale al payoff dell'equilibrio di Nash statico: nei casi di coincidenza (come nel Dilemma del Prigioniero standard) il modello di Fudenberg e Maskin coincide con quello di Friedman, mentre nei casi di disuguaglianza stretta fornisce condizioni di sostenibilità meno restrittive, ovvero soglie critiche del fattore di sconto inferiori.

Il meccanismo di sostenibilità proposto è una strategia a due fasi. Nella fase di cooperazione le imprese giocano il profilo collusivo obbiettivo; nella fase di ritorsione, attivata da qualsiasi deviazione, gli altri giocatori adottano strategie *minmax* contro il deviante per un numero finito T di periodi, al termine dei quali il gioco torna alla fase cooperativa. La lunghezza T è determinata dalla condizione di compatibilità degli incentivi: la punizione deve durare abbastanza a lungo da rendere la perdita cumulata durante la ritorsione superiore al guadagno immediato della deviazione unilaterale. Formalmente, la disequazione di sostenibilità può essere riscritta come

$$v_i \geq (1 - \delta)\bar{v}_i + \delta v_i^{**} \quad (\text{II.3})$$

dove v_i è il payoff del percorso di equilibrio, $\bar{v}_i$ è il payoff massimo ottenibile dalla deviazione immediata, e v_i^{**} è il payoff atteso del gioco continuato che include la fase punitiva. La scelta simultanea di T e del livello di severità della punizione è lasciata indeterminata dal teorema: il paper dimostra l'esistenza di almeno una combinazione che rende la strategia un equilibrio perfetto.

Il risultato principale del paper è il Folk Theorem con sconto: per fattori di sconto sufficientemente prossimi a uno, qualsiasi vettore di payoff individualmente razionale (strettamente superiore al *minmax*) e collettivamente sostenibile può essere sostenuto come equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi del gioco ripetuto. La dimostrazione richiede un accorgimento tecnico di rilievo, il *rewarding the punishers*: poiché le strategie minmax possono essere costose anche per i giocatori che le eseguono (imponendo a loro stessi payoff inferiori al Nash statico), la credibilità della fase punitiva richiede che chi partecipa alla punizione sia compensato nei periodi successivi con una quota maggiore del surplus cooperativo. Senza questo meccanismo ausiliario, la minaccia di ritorsione minmax non sarebbe un equilibrio perfetto nei sottogiochi, poiché i punitori avrebbero incentivo a deviare dalla fase di punizione in assenza di compenso futuro.

Il contributo di Fudenberg e Maskin dimostra che l'insieme dei payoff sostenibili mediante collusione tacita è più ampio di quanto suggerito dal Grim Trigger di Friedman, poiché punizioni più severe consentono soglie critiche del fattore di sconto inferiori. Nel presente elaborato la scelta di utilizzare il Grim Trigger come strategia di punizione produce risultati di sostenibilità conservativi rispetto a quelli ottenibili con punizioni più

severe. Tale scelta è giustificata dalla semplicità analitica e dall'interpretazione economica diretta come ritorno permanente all'equilibrio statico. Secondariamente la struttura ciclica del modello fornisce naturalmente una forma di *rewarding the punishers* attraverso il ritorno deterministico ai periodi di domanda elevata, dove i profitti strutturalmente positivi garantiscono una ricompensa implicita ai giocatori che abbiano cooperato alla fase punitiva nei regimi precedenti.

II.1.4 ABREU 1986: PUNIZIONI OTTIME

Il contributo di Abreu (1986) cambia il tipo di punizione applicata verso chi devia dalla collusione tacita. Mentre Friedman (1971) aveva stabilito che la collusione tacita può essere sostenuta come equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi attraverso la minaccia di regressione perpetua all'equilibrio statico, Abreu (1986) dimostra che tale punizione non è ottimale: esistono schemi punitivi più severi che ampliano l'insieme dei payoff collusivi sostenibili.

Il modello considera un supergioco di Cournot ripetuto all'infinito tra n imprese simmetriche con domanda regolare e funzione di profitto concava. Le imprese scelgono in ciascun periodo una quantità q_i e osservano le quantità praticate dai rivali nel periodo precedente. Il payoff attualizzato di ciascuna impresa è $\sum_{t=0}^{\infty} \delta^t \pi_i(q_t)$ con fattore di sconto $\delta \in (0, 1)$.

L'osservazione di partenza del paper è che la punizione di Friedman (1971), ovvero la regressione perpetua all'equilibrio Cournot-Nash, garantisce a ciascuna impresa un payoff per periodo pari al profitto Cournot π^N . Tale payoff è strettamente positivo, e costituisce quindi un limite inferiore relativamente generoso per il deviante. Abreu (1986) mostra che esistono schemi di punizione in cui il payoff per periodo durante la fase punitiva è strettamente inferiore a π^N , eventualmente anche negativo, purché lo schema sia autosostenibile come equilibrio perfetto nei sottogiochi. Lo schema di punizione introdotto dal paper, denominato *stick-and-carrot*, articola la punizione in due fasi sequenziali. Nella prima fase, della durata di T periodi, le imprese producono una quantità $q^p > q^N$ strettamente superiore a quella Cournot. La sovrapproduzione coordinata schiaccia il prezzo di mercato a un livello tale che il profitto per periodo $\pi(q^p)$ è strettamente inferiore a π^N , e può essere negativo. Nella seconda fase, di durata infinita, le imprese ritornano alla cooperazione alla quantità collusiva q^c , con profitto per periodo $\pi(q^c)$.

La punizione è autosostenibile nel senso che nessuna impresa, una volta entrata in fase punitiva, ha incentivo a deviare unilateralmente per sottrarsi alla fase di bastone. Il vincolo di incentivo che governa la sostenibilità della fase punitiva è:

$$\pi(q^p) + \delta V^c \geq \pi^d(q^p) + \delta V^p \quad (\text{II.4})$$

dove V^c è il valore attualizzato della cooperazione futura nella fase carota, V^p è il valore attualizzato della punizione completa bastone-carota, e $\pi^d(q^p)$ è il profitto che l'impresa otterrebbe deviando dalla quantità punitiva q^p (riducendo la propria produzione per non subire il crollo del prezzo). La disuguaglianza richiede che il valore di rispettare la punizione sia almeno pari al valore di ammutinarsi durante la stessa, che innescerebbe il riavvio della fase punitiva. L'articolo caratterizza il livello ottimale di severità della fase punitiva. Abreu (1986) dimostra che lo schema *stick-and-carrot* permette di sostenere come equilibrio perfetto nei sottogiochi un payoff di punizione V^p strettamente inferiore al payoff Cournot-Nash $V^N = \pi^N/(1 - \delta)$, e che il livello minimo raggiungibile è $V^p = w_1$, dove w_1 è il payoff dell'equilibrio perfetto peggiore.

L'intuizione algebrica del risultato si ottiene riordinando il vincolo di incentivo (II.4):

$$\pi^d(q^p) - \pi(q^p) \leq \delta(V^c - V^p) \quad (\text{II.5})$$

Il lato sinistro misura il guadagno *un tantum* derivante dall'ammutinamento durante la fase punitiva. Il lato destro misura la perdita futura attualizzata associata al riavvio della punizione. Per minimizzare V^p è necessario rendere la fase punitiva il più severa possibile, ovvero imporre la quantità q^p più alta compatibile con il vincolo. Aumentare q^p riduce $\pi(q^p)$ ma aumenta anche $\pi^d(q^p)$, quindi il limite della severità è raggiunto quando il vincolo è stringente con uguaglianza. Per allargare il range di severità ammissibile, il payoff della fase carota V^c deve essere il più alto possibile, idealmente al livello del monopolio congiunto.

La punizione *stick-and-carrot* è quindi più severa del Grim Trigger di Friedman (1971) per due ragioni. In primo luogo, durante la fase del bastone le imprese producono quantità strettamente superiori al Cournot, generando profitti istantanei inferiori a π^N . In secondo luogo, il payoff atteso V^p dello schema completo è strettamente inferiore al payoff V^N della regressione perpetua al Cournot-Nash. Questa maggiore severità della minaccia consente di sostenere come equilibrio collusivo un range più ampio di payoff cooperativi rispetto al framework di Friedman (1971), abbassando in particolare il fattore di sconto critico al di sotto del quale la collusione è sostenibile.

Il modello di Abreu (1986) estende rigorosamente i risultati di Friedman (1971) ed è coerente con la caratterizzazione dell'insieme dei payoff sostenibili formalizzata dal Folk Theorem di Fudenberg and Maskin (1986). Nelle applicazioni successive del filone, tuttavia, la maggior parte dei lavori che analizzano la collusione tacita in contesti ciclici o con vincoli di capacità adotta come punizione di riferimento il Grim Trigger di Friedman (1971), in alcuni casi enunciando esplicitamente la scelta. La motivazione principale è la trattabilità analitica: il Grim Trigger genera un payoff di punizione costante e calcolabile in forma chiusa come $V^N = \pi^N/(1 - \delta)$. Questa scelta di semplificazione comporta una

sottostima dell'insieme dei payoff collusivi sostenibili rispetto al framework di Abreu (1986).

II.2 COMPETIZIONE SUI PREZZI CON VINCOLI DI CAPACITÀ

II.2.1 KREPS E SCHEINKMAN 1983: IL GIOCO A DUE STADI

Il contributo di Kreps and Scheinkman (1983), pubblicato sul *Bell Journal of Economics*, affronta la divergenza tra le predizioni del modello di Bertrand e quelle del modello di Cournot. Nel gioco di Bertrand puro, con prodotti omogenei e costo marginale costante, la competizione sui prezzi converge al prezzo competitivo, risultato noto come Paradosso di Bertrand. Nel modello di Cournot, le imprese che competono sulle quantità ottengono profitti positivi in equilibrio. Il paper analizza la possibilità di mettere in relazione il modello di Cournot con la competizione basata sui prezzi. L'analisi è sviluppata attraverso l'introduzione esplicita di un vincolo di capacità produttiva come variabile strategica del primo stadio. Il modello di Kreps e Scheinkman è statico (gioco a due stadi senza ripetizione temporale), e pertanto non coinvolge alcun fattore di sconto.

Il modello si configura in un gioco sequenziale a due stadi tra due imprese simmetriche. Al primo stadio le imprese scelgono simultaneamente e indipendentemente il livello di capacità produttiva K_i , inteso come investimento fisico irreversibile che determina il massimo output installato. La capacità è osservabile da entrambe le imprese al termine del primo stadio. Al secondo stadio, una volta nota la distribuzione delle capacità, le imprese competono simultaneamente e indipendentemente sui prezzi secondo la logica di Bertrand, con l'unico vincolo che nessuna delle due può vendere più della propria capacità installata. Un'ipotesi cruciale del modello, richiamata esplicitamente dagli autori e determinante ai fini del risultato, è l'adozione della regola di *razionamento efficiente*: quando le imprese praticano prezzi differenti, i consumatori con la disponibilità a pagare più elevata acquistano per primi dall'impresa con il prezzo più basso, saturandone la capacità, mentre i consumatori residui si rivolgono all'impresa con il prezzo più alto.

L'introduzione del vincolo di capacità disinnesca la spirale competitiva al ribasso tipica del Paradosso di Bertrand. Se l'impresa rivale fissa un prezzo superiore al livello di market clearing $p(K_1 + K_2)$, l'impresa considerata può sottrarle clienti abbassando il proprio prezzo, ma soltanto fino a saturazione della propria capacità. Oltre quel punto, qualsiasi ulteriore riduzione del prezzo comporta una perdita di margine senza alcun guadagno in volume. Il Lemma 2 del paper formalizza questa intuizione dimostrando per assurdo che nessun prezzo inferiore al livello di market clearing può costituire un equilibrio: fissare un prezzo più basso è una strategia strettamente dominata. Il Lemma 3 completa la caratterizzazione stabilendo che, nel caso di strategie pure, l'unico prezzo di

equilibrio è esattamente $p(K_1 + K_2)$, il prezzo che esaurisce la domanda aggregata dati i vincoli di capacità installati. Il Lemma 4 precisa la condizione sotto cui questo risultato vale: se entrambe le capacità sono inferiori o uguali al livello di Cournot, l'unico equilibrio perfetto nei sottogiochi del secondo stadio consiste nel prezzo di market clearing con probabilità unitaria. Qualsiasi tentativo di alzare il prezzo fa perdere i consumatori più sensibili, mentre qualsiasi tentativo di abbassarlo riduce soltanto il margine senza guadagno di quota.

La logica del primo stadio determina invece il livello di capacità scelto dalle imprese in equilibrio. Anticipando il comportamento razionale al secondo stadio, ciascuna impresa sceglie la capacità che massimizza il proprio profitto di equilibrio data la capacità del rivale. Il Lemma 1 dimostra l'unicità e la stabilità della scelta di capacità attraverso tre proprietà: la sostituibilità strategica, per cui la funzione di risposta ottima è strettamente decrescente nella capacità del rivale; la stabilità di mercato, garantita dalla limitatezza inferiore della pendenza della funzione di reazione; e l'esistenza dell'equilibrio. Il risultato di equivalenza che emerge da questa costruzione è che le capacità scelte in equilibrio al primo stadio coincidono esattamente con le quantità di Cournot, e conseguentemente i prezzi di equilibrio al secondo stadio riflettono il livello di prezzo che si osserverebbe in un gioco Cournot standard. Quindi, il gioco Bertrand con capacità endogena implementa l'esito Cournot attraverso un meccanismo strategico differente: la scelta di capacità funge da impegno credibile a non espandersi oltre un certo livello, permettendo profitti positivi.

Il caso in cui le capacità installate sono superiori ai livelli di Cournot è trattato nei Lemmi 5 e 6, e riguarda il regime di eccesso di capacità. In questa configurazione non esiste un equilibrio di Nash in strategie pure al secondo stadio: qualsiasi prezzo proposto può essere battuto dall'avversario mediante un taglio infinitesimo, generando una dinamica ciclica non convergente. Il Lemma 5 stabilisce la non esistenza dell'equilibrio in strategie pure in questa configurazione; il Lemma 6 costruisce l'equilibrio in strategie miste, caratterizzato da una distribuzione di probabilità sui prezzi definita su un supporto limitato. In caso di asimmetria delle capacità, l'impresa con capacità maggiore pratica in media prezzi superiori a quelli dell'impresa più piccola, un fenomeno che gli autori interpretano come dominanza stocastica. L'intuizione economica è che l'impresa di grande dimensione non può permettersi ribassi aggressivi senza subire perdite inframarginali elevate data la sua capacità, mentre l'impresa piccola deve adottare una politica di prezzo più aggressiva per assicurarsi la quota di domanda di cui ha bisogno per operare profittevolmente.

II.2.2 BROCK E SCHEINKMAN 1985: SUPERGIOCHI DI PREZZO CON CAPACITÀ VINCOLANTE

Il contributo di Brock and Scheinkman (1985), pubblicato sulla *Review of Economic Studies*, estende il modello di Kreps e Scheinkman al contesto del gioco ripetuto. Mentre Kreps and Scheinkman (1983) analizzano la competizione sui prezzi con capacità vincolante in un gioco statico a due stadi, Brock e Scheinkman si pongono la domanda di come la capacità influenzi la sostenibilità della collusione tacita in un gioco ripetuto infinitamente. La domanda centrale del paper è se, e in quale misura, la presenza di vincoli fisici sulla produzione modifichi le condizioni di stabilità del cartello derivate da Friedman (1971) nel caso di capacità illimitata. La risposta è articolata e rivela un risultato non intuitivo sulla relazione tra dimensione dell'industria e forza della collusione.

Il setup del modello configura un gioco ripetuto infinitamente tra n imprese simmetriche con capacità esogena identica $K_i = K$ per ogni impresa. Le imprese competono sui prezzi in ciascun periodo secondo la logica di Bertrand, con il vincolo che nessuna di esse può vendere più della propria capacità installata. Il costo marginale è normalizzato a zero e la domanda di mercato è deterministica e costante nel tempo. Coerentemente con il modello di Kreps e Scheinkman, Brock e Scheinkman adottano la regola di razionamento efficiente: i consumatori con disponibilità a pagare più elevata acquistano per primi dall'impresa con il prezzo più basso, saturandone la capacità, mentre i consumatori residui si rivolgono all'impresa con il prezzo più alto. Gli autori parametrizzano la pazienza delle imprese mediante il tasso di interesse r , dal quale deriva il fattore di sconto $R = 1/(1+r)$: tassi di interesse bassi corrispondono a giocatori pazienti che attribuiscono peso significativo ai profitti futuri, e dunque sostengono la collusione più facilmente.

La caratterizzazione del gioco statico sottostante, ripresa da Kreps and Scheinkman (1983), identifica tre regimi di equilibrio in funzione della capacità aggregata installata rispetto alla domanda di mercato. Denotando con q^m la quantità di monopolio e con q_{agg}^c la quantità aggregata di Cournot per n imprese, le tre configurazioni sono caratterizzate come segue.

Nel primo regime, corrispondente al caso

$$nK \leq q^m \tag{II.6}$$

la capacità aggregata è inferiore alla quantità di monopolio: anche producendo al massimo le imprese non saturano il mercato al prezzo di monopolio. L'unico equilibrio del gioco statico è il prezzo di market clearing $p(nK)$, ovvero il prezzo che esaurisce esattamente la capacità aggregata e massimizza il profitto dell'industria compatibilmente con il vincolo fisico. In questo regime la competizione di Bertrand è interamente neutraliz-

zata dai vincoli di capacità e i profitti sono positivi anche in assenza di coordinamento esplicito.

Nel secondo regime, caratterizzato da

$$q^m < nK < q_{agg}^c \quad (\text{II.7})$$

la capacità eccede la quantità di monopolio ma rimane inferiore al livello di Cournot. In questa configurazione non esiste equilibrio in strategie pure e le imprese randomizzano i prezzi secondo una distribuzione di probabilità con supporto limitato, generando i cicli di prezzo analizzati formalmente nell'appendice del paper. Il profitto atteso del BNE in strategie miste è strettamente positivo ma strettamente inferiore al profitto collusivo.

Nel terzo regime,

$$nK \geq q_{agg}^c \quad (\text{II.8})$$

la capacità aggregata supera il livello di Cournot e la logica di Bertrand puro riemerge progressivamente: al crescere di nK il BNE si avvicina al Paradosso di Bertrand con profitti tendenti a zero. L'equilibrio del gioco statico in ciascuno di questi regimi è denominato dagli autori *Bertrand-Nash Equilibrium* (BNE), e costituisce il punto di riferimento per caratterizzare sia il profitto competitivo sia la severità della punizione nel gioco ripetuto.

La strategia collusiva analizzata è il Grim Trigger nella sua versione adattata al contesto con capacità: le imprese praticano un prezzo collusivo p^* superiore al BNE finché tutti gli avversari hanno cooperato nei periodi precedenti; alla prima deviazione osservata, tutte le imprese regrediscono permanentemente al BNE del gioco statico con le rispettive capacità. La credibilità della punizione è garantita dal fatto che il BNE è un equilibrio del gioco statico, e quindi nessuna impresa ha incentivo a deviare dalla fase punitiva una volta innescata. La condizione di compatibilità degli incentivi per la sostenibilità della collusione assume la forma di quella di Friedman: il guadagno immediato derivante dalla deviazione dal prezzo collusivo deve essere inferiore o uguale al valore attualizzato delle perdite subite durante la punizione perpetua. Formalmente, denotando con π^m il profitto collusivo per impresa, π^d il profitto di deviazione ottimale, e π^{BNE} il profitto del gioco statico, la condizione di sostenibilità è:

$$\pi^d - \pi^m \leq \frac{1}{r} [\pi^m - \pi^{BNE}] \quad (\text{II.9})$$

Il risultato principale del paper è l'effetto non monotono del numero di imprese n sulla sostenibilità della collusione, risultato che costituisce il contributo originale di Brock e Scheinkman alla letteratura. Il meccanismo sottostante coinvolge l'interazione di due forze opposte che agiscono sui due lati della condizione (II.9). Da un lato, l'aumento di n accresce l'incentivo individuale a deviare, poiché la quota di profitto collusivo attribuita

a ciascuna impresa si riduce e il differenziale $\pi^d - \pi^m$ tende a crescere. Dall'altro lato, l'aumento di n accresce la capacità aggregata nK , rendendo la fase di punizione più severa: quando la capacità aggregata si avvicina o supera la domanda di monopolio, il BNE del gioco statico si avvicina progressivamente ai profitti nulli del Paradosso di Bertrand, e la perdita attualizzata della punizione diventa molto grande. L'interazione tra queste due forze produce un andamento non monotono: per n piccoli la seconda forza domina e la collusione si rafforza all'aumentare dell'industria; per n grandi la prima forza prevale e la collusione si indebolisce. Esiste quindi un numero ottimale di imprese che massimizza la forza della collusione, oltre il quale l'ingresso di nuovi concorrenti torna a destabilizzare il cartello.

Un secondo risultato dell'articolo riguarda il comportamento asimmetrico degli effetti di primo e secondo ordine nel regime di capacità marginalmente eccessiva. Quando l'eccesso di capacità è limitato, il guadagno da deviazione cresce in modo proporzionale alla capacità individuale (effetto di primo ordine), mentre la severità della punizione cresce solo come effetto di secondo ordine, poiché la distanza tra BNE e profitto collusivo rimane piccola. Ne consegue che con eccesso di capacità marginale la tentazione a deviare domina strutturalmente la minaccia di ritorsione, e nessun cartello può essere sostenuto indipendentemente dal valore del tasso di interesse. Solo quando l'eccesso di capacità diventa strutturalmente ampio, la punizione acquisisce la severità sufficiente a disincentivare la deviazione. L'articolo chiude con la caratterizzazione del prezzo massimo sostenibile in funzione di n , che presenta anch'esso un andamento non monotono coerente con la logica precedente: inizialmente decrescente all'aumentare delle imprese, poi crescente grazie al rafforzamento della minaccia BNE, fino a raggiungere il prezzo di monopolio, e infine nuovamente decrescente quando la frammentazione delle quote rende il tradimento dominante.

Il paper in analisi legittima l'uso del framework Bertrand con capacità esogena come struttura del gioco statico nel contesto della collusione tacita in gioco ripetuto, confermando che la distinzione tra competizione sulle quantità e competizione sui prezzi perde di rilevanza in presenza di vincoli fisici sufficientemente stringenti. In secondo luogo, la caratterizzazione del BNE nei tre regimi di capacità definiti dalle equazioni (II.6), (II.7) e (II.8) è ripresa nel modello del Capitolo III, dove le diverse configurazioni di capacità rispetto alla domanda corrispondono a regimi distinti del ciclo stagionale.

II.2.3 DAVIDSON E DENECKERE 1990: LA CAPACITÀ IN ECCESSO COME STRUMENTO DI SOSTEGNO DELLA COLLUSIONE

Il contributo di Davidson and Deneckere (1990), pubblicato sull'*International Economic Review*, integra in un unico modello due filoni della teoria oligopolistica: i super-

giochi di prezzo alla Friedman (1971) e Brock-Scheinkman (1985), in cui la capacità è trattata come parametro esogeno, e l'approccio a due stadi di Kreps e Scheinkman (1983), in cui la capacità è scelta strategicamente prima della concorrenza in prezzi ma il gioco di prezzo è statico e la collusione non è ammessa. Il modello configura un duopolio a due stadi e orizzonte infinito: nello stadio uno (al tempo zero) le imprese scelgono simultaneamente le capacità K_1, K_2 a costo unitario c ; nello stadio due (dal periodo uno in poi) ripetono indefinitamente un gioco di prezzo con capacità vincolate, sostenendo eventuali esiti collusivi attraverso strategie di tipo *Grim Trigger*. La pazienza delle imprese è parametrizzata mediante il tasso di interesse r , da cui deriva il fattore di sconto $\delta = 1/(1+r)$ utilizzato nelle riformulazioni standard. Il risultato centrale e contro intuitivo dell'analisi è che, in equilibrio, livelli elevati di *excess capacity* non indeboliscono ma sostengono la collusione: la capacità in eccesso, lungi dall'essere principalmente un incentivo alla deviazione (*chiseling effect*), opera anzitutto come strumento di ritorsione (*retaliation effect*), rendendo credibile la minaccia di punizione futura. L'ipotesi che differenzia Davidson e Deneckere da Brock e Scheinkman è che la collusione possa avvenire in prezzo ma non in capacità: le decisioni di investimento sono difficili da coordinare, osservabili e tipicamente irreversibili, mentre i prezzi sono flessibili nel breve periodo. Operativamente, la capacità è infinitamente durevole, non deprezzabile e acquistabile solo a $t = 0$. Nel sottogioco di prezzo ripetuto le imprese seguono strategie Grim Trigger: cooperano al prezzo collusivo p^c finché nessuna devia, e in caso contrario passano permanentemente all'equilibrio Bertrand-Nash statico con capacità vincolate, caratterizzato da Kreps and Scheinkman (1983) e Davidson and Deneckere (1986). Il razionamento dei consumatori segue la regola del razionamento efficiente: l'impresa con prezzo più basso serve i consumatori con disponibilità a pagare più alta, e la domanda residua per l'impresa j con $p_j > p_i$ è $q(p_j) = \max\{0, D(p_j) - K_i\}$. Questa scelta è fondamentale perché massimizza il guadagno da deviazione e quindi fornisce il *worst case* per la sostenibilità della collusione.

Indicando con π_i^c , π_i^{ch} , π_i^N rispettivamente i profitti per periodo dell'impresa i al punto collusivo, in deviazione ottima rispetto al cartello e nell'equilibrio Bertrand-Nash statico, la condizione che disciplina la deviazione confronta il guadagno immediato dalla rottura con il valore capitalizzato delle perdite future da ritorsione. Il guadagno netto da deviazione è:

$$Z_i = (\pi_i^{ch} - \pi_i^c) - \frac{1}{r}(\pi_i^c - \pi_i^N) \quad (\text{II.10})$$

L'impresa devia se e solo se $Z_i > 0$, e l'insieme dei vettori di prezzo sostenibili in un accordo collusivo è $\Omega = \{(p_1, p_2) : Z_1 \leq 0 \text{ e } Z_2 \leq 0\}$. La condizione (II.10) è equivalente, ponendo $\delta = 1/(1+r)$, alla forma standard $\pi_i^c \geq (1-\delta)\pi_i^{ch} + \delta\pi_i^N$. Data una qualsiasi

funzione di benessere del cartello $F(\pi_1^c, \pi_2^c)$ con $F_1, F_2 > 0$, il prezzo collusivo ottimale risolve il programma vincolato:

$$\max_{(p_1, p_2)} F(\pi_1^c, \pi_2^c) \quad \text{s.v.} \quad (p_1, p_2) \in \Omega \quad (\text{II.11})$$

Un risultato preliminare (Teorema 2) è che ogni $(p_1, p_2) \in \Omega$ deve avere $p_1 = p_2$: in qualunque accordo collusivo le imprese caricano lo stesso prezzo, perché qualunque differenziale di prezzo crea per l'impresa più alta un'occasione di deviazione profittevole. Ciò riduce il programma (II.11) alla scelta di un unico prezzo p^c , indipendente dalla forma specifica di F .

Per ottenere risultati in forma chiusa, gli autori utilizzano nel modello la domanda lineare $D(p) = 1 - p$, normalizzata. Quando le imprese caricano lo stesso prezzo, la regola di razionamento adottata è proporzionale alle capacità dove queste vincolano, e indipendente da esse oltre la soglia di saturazione del mercato:

$$S_i = \frac{\min(K_i, 1)}{\min(K_i, 1) + \min(K_j, 1)} \quad (\text{II.12})$$

La regola (II.12) è coerente con l'evidenza empirica sull'allocazione delle quote nei cartelli e ha la proprietà desiderabile per cui un'impresa che possiede capacità superiore alla domanda totale non aumenta la propria quota incrementando ulteriormente l'investimento. Sotto la regola (II.12), e tenuto conto che la deviazione ottima consiste nell'*undercut* infinitesimo del prezzo collusivo, profitti collusivi e di deviazione si scrivono compattamente come:

$$\pi_i^c(K_i, K_j, p) = p \min(S_i D(p), K_i), \quad \pi_i^{ch}(K_i, K_j, p) = p \min(D(p), K_i) \quad (\text{II.13})$$

La (II.13) chiarisce il meccanismo della tentazione: l'impresa che devia conquista, al limite, l'intera domanda compatibile con la propria capacità, mentre nell'esito collusivo serve solo la quota S_i del mercato. La differenza $\pi_i^{ch} - \pi_i^c$ è crescente in K_i , in quanto la capacità abilita la deviazione, ma anche $\pi_i^c - \pi_i^N$ cresce con la capacità complessiva, perché più capacità significa punizione più severa nel sottogioco Bertrand-Nash.

Risolto il sottogioco di prezzo, il gioco di scelta della capacità del primo stadio ha come funzione di reazione di ciascuna impresa l'argomento massimo di $V_i(K_i | K_j) = \pi_i^c(K_1, K_2) - cK_i$. Davidson e Deneckere dimostrano che, in funzione dei due parametri critici r e c , esistono tre tipologie di equilibrio simmetrico del gioco a due stadi. La prima è l'*Unconstrained Collusive Equilibrium* (UCE): per r e c bassi le imprese scelgono capacità ampie, sostengono il prezzo di monopolio e mostrano ampia *excess capacity*;

l'UCE è unico, quando esiste. La seconda è il *Constrained Collusive Equilibrium* (CCE): per r e/o c intermedi il prezzo collusivo si colloca al di sopra del livello Bertrand-Nash statico ma al di sotto del prezzo di monopolio, e per gli stessi valori dei parametri esiste un continuo di CCE; i livelli di capacità e di *excess capacity* sono inferiori rispetto all'UCE. La terza è il *Noncollusive Equilibrium* (NCE): per r e/o c elevati nessun prezzo superiore al livello Bertrand-Nash statico è sostenibile, prezzo e quantità coincidono con l'esito Cournot statico, e l'industria non porta capacità in eccesso.

Nel sottoregime in cui entrambe le imprese sono piccole abbastanza da vendere a piena capacità anche al prezzo collusivo (caso (b) del Teorema 4 di Davidson e Deneckere, valido per $\frac{1}{2} - K_1 \leq K_2 \leq \frac{1}{2}(1 - K_1)$), il prezzo collusivo massimo ammette la forma chiusa particolarmente trasparente:

$$p^c(K_1, K_2, r) = \frac{K_1 + K_2}{1 + r} \quad (\text{II.14})$$

con tasso di interesse critico inferiore $\underline{r} = 2(K_1 + K_2) - 1$ al di sotto del quale è sostenibile il prezzo di monopolio. Restrungendo l'attenzione agli equilibri Pareto-undominated, i risultati di statica comparata sono inequivocabili: una riduzione di r o di c aumenta simultaneamente il livello di collusione e la capacità in eccesso scelta dalle imprese. Capacità più ampie potenziano la minaccia di ritorsione (*retaliation effect*), e tale effetto domina l'incentivo individuale alla deviazione che la stessa capacità rende tecnicamente possibile (*chiseling effect*). Livelli più bassi di *excess capacity* coincidono quindi con livelli più bassi di collusione.

II.3 STAGIONALITÀ E COLLUSIONE

II.3.1 ROTEMBERG E SALONER 1986: GUERRE DI PREZZO NEI BOOM DI DOMANDA

Il contributo di Rotemberg and Saloner (1986), pubblicato sull'*American Economic Review*, coniuga una macro-fondazione del fenomeno dei prezzi controciclici osservato nei dati industriali aggregati statunitensi, e un risultato originale sulla sostenibilità della collusione in presenza di shock di domanda osservabili. La presente analisi si concentra esclusivamente sul secondo livello. Il risultato di Rotemberg e Saloner si sposta rispetto ai contributi precedenti del filone: mentre Friedman (1971), Green e Porter (1984), Brock e Scheinkman (1985) si concentrano sulla costruzione del cartello in ambienti con domanda stazionaria o con incertezza non osservabile, Rotemberg e Saloner spostano l'attenzione sulla resistenza del cartello a shock esogeni di domanda perfettamente osservabili dalle imprese. La domanda di ricerca espressa dall'articolo è come varino le condizioni di sostenibilità collusiva al variare delle condizioni correnti di mercato, e quale forma deb-

ba assumere il prezzo collusivo in equilibrio quando le imprese coordinano la propria condotta in funzione dello stato osservato della domanda.

Il modello considera un oligopolio con N imprese simmetriche che operano in un mercato caratterizzato da una funzione di domanda inversa $P(Q_t, \varepsilon_t)$, dove Q_t è la quantità aggregata e ε_t è uno shock di domanda i.i.d. con funzione di distribuzione $F(\varepsilon)$ nota a tutti i giocatori. La differenza sostanziale rispetto a Green e Porter risiede nella struttura informativa: in Rotemberg e Saloner lo shock ε_t è perfettamente e simmetricamente osservato da tutte le imprese prima che esse fissino prezzi o quantità. Non vi sono asimmetrie informative né problemi di monitoraggio della deviazione: qualsiasi scostamento dalla condotta collusiva è immediatamente identificato e attribuito al deviante. Questa specificazione permette di isolare l'effetto della variabilità di domanda, e di studiare la collusione in condizioni informative ottimali. Le imprese massimizzano il valore atteso scontato dei profitti con fattore di sconto comune $\delta < 1$. Gli autori specificano che il modello è particolarmente calibrato per industrie in cui la variabile strategica è il prezzo e i costi marginali sono costanti.

La condizione di compatibilità degli incentivi nel modello di Rotemberg e Saloner riproduce la struttura standard del filone, specializzata al caso con shock di domanda. Denotando con $\pi^c(P_t, \varepsilon_t)$, $\pi^d(P_t, \varepsilon_t)$ e $\pi^N(\varepsilon_t)$ rispettivamente il profitto collusivo per impresa, il profitto di deviazione ottima e il profitto dell'equilibrio di Nash statico (tutti dipendenti dallo shock corrente), la condizione di sostenibilità della collusione al prezzo P_t richiede:

$$\pi^d(P_t, \varepsilon_t) - \pi^c(P_t, \varepsilon_t) \leq K(\delta) \quad (\text{II.15})$$

dove $K(\delta)$ rappresenta il valore atteso attualizzato delle perdite future derivanti dalla punizione perpetua. Inoltre, $K(\delta)$ è una costante rispetto allo shock corrente ε_t . Formalmente:

$$K(\delta) = \frac{\delta}{1 - \delta} \mathbb{E}_\varepsilon [\pi^c(P^*(\varepsilon), \varepsilon) - \pi^N(\varepsilon)] \quad (\text{II.16})$$

dove l'aspettativa è presa rispetto alla distribuzione F degli shock futuri e $P^*(\varepsilon)$ è il prezzo collusivo ottimale nello stato ε . Poiché gli shock sono i.i.d. e indipendenti dalla realizzazione corrente, l'integrale si riduce al valore scalare: il futuro atteso coincide con la media. Il vincolo di incentivo presenta quindi un'asimmetria fondamentale tra i due lati: il lato sinistro, la tentazione corrente, dipende strettamente dallo shock ε_t realizzato oggi; il lato destro, il valore della punizione, è insensibile allo shock corrente e riflette esclusivamente le aspettative incondizionate sulle realizzazioni future.

Sotto le ipotesi standard di domanda decrescente e costi marginali costanti, gli autori dimostrano che:

$$\frac{\partial \pi^d}{\partial \varepsilon} > \frac{\partial \pi^c}{\partial \varepsilon} \quad (\text{II.17})$$

il profitto di deviazione cresce con lo shock di domanda più rapidamente del profitto collusivo. L'intuizione economica è: chi devia conquista, al limite, l'intero mercato espanso, mentre chi coopera serve solo la propria quota $1/N$ dell'incremento di domanda. Combinando (II.17) con la costanza di $K(\delta)$, segue che la differenza $\pi^d - \pi^c$ cresce con ε_t mentre il termine punitivo resta fisso: per ε_t sufficientemente elevati il vincolo di incentivo (II.15) non può essere più soddisfatto al prezzo di monopolio. Esiste quindi una soglia critica $\varepsilon^*(\delta, N)$ tale che per $\varepsilon_t \leq \varepsilon^*$ il prezzo di monopolio P^m è sostenibile, mentre per $\varepsilon_t > \varepsilon^*$ il cartello deve adottare un prezzo strategico $P^s(\varepsilon_t) < P^m$, calibrato in modo da rendere il vincolo di incentivo esattamente stringente:

$$\pi^d(P^s, \varepsilon_t) - \pi^c(P^s, \varepsilon_t) = K(\delta) \quad (\text{II.18})$$

La soglia ε^* è decrescente nel numero di imprese N e nel grado di impazienza (δ basso): cartelli grandi o impazienti collassano al prezzo strategico anche per shock relativamente modesti.

Il risultato principale del paper segue immediatamente dalla costruzione precedente. In equilibrio, il prezzo collusivo sostenibile $P^*(\varepsilon_t)$ è una funzione dello shock di domanda corrente: piatto al livello di monopolio per shock contenuti, decrescente in ε_t per shock superiori alla soglia ε^* . L'implicazione è contro intuitiva e costituisce il contributo del paper: nei boom di domanda i cartelli sono costretti ad abbassare i prezzi, generando il fenomeno empirico dei *price wars during booms* che dà il titolo al lavoro. La logica economica è che i boom amplificano in modo asimmetrico la tentazione a deviare rispetto alla minaccia di punizione: deviare durante un boom permette di catturare un mercato ampio nell'immediato, mentre la punizione perpetua riguarda anche i periodi futuri di domanda media o bassa, dove la perdita per impresa è strutturalmente limitata. Per mantenere la collusione l'unica leva disponibile al cartello è ridurre il prezzo, e con esso il differenziale di tentazione, fino a riportare il vincolo di incentivo in equilibrio.

Il modello di Rotemberg e Saloner è privo di vincoli di capacità: la quantità prodotta dalle imprese è espandibile secondo la funzione di costo, e il profitto di deviazione cresce linearmente nello shock di domanda senza alcun limite superiore strutturale.

II.3.2 HALTIWANGER E HARRINGTON 1991: CICLI DETERMINISTICI E ASIMMETRIA ASCENDENTE-DISCENDENTE

Il contributo di Haltiwanger and Harrington (1991), pubblicato sul *RAND Journal of Economics*, si pone in diretta prosecuzione del framework di Rotemberg e Saloner

abbandonando l'ipotesi di shock di domanda i.i.d. e introducendo cicli deterministici a lunghezza finita. La domanda centrale del paper è come la conoscenza perfetta del percorso futuro della domanda modifichi le condizioni di sostenibilità della collusione tacita rispetto al caso stocastico. La dipendenza temporale della domanda introduce un'asimmetria fondamentale tra le fasi ascendenti e discendenti del ciclo. Coerentemente con quanto osservato per Rotemberg e Saloner, anche per Haltiwanger e Harrington la presente trattazione si concentra sul meccanismo formale del modello, indipendentemente dalla finalità macroeconomica dell'articolo (l'analisi della pro o contro-ciclicità dei prezzi nei cicli economici aggregati).

Il modello configura un oligopolio à la Bertrand con n imprese simmetriche che competono sui prezzi simultaneamente in ciascun periodo, con costo unitario costante c . La specificazione Bertrand giustifica nel presente lavoro l'adozione del medesimo framework strutturale per il settore Ro-Pax, dove il prezzo del biglietto è la variabile decisionale operativa. Cinque ipotesi strutturali sono imposte sulla domanda: continuità e limitatezza della funzione di domanda; esistenza di un prezzo finito che azzeri la domanda; monotonicità decrescente nel prezzo; quasi-concavità stretta del profitto industriale rispetto al prezzo, condizione che garantisce l'esistenza di un unico prezzo di monopolio $P^m(t)$ ben definito per ogni periodo del ciclo; e infine ciclo deterministico a picco singolo, in cui la funzione di domanda varia secondo un pattern periodico noto a tutte le imprese, con punto di picco al tempo $\hat{t}$ e lunghezza del ciclo $\bar{t}$. L'orizzonte temporale è infinito, condizione necessaria per l'applicazione del Folk Theorem, mentre la lunghezza del ciclo è finita. Gli autori sottolineano esplicitamente che il modello si presta in modo naturale a settori caratterizzati da stagionalità deterministica, e ipotizzano inoltre che le fluttuazioni cicliche non siano sufficientemente intense da indurre ingressi o uscite di imprese durante il ciclo.

La condizione di compatibilità degli incentivi nel modello è formalizzata in modo tale da rendere esplicita la dipendenza dal tempo del valore della punizione. Denotando con $\{P(\tau)\}_{\tau=1}^{\infty}$ il percorso di prezzo collusivo, e definendo come strategia di punizione il ritorno permanente al Nash statico $P = c$ in caso di deviazione osservata, la condizione necessaria e sufficiente affinché tale percorso costituisca un equilibrio perfetto nei sottogiochi è:

$$\begin{aligned} L(t; \{P(\tau)\}_{\tau=1}^{\infty}, \delta) &\equiv \sum_{\tau=t+1}^{\infty} \delta^{\tau-t} \left[(P(\tau) - c) \frac{D(P(\tau); \tau)}{n} \right] \\ &\geq (n-1)(P(t) - c) \frac{D(P(t); t)}{n} \equiv G(t; \{P(\tau)\}_{\tau=1}^{\infty}), \quad \forall t \geq 1 \quad (\text{II.19}) \end{aligned}$$

dove $L(t; \cdot, \delta)$ è la perdita futura attualizzata derivante dalla deviazione, ovvero i

profitti collusivi futuri che il deviante perde quando il cartello regredisce permanentemente al Nash statico, e $G(t; \cdot)$ è il guadagno una tantum della deviazione ottima, ottenuta sottocaricando infinitesimamente il prezzo collusivo e catturando la quasi-totalità della domanda $(n-1)/n$ a scapito dei rivali. La differenza centrale rispetto al framework di Rotemberg e Saloner è che $L(t; \cdot, \delta)$ dipende esplicitamente dal tempo corrente t : il valore della punizione futura cambia in funzione di *dove* ci si trova nel ciclo, perché il futuro che segue t ha una composizione diversa a seconda della fase del ciclo in cui t si colloca. L'insieme dei percorsi di prezzo sostenibili come equilibri perfetti nei sottogiochi è denotato $\Delta(\delta)$:

$$\Delta(\delta) \equiv \left\{ \{P(\tau)\}_{\tau=1}^{\infty} \in \prod_{\tau=1}^{\infty} [c, P^m(\tau)] \mid L(t; \cdot, \delta) \geq G(t; \cdot), \forall t \geq 1 \right\} \quad (\text{II.20})$$

L'articolo si sviluppa attorno a sette teoremi che caratterizzano la soluzione del problema di massimizzazione del cartello, ovvero la scelta del percorso di prezzo $\{P^*(t; \delta)\}_{t=1}^{\infty} \in \Delta(\delta)$ che massimizza la somma attualizzata dei profitti collusivi. Il Teorema 1 stabilisce l'esistenza della soluzione per ogni $\delta \in (0, 1)$. La soluzione distingue regioni del fattore di sconto separate da soglie critiche ordinate come $(n-1)/n < \tilde{\delta} < \hat{\delta} < \bar{\delta}$, ciascuna con un'interpretazione economica precisa. Il limite inferiore $(n-1)/n$ è la soglia minima per sostenere il prezzo di monopolio in un Bertrand ripetuto con domanda costante, già nota da Friedman (1971); $\tilde{\delta}$ è la soglia sopra la quale il monopolio è sostenibile in tutti i punti del ciclo (Teorema 2), per cui il cartello opera al regime ottimale $P^*(t; \delta) = P^m(t)$ per ogni t ; $\hat{\delta}$ è la soglia sopra la quale esiste un unico punto t^* del ciclo in cui il vincolo si rompe, e dove il cartello deve ridurre il prezzo sotto $P^m(t^*)$ per mantenere il vincolo di incentivo stringente; $\bar{\delta}$ è la soglia sopra la quale è sostenibile una qualche forma di collusione, sotto la quale il mercato collassa al Nash statico $P^*(t; \delta) = c$ per ogni t (Teorema 3).

Il Teorema 4 dimostra come in questo regime esiste un unico punto t^* del ciclo in cui il vincolo di incentivo si rompe, e tale punto si colloca dopo il picco $\hat{t}$, cioè in fase discendente della domanda, non in corrispondenza del picco stesso come suggerirebbe l'intuizione derivata da Rotemberg e Saloner. Il meccanismo è il seguente: per impedire la deviazione il cartello ha bisogno che la perdita futura $L(t; \cdot, \delta)$ sia elevata, e L è massima quando i periodi immediatamente successivi sono caratterizzati da domanda elevata. In fase ascendente del ciclo i periodi successivi sono di domanda crescente verso il picco, quindi L è massima e la collusione è relativamente facile da sostenere. In fase discendente i periodi successivi sono di domanda calante verso la valle, quindi L è minima e la collusione è più fragile. Il Teorema 4 stabilisce formalmente che la rottura del cartello, quando avviene, si colloca in fase discendente.

Il Teorema 5 caratterizza la dinamica del prezzo collusivo per δ ulteriormente bassi, nell'intervallo $[(n-1)/n, \bar{\delta})$, dove la traiettoria del prezzo diviene contro-ciclica rispetto alla domanda: il prezzo collusivo è alto nei periodi di morbida e basso nei picchi, in piena coerenza con l'intuizione di Rotemberg e Saloner sui *price wars during booms*. Il prezzo minimo coincide con il picco della domanda $\hat{t}$, dove la tentazione a deviare è massima e il cartello deve abbassare il prezzo per riportare il vincolo in equilibrio. Il Teorema 6 stabilisce un risultato con picco singolo dei profitti collusivi di equilibrio: indipendentemente dal regime di pazienza, i profitti seguono un andamento monomodale lungo il ciclo, con picco in un punto $\tilde{t}$ tale che $\hat{t} - 1 \leq \tilde{t} \leq \hat{t}$. Per δ sufficientemente alti, $\tilde{t} = \hat{t}$ e il picco dei profitti coincide con il picco della domanda; per δ inferiori il picco dei profitti anticipa di un periodo il picco della domanda, risultato ottenuto come implicazione del Teorema 4.

Il Teorema 7 formalizza l'asimmetria sistematica tra fasi ascendenti e discendenti del ciclo. Controllando per la funzione di domanda corrente, ovvero confrontando un periodo t' in fase ascendente con un periodo t'' in fase discendente caratterizzati da $D(P; t') = D(P; t'')$ per ogni $P \geq 0$, con $t' < \hat{t} < t''$, il teorema stabilisce:

$$P^*(t'; \delta) \geq P^*(t''; \delta) \quad \forall \delta \in (0, 1),$$

$$\text{e se } P^*(t''; \delta) < P^m(t''), \text{ allora } P^*(t'; \delta) > P^*(t''; \delta) \quad \forall \delta \in [(n-1)/n, \hat{\delta}) \quad (\text{II.21})$$

La giustificazione economica è direttamente collegata alla struttura del Teorema 4: a parità di domanda corrente il guadagno G della deviazione è identico nei due punti, ma la perdita L differisce, perché in fase ascendente il futuro contiene il picco imminente con i suoi profitti collusivi elevati, mentre in fase discendente il futuro contiene la valle. La punizione attesa è quindi strutturalmente più severa in fase ascendente, e per compensare la minore severità della punizione in fase discendente il cartello deve abbassare il prezzo di quel lato del ciclo.

II.3.3 FABRA 2006: CICLI STAGIONALI E CAPACITÀ VINCOLANTE

Il contributo di Fabra (2006), pubblicato sull'*International Journal of Industrial Organization*, costituisce la prosecuzione del modello di Haltiwanger e Harrington con l'aggiunta di un vincolo di capacità simmetrico. La domanda centrale del paper è come la presenza di vincoli fisici sulla produzione modifichi i risultati di Haltiwanger e Harrington sulla collocazione del punto critico del ciclo, ovvero il momento in cui la collusione risulta più fragile. La risposta articolata dall'autrice è che il punto critico non è determinato in modo univoco dalla fase del ciclo, come avveniva in assenza di vincoli, ma dipende dal

rapporto tra capacità installata e domanda di mercato. Il risultato qualitativo più rilevante è che il punto critico si sposta dalla recessione (caso H&H) al boom quando i vincoli di capacità diventano sufficientemente stringenti, generando un'inversione strutturale della logica classica.

Il modello configura un duopolio simmetrico con capacità esogena identica K per le due imprese, costo marginale costante normalizzato a zero, e domanda lineare $D(P, \theta_t) = \theta_t - P$ dove θ_t è un parametro di domanda che varia ciclicamente nel tempo secondo un percorso deterministico noto a tutte le imprese. La struttura ciclica di θ_t ha lunghezza $\bar{t}$ con un picco al tempo $\hat{t}$, in piena coerenza con Haltiwanger e Harrington. Le imprese competono sui prezzi simultaneamente in ciascun periodo secondo la logica di Bertrand, con il vincolo di non poter vendere più della propria capacità, e la regola di razionamento adottata è quella efficiente. Due ipotesi strutturali sono imposte sul modello. La prima richiede che i profitti di monopolio e i profitti residuali si muovano nella stessa direzione della domanda di mercato lungo il ciclo, ovvero crescano dal periodo iniziale fino al picco $\hat{t}$ e decrescano dal picco fino alla fine del ciclo. La seconda assume che la capacità aggregata sia inferiore alla domanda di monopolio nel periodo di picco:

$$D(P^m, \theta_{\hat{t}}) > nK \quad (\text{II.22})$$

condizione che esclude il caso in cui i vincoli di capacità sarebbero non vincolanti in tutti i periodi del ciclo, riducendo il problema al puro Bertrand ripetuto di Friedman. Sotto l'ipotesi (II.22) esistono periodi del ciclo in cui la capacità è effettivamente saturata e altri in cui non lo è, permettendo all'autrice di studiare le transizioni tra regimi.

La strategia collusiva analizzata è il Grim Trigger nella sua versione adattata al contesto con capacità: le imprese praticano il prezzo di monopolio finché tutti gli avversari hanno cooperato nei periodi precedenti; alla prima deviazione osservata, regrediscono permanentemente all'equilibrio Bertrand-Nash statico (BNE) del gioco con capacità vincolante, caratterizzato da Kreps and Scheinkman (1983) e Brock and Scheinkman (1985). Il payoff ricevuto da ciascuna impresa nella fase punitiva è denominato da Fabra il *minmax payoff*: nei modelli con capacità vincolata e razionamento efficiente, il valore *minmax* e il payoff del BNE coincidono, perché la strategia *minmax* che gli avversari possono implementare consiste proprio nel saturare le rispettive capacità al prezzo di market clearing, generando il payoff residuale dell'impresa deviante. La condizione di compatibilità degli incentivi assume la forma standard del filone, specializzata al caso ciclico: il guadagno una tantum della deviazione al periodo t , denotato $G(t)$, deve essere inferiore o uguale alla perdita futura attualizzata derivante dalla regressione perpetua al BNE, denotata $L(t; \delta)$. La Proposizione 1 del paper stabilisce che esiste un fattore di sconto critico $\delta^* \in (0, 1)$ tale che il prezzo di monopolio è sostenibile in ogni periodo del ciclo se e solo se $\delta \geq \delta^*$.

Per $\delta < \delta^*$ esiste almeno un periodo t^* in cui il prezzo di monopolio non può essere sostenuto, e il cartello deve ridurre strategicamente il prezzo per riportare il vincolo in equilibrio.

Il risultato dell'articolo, formalizzato attraverso due lemmi e una simulazione numerica per i casi intermedi, riguarda la collocazione del punto critico t^* nel ciclo in funzione del livello di capacità installata. Il primo Lemma stabilisce che, in presenza di ampia capacità in eccesso, sia il guadagno da deviazione $G(t)$ sia la severità della punizione $L(t; \delta)$ crescono con il parametro di domanda θ_t : questo è il regime di Haltiwanger e Harrington, nel quale il punto critico si colloca in fase discendente del ciclo perché la perdita futura attualizzata diminuisce più rapidamente del guadagno da deviazione quando il futuro contiene la valle. Il secondo Lemma stabilisce il risultato opposto in presenza di capacità strettamente vincolante: quando i vincoli di capacità sono molto stringenti, l'impossibilità fisica di produrre di più durante una guerra di prezzo riduce la severità della punizione, mentre simultaneamente impedisce a chi devia di assorbire l'intera domanda di mercato. Di conseguenza, in regime di capacità stringente, $G(t)$ e $L(t; \delta)$ si muovono in direzione opposta rispetto al caso di Haltiwanger e Harrington (1991), e il punto critico si sposta dal regime di recessione al regime di boom: la collusione diventa più fragile in fase ascendente e nel picco, e relativamente robusta in fase discendente. Per livelli di capacità intermedi tra i due estremi, l'autrice ricorre a una simulazione numerica che conferma l'esistenza di una soglia precisa K^{**} oltre la quale il punto critico trasla dal boom alla recessione. Inoltre, in piena coerenza con Brock and Scheinkman (1985), il paper documenta una relazione non monotona tra il fattore di sconto critico δ^* e la capacità installata: all'aumentare di K a partire da livelli stringenti, la sostenibilità della collusione risulta dapprima più facile (cresce la severità potenziale della punizione), per poi tornare a essere più difficile quando gli impianti diventano sufficientemente grandi da permettere a un singolo deviante di assorbire l'intera domanda di mercato.

II.3.4 KNITTEL E LEPORE 2010: COLLUSIONE TACITA CON DOMANDA CICLICA E CAPACITÀ ENDOGENA

Il contributo di Knittel and Lepore (2010), pubblicato sull'*International Journal of Industrial Organization*, estende il filone della collusione tacita con domanda ciclica rendendo la capacità una variabile strategica scelta prima della competizione sui prezzi, in linea con Kreps and Scheinkman (1983) e Davidson and Deneckere (1990). Il paper si appoggia esplicitamente a due antecedenti: Staiger and Wolak (1992), che studiano capacità simmetriche scelte prima della realizzazione di shock di domanda i.i.d., e Fabra (2006), che introduce capacità esogene simmetriche nel modello di Haltiwanger and Harrington (1991). Gli autori analizzano industrie in cui le decisioni di scala sono di lungo periodo,

irreversibili e precedenti alla competizione sui prezzi, citando come esempi il mercato dei viaggi organizzati, la generazione elettrica e la raffinazione: una configurazione che, come si vedrà nel Capitolo III, descrive direttamente il settore del trasporto Ro-Pax.

Il modello configura due imprese a vita infinita che producono un bene omogeneo con fattore di sconto comune $\delta \in (0, 1)$. La domanda segue fluttuazioni cicliche deterministiche di lunghezza finita τ , governate dal parametro θ_t noto a entrambe le imprese, con funzione di domanda $D(\cdot, \theta_t)$ e domanda inversa $P(\cdot, \theta_t)$. Al periodo zero le imprese scelgono simultaneamente e indipendentemente le capacità x_1 e x_2 , che restano fisse per tutto il gioco e sono osservate dal rivale prima dell'avvio della competizione di prezzo; dal periodo uno in poi le imprese fissano i prezzi simultaneamente in ogni periodo, su orizzonte infinito. Il costo marginale di produzione è nullo fino alla soglia di capacità x_i e infinito oltre tale soglia; la capacità ha un costo lineare cx_i pagato in ciascun periodo, con costo marginale $c > 0$ costante e identico tra le imprese.

Il modello si fonda su cinque ipotesi strutturali. Le prime due caratterizzano la domanda: la domanda inversa è due volte differenziabile con continuità, strettamente decrescente e concava nella quantità sull'intervallo rilevante, e la domanda è crescente nel parametro θ . La terza e la quarta riguardano la capacità: il costo è omogeneo tra le imprese e lineare, e una condizione di redditività impone $c < \bar{c}(\delta)$, così che l'investimento in capacità resti profittevole lungo il ciclo. La quinta richiede che il ciclo presenti un picco singolo, ed è necessaria soltanto per i risultati sui pattern di prezzo lungo il ciclo. Il razionamento adottato è la regola efficiente, di massimizzazione del surplus; gli autori mostrano che i risultati principali restano validi anche sotto razionamento proporzionale.

Date le capacità, l'equilibrio di Nash di ciascun gioco di prezzo statico è caratterizzato a partire dalla funzione di miglior risposta di Cournot a costo di capacità nullo:

$$r(x_j, \theta) = \arg \max_{q \in [0, D(0, \theta) - x_j]} P(q + x_j, \theta) q. \quad (\text{II.23})$$

Seguendo Kreps and Scheinkman (1983) e Deneckere and Kovenock (1992), il ricavo atteso di equilibrio si articola in tre configurazioni. Se $x_1 \leq r(x_2, \theta)$ e $x_2 \leq r(x_1, \theta)$, l'equilibrio è in strategie pure al prezzo di market clearing e ciascuna impresa vende l'intera capacità, con ricavo $P(x_1 + x_2, \theta)x_i$. Se $\min\{x_1, x_2\} \geq D(0, \theta)$, ciascuna impresa è in grado di servire da sola l'intera domanda anche a prezzo nullo, la logica di Bertrand opera nella sua forma pura e i ricavi di equilibrio sono nulli. In tutte le configurazioni intermedie l'equilibrio è in strategie miste: l'impresa con capacità maggiore ottiene in valore atteso il ricavo ottimo sulla domanda residua, $P(r(x_j, \theta) + x_j, \theta)r(x_j, \theta)$, mentre l'impresa con capacità minore ottiene il prezzo più basso del supporto della distribuzione di equilibrio moltiplicato per la propria capacità. Nel caso simmetrico con domanda lineare adottato

nei capitoli successivi le condizioni si riducono esattamente alle soglie del modello della tesi: con $D(p, t) = a(t) - bp$ e $x_1 = x_2 = K$ si ha $r(K) = (a - K)/2$, per cui il regime in strategie pure richiede $a \geq 3K$, il regime a profitti nulli richiede $a \leq K$, e il payoff atteso dell'equilibrio misto vale $(a - K)^2/(4b)$, la forma chiusa impiegata nel Capitolo III.

Sul sentiero collusivo la punizione è la regressione perpetua all'equilibrio non cooperativo del gioco statico alle capacità correnti. Gli autori osservano che questa scelta non restringe l'insieme dei prezzi sostenibili rispetto ai codici penali ottimi di Abreu (1986): per prezzi simmetrici il vincolo stringente è sempre quello dell'impresa con capacità maggiore, e i suoi profitti non cooperativi coincidono già con il livello minmax. Il guadagno da deviazione al periodo t è definito in forma unificata, come estremo superiore sull'insieme dei prezzi alternativi:

$$\mathcal{G}_{i,t}(p_t, x) = \begin{cases} \sup_{\rho_{i,t} \in [0, \bar{P}_{\max}]} R_{i,t}((\rho_{i,t}, p_{j,t}), x) - R_{i,t}(p_t, x), & p_t \in \mathbf{P}_t, \\ 0, & p_t \in p_t^N(x), \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

dove $\mathbf{P}_t$ è l'insieme delle coppie di prezzi simmetrici, $p_t^N(x)$ è il pricing non cooperativo del gioco statico e $R_{i,t}(p_t, x) = p_{i,t} \min\{x_i, D(p_t, \theta_t)/2\}$ è il ricavo per impresa sui prezzi simmetrici. La perdita futura attualizzata derivante dalla deviazione è:

$$\mathcal{L}_{i,t}(p_{|t+1}, x, \delta) = \sum_{s=t+1}^{\infty} \delta^{s-t} (R_{i,s}(p_s, x) - R_{i,s}^N(x)), \quad (\text{II.25})$$

dove $R_{i,s}^N(x)$ è il ricavo atteso dell'equilibrio statico nel periodo s e l'esponente di sconto è riportato nella forma relativa.^{II.1} L'insieme dei sentieri di prezzo sostenibili è:

$$\Delta(x, \delta) = \left\{ p \in \mathbf{P}(x) \mid \mathcal{G}_{i,t}(p_t, x) \leq \mathcal{L}_{i,t}(p_{|t+1}, x, \delta), \forall i \in \{1, 2\}, t \geq 1 \right\}, \quad (\text{II.26})$$

dove $\mathbf{P}(x)$ denota l'insieme dei sentieri di prezzo ammissibili date le capacità. Il vincolo unificato si separa naturalmente in due componenti. La prima è il vincolo di *undercutting*, standard nel filone: il guadagno immediato dal ribasso infinitesimale del prezzo collusivo, che consegna al deviante l'intera domanda fino a saturazione della propria capacità, deve restare entro la perdita futura da punizione. La seconda è il vincolo di *overcutting*, che opera soltanto quando il vincolo di undercutting è già stringente: se

^{II.1}Nella versione a stampa (p. 135) l'esponente della sommatoria è δ^{s-1} . Si tratta di un refuso per δ^{s-t} : con l'esponente assoluto il valore della punizione dipenderebbe dal tempo di calendario e tenderebbe a zero al crescere di t , rendendo insostenibile qualunque sentiero collusivo, in contraddizione con i risultati del paper; gli esponenti relativi impiegati nella dimostrazione del Teorema 1 confermano la forma relativa. Le due scritture coincidono per $t = 1$.

il prezzo collusivo è compreso molto al di sotto del livello di monopolio, diventa potenzialmente profittevole una deviazione al rialzo, con cui l'impresa serve a prezzo maggiore la domanda residua lasciata dal rivale saturo. Gli autori sottolineano che questo secondo vincolo è una caratteristica specifica dei modelli con capacità vincolante, e che la sua operatività dipende dalla regola di razionamento.

L'analisi degli equilibri collusivi restringe l'attenzione al *most-collusive equilibrium*: capacità in strategie pure e sentieri di prezzo simmetrici che massimizzano il profitto congiunto scontato all'interno di $\Delta(x, \delta)$. Esistono due fattori di sconto chiave: $\bar{\delta}(c)$, sopra il quale i prezzi di massimo profitto congiunto sono sostenibili a tutte le capacità di equilibrio (Proposizione 3 del paper), e $\underline{\delta}(c)$, sotto il quale gli unici equilibri comportano capacità e prezzi non cooperativi (Proposizione 4). Nell'intervallo intermedio il pricing most-collusive si classifica in tre regioni. Nella prima il prezzo collusivo è sostenibile al livello che massimizza il profitto congiunto del periodo, ovvero al prezzo di monopolio vincolato $P_t^m(X) = \max\{P_t^{um}, P(X, \theta_t)\}$ con $X = x_1 + x_2$, dove P_t^{um} denota il prezzo di monopolio non vincolato. La regione comprende due sottocasi. Quando $D(P_t^{um}, \theta_t) \leq x_1 + x_2$, il prezzo collusivo coincide con P_t^{um} , ciascuna impresa serve metà della domanda e la sostenibilità richiede il rispetto del vincolo di undercutting, che impone una soglia inferiore al fattore di sconto. Quando invece $D(P_t^{um}, \theta_t) \geq x_1 + x_2$, il prezzo collusivo è il prezzo di market clearing $P(x_1 + x_2, \theta_t) \geq P_t^{um}$, ciascuna impresa satura la capacità e il vincolo di undercutting è banalmente soddisfatto: il ribasso non sottrae clienti al rivale saturo e si traduce in pura perdita di margine, senza imporre alcuna soglia sul fattore di sconto. Nella seconda regione, dei *mild price wars*, il vincolo di undercutting morde al prezzo di massimo profitto congiunto, mentre quello di overcutting resta inoperante. Il prezzo collusivo scende al più alto livello simmetrico compatibile con gli incentivi, individuato dall'uguaglianza:

$$\mathcal{G}_{i,t}(p_t^*, x) = \mathcal{L}_{i,t}(p_{|t+1}^*, x, \delta). \quad (\text{II.27})$$

Il prezzo ridotto rappresenta la concessione che mantiene il cartello entro i vincoli di incentivo nei periodi sfavorevoli, in piena analogia con la logica di Rotemberg and Saloner (1986), e i prezzi controciclici che ne derivano sono ciò che gli autori denominano guerre di prezzo miti. Nella terza regione nessun prezzo soddisfa i vincoli di incentivo generando un ricavo congiunto superiore a quello non cooperativo, e il pricing di equilibrio coincide con quello del gioco statico. Le guerre di prezzo severe, periodi in cui sul sentiero di equilibrio le imprese praticano il pricing misto non cooperativo e si verifica undercutting effettivo quasi certo, appartengono a questa regione e sono coerenti con i risultati di Staiger and Wolak (1992).

Sul fronte delle capacità, l'equivalenza di Cournot stabilita da Kreps and Scheink-

man (1983) non si trasferisce all'impianto ciclico: la capacità è scelta una sola volta e deve servire regimi di domanda eterogenei, ed è possibile che un equilibrio non cooperativo in capacità pure e simmetriche non esista, mentre l'esistenza in strategie miste è garantita da argomenti standard di punto fisso. Gli equilibri non cooperativi del gioco di capacità sono in generale asimmetrici o in strategie miste, con capacità pure simmetriche soltanto in configurazioni particolari del ciclo. La simmetria riemerge come risultato sul sentiero collusivo: la Proposizione 6 stabilisce che, quando esistono capacità incentivo-compatibili preferite a quelle non cooperative, le capacità del most-collusive equilibrium sono pure e simmetriche. Il fondamento è il Lemma 1 del paper: a prezzi simmetrici il vincolo di incentivo che morde è sempre quello dell'impresa con capacità maggiore, e ogni movimento verso la simmetria allenta tale vincolo, sostenendo prezzi più alti in tutti i periodi.

I risultati principali del paper riguardano i pattern di prezzo lungo il ciclo e dipendono dal costo marginale della capacità. Il Teorema 1 stabilisce che esiste una soglia di costo oltre la quale, confrontando due periodi a domanda corrente identica sui due lati del picco, prezzi e ricavi attesi nel boom sono non superiori a quelli della recessione, con disuguaglianza stretta nei casi non degeneri. Il risultato rovescia il Teorema 7 di Haltiwanger and Harrington (1991) e vale per tutti gli equilibri collusivi, incluse configurazioni con capacità asimmetriche. Il meccanismo è il seguente: quando la capacità è costosa le imprese ne installano poca rispetto al ciclo, la punizione dopo una deviazione risulta più debole proprio nei periodi di domanda elevata, e a parità di guadagno corrente il vincolo morde più forte in fase ascendente, costringendo il cartello ad abbassare i prezzi nel boom. Il Teorema 2 fornisce il risultato speculare in forma più debole: per costi della capacità sufficientemente bassi esiste almeno un equilibrio collusivo in cui, a parità di domanda corrente, i prezzi nel boom sono non inferiori a quelli della recessione, replicando il pattern di Haltiwanger e Harrington. Capacità abbondanti e poco costose fungono da capitale punitivo, e la perdita futura da deviazione è massima quando la domanda è in crescita; gli autori precisano che si tratta di un enunciato di esistenza, e che il most-collusive equilibrium può non seguire mai questo pattern. Per costi intermedi nessuna disuguaglianza generale è dimostrabile, e gli esempi numerici mostrano che il segno del confronto può invertirsi lungo lo stesso ciclo. Ne discende un'implicazione rilevante per l'analisi empirica: i test di collusione costruiti sulla predizione di Haltiwanger e Harrington possono non rilevare una collusione esistente quando i vincoli di capacità sono operanti, poiché il pattern dei prezzi dipende dal costo di lungo periodo della capacità.

Il confronto con Fabra (2006) definisce la collocazione del modello sviluppato nei capitoli successivi. Gli stessi Knittel e Lepore descrivono il contributo di Fabra come l'aggiunta di vincoli di capacità esogeni e simmetrici al modello di Haltiwanger e Harrington,

con analisi ristretta agli equilibri in cui i prezzi restano arbitrariamente vicini al livello di monopolio vincolato, e collegano la Proposizione 1 di Fabra alla propria Proposizione 3, che la generalizza al caso di capacità endogene. Questo è esattamente l'ambiente della tesi: nel settore Ro-Pax la capacità è determinata da decisioni di flotta di lungo periodo, vincoli portuali e regolazione, esterne all'orizzonte strategico del pricing, e il modello dei Capitoli 3 e 4 adotta quindi Fabra (2006) come riferimento strutturale, specializzandone l'impianto al sottogioco di prezzo con capacità esogene simmetriche e domanda lineare generalizzata nel parametro di pendenza. Da Knittel and Lepore (2010) la tesi riprende tre elementi: la formulazione dei vincoli di compatibilità degli incentivi, con la distinzione tra deviazione al ribasso e deviazione al rialzo; la classificazione del comportamento del cartello lungo il ciclo in regioni di prezzo, in funzione del rapporto tra domanda e capacità; e la frontiera segnata dall'endogeneità della capacità, che delimita ciò che l'ipotesi di esogeneità lascia fuori dal perimetro dell'analisi, ovvero la dipendenza dei pattern collusivi dal costo di lungo periodo della capacità.

CAPITOLO III

IL MODELLO

III.1 STRUTTURA DEL MERCATO E IPOTESI FONDAMENTALI

Il settore del trasporto Ro-Pax su rotta è caratterizzato da barriere all'entrata elevate, infrastrutture portuali che limitano la capacità massima e costi fissi di acquisizione delle unità navali nell'ordine delle decine se non centinaia di milioni di euro. Questa configurazione strutturale rende il duopolio, per come verrà descritto nella seguente analisi, la forma di mercato stilizzata di riferimento.

La scelta di restringere l'analisi a 2 imprese permette di catturare le proprietà strutturali dell'interazione strategica, in particolare la tensione tra cooperazione e deviazione, senza la complessità che emergerebbe con $N > 2$ giocatori. I due operatori, indicizzati con $i \in \{1, 2\}$, producono un servizio di trasporto omogeneo. Il servizio offerto, il trasporto di passeggeri e veicoli da un porto all'altro, è dal punto di vista del consumatore che massimizza l'utilità al prezzo più basso una commodity, quindi i due servizi sono fungibili.

La teoria classica dell'oligopolio identifica nel modello di Cournot il paradigma per la competizione sulle quantità. Tuttavia, applicare Cournot al settore Ro-Pax risulta concettualmente inappropriato: la quantità offerta, misurata in posti disponibili per traversata, non è una variabile di scelta nel breve periodo. La capacità della flotta K è determinata da decisioni di investimento pluriennali e irreversibili che precedono l'orizzonte strategico del modello. La variabile di controllo, in questo elaborato è il prezzo, non la quantità. Seguendo Kreps and Scheinkman (1983), trattiamo la capacità come un pre-impegno vincolante ed esogeno, e modelliamo la competizione come un gioco di Bertrand, simultaneo, in duopolio simmetrico con vincoli di capacità.

La struttura di costo rilevante nel trasporto Ro-Pax presenta una caratteristica peculiare: il costo marginale di imbarcare un passeggero aggiuntivo è trascurabile rispetto al prezzo del biglietto, poiché i costi dominanti, carburante, equipaggio e ammortamento della nave, sono prevalentemente fissi e indipendenti dal tasso di occupazione. Per semplicità analitica, e in linea con la trattazione standard della letteratura (Brock and

Scheinkman, 1985; Davidson and Deneckere, 1990), normalizziamo il costo marginale a zero. Tale semplificazione è tuttavia giustificata dalla sproporzione tra costo marginale e prezzo di mercato e non altera qualitativamente i risultati. Formalmente, la funzione di costo di ciascun operatore è:

$$C(q_i) = \begin{cases} 0 & \text{se } q_i \leq K \\ \infty & \text{se } q_i > K \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

La discontinuità a $q_i = K$ cattura il vincolo fisico della capacità: imbarcare più passeggeri di quanti la nave ne contenga è fisicamente impossibile, non solo costoso. Le ipotesi fondamentali del modello sono le seguenti.

Ipotesi III.1 (Duopolio simmetrico). $N = 2$ imprese con struttura di costi e capacità identiche. La simmetria è necessaria per isolare le interazioni strategiche da effetti di asimmetria strutturale.

Ipotesi III.2 (Capacità esogena). La capacità K è un parametro fisso, identico per entrambe le imprese, non soggetto a ottimizzazione nel modello. Questa ipotesi riflette l'irreversibilità degli investimenti navali nell'orizzonte di breve e medio periodo.

Ipotesi III.3 (Costo marginale nullo). $MC = 0$ per $q_i \leq K$, $MC = \infty$ per $q_i > K$, come formalizzato nell'equazione (III.1).

Ipotesi III.4 (Prodotto omogeneo). Il servizio di trasporto è identico per i due operatori. I consumatori sono indifferenti tra i due operatori a parità di prezzo.

Ipotesi III.5 (Informazione completa e perfetta). In ogni periodo, entrambe le imprese osservano i prezzi praticati e le quantità vendute dall'avversario. Questa ipotesi è giustificata dal fatto che i prezzi dei biglietti sono pubblicamente osservabili in tempo reale.

Ipotesi III.6 (Orizzonte infinito). Il gioco si ripete indefinitamente, condizione necessaria per l'applicazione del Folk Theorem di Friedman (1971) e Fudenberg and Maskin (1986) discusso nel Capitolo II.^{III.1}

III.2 LA STRUTTURA DELLA DOMANDA E I REGIMI STAGIONALI

La domanda aggregata di trasporto passeggeri sulla rotta è descritta da una funzione lineare diretta della forma:

^{III.1} Il Folk Theorem stabilisce che in un gioco ripetuto all'infinito con fattore di sconto δ sufficientemente vicino a uno, qualsiasi vettore di profitti individualmente razionale e collettivamente fattibile può essere sostenuto come equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi. L'ipotesi di orizzonte infinito o senza termine noto per i giocatori è essenziale: in un gioco a periodi finiti per induzione a ritroso la cooperazione crolla nell'ultimo periodo e in tutti i periodi precedenti.

$$D(p, t) = a(t) - bp \quad (\text{III.2})$$

dove D è la quantità domandata al prezzo p , $b > 0$ è il parametro di pendenza costante nel tempo e $a(t) > 0$ è il parametro stagionale di domanda, definito come la quantità massima domandata al prezzo zero. La specificazione segue Fabra (2006), con la generalizzazione del parametro b rispetto alla normalizzazione $b = 1$ adottata nel paper originale. La scelta di una domanda lineare è standard nella letteratura sull'oligopolio (Tirole, 1988) e permette di ottenere soluzioni in forma chiusa per i profitti di monopolio, deviazione e punizione, facilitando la trattazione analitica del Capitolo IV. La domanda inversa corrispondente, ottenuta invertendo l'equazione (III.2), è:

$$P(Q, t) = \frac{a(t) - Q}{b} \quad (\text{III.3})$$

Seguendo Haltiwanger and Harrington (1991), modelliamo la domanda come un ciclo deterministico annuale su $T = 7$ periodi. Il parametro $a(t)$ assume valori discreti ordinati secondo la sequenza:

$$a(t) \in \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_3, a_2, a_1\}, \quad t = 1, 2, \dots, 7 \quad (\text{III.4})$$

con $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$, in modo che il ciclo segua una fase ascendente nei periodi $t = 1, \dots, 4$ e una fase discendente simmetrica nei periodi $t = 5, \dots, 7$. Il ciclo si ripete identicamente con periodo $T = 7$.^{III.2} La corrispondenza con il calendario stagionale è riportata nella Tabella 3.1.

Tabella 3.1: Esempio di struttura ciclica della domanda

Periodo t	Parametro $a(t)$	Stagione approssimativa
$t = 1$	a_1	Dicembre – Gennaio
$t = 2$	a_2	Febbraio – Marzo
$t = 3$	a_3	Aprile – Giugno
$t = 4$	a_4	Luglio – Agosto
$t = 5$	a_3	Settembre
$t = 6$	a_2	Ottobre – Novembre
$t = 7$	a_1	Dicembre

La struttura a sette periodi è una stilizzazione che preserva il meccanismo economico fondamentale della stagionalità senza pretendere di replicare la complessità empirica

^{III.2}Per implementare automaticamente la periodicità della funzione $a(t)$ su un orizzonte temporale arbitrario è sufficiente esprimerla nella forma $a(t) = a(((t - 1) \bmod 7) + 1)$, dove $\bmod$ denota l'operatore modulo. La formulazione garantisce che ogni periodo $t > 7$ venga ricondotto al corrispondente periodo del ciclo base $\{1, 2, \dots, 7\}$, preservando la struttura stagionale senza necessità di estensione esplicita della sequenza.

del settore. L'elemento teorico rilevante è che due periodi con identico livello di domanda corrente, come $t = 3$ e $t = 5$ entrambi con parametro a_3 , si trovano in fasi opposte del ciclo: nel primo la domanda è crescente e le imprese anticipano profitti futuri in aumento, nel secondo la domanda è decrescente e le imprese anticipano profitti futuri in calo. Questa asimmetria temporale, formalizzata dal Teorema 7 di Haltiwanger and Harrington (1991) discusso nella Sezione II.3.2, costituisce un elemento strutturale del ciclo stagionale.

Il parametro critico del modello è il livello di $a(t)$ in rapporto con la capacità installata per impresa K . Questo rapporto determina la struttura dell'equilibrio non cooperativo del gioco statico e governa la classificazione dei regimi stagionali. Questa logica di relativizzazione domanda-capacità è coerente con l'impianto formale di Fabra (2006) e Knittel and Lepore (2010) discussi nel Capitolo II.

Poiché il parametro $a(t)$ rappresenta la domanda massima al prezzo zero, la classificazione dei regimi stagionali può essere costruita confrontando $a(t)$ con la capacità individuale K . Nel modello emergono quattro soglie strutturali: K , $2K$, $3K$ e $4K$. Esse identificano i punti in cui cambia la natura della deviazione, della punizione non cooperativa o della scelta collusiva.

Si distinguono quindi cinque regioni:

$$a(t) \leq K,$$

$$K < a(t) \leq 2K,$$

$$2K < a(t) < 3K,$$

$$3K \leq a(t) \leq 4K,$$

$$a(t) > 4K.$$

La soglia K separa il caso di Bertrand puro dal caso in cui il vincolo di capacità genera profitti positivi anche nella fase non cooperativa. La soglia $2K$ separa la deviazione non vincolata dalla deviazione vincolata dalla capacità individuale. La soglia $3K$ identifica il passaggio dall'equilibrio statico in strategie miste all'equilibrio puro con capacità vincolante. La soglia $4K$ identifica il punto oltre il quale il monopolio collusivo non vincolato non è più fisicamente implementabile. Quando le imprese praticano prezzi diversi, adottiamo la regola di razionamento efficiente (come da let-

teratura): i consumatori con disponibilità a pagare più alta acquistano per primi dall'impresa con il prezzo più basso, fino a saturazione della sua capacità; i consumatori rimasti senza servizio si rivolgono all'altra impresa. Formalmente, supponiamo che $p_1 < p_2$. La quantità servita dall'impresa 1 è $q_1 = \min\{D(p_1, t), K\}$, la domanda residua per l'impresa 2 è $D_2^r(p_2, t) = \max\{D(p_2, t) - q_1, 0\}$, e la quantità servita dall'impresa 2 è $q_2 = \min\{D_2^r(p_2, t), K\}$.

Ipotesi III.7 (Domanda stagionale deterministica). La domanda segue il ciclo deterministico a $T = 7$ periodi definito dall'equazione (III.4), con $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$.

Ipotesi III.8 (Pendenza costante). Il parametro $b > 0$ è costante nel tempo e identico per i due operatori.

Ipotesi III.9 (Razionamento efficiente). I consumatori acquistano dall'operatore con il prezzo più basso fino a saturazione della sua capacità; i consumatori residui si rivolgono all'operatore con il prezzo più alto.

III.3 LA COMPETIZIONE STATICA

Prima di introdurre la struttura del gioco ripetuto è necessario caratterizzare l'equilibrio del gioco statico sottostante, ovvero il gioco che si giocherebbe se le imprese si incontrassero una sola volta. Questo equilibrio costituisce il riferimento rispetto al quale si misurano, nel gioco ripetuto, sia il guadagno dalla collusione sia la severità della punizione in caso di deviazione.

Le due imprese scelgono simultaneamente i prezzi p_1 e p_2 . Con prodotto omogeneo e costo marginale nullo, se l'impresa 1 abbassa il prezzo di una quantità infinitesima $\varepsilon > 0$ acquisisce, per la regola di razionamento efficiente, l'intera domanda di mercato fino al limite della propria capacità K . Il guadagno è finito e proporzionale a K , un effetto di primo ordine; la perdita è infinitesima, perché si rinuncia a ε su ogni biglietto che si sarebbe venduto comunque, un effetto di secondo ordine. In assenza di vincoli di capacità il ragionamento è simmetrico per entrambe le imprese e nessun prezzo positivo è sostenibile: è il Paradosso di Bertrand, per cui due imprese con costo marginale nullo si fanno concorrenza fino al prezzo zero, dissipando i profitti dell'industria.

Il vincolo di capacità K modifica questo esito. La concorrenza di prezzo tra imprese con capacità limitata è stata caratterizzata da Kreps and Scheinkman (1983) e Brock and Scheinkman (1985), e Fabra (2006) ne fornisce le soluzioni in forma chiusa nel caso simmetrico con domanda lineare adottato in questo elaborato. L'analisi che segue richiama tali risultati e li applica al trasporto Ro-Pax, distinguendo i tre regimi che corrispondono alle diverse posizioni della domanda rispetto alla capacità: bassa stagione ($a(t) \leq K$), alta stagione ($a(t) \geq 3K$) e stagione intermedia ($K < a(t) < 3K$).

III.3.1 BASSA STAGIONE

In bassa stagione ($a(t) \leq K$) la domanda al prezzo zero, $D(0, t) = a(t)$, non supera la capacità di una singola impresa: ciascuna impresa può quindi servire da sola l'intera domanda e sottoprezzare l'avversaria. La logica di Bertrand si applica nella forma standard e la spirale al ribasso si arresta solo a $p_i = MC = 0$, cosicché l'equilibrio di Nash del gioco statico è:

$$p_1^N = p_2^N = 0, \quad \Pi_i^N = 0. \quad (\text{III.5})$$

Il risultato discende direttamente dall'ipotesi di costo marginale nullo. Empiricamente i costi fissi esistono e le imprese non possono sostenere prezzi nulli in modo permanente: il valore qui derivato è un limite teorico, coerente con il metodo del modello ma non inteso come descrizione del comportamento competitivo effettivo.

III.3.2 ALTA STAGIONE

In alta stagione la domanda è elevata rispetto alla capacità installata, e all'equilibrio del gioco statico entrambe le imprese vendono l'intera capacità a un unico prezzo: quello che porta la quantità complessiva domandata a eguagliare la capacità aggregata $2K$, in corrispondenza del quale entrambe le navi viaggiano piene e il mercato si svuota. La soglia $a(t) \geq 3K$ individua la configurazione di domanda in cui questo esito costituisce un equilibrio. Alzando il prezzo, l'impresa diventa la più cara e cede alla rivale i clienti a più alta disponibilità a pagare, che la rivale serve fino a saturare la propria nave; all'impresa resta la domanda residua, ovvero i passeggeri che la capacità della rivale non assorbe.

Quando la domanda è elevata, $a(t) \geq 3K$, questa domanda residua è ancora così ampia che l'impresa, per servirla al meglio, riempirebbe comunque un'intera nave: la propria capacità K la vincola anche sui passeggeri lasciati dalla rivale, e il massimo che può ottenere è vendere una nave piena al prezzo di mercato. Alzare il prezzo oltre quel livello le farebbe vendere meno di una nave piena, e quindi non le conviene, cosicché entrambe le imprese restano sul prezzo di mercato con le navi sature. Al di sotto della soglia la domanda residua è minore: l'impresa la servirebbe comunque con la nave non piena, e allora preferisce alzare il prezzo per estrarre un margine maggiore dai passeggeri rimasti. In quel caso il prezzo unico di mercato non regge e il mercato ricade nella stagione intermedia analizzata successivamente. Che il prezzo di mercato sia un equilibrio quando la capacità è piccola rispetto alla domanda è il risultato standard della concorrenza di prezzo con vincoli di capacità (Kreps and Scheinkman, 1983; Brock and Scheinkman, 1985). Il prezzo di mercato si ottiene imponendo $D(p, t) = 2K$ nell'equazione (III.2),

ovvero $a(t) - bp = 2K$, e risolvendo per il prezzo:

$$P^*(t) = \frac{a(t) - 2K}{b}. \quad (\text{III.6})$$

In modo equivalente, $P^*(t)$ è la domanda inversa (III.3) valutata nella quantità aggregata $Q = 2K$, cioè $P^*(t) = P(2K, t)$. Con entrambe le navi piene, ciascuna impresa vende la propria capacità K al prezzo $P^*(t)$, e il profitto è:

$$\Pi_i^* = \frac{K [a(t) - 2K]}{b} = P^*(t) \cdot K. \quad (\text{III.7})$$

Sul piano applicativo questo regime descrive i mesi di picco del traffico, nella misura in cui la domanda del periodo considerato è tale da saturare la capacità di entrambe le imprese presenti sulla rotta.

Entro l'alta stagione è però necessario distinguere due sottoregimi, in base alla posizione di $a(t)$ rispetto alla soglia $4K$. Per $3K \leq a(t) \leq 4K$ le navi viaggiano piene, ma il prezzo di mercato $(a(t) - 2K)/b$ non supera il prezzo di monopolio non vincolato $a(t)/(2b)$, con uguaglianza solo in $a(t) = 4K$: la capacità genera profitti positivi anche in concorrenza, e un coordinamento tra gli operatori potrebbe ancora spingere il prezzo fino al livello di monopolio. Solo per $a(t) > 4K$ il prezzo di mercato supera strettamente quello di monopolio non vincolato, e collusione e concorrenza producono il medesimo prezzo: in questo sottoregime il prezzo elevato riflette la scarsità della capacità rispetto alla domanda, e non l'intensità del coordinamento tra operatori. Le caratteristiche di stabilità di questa configurazione nel gioco ripetuto sono analizzate nel Capitolo IV.

III.3.3 STAGIONE INTERMEDIA

In stagione intermedia ($K < a(t) < 3K$) la capacità non vincola simultaneamente entrambe le imprese, e resta sempre una quota di domanda contendibile. In questo regime il gioco statico non ammette equilibrio in strategie pure: qualunque prezzo comune può essere battuto da un ribasso infinitesimo che cattura domanda fino a saturare la capacità, ma la spirale al ribasso non scende fino al costo marginale, perché a prezzi sufficientemente bassi conviene piuttosto alzare il prezzo e servire a margine elevato la domanda residua lasciata dalla rivale. L'alternarsi di queste due forze genera i cicli di Edgeworth descritti nella Sezione III.4, e l'esito è una distribuzione di prezzi anziché un prezzo unico di mercato.

L'equilibrio è quindi in strategie miste: ciascuna impresa estrae il prezzo da una distribuzione di probabilità, rendendolo imprevedibile per la rivale. La caratterizzazione di questo equilibrio e il relativo profitto atteso in forma chiusa sono dovuti a Fabra (2006),

sulla scia di Kreps and Scheinkman (1983) e Brock and Scheinkman (1985); ci si limita qui a richiamare il risultato. Il profitto atteso per impresa è:

$$\bar{\Pi}_i^N(t) = \frac{[a(t) - K]^2}{4b}. \quad (\text{III.8})$$

L'espressione di cui sopra coincide con il profitto che un'impresa otterrebbe operando da monopolista sulla domanda residua $a(t) - bp - K$, cioè sulla porzione di domanda che la rivale, vincolata dalla propria capacità K , non è in grado di servire. Il vincolo di capacità del concorrente garantisce quindi a ciascuna impresa una rendita positiva anche nella competizione non cooperativa, e impedisce ai profitti di collassare a zero come nel Paradosso di Bertrand. Il valore $\bar{\Pi}_i^N(t)$ è strettamente positivo e strettamente inferiore al profitto collusivo.

Il payoff si raccorda con continuità ai regimi adiacenti: tende a zero per $a(t) \rightarrow K$, coerentemente con la bassa stagione, e a K^2/b per $a(t) \rightarrow 3K$, valore che coincide con Π_i^* calcolato in $a(t) = 3K$ dall'equazione (III.7). Nel gioco ripetuto trattato nelle sezioni successive, $\bar{\Pi}_i^N(t)$ costituisce il payoff per periodo durante la fase di punizione che segue una deviazione.

III.4 I CICLI IN STAGIONE INTERMEDIA

L'assenza di equilibrio in strategie pure in stagione intermedia emerge dalla struttura del mercato quando la capacità è parzialmente vincolante.

La dinamica competitiva in stagione intermedia alterna due fasi strategiche opposte. Nella prima fase, che chiameremo fase di sottoquotazione, se l'impresa 2 fissa un prezzo relativamente alto p_2 , l'impresa 1 ha l'incentivo a fissare un prezzo leggermente inferiore $p_1 = p_2 - \varepsilon$. Grazie alla regola di razionamento efficiente, l'impresa 1 attira per prima i consumatori con la disponibilità a pagare più alta e li serve fino a saturazione della propria capacità K , lasciando all'avversaria solo i consumatori rimasti. Questa logica innesca una spirale di ribassi: ciascuna impresa risponde al prezzo dell'avversaria abbassando leggermente il proprio, tentando di catturare una quota maggiore di domanda. Nella seconda fase, fase di inversione, la spirale al ribasso non arriva fino al costo marginale. Esiste un prezzo soglia $P_{\min}$ al di sotto del quale la strategia di ribasso continuo cessa di essere conveniente. Quando i prezzi scendono abbastanza, l'impresa 1 si rende conto che, anche se l'impresa 2 dovesse alzare drasticamente il proprio prezzo, la sua capacità K non le consente di assorbire tutti i passeggeri rimasti: esiste una domanda residua strutturale, garantita dal vincolo fisico dell'avversaria, che l'impresa 1 può catturare alzando il proprio prezzo a $P_{\max}$. A quel punto conviene abbandonare la guerra dei prezzi e saltare direttamente ad un prezzo più alto, estraendo il massimo rendimento dai passeggeri non

serviti dall'avversaria. Il ciclo riprende: l'impresa 2, che ora si trova con un prezzo basso di fronte a un'impresa 1 con prezzo alto, ricomincia a sottoprezzare, e la spirale riparte.

Poiché qualsiasi prezzo fisso può sempre essere battuto dall'avversario con un taglio infinitesimo, le imprese non possono coordinarsi su un prezzo unico stabile. La soluzione è che ciascuna impresa rende i propri prezzi imprevedibili: sceglie ogni periodo il prezzo estraendolo da una distribuzione di probabilità su un intervallo $[P_{\min}, P_{\max}]$, in modo che l'avversaria non possa anticipare sistematicamente la scelta e sfruttarla. Il risultato osservabile di questo comportamento è dispersione e volatilità dei prezzi: in stagione intermedia non esiste un prezzo unico di mercato, ma una distribuzione con variazioni anche ampie da un periodo all'altro.

III.5 LA COLLUSIONE TACITA COME EQUILIBRIO DEL GIOCO RIPETUTO

Il gioco statico produce esiti inefficienti dal punto di vista dell'industria: profitti nulli in bassa stagione, cicli di prezzi in stagione intermedia, e un equilibrio determinato dalla saturazione di capacità in alta stagione. La collusione tacita, ovvero il mantenimento di prezzi sopra il livello competitivo senza accordi espliciti, richiede che il gioco si ripeta nel tempo e che le imprese valorizzino sufficientemente i profitti futuri.

L'analisi che segue si concentra sulla deviazione al ribasso (undercutting), in cui un'impresa pratica un prezzo infinitesimamente inferiore al collusivo per catturare quote di mercato. In modelli con capacità vincolante può esistere anche una deviazione al rialzo (overcutting), in cui l'impresa alza il prezzo per servire la domanda residua non assorbita dal rivale saturo. Il confronto tra le due deviazioni e la loro rilevanza nei diversi regimi stagionali è sviluppato nel Capitolo IV nel quadro del modello di Knittel and Lepore (2010) discusso nella Sezione II.3.4.

La collusione tacita è la situazione in cui i due operatori coordinano tacitamente i propri prezzi, senza ricorrere ad accordi formali, al livello del monopolio congiunto P^m . In tale configurazione, le imprese si comportano come se costituissero un unico monopolista e scelgono il prezzo che massimizza il profitto totale dell'industria, anziché il profitto individuale di breve periodo.

Quindi in assenza di coordinamento, ciascuna impresa avrebbe un incentivo unilaterale a ridurre leggermente il prezzo rispetto al rivale, così da catturare una quota maggiore della domanda. Tale comportamento può aumentare il profitto individuale immediato dell'impresa deviante, ma impone un'esternalità negativa al concorrente: riduce la quantità servita dal rivale, comprime il suo profitto e può innescare una risposta competitiva che abbassa il livello dei prezzi di mercato. Nella collusione tacita, invece, ciascuna impresa internalizza questo effetto, ovvero tiene conto del fatto che una scelta di prezzo aggres-

siva produce sia un beneficio privato immediato, ma riduce anche il profitto complessivo dell'industria e compromette la sostenibilità futura della cooperazione.

Il profitto di monopolio congiunto si ottiene quindi massimizzando, rispetto al prezzo, il ricavo totale dell'industria, tenendo conto del fatto che la quantità venduta non può superare né la domanda di mercato né la capacità fisica aggregata:

$$\max_p \Pi^{\text{tot}}(p, t) = p \cdot \min\{D(p, t), 2K\} \quad (\text{III.9})$$

Il termine $\min\{D(p, t), 2K\}$ cattura il doppio vincolo: il monopolista congiunto non può vendere più di quanto il mercato domandi a quel prezzo, $D(p, t)$, né più di quanti posti siano fisicamente disponibili sulle due navi, $2K$. La soluzione del problema (III.9) dipende dalla relazione tra $a(t)$ e $4K$. Quando $a(t) \leq 4K$ la capacità aggregata è sufficiente a coprire la domanda al prezzo di monopolio non vincolato, e il prezzo collusivo coincide con il massimo non vincolato del ricavo di monopolio:

$$P^m(t) = \frac{a(t)}{2b}, \quad \text{se } a(t) \leq 4K \quad (\text{III.10})$$

Quando $a(t) > 4K$ la capacità aggregata vincola anche in regime collusivo, e il prezzo collusivo coincide con il prezzo di market clearing del gioco statico:

$$P^m(t) = \frac{a(t) - 2K}{b}, \quad \text{se } a(t) > 4K \quad (\text{III.11})$$

In bassa stagione, in stagione intermedia, e nel sottoregime $3K \leq a(t) \leq 4K$ dell'alta stagione il vincolo attivo nel problema (III.9) è la domanda, poiché $D(P^m, t) \leq 2K$; per $a(t) > 4K$ il vincolo attivo è la capacità, $D(P^m, t) = 2K$, e il monopolista vende l'intera capacità $2K$ al prezzo che svuota il mercato. Ciascuna impresa, per ipotesi di simmetria, riceve la metà del profitto congiunto:

$$\Pi_i^m(t) = \frac{1}{2} \cdot P^m(t) \cdot \min\{D(P^m, t), 2K\} \quad (\text{III.12})$$

Il fattore $\frac{1}{2}$ deriva dall'ipotesi di duopolio simmetrico: le due imprese sono identiche per struttura di costi e capacità, quindi il profitto congiunto si divide in parti uguali. Il min è lo stesso del problema del monopolista congiunto perché la quantità totale venduta non cambia: cambia solo la sua distribuzione tra le due imprese.

Nonostante la collusione garantisca profitti superiori all'equilibrio competitivo, essa è caratterizzata da instabilità strutturale: nel punto esatto in cui il cartello massimizza i profitti congiunti, ciascuna impresa ha sempre un incentivo unilaterale alla deviazione. La meccanica della tentazione funziona come segue. Se le imprese concordano il prezzo collusivo P^m , l'impresa i ha l'incentivo ad applicare un prezzo marginalmente inferiore

$P^m - \varepsilon$. Grazie alla regola di razionamento efficiente, questa mossa le permette di sottrarre istantaneamente quote di mercato all'avversaria, saturando la propria capacità K . Il guadagno dall'espansione dei volumi è finito e dell'ordine di K , mentre la perdita di margine per la riduzione di prezzo è dell'ordine di ε e tende a zero al tendere di ε a zero.

$$\Pi_i^d(t) = P^m(t) \cdot \min\{D(P^m, t), K\} \quad (\text{III.13})$$

La differenza tra profitto di deviazione e profitto collusivo definisce la tentazione a deviare. La sua derivazione esplicita nei diversi regimi di domanda viene sviluppata nel Capitolo IV, dove le soglie $2K$ e $4K$ permettono di distinguere tra deviazione non vincolata, deviazione vincolata dalla capacità individuale e assenza di guadagno da undercutting.

Affinché la collusione sia sostenibile nel gioco ripetuto, le imprese devono disporre di un meccanismo credibile per rilevare le deviazioni e infliggere una punizione. La strategia adottata è il *Grim Trigger* di Friedman (1971): se un'impresa devia dal prezzo collusivo in qualunque periodo, l'avversaria abbandona permanentemente la cooperazione e gioca l'equilibrio del gioco statico per tutti i periodi successivi. La credibilità della minaccia è garantita dal fatto che il payoff post-deviazione coincide con un equilibrio del gioco statico, e quindi nessuna impresa ha incentivo a deviare ulteriormente dalla fase punitiva.

In stagione intermedia operano simultaneamente due elementi che caratterizzano la configurazione strategica. Da un lato la domanda supera la capacità del singolo operatore ($a(t) > K$) e quindi esiste domanda residua contendibile: abbassare il prezzo di ε permette materialmente di sottrarre passeggeri all'avversario. Dall'altro lato il payoff per periodo dell'equilibrio statico $\bar{\Pi}_i^N > 0$ è strettamente positivo: il vincolo di capacità dell'avversario garantisce strutturalmente una rendita da domanda residua. Le implicazioni di questa configurazione per la sostenibilità della collusione sono analizzate nel Capitolo IV attraverso la derivazione del fattore di sconto critico δ^* per ciascun regime stagionale.

CAPITOLO IV

SOSTENIBILITÀ DELLA COLLUSIONE NEL CICLO STAGIONALE

Il presente capitolo analizza la sostenibilità della collusione tacita lungo il ciclo stagionale del mercato Ro-Pax. Il Capitolo III ha caratterizzato l'equilibrio del gioco statico nelle diverse regioni di domanda e ha derivato i profitti di collusione, deviazione e punizione in funzione delle soglie K , $2K$, $3K$ e $4K$. Su tale base, il capitolo costruisce le due grandezze centrali per la sostenibilità dinamica della cooperazione: il guadagno immediato da deviazione e la perdita futura da punizione.

L'analisi procede in più passaggi. La Sezione IV.1 richiama i payoff statici derivati nel Capitolo III e li organizza per regione di domanda. La Sezione IV.2 definisce il guadagno da deviazione $G(a)$ e la perdita da punizione $L(a)$, studiandone l'andamento. La Sezione IV.3 introduce il vincolo dinamico di compatibilità degli incentivi e definisce il fattore di sconto critico. La Sezione IV.4 mostra come, sotto ciclo deterministico, il valore della punizione futura possa essere ricondotto al primo ciclo futuro scontato, e ne ricava il calcolo esplicito del fattore di sconto critico. La Sezione IV.5 riformula il modello in termini del rapporto domanda-capacità $\rho(t) = a(t)/K$. La Sezione IV.6 interpreta il ruolo della soglia critica $\rho = 2$, mentre la Sezione IV.7 discute le principali implicazioni per il settore Ro-Pax.

IV.1 RICHIAMO DEI PAYOFF STATICI E DELLE SOGLIE

L'analisi dinamica si fonda sui payoff per periodo dell'equilibrio statico derivati nel Capitolo III. La domanda è descritta dalla funzione lineare diretta

$$D(p, t) = a(t) - bp,$$

con domanda inversa

$$P(Q, t) = \frac{a(t) - Q}{b}.$$

Il parametro $a(t)$ rappresenta la domanda massima al prezzo nullo, mentre K indica la capacità individuale di ciascuna impresa. Il confronto tra $a(t)$ e K genera le quattro soglie strutturali K , $2K$, $3K$ e $4K$, che identificano i cambiamenti nella natura del payoff collusivo, del payoff di deviazione e del payoff non cooperativo.

In ciascuna regione, il profitto collusivo per impresa Π_i^m , il profitto di deviazione Π_i^d e il payoff non cooperativo Π_i^N , che nel gioco ripetuto costituisce il payoff della fase punitiva, assumono le forme riportate nella Tabella 4.1. Le derivazioni algebriche complete dei payoff riportati nella tabella sono raccolte nell'Appendice A.

Tabella 4.1: Payoff statici per impresa nelle cinque regioni di domanda

Regione	Intervallo	Π_i^m	Π_i^d	Π_i^N
A	$a \leq K$	$\frac{a^2}{8b}$	$\frac{a^2}{4b}$	0
B	$K < a \leq 2K$	$\frac{a^2}{8b}$	$\frac{a^2}{4b}$	$\frac{(a-K)^2}{4b}$
C	$2K < a < 3K$	$\frac{a^2}{8b}$	$\frac{aK}{2b}$	$\frac{(a-K)^2}{4b}$
D	$3K \leq a \leq 4K$	$\frac{a^2}{8b}$	$\frac{aK}{2b}$	$\frac{K(a-2K)}{b}$
E	$a > 4K$	$\frac{K(a-2K)}{b}$	$\frac{K(a-2K)}{b}$	$\frac{K(a-2K)}{b}$

La tabella evidenzia la struttura dei payoff lungo il ciclo. Il profitto collusivo coincide con quello del monopolio non vincolato, $a^2/(8b)$ per impresa, finché la quantità ottima del monopolista congiunto non eccede la capacità aggregata, cioè per $a \leq 4K$. Quando invece $a > 4K$, il monopolio non vincolato non è più implementabile e il prezzo rilevante diventa il prezzo di market clearing.

Il profitto di deviazione cresce con la domanda finché il deviante può servire tutta la domanda al prezzo collusivo, cioè fino a $a \leq 2K$. Oltre tale soglia, la deviazione diventa vincolata dalla capacità individuale K . Il payoff non cooperativo è nullo in bassa stagione, positivo nella regione intermedia e coincide con il payoff di market clearing nelle regioni in cui la capacità vincola entrambe le imprese. Da queste tre grandezze discendono il guadagno da deviazione e la perdita da punizione.

IV.2 GUADAGNO DA DEVIAZIONE E PERDITA DA PUNIZIONE

Il guadagno da deviazione misura il vantaggio immediato ottenuto da un'impresa che applica un undercutting infinitesimo rispetto al prezzo collusivo. Formalmente, esso è definito come la differenza tra il profitto di deviazione e il profitto collusivo per periodo:

$$G(a) = \Pi_i^d(a) - \Pi_i^m(a). \quad (\text{IV.1})$$

Sostituendo le forme della Tabella 4.1, si ottiene:

$$G(a) = \begin{cases} \frac{a^2}{8b}, & a \leq 2K, \\ \frac{a(4K-a)}{8b}, & 2K < a \leq 4K, \\ 0, & a > 4K. \end{cases} \quad (\text{IV.2})$$

La funzione è continua. Nel primo tratto la derivata è

$$G'(a) = \frac{a}{4b} > 0,$$

per cui il guadagno da deviazione cresce con la domanda. In questa regione il deviante non è ancora vincolato dalla capacità e può catturare tutta la domanda al prezzo collusivo. Nel secondo tratto,

$$G'(a) = \frac{2K-a}{4b} < 0$$

per $a > 2K$. In tale regione la capacità individuale limita la quantità catturabile dal deviante, cosicché l'aumento della domanda non si traduce più in un aumento proporzionale del guadagno da deviazione.

Il massimo si colloca nel punto di raccordo $a = 2K$, dove

$$G(2K) = \frac{K^2}{2b}. \quad (\text{IV.3})$$

Oltre la soglia $a = 4K$, il guadagno si annulla poiché, in regime di piena saturazione, il payoff di deviazione coincide con il payoff collusivo nel limite dell'undercutting infinitesimale.

La perdita da punizione misura il costo per periodo sostenuto dall'impresa quando, dopo una deviazione, il mercato regredisce all'equilibrio non cooperativo. Si definisce come:

$$L(a) = \Pi_i^m(a) - \Pi_i^N(a). \quad (\text{IV.4})$$

Sostituendo i payoff statici si ottiene:

$$L(a) = \begin{cases} \frac{a^2}{8b}, & a \leq K, \\ \frac{-a^2 + 4aK - 2K^2}{8b}, & K < a < 3K, \\ \frac{(a - 4K)^2}{8b}, & 3K \leq a \leq 4K, \\ 0, & a > 4K. \end{cases} \quad (\text{IV.5})$$

La perdita da punizione è anch'essa continua e non monotona. Nel primo tratto,

$$L'(a) = \frac{a}{4b} > 0.$$

Nel secondo tratto,

$$L'(a) = \frac{2K - a}{4b},$$

per cui $L(a)$ cresce per $a < 2K$ e decresce per $a > 2K$. Nel terzo tratto,

$$L'(a) = \frac{a - 4K}{4b} < 0$$

per $3K \leq a < 4K$. La perdita raggiunge quindi il massimo in $a = 2K$, dove

$$L(2K) = \frac{K^2}{4b}. \quad (\text{IV.6})$$

I passaggi algebrici che conducono alle forme a tratti di $G(a)$ e $L(a)$, insieme alle relative derivate, sono riportati nell'Appendice A.4.

L'interpretazione economica è la seguente. Per livelli contenuti di domanda, la punizione è severa perché il payoff non cooperativo è nullo o limitato: regredire al gioco statico significa rinunciare a una quota rilevante del profitto collusivo. Al crescere della domanda, tuttavia, la capacità vincolante rende positivo anche il payoff non cooperativo. L'impresa punita ottiene comunque una rendita dalla domanda residua, e la distanza tra payoff collusivo e payoff non cooperativo tende a ridursi. Quando $a > 4K$, sia l'esito collusivo sia quello non cooperativo sono determinati dal medesimo prezzo di market clearing, e la perdita da punizione si annulla.

Le due funzioni sono riassunte nella Tabella 4.2.

Le due funzioni condividono il punto di massimo $a = 2K$, ma raggiungono valori diversi: $G(2K) = K^2/(2b)$ e $L(2K) = K^2/(4b)$. Entrambe si annullano nella regione di saturazione estrema. Questo implica che livelli elevati di domanda non generano neces-

Tabella 4.2: Guadagno da deviazione e perdita da punizione per regione

Regione	Intervallo	$G(a)$	$L(a)$
A	$a \leq K$	$\frac{a^2}{8b}$	$\frac{a^2}{8b}$
B	$K < a \leq 2K$	$\frac{a^2}{8b}$	$\frac{-a^2 + 4aK - 2K^2}{8b}$
C	$2K < a < 3K$	$\frac{a(4K - a)}{8b}$	$\frac{-a^2 + 4aK - 2K^2}{8b}$
D	$3K \leq a \leq 4K$	$\frac{a(4K - a)}{8b}$	$\frac{(a - 4K)^2}{8b}$
E	$a > 4K$	0	0

sariamente una maggiore instabilità collusiva: oltre una certa soglia, la saturazione fisica riduce sia il guadagno da deviazione sia la perdita associata alla punizione.

IV.3 IL VINCOLO DINAMICO DI SOSTENIBILITÀ

La sostenibilità della collusione viene valutata sotto l'ipotesi di orizzonte infinito, o comunque senza una data di termine nota ai giocatori. Si assume che, a seguito di una deviazione, l'impresa rivale abbandoni permanentemente la cooperazione e riporti il mercato all'equilibrio statico non cooperativo, secondo una strategia di tipo Grim Trigger. La deviazione nel periodo t genera quindi un guadagno immediato $G(t)$ e una sequenza di perdite future $L(s)$ per $s > t$, ciascuna scontata mediante il fattore di sconto $\delta \in (0, 1)$.

Convien partire dal caso stazionario, con domanda costante e quindi G e L indipendenti dal periodo, perché in tale caso il fattore di sconto critico assume forma chiusa e ne chiarisce il significato. La condizione di sostenibilità è

$$G \leq \frac{\delta}{1 - \delta} L, \quad (\text{IV.7})$$

dove $\frac{\delta}{1 - \delta} L$ è il valore attualizzato della punizione perpetua, ovvero la perdita L subita in ogni periodo successivo alla deviazione e scontata su orizzonte infinito. Risolvendo la (IV.7) rispetto a δ ,

$$G(1 - \delta) \leq \delta L \iff G \leq \delta(G + L) \iff \delta \geq \frac{G}{G + L},$$

per cui il fattore di sconto critico è

$$\delta_{\text{staz}}^* = \frac{G}{G + L}. \quad (\text{IV.8})$$

La soglia cresce con il guadagno da deviazione G e decresce con la perdita da punizione L : una tentazione corrente più forte, o una punizione futura più debole, richiede imprese più pazienti perché la cooperazione regga. La forma chiusa (IV.8) vale a domanda costante. Con domanda ciclica il valore della punizione futura dipende dalla posizione del periodo nel ciclo, e il fattore di sconto critico assume una forma più articolata.

Nel presente modello la domanda segue un ciclo deterministico di lunghezza $T = 7$. La perdita futura attualizzata, calcolata al momento della deviazione, dipende quindi dalla sequenza dei payoff di punizione successivi al periodo di deviazione. Si definisce:

$$V_t(\delta) = \sum_{s=t+1}^{\infty} \delta^{s-t} L(s) = \sum_{j=1}^{\infty} \delta^j L(t+j). \quad (\text{IV.9})$$

La quantità $V_t(\delta)$ è il valore attuale, al momento della deviazione, di tutte le perdite di punizione future. Ogni periodo futuro s contribuisce con la propria perdita $L(s)$, scontata di δ^{s-t} : tanto più lontana nel tempo è la perdita, tanto minore è il suo peso. È la grandezza che misura la deterrenza, ovvero ciò a cui un'impresa rinuncia, in valore attuale, innescando la punizione. Il cambio di indice $j = s - t$ esprime la stessa somma in termini dei periodi $j = 1, 2, \dots$ successivi alla deviazione. La condizione di compatibilità degli incentivi nel periodo t confronta il guadagno immediato con questa deterrenza:

$$G(t) \leq V_t(\delta). \quad (\text{IV.10})$$

La condizione (IV.10) mostra che la sostenibilità dipende da due elementi distinti. Il guadagno $G(t)$ è determinato dal valore corrente di $a(t)$, mentre $V_t(\delta)$ dipende dalla sequenza futura delle perdite di punizione. Due periodi con lo stesso livello corrente di domanda presentano quindi lo stesso guadagno da deviazione, ma una perdita futura attualizzata diversa se occupano posizioni differenti nel ciclo.

Il rapporto

$$\frac{G(t)}{V_t(\delta)} \quad (\text{IV.11})$$

confronta, periodo per periodo, la tentazione immediata a deviare con il valore attualizzato della punizione che la deviazione innescerebbe. Quando il rapporto è inferiore a uno, la punizione futura supera il guadagno corrente e la cooperazione regge; quando è superiore a uno, deviare conviene e la collusione si interrompe in quel periodo. Il periodo in cui la cooperazione è più fragile è quello in cui tale rapporto è massimo:

$$t^* = \arg \max_t \frac{G(t)}{V_t(\delta)}. \quad (\text{IV.12})$$

Il periodo critico t^* è quello in cui la tentazione corrente è più elevata rispetto alla

deterrenza che la segue. Esso può coincidere con un periodo di domanda intermedia, e non con il periodo di domanda o di profitto più alto, perché il rapporto (IV.11) dipende sia dal guadagno corrente $G(t)$ sia dalla sequenza futura delle perdite. Un periodo può presentare un guadagno da deviazione elevato ed essere seguito da perdite di punizione modeste: è in questa combinazione tra tentazione corrente e debolezza della punizione futura che si determina la fragilità del ciclo. L'applicazione di questa logica ai profili stagionali del settore Ro-Pax è sviluppata nella Sezione IV.7.

Il fattore di sconto critico δ^* è il valore minimo di δ per cui la condizione (IV.10) è soddisfatta in ogni periodo del ciclo. Esso è determinato dal periodo critico, nel quale il vincolo è esattamente stringente:

$$G(t^*) = V_t^*(\delta^*). \quad (\text{IV.13})$$

Per $\delta \geq \delta^*$ la collusione al prezzo considerato è sostenibile in ogni periodo. Per $\delta < \delta^*$ esiste almeno un periodo in cui il vincolo è violato, e la piena collusione non è dinamicamente sostenibile senza un adattamento del prezzo.

IV.4 RIDUZIONE AL PRIMO CICLO FUTURO

La struttura periodica della domanda permette di semplificare il calcolo del valore attuale della punizione futura, e con esso il calcolo del fattore di sconto critico. Poiché il ciclo è deterministico e si ripete identico ogni T periodi, la sequenza di perdite future che segue il periodo t è interamente determinata dai T valori del primo ciclo futuro. I cicli successivi replicano la medesima sequenza, scontata di ulteriori potenze di δ^T .

Per periodicità vale $L(t + j + nT) = L(t + j)$ per ogni $n \geq 0$. Raggruppando la somma (IV.9) per blocchi successivi di T periodi si ottiene:

$$V_t(\delta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^T \delta^{nT+j} L(t+j) = \frac{1}{1-\delta^T} \sum_{j=1}^T \delta^j L(t+j) = \frac{C_t(\delta)}{1-\delta^T}, \quad (\text{IV.14})$$

dove:

$$C_t(\delta) = \sum_{j=1}^T \delta^j L(t+j) \quad (\text{IV.15})$$

è il valore scontato del primo ciclo futuro. Una derivazione esplicita della riduzione è riportata nell'Appendice A.6.

Il passaggio centrale della (IV.14) è la somma della serie geometrica $\sum_{n \geq 0} \delta^{nT} = 1/(1-\delta^T)$, di ragione $\delta^T < 1$. La struttura che ne risulta è semplice: il primo ciclo

successivo alla deviazione determina l'ordine e la grandezza delle perdite, mentre le ripetizioni successive, identiche, lo riproducono scontato di potenze di δ^T . L'intera punizione futura si riassume quindi nel valore scontato di un singolo ciclo, $C_t(\delta)$, amplificato dal fattore comune $1/(1 - \delta^T)$. Poiché tale fattore è positivo e identico per ogni periodo di partenza, il confronto della deterrenza tra periodi di deviazione diversi si riduce al confronto dei soli valori di primo ciclo. Un problema di orizzonte infinito si riconduce così a un calcolo finito di T termini per ciascun periodo, ed è questo che rende determinabile il periodo critico.

La forma ridotta rende esplicito il calcolo del fattore di sconto critico. Per ciascun periodo t con $G(t) > 0$, la condizione di sostenibilità (IV.10) diventa

$$G(t) \leq \frac{C_t(\delta)}{1 - \delta^T} = \frac{\sum_{j=1}^T \delta^j L(t+j)}{1 - \delta^T}. \quad (\text{IV.16})$$

Il membro di destra, $V_t(\delta)$, è nullo per $\delta \rightarrow 0$, cresce senza limite per $\delta \rightarrow 1$ ed è crescente in δ ; esiste quindi un unico valore δ_t^* che rende il vincolo del periodo t esattamente stringente:

$$G(t) = \frac{\sum_{j=1}^T (\delta_t^*)^j L(t+j)}{1 - (\delta_t^*)^T}. \quad (\text{IV.17})$$

Poiché la cooperazione deve reggere in ogni periodo, il fattore di sconto critico complessivo è il più alto tra questi valori,

$$\delta^* = \max_t \delta_t^*, \quad (\text{IV.18})$$

e il periodo critico t^* è quello in corrispondenza del quale tale massimo è raggiunto. L'equazione (IV.17) che definisce δ_t^* è polinomiale di grado T in δ e non ammette in generale soluzione in forma chiusa; il caso stazionario $\delta^* = G/(G+L)$ ne costituisce la specializzazione per $T = 1$. Per una data traiettoria stagionale, δ^* si ottiene risolvendo numericamente le equazioni dei singoli periodi e prendendone il massimo.

Il denominatore $1 - \delta^T$ è comune a tutti i periodi e positivo. Pertanto, per due periodi t e r ,

$$V_t(\delta) > V_r(\delta) \iff C_t(\delta) > C_r(\delta).$$

I cicli successivi al primo non modificano l'ordinamento dei valori della punizione futura; essi moltiplicano il primo ciclo per lo stesso fattore geometrico.

La somma non scontata delle perdite di punizione su un ciclo completo è uguale per ogni periodo di partenza, poiché ogni ciclo contiene gli stessi T valori. Ciò che cambia è l'ordine con cui tali valori compaiono dopo la deviazione. Sotto sconto, una sequenza che colloca i valori più elevati di L nei periodi più vicini alla deviazione ha valore attuale maggiore rispetto a una sequenza che li colloca più lontano nel tempo. L'asimmetria dinamica del ciclo deriva quindi dalla distribuzione temporale delle perdite future rispetto al momento della deviazione, e dalla loro collocazione più o meno prossima ad esso.

L'ordinamento che governa la sostenibilità è quello delle perdite di punizione $L(a(t))$, e dipende dal modo in cui la traiettoria della domanda attraversa le soglie del modello. Poiché $L(a)$ è non monotona, la sola direzione della domanda futura, crescente o decrescente, non è sufficiente a determinarlo. Questa considerazione motiva l'esercizio numerico del Capitolo V, nel quale il periodo critico e il fattore di sconto critico vengono determinati in funzione della traiettoria di domanda-capacità.

IV.5 RELATIVIZZAZIONE RISPETTO AL RAPPORTO DOMANDA-CAPACITÀ

Le sezioni precedenti mostrano che a determinare la sostenibilità della cooperazione è la posizione della domanda stagionale rispetto alla capacità installata, e non il livello assoluto della capacità. Conviene quindi introdurre il rapporto adimensionale:

$$\rho(t) = \frac{a(t)}{K}. \quad (\text{IV.19})$$

Il ciclo stagionale può essere interpretato come una traiettoria discreta del rapporto domanda-capacità. Le soglie K , $2K$, $3K$ e $4K$ diventano rispettivamente:

$$\rho = 1, \quad \rho = 2, \quad \rho = 3, \quad \rho = 4.$$

Sostituendo $a = \rho K$ nelle forme di $G(a)$ e $L(a)$ si ottiene:

$$G(a) = \frac{K^2}{b} \tilde{G}(\rho), \quad L(a) = \frac{K^2}{b} \tilde{L}(\rho), \quad (\text{IV.20})$$

dove:

$$\tilde{G}(\rho) = \begin{cases} \frac{\rho^2}{8}, & \rho \leq 2, \\ \frac{\rho(4-\rho)}{8}, & 2 < \rho \leq 4, \\ 0, & \rho > 4, \end{cases} \quad (\text{IV.21})$$

e:

$$\tilde{L}(\rho) = \begin{cases} \frac{\rho^2}{8}, & \rho \leq 1, \\ \frac{-\rho^2 + 4\rho - 2}{8}, & 1 < \rho < 3, \\ \frac{(\rho - 4)^2}{8}, & 3 \leq \rho \leq 4, \\ 0, & \rho > 4. \end{cases} \quad (\text{IV.22})$$

I passaggi algebrici della normalizzazione sono riportati nell'Appendice A.5.

La forma delle due funzioni dipende soltanto dalla posizione relativa della domanda rispetto alla capacità. Ne segue che due mercati Ro-Pax con capacità e livelli assoluti di domanda diversi, ma con la medesima traiettoria di $\rho(t)$, presentano la stessa struttura strategica: stesso periodo critico, stesso fattore di sconto critico e stessa asimmetria dinamica. Nel vincolo dinamico, infatti, il fattore comune K^2/b si semplifica, lasciando come variabili rilevanti la traiettoria di $\rho(t)$ e il fattore di sconto δ .

La relativizzazione è uno strumento espositivo. Essa riconduce l'intero problema dinamico a una traiettoria discreta del rapporto domanda-capacità: i risultati teorici restano quelli delle sezioni precedenti. Nel presente modello, dove la capacità è esogena, il rapporto $\rho(t)$ svolge direttamente il ruolo di indicatore della posizione del mercato rispetto al vincolo fisico di capacità.

Il valore corrente di $\rho(t)$, tuttavia, non è sufficiente a determinare la sostenibilità dinamica. Esso individua il valore corrente di $\tilde{G}(\rho_t)$ e $\tilde{L}(\rho_t)$, mentre la sostenibilità dipende dalla sequenza futura dei valori di ρ , da cui deriva il valore attualizzato della punizione futura.

IV.6 LA SOGLIA CRITICA $\rho = 2$

Le funzioni $\tilde{G}(\rho)$ e $\tilde{L}(\rho)$ raggiungono entrambe il massimo in corrispondenza di $\rho = 2$. Questo punto rappresenta il livello in cui, al prezzo collusivo, la domanda servibile dal deviante eguaglia esattamente la capacità di una singola impresa; nel seguito è indicato come soglia di saturazione del deviante. Esso costituisce la soglia critica attorno alla quale si organizza la struttura delle due funzioni.

La perdita da punizione è simmetrica rispetto a $\rho = 2$. Definendo $x \geq 0$ come distanza dalla soglia, i punti simmetrici sono $2 - x$ e $2 + x$. Nel dominio attivo $0 \leq x \leq 2$ vale:

$$\tilde{L}(2 - x) = \tilde{L}(2 + x).$$

La verifica algebrica completa è riportata nell'Appendice A.7. L'intuizione è che, a parità di distanza dalla soglia, la differenza tra payoff collusivo e payoff non cooperativo è la stessa sul lato sinistro e sul lato destro.

Il guadagno da deviazione, invece, non è simmetrico. Per $0 < x < 2$ vale:

$$\tilde{G}(2+x) > \tilde{G}(2-x).$$

A parità di distanza dalla soglia, il guadagno da deviazione è quindi più elevato sul lato destro, cioè quando $\rho > 2$. La ragione è che, oltre la soglia $2K$, la domanda è sufficientemente alta da rendere la deviazione ancora rilevante, ma non così alta da annullare lo spazio di profitto derivante dall'undercutting.

La combinazione tra simmetria di $\tilde{L}$ e asimmetria di $\tilde{G}$ ha un'implicazione importante. La regione $2 < \rho < 4$ è particolarmente delicata per la stabilità della cooperazione: a parità di distanza dalla soglia, la perdita da punizione è uguale, mentre la tentazione corrente a deviare è maggiore rispetto alla regione simmetrica sul lato sinistro. Questa proprietà statica, combinata con l'ordine temporale delle perdite future analizzato nella Sezione IV.4, determina il segno e l'intensità dell'asimmetria tra fase ascendente e fase discendente del ciclo.

IV.7 IMPLICAZIONI PER IL SETTORE

Dall'analisi emergono due implicazioni principali per il settore Ro-Pax.

La prima riguarda il ruolo della capacità. La struttura degli incentivi dipende dalla capacità in relazione alla domanda potenziale, più che dal suo livello assoluto: in un mercato con capacità rigida nel breve e medio periodo e domanda stagionale prevedibile, la stessa flotta risulta abbondante in bassa stagione e insufficiente nei periodi di picco. Il rapporto $\rho(t) = a(t)/K$ sintetizza questa relazione, e le soglie $\rho = 1, 2, 3, 4$ traducono il calendario in regimi strategici distinti: al variare del mese, lo stesso duopolio attraversa configurazioni nelle quali cambiano la natura dell'equilibrio non cooperativo, il guadagno da deviazione e la severità della punizione.

Quando $\rho(t) > 4$ il monopolio non vincolato non è implementabile: la quantità congiunta ottima $a(t)/2$ eccede la capacità aggregata $2K$, l'esito cooperativo è determinato dal vincolo fisico e il prezzo rilevante è quello di market clearing. Prezzi elevati nei periodi di saturazione possono quindi riflettere la scarsità della capacità rispetto alla domanda, senza indicare di per sé una maggiore intensità collusiva. L'analisi delle sezioni precedenti aggiunge un elemento ulteriore: nella regione di saturazione il guadagno da deviazione e la perdita da punizione sono entrambi nulli, perché profitto collusivo, profitto da deviazione e profitto non cooperativo coincidono al valore di market clearing. In

questi periodi il vincolo di incentivo è soddisfatto in modo banale e, allo stesso tempo, i periodi stessi non contribuiscono alla punizione attesa rilevante per i mesi adiacenti. I mesi di piena saturazione producono i profitti più elevati del ciclo, ma non hanno alcun ruolo nel sostenere la collusione negli altri mesi.

La seconda implicazione riguarda la soglia $\rho = 2$ e costituisce il risultato centrale del lavoro. In corrispondenza di questa soglia la capacità del singolo operatore eguaglia la quantità di monopolio non vincolata, $K = a(t)/2$, ovvero la soglia di saturazione del deviante introdotta nella Sezione IV.6. Al di sotto della soglia, un'impresa che riduce marginalmente il prezzo collusivo serve l'intera domanda di monopolio; al di sopra, la quantità vendibile in deviazione è limitata dalla capacità K . Per questa ragione il guadagno da deviazione $G(t)$ cresce in modo quadratico fino alla soglia, decresce oltre e si annulla alla saturazione aggregata $\rho = 4$ (Sezione IV.2). La perdita per periodo $L(t)$ raggiunge il massimo nello stesso punto: prima della soglia il profitto collusivo cresce più rapidamente di quello non cooperativo, oltre la soglia la differenza tra i due si riduce fino ad annullarsi. Il massimo guadagno da deviazione e la massima perdita da punizione si collocano dunque nello stesso periodo del ciclo. Il confronto tra i due massimi (Tabella 4.2) mostra però che il guadagno massimo, $K^2/2b$, è pari al doppio della perdita massima per periodo, $K^2/4b$: la perdita di un singolo periodo, anche il più severo, non è sufficiente a compensare il guadagno da deviazione alla soglia. La sostenibilità dipende quindi dal valore attualizzato dell'intero flusso di perdite future (Sezione IV.3), e perciò dalla posizione che l'attraversamento della soglia occupa all'interno del ciclo e dall'andamento della domanda nei periodi successivi.

Il guadagno da deviazione è massimo alla soglia $\rho = 2$, e non al picco di domanda, perché oltre quella soglia la capacità limita la quantità catturabile dal deviante. Il periodo critico coincide quindi con il picco soltanto finché il picco non supera $\rho = 2$; quando lo supera, il guadagno più elevato si colloca nel periodo la cui domanda è più vicina a $\rho = 2$, cioè in una mezza stagione, già prima che il picco raggiunga la saturazione aggregata. In questo il modello si discosta da Haltiwanger and Harrington (1991): con domanda non vincolata la tentazione a deviare cresce con il picco, mentre qui la capacità ne riporta il massimo in corrispondenza di $\rho = 2$.

Quando il picco supera la soglia, la traiettoria $\rho(t)$ attraversa $\rho = 2$ due volte per ciclo, in fase ascendente prima del picco e in fase discendente dopo. Nei due attraversamenti il guadagno da deviazione è identico, mentre il flusso delle perdite future è diverso, ed è questo flusso a determinare quale dei due vincoli risulti più stringente. Se il picco non è saturo, il profitto collusivo nei mesi di punta è ancora elevato, e l'attraversamento discendente, seguito dalla discesa verso la bassa stagione, è il più esposto, secondo la logica di Haltiwanger and Harrington (1991) per cui la deviazione conviene di più

quando la domanda sta per ridursi. Se il picco è saturo, i periodi immediatamente successivi all'attraversamento ascendente hanno perdita di punizione nulla, e l'attraversamento ascendente diventa il più fragile. La posizione del periodo critico dipende quindi dalla forma della traiettoria, in particolare dall'ampiezza del picco, dalla durata della fase di saturazione, dal livello della bassa stagione e dalla velocità delle transizioni. Da questa dipendenza deriva il carattere non monotono del profilo del fattore di sconto critico lungo il ciclo, il cui valore più alto cade in una mezza stagione e non al picco; il Capitolo 5 ne fornisce l'illustrazione numerica.

Applicata ai profili di traffico documentati nel Capitolo I, questa struttura individua con precisione i periodi rilevanti. Sulle rotte tra il continente e la Sardegna la domanda di luglio e agosto supera di un ordine di grandezza quella invernale; per traiettorie coerenti con questi profili è plausibile che i mesi di picco si collochino nella regione di saturazione o in prossimità di essa. I periodi in cui il vincolo di sostenibilità è più stringente sono allora le mezze stagioni, tarda primavera e inizio autunno. In questi mesi la domanda è sufficientemente elevata da portare il guadagno da deviazione in prossimità del massimo, la capacità degli operatori non è satura, quindi la punizione non cooperativa è effettiva, e i periodi immediatamente successivi forniscono una deterrenza limitata, per saturazione nella fase ascendente e per bassa stagione in quella discendente. Nei mesi di picco il vincolo è soddisfatto in modo banale; nei mesi invernali il guadagno da deviazione è contenuto. L'analisi della sostenibilità collusiva nel settore deve quindi concentrarsi sulle mezze stagioni, e non esclusivamente sui mesi di massima saturazione estiva.

Una caratteristica del processo di formazione dei prezzi nel settore rafforza questa conclusione. I listini delle partenze estive sono pubblicati sulle piattaforme di prenotazione con largo anticipo e sono osservabili da tutti gli operatori. Il periodo del modello va quindi inteso come finestra di determinazione dei prezzi più che come data di partenza: l'osservabilità delle deviazioni è elevata, in coerenza con l'ipotesi di monitoraggio perfetto, e le decisioni rilevanti per i mesi critici sono assunte nella stagione di prenotazione che li precede.

Da questa struttura discende un'implicazione osservabile. Se il fattore di sconto è sufficientemente elevato in ogni periodo, il sentiero dei prezzi segue il monopolio vincolato lungo l'intero ciclo, con il prezzo di market clearing nei mesi di saturazione. Se il vincolo è violato in corrispondenza degli attraversamenti, la letteratura discussa nel Capitolo II indica la risposta ottimale del cartello: ridurre il prezzo nei periodi interessati nella misura necessaria a ristabilire la compatibilità degli incentivi, secondo la logica di Rotemberg and Saloner (1986) ripresa da Knittel and Lepore (2010). Il modello individua dove tale riduzione dovrebbe concentrarsi. Prezzi di mezza stagione inferiori al livello di monopolio coerente con domanda e capacità, in presenza di prezzi di picco pieni, sono

compatibili con un coordinamento sostenuto da un vincolo stringente; l'assenza di riduzioni indica un vincolo non stringente; il passaggio all'esito non cooperativo nelle stesse fasi del ciclo indica un vincolo violato. Il livello dei prezzi estivi, considerato isolatamente, non permette di distinguere tra queste ipotesi, perché nella regione di saturazione è identico in tutti i casi.

Il profilo del fattore di sconto critico lungo il ciclo definisce infine l'insieme dei sentieri sostenibili attraverso il solo meccanismo degli incentivi. Quando $\delta \geq \delta^*$ in ogni periodo, il sentiero collusivo è un equilibrio del gioco ripetuto e non richiede alcuna forma di comunicazione o di accordo: il parallelismo dei prezzi è interamente spiegato dagli incentivi individuali. Quando il vincolo è prossimo alla violazione nei periodi individuati, il mantenimento di prezzi superiori al livello non cooperativo richiede una tra tre possibilità: la riduzione dei prezzi in tali periodi, l'accettazione di episodi non cooperativi, oppure il ricorso a meccanismi di coordinamento esterni al gioco dei prezzi, che aumentino la perdita attesa da deviazione o ne riducano il guadagno. Il modello stabilisce in quali periodi tali meccanismi avrebbero il valore più alto per le imprese, ed è in questi periodi che la distinzione tra coordinamento tacito e coordinamento esplicito assume rilievo economico: dove gli incentivi individuali non sono sufficienti, la persistenza di prezzi sopra-competitivi richiede una spiegazione ulteriore.

L'intera costruzione è indicizzata alla capacità K , e questo orienta anche la lettura delle decisioni di capacità. Le soglie sono multipli di K , e una variazione della flotta modifica simultaneamente la posizione degli attraversamenti, la durata della fase di saturazione, il guadagno da deviazione nelle regioni intermedie e la severità della punizione; l'effetto complessivo sulla sostenibilità non ha segno univoco. Un aumento di capacità riduce il prezzo di market clearing nei mesi di saturazione, ma sposta verso la soglia di saturazione del deviante mesi che prima si collocavano nelle regioni superiori, accrescendone il guadagno da deviazione. La valutazione degli investimenti in capacità nel settore non può quindi limitarsi all'effetto sui prezzi dei periodi di punta. Il modello, inoltre, non incorpora né la scelta endogena della capacità né i vincoli regolatori presenti su alcune rotte. La prima estensione rimanda all'impianto di Knittel and Lepore (2010) discusso nella Sezione II.3.4; quanto ai secondi, le tariffe massime e le frequenze minime imposte nei mesi invernali modificano i profitti proprio dei periodi che nel modello forniscono la deterrenza per l'attraversamento discendente, e l'analisi di questo canale richiede un'estensione esplicita. Entrambe le direzioni delimitano la portata delle conclusioni.

CAPITOLO V

SIMULAZIONE NUMERICA

L'obiettivo di questo capitolo è illustrare, attraverso un esercizio numerico stilizzato, le implicazioni dinamiche del modello sviluppato nei capitoli precedenti. L'analisi ha finalità teorica ed espositiva: i valori impiegati sono scelti per rendere visibile il meccanismo economico del modello, mantenendo intatte le ipotesi di simmetria del ciclo stagionale e di stagionalità deterministica. L'esercizio permette di osservare come l'intensità della stagionalità e il rapporto fra domanda e capacità modifichino la sostenibilità della collusione tacita lungo il ciclo.

V.1 CALIBRAZIONE DEL MODELLO

La variabile fondamentale dell'analisi è il rapporto domanda-capacità,

$$\rho_t = \frac{a_t}{K},$$

dove a_t rappresenta il livello della domanda nel periodo t e K la capacità individuale dell'impresa. Lavorare su ρ_t , anziché sui valori assoluti di domanda e capacità, concentra l'attenzione sulla distanza fra domanda e vincolo produttivo. Quando ρ_t attraversa determinate soglie cambiano le condizioni statiche del gioco e, con esse, il guadagno da deviazione e la perdita associata alla punizione.

I valori di ρ_t ordinano scenari diversi in base alla pressione della domanda sulla capacità disponibile e mostrano come il modello reagisce quando il ciclo attraversa regioni differenti. L'analisi procede quindi per statica comparata. Ciò che rileva è il modo in cui il fattore di sconto critico e la posizione del periodo critico cambiano al variare dell'intensità stagionale.

Per ciascun periodo del ciclo vengono calcolati due oggetti. Il primo è il guadagno corrente da deviazione,

$$\tilde{G}_t = \tilde{\pi}_t^D - \tilde{\pi}_t^C,$$

dato dalla differenza fra il payoff ottenibile deviando unilateralmente dal prezzo collusivo

Tabella 5.1: Profili stilizzati del rapporto domanda-capacità nel ciclo a sette periodi.

Profilo	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$t = 5$	$t = 6$	$t = 7$
A	0,6	1,1	1,7	2,0	1,7	1,1	0,6
B	0,6	1,4	2,4	3,5	2,4	1,4	0,6
C	0,6	1,6	2,6	5,0	2,6	1,6	0,6

Fonte: elaborazione dell'autore.

e il payoff collusivo. Il secondo è la perdita da punizione,

$$\tilde{L}_t = \tilde{\pi}_t^C - \tilde{\pi}_t^N,$$

data dalla differenza fra il payoff collusivo e il payoff non cooperativo. I payoff sono normalizzati in funzione di ρ_t , in modo da rendere confrontabili scenari con diversa intensità della domanda. La struttura a tratti di queste funzioni, con le regioni di prezzo delimitate dalle soglie del rapporto domanda-capacità, deriva dal modello dei capitoli precedenti e segue l'impostazione di Knittel and Lepore (2010).

La collusione è sostenibile in un dato periodo se il guadagno immediato da deviazione è inferiore al valore attuale delle perdite future generate dalla punizione. Per un ciclo di lunghezza pari a sette periodi, il vincolo di incentivo si scrive come

$$\tilde{G}_t \leq V_t(\delta) = \frac{\sum_{j=1}^7 \delta^j \tilde{L}_{t+j}}{1 - \delta^7}.$$

Per ogni periodo t , il fattore di sconto critico δ_t^* è il valore minimo di δ che soddisfa la disuguaglianza. Il valore rilevante per l'intero ciclo è quindi

$$\delta^* = \max_t \delta_t^*,$$

poiché la collusione regge solo se il vincolo di incentivo è rispettato in tutti i periodi. Il periodo in cui δ_t^* raggiunge il massimo individua la fase del ciclo in cui la collusione è più fragile.

Il calcolo è stato svolto in un foglio di calcolo per tabulazione diretta: per ciascun periodo si valuta $V_t(\delta)$ su una griglia di valori del fattore di sconto con passo 0,002 e si individua il primo valore per cui la punizione attualizzata raggiunge $\tilde{G}_t$.

La Tabella 5.1 presenta tre profili alternativi del rapporto domanda-capacità. I tre scenari mantengono la stessa struttura temporale, crescente fino al periodo di picco e poi decrescente, e differiscono per l'intensità della stagionalità. Il profilo A descrive un ciclo moderato, in cui il picco raggiunge $\rho_{\max} = 2$. Il profilo B introduce un picco più pronunciato, pari a $\rho_{\max} = 3,5$. Il profilo C rappresenta una configurazione estrema, con

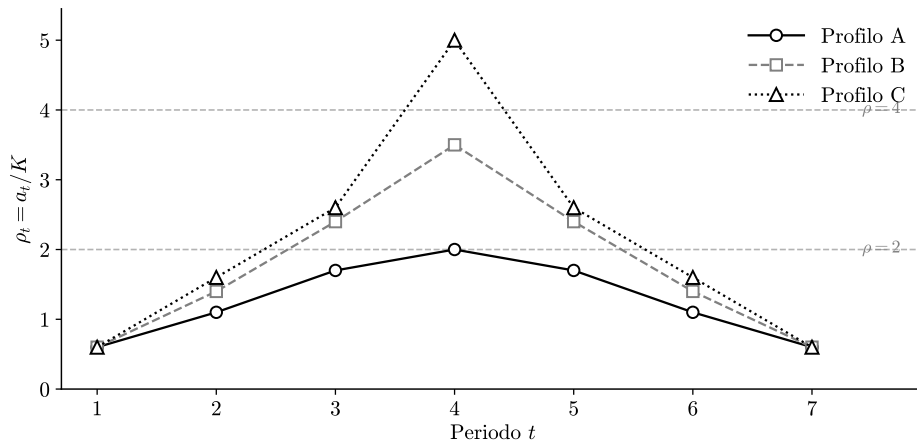


Figura 5.1: Profili stilizzati del rapporto domanda-capacità.

Tabella 5.2: Risultati principali dei tre profili stilizzati.

Profilo	$\rho_{\max}$	Periodo critico t^*	δ^*
A	2,0	4	0,762
B	3,5	3	0,788
C	5,0	3	0,790

Fonte: elaborazione dell'autore.

$\rho_{\max} = 5$.

La costruzione dei tre profili isola l'effetto dell'intensità stagionale. La forma del ciclo resta invariata, mentre cambia la misura in cui la domanda si avvicina o supera le soglie rilevanti del rapporto domanda-capacità. Si può così osservare se il periodo critico della collusione resti concentrato sul picco oppure si sposti verso altre fasi del ciclo.

La Figura 5.1 mostra la struttura dei tre profili. Tutti hanno un solo picco, crescono fino al periodo centrale e poi decrescono. Ciò che cambia è l'altezza del picco, cioè la distanza fra domanda e capacità nei periodi centrali. L'aspetto conta perché il modello reagisce in modo non lineare all'aumento della domanda: quando ρ_t attraversa le soglie, cambiano le formule dei payoff statici e con esse $\tilde{G}_t$ e $\tilde{L}_t$.

V.2 RISULTATI

La Tabella 5.2 riassume i risultati principali. Nel profilo A, a stagionalità moderata, il periodo critico coincide con il picco della domanda, cioè $t = 4$. Il risultato è coerente con l'intuizione secondo cui la domanda elevata aumenta il guadagno corrente da deviazione e rende più difficile sostenere la collusione. Nella misura in cui la capacità non è ancora stringente, questo esito riflette l'argomento di Rotemberg and Saloner (1986), per cui la tentazione a deviare è massima nelle fasi di domanda alta.

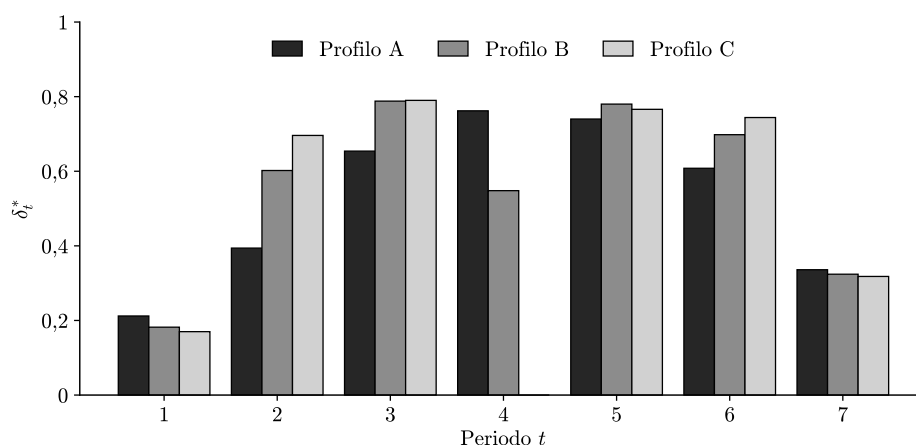


Figura 5.2: Fattore di sconto critico per periodo nei tre profili stilizzati.

Nei profili B e C il risultato cambia. Il periodo critico si sposta sulla spalla ascendente del ciclo, nel periodo immediatamente precedente la fase di massima domanda. Quando il picco diventa molto elevato rispetto alla capacità, il periodo di massima domanda perde centralità nella determinazione del vincolo più stringente. La capacità individuale limita il guadagno addizionale ottenibile da una deviazione, perché l'impresa è già vicina o pari alla quantità massima vendibile. Al tempo stesso la punizione futura diventa meno severa, poiché anche l'equilibrio non cooperativo genera profitti positivi quando la capacità è fortemente vincolante.

Il picco opera quindi anche come periodo in cui la punizione perde efficacia. La fragilità della collusione si concentra allora nelle fasi che precedono il picco: in quei periodi la deviazione è ancora profittevole, mentre le punizioni future cadono in fasi di domanda elevata, dove la capacità riduce la forza disciplinante della concorrenza.

La Figura 5.2 mostra il fattore di sconto critico periodale δ_t^* per ciascun profilo. La barra più alta individua il vincolo di incentivo più stringente, cioè il periodo in cui la collusione è più difficile da sostenere. Nel profilo A il massimo cade sul picco. Nei profili B e C il massimo precede il picco; nel profilo C, dove il picco supera la soglia di saturazione aggregata, la barra del periodo di massima domanda è nulla, perché con tutta la capacità sul mercato la deviazione non cattura alcuna quota addizionale. La figura rende visibile che il periodo critico dipende dalla domanda corrente e dalla sequenza futura delle perdite da punizione.

Una deviazione nella fase ascendente è seguita a breve dai periodi di domanda più alta. Quando questi sono caratterizzati da capacità fortemente vincolante, la punizione perde efficacia, e la fase ascendente diventa più fragile del picco stesso. La sostenibilità della collusione è quindi un problema dinamico: contano il guadagno corrente e le condizioni di domanda e capacità dei periodi successivi.

Tabella 5.3: Effetto dell'intensità del picco stagionale sul periodo critico.

$\rho_{\max}$	δ^*	t^*	Periodo critico
1,50	0,718	4	Picco
2,00	0,778	4	Picco
2,25	0,778	5	Spalla interna discendente
2,50	0,788	5	Spalla interna discendente
3,00	0,778	5	Spalla interna discendente
3,50	0,786	3	Spalla interna ascendente
4,00	0,838	2	Spalla esterna ascendente
5,00	0,890	2	Spalla esterna ascendente
6,00	0,896	2	Spalla esterna ascendente
7,00	0,916	2	Spalla esterna ascendente

Fonte: elaborazione dell'autore.

La Tabella 5.3 estende l'analisi facendo variare l'intensità del picco stagionale. Questa seconda parte ha natura di statica comparata: il parametro $\rho_{\max}$ cresce progressivamente per osservare come cambino il fattore di sconto critico e la posizione del periodo critico lungo il ciclo. In questa famiglia di profili le spalle salgono insieme al picco, secondo una forma fissa;^{V.1} oltre una certa intensità anch'esse superano la saturazione, ed è questo a spostare il vincolo verso le spalle più lontane dal picco.

A differenza dei profili A–C della Tabella 5.2, le cui spalle mantengono valori fissi indipendenti dal picco, questa famiglia tiene fissa la sola bassa stagione e fa salire le spalle al crescere di $\rho_{\max}$; per questo, a parità di picco, il periodo critico e il fattore di sconto critico possono differire da quelli dei profili A–C. La divergenza non segnala un'incoerenza dei calcoli, ma il contenuto stesso del risultato: la fragilità della collusione dipende dall'intera traiettoria di ρ_t , e non dal solo valore del picco.

Per valori moderati di $\rho_{\max}$ il vincolo di incentivo più severo coincide con il picco della domanda, e prevale l'intuizione di base: la domanda elevata aumenta il guadagno da deviazione e richiede un fattore di sconto più alto. Al crescere dell'intensità, però, il periodo critico abbandona il picco. Esso si sposta dapprima sulla spalla discendente ($t = 5$): due periodi simmetrici come $t = 3$ e $t = 5$ presentano lo stesso guadagno corrente da deviazione, ma quello discendente è seguito dalla discesa verso la bassa stagione, dove le perdite da punizione sono modeste, ed è quindi il più fragile. Quando il picco si avvicina alla saturazione la fase discendente perde questo primato: sulla spalla ascendente (prima interna, $t = 3$, poi esterna, $t = 2$) i periodi immediatamente successivi coincidono con il picco, e se quest'ultimo è saturo la perdita da punizione si azzera, cosicché deviare prima

^{V.1}La famiglia mantiene fissa la bassa stagione a $\rho_1 = \rho_7 = 0,4$ e fa crescere le spalle in proporzione fissa all'escursione del picco sopra tale base: $\rho_t = 0,4 + w_t (\rho_{\max} - 0,4)$, con pesi $w = (0; 0,4; 0,8; 1; 0,8; 0,4; 0)$ per $t = 1, \dots, 7$. Per $\rho_{\max} = 3,5$, ad esempio, la traiettoria è $(0,4; 1,64; 2,88; 3,5; 2,88; 1,64; 0,4)$.

della fase di massima domanda diventa la mossa più conveniente. Il vincolo più stringente attraversa così il picco, dal lato discendente a quello ascendente, al crescere dell'intensità stagionale.

Questo risultato è coerente con la struttura algebrica delle funzioni normalizzate. Come mostrato nell'Appendice A.7, la perdita da punizione $\tilde{L}(\rho)$ è simmetrica rispetto alla soglia $\rho = 2$, mentre il guadagno da deviazione $\tilde{G}(\rho)$ non lo è. A parità di distanza dalla soglia, il guadagno da deviazione è maggiore per valori di ρ superiori a 2. Di conseguenza, quando le spalle del ciclo entrano nella regione $\rho > 2$, esse possono generare vincoli di incentivo particolarmente stringenti, soprattutto se le punizioni future cadono in periodi di domanda ancora più elevata e capacità fortemente vincolante.

Lo spostamento del vincolo più stringente verso le fasi di domanda crescente trova riscontro nella letteratura sulla collusione lungo il ciclo. In assenza di vincoli di capacità, Haltiwanger and Harrington (1991) mostrano che la collusione è più difficile da sostenere nelle fasi di domanda calante, dove le perdite future da punizione sono modeste. Fabra (2006) dimostra che questa previsione si rovescia quando la capacità è sufficientemente vincolante: i profitti di punizione diventano prociclici, poiché nei periodi di domanda elevata anche l'equilibrio non cooperativo genera profitti positivi, e le perdite da deviazione si riducono mentre la domanda cresce. Il risultato qui ottenuto, con il periodo critico che si sposta sulla spalla ascendente all'aumentare dell'intensità stagionale, riproduce questo meccanismo. Deviare nella fase di avvicinamento al picco anticipa una punizione destinata a ricadere in periodi di capacità satura, nei quali la concorrenza esercita scarsa disciplina. L'attenuazione della punizione nei periodi di scarsità di capacità è il canale individuato da Brock and Scheinkman (1985).

Le soglie che governano questa transizione dipendono dal confronto fra il guadagno corrente da deviazione e il valore attuale delle perdite future in modo dinamico. Esse non coincidono necessariamente con le soglie statiche del modello, che segnano i punti in cui cambiano le formule dei payoff. Per questo il periodo critico può cambiare anche quando $\rho_{\max}$ non corrisponde esattamente a una soglia statica.

La Figura 5.3 mostra l'andamento del fattore di sconto critico al crescere di $\rho_{\max}$. Una maggiore intensità stagionale rende, nell'intervallo simulato, la collusione più difficile da sostenere, come indica la tendenza complessivamente crescente di δ^* . La crescita è non lineare: presenta tratti quasi piatti, variazioni contenute e passaggi più marcati, e riflette la natura a tratti delle funzioni di payoff. Quando il ciclo attraversa regioni diverse del rapporto domanda-capacità, cambiano sia il guadagno da deviazione sia la perdita da punizione.

Il grafico conferma quanto emerge dalla tabella: l'aumento del picco stagionale modifica anche la collocazione temporale della fragilità collusiva. La capacità incide sul

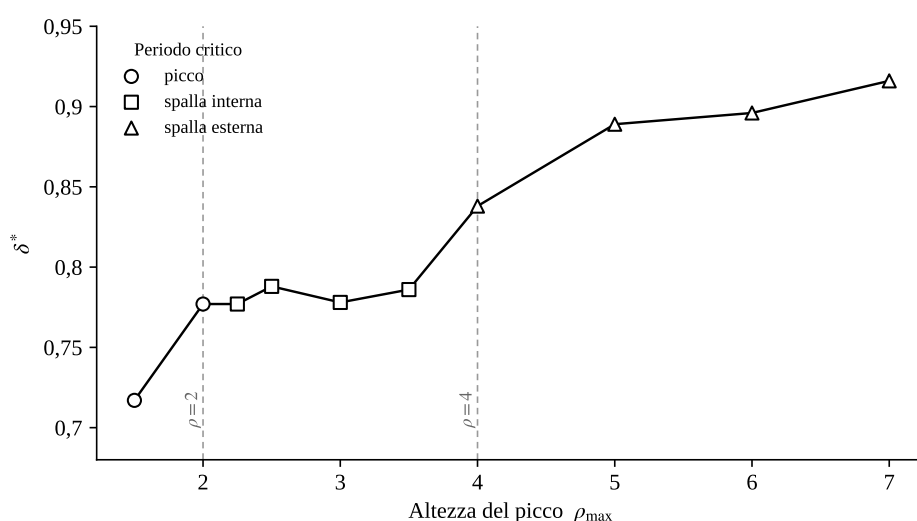


Figura 5.3: Fattore di sconto critico al variare dell'intensità del picco stagionale.

livello dei payoff statici e sulla struttura dinamica degli incentivi lungo il ciclo.

Dal punto di vista economico, il risultato suggerisce che nei mercati stagionali con capacità rigida l'attenzione analitica dovrebbe estendersi oltre il periodo di picco. Quando la domanda di picco è moderata, il momento più fragile della collusione coincide plausibilmente con la fase di massima domanda. Nella simulazione numerica, quando il picco è molto intenso rispetto alla capacità, la fase critica si sposta verso i periodi che lo precedono.

Nel trasporto Ro-Pax, come analizzato nei capitoli precedenti, la capacità di breve periodo è vincolata dal numero di navi, dalle frequenze programmate e dalla configurazione dei servizi. Nei mesi di domanda molto elevata, come l'estate sulle rotte insulari, gli operatori possono trovarsi vicini al limite di capacità. In tali condizioni una deviazione di prezzo nel picco risulta meno attraente, perché l'impresa è già prossima alla quantità massima vendibile, e una punizione basata su prezzi più aggressivi risulta meno efficace, perché la scarsità di capacità limita la pressione concorrenziale.

Il periodo più delicato si colloca allora prima del picco, nelle settimane in cui la domanda cresce, la capacità inizia a vincolare e le imprese anticipano che eventuali punizioni future ricadranno nella stagione di massima domanda. L'esercizio suggerisce quindi che, in mercati come il Ro-Pax, l'analisi della sostenibilità collusiva consideri i prezzi del picco estivo insieme al comportamento degli operatori nelle fasi di avvicinamento alla stagione alta.

Sulle due principali rotte stagionali da e per la Sardegna il traffico passeggeri medio mensile dell'alta stagione supera quello della bassa stagione di un fattore pari a circa 3,5 sulla Genova–Porto Torres e a circa 8 sulla Civitavecchia–Olbia (MIT, 2025).

Tabella 5.4: Ampiezza stagionale osservata.

Linea	Rapporto alta/bassa stagione
Genova–Porto Torres	3,5
Civitavecchia–Olbia	8

Fonte: elaborazione dell'autore su MIT (2025). Rapporto fra il traffico passeggeri medio mensile di alta stagione (giugno–settembre) e di bassa stagione (ottobre–maggio).

Il risultato rilevante, quindi, è lo spostamento del vincolo collusivo più stringente lungo il ciclo. All'aumentare della pressione della domanda sulla capacità, il periodo critico tende a non coincidere più con il picco e, nelle configurazioni di maggiore intensità stagionale, ad anticiparlo. Il capitolo conclusivo riprende questa indicazione e ne discute le implicazioni settoriali e regolatorie.

CONCLUSIONI

L'elaborato ha posto due domande collegate: a quali condizioni, in un mercato con pochi operatori, domanda stagionale e capacità rigida, il prezzo di monopolio congiunto possa essere sostenuto come equilibrio di un gioco ripetuto; e in quale fase del ciclo il vincolo che sostiene la cooperazione divenga più stringente. La risposta alla seconda domanda costituisce il risultato principale del lavoro: quando la stagionalità è intensa rispetto alla capacità, il vincolo raggiunge la massima stringenza nelle mezze stagioni e, nelle configurazioni più estreme, nei periodi che precedono il picco, anziché nella fase di massima domanda. Nei periodi di piena saturazione il guadagno da deviazione e la perdita da punizione si annullano entrambi: il vincolo di incentivo è soddisfatto in modo banale, e i prezzi elevati riflettono la scarsità fisica dell'offerta, e non l'intensità del coordinamento.

Il meccanismo ruota attorno alla soglia $\rho = 2$, in corrispondenza della quale la capacità del singolo operatore eguaglia la quantità di monopolio non vincolata. La capacità agisce su entrambi i lati del vincolo di incentivo. Sul lato della tentazione, al di sotto della soglia l'impresa che devia serve l'intera domanda di monopolio e il guadagno cresce quadraticamente con la domanda; al di sopra, la quantità vendibile in deviazione è limitata dalla capacità individuale e il guadagno decresce fino ad annullarsi alla saturazione aggregata. Sul lato della punizione, nei periodi prossimi alla saturazione anche l'equilibrio non cooperativo genera profitti di market clearing, e la severità della fase punitiva si riduce proprio quando la domanda è più elevata. Il confronto fra i due massimi rende esplicita la natura dinamica del problema: il guadagno massimo da deviazione, $K^2/2b$, è pari al doppio della perdita massima per periodo, $K^2/4b$, cosicché la perdita di un singolo periodo, anche il più severo, non è sufficiente a compensare il guadagno alla soglia. La sostenibilità dipende dal valore attualizzato dell'intero flusso di perdite future, e quindi dalla posizione che il periodo occupa nel ciclo.

Il secondo risultato è di metodo e conferisce generalità al primo. L'intera struttura strategica dipende dalla traiettoria del rapporto

$$\rho_t = \frac{a_t}{K},$$

anziché dai livelli assoluti di domanda e capacità: due mercati con la medesima traiettoria

di ρ_t condividono periodo critico, fattore di sconto critico e asimmetria dinamica. Le soglie $\rho = 1, 2, 3, 4$ traducono il calendario in regimi strategici distinti, e la riduzione della punizione al primo ciclo scontato riconduce un problema di orizzonte infinito al confronto di sette termini per periodo. In questa prospettiva la capacità opera come variabile strategica, oltre che come limite produttivo: determina la natura degli incentivi a deviare e la severità della punizione in ciascun punto del ciclo.

L'esercizio numerico del Capitolo V traccia la transizione nella sua interezza. Al crescere dell'intensità del picco, il periodo critico abbandona la fase di massima domanda e attraversa il ciclo: si colloca dapprima sulla spalla discendente, coerentemente con la logica di Haltiwanger e Harrington, per la quale la deviazione è più conveniente quando la domanda è prossima a ridursi; quando il picco si avvicina alla saturazione, il vincolo più stringente attraversa il picco e si sposta sulle spalle ascendenti, prima interna e poi esterna, secondo il meccanismo individuato da Fabra: una punizione destinata a ricadere in mesi di capacità satura esercita una deterrenza limitata, e la deviazione anteriore alla stagione alta risulta relativamente più conveniente. Il fattore di sconto critico cresce, con andamento non lineare, lungo l'intervallo simulato: quanto più il ciclo è pronunciato rispetto alla capacità, tanto maggiore è la pazienza necessaria perché la cooperazione regga. Il modello ordina così i due risultati canonici della letteratura lungo un unico parametro, l'intensità della stagionalità rispetto alla capacità, e individua la regione di transizione fra l'uno e l'altro.

L'implicazione settoriale discende direttamente da questa struttura. Nella regione di saturazione prezzo collusivo, prezzo di deviazione e prezzo non cooperativo coincidono; il livello dei prezzi di picco, considerato isolatamente, non consente pertanto di discriminare fra le ipotesi di condotta. L'informazione strategica si concentra nelle mezze stagioni, dove il vincolo è operante: prezzi di mezza stagione inferiori al monopolio coerente con domanda e capacità, in presenza di prezzi di picco pieni, sono compatibili con un coordinamento sostenuto da un vincolo stringente; l'assenza di riduzioni indica un vincolo non stringente; il passaggio all'esito non cooperativo nelle stesse fasi ne segnala la violazione. Poiché i listini estivi sono pubblicati con largo anticipo sulle piattaforme di prenotazione, le decisioni rilevanti maturano nella finestra che precede la stagione alta: l'analisi della sostenibilità collusiva, sul piano economico come su quello della tutela della concorrenza, deve pertanto concentrarsi sulle fasi di avvicinamento al picco. Le rotte annuali in libero mercato, come Livorno–Olbia, costituiscono il contesto naturale di applicazione del modello; le rotte con OSP invernali pongono un problema ulteriore, poiché la regolazione incide sui periodi che nel modello forniscono la deterrenza. La medesima struttura orienta la lettura degli investimenti in capacità: una flotta più ampia riduce i prezzi di saturazione e sposta al contempo le soglie del ciclo, con effetti sulla sostenibilità

della collusione privi di segno univoco.

L'elaborato presenta limiti coerenti con la sua impostazione teorica. Il modello assume imprese simmetriche, prodotto omogeneo, capacità esogena, costo marginale nullo fino alla capacità e domanda deterministica: ipotesi che isolano il meccanismo principale e, al tempo stesso, riducono la complessità del mercato Ro-Pax reale, nel quale gli operatori differiscono per flotta, qualità del servizio, orari, porto di partenza, disponibilità di cabine, politiche di *dynamic pricing* e segmentazione della clientela, e la capacità può essere modificata nel medio periodo attraverso la riallocazione delle navi e la variazione delle frequenze. I risultati vanno pertanto interpretati come indicazioni teoriche, e non come stima empirica della condotta degli operatori: la tesi individua le condizioni alle quali una struttura di mercato con pochi operatori, domanda stagionale e capacità rigida può rendere sostenibile un prezzo superiore al livello concorrenziale, e la fase del ciclo in cui tale sostenibilità risulta più fragile; non dimostra l'esistenza di collusione nel mercato Ro-Pax italiano.

Lo sviluppo naturale consiste nella calibrazione del profilo ρ_t su dati mensili o settimanali di traffico e capacità relativi a una specifica rotta, così da trasformare l'esercizio stilizzato in una valutazione quantitativa del mercato osservato. Estensioni ulteriori potrebbero introdurre imprese asimmetriche, capacità dispiegata variabile, differenziazione del servizio e domanda stocastica attorno alla componente stagionale prevedibile.

La conclusione generale è che la capacità ridisegna la geografia dinamica della collusione lungo il ciclo. Nei mercati stagionali a capacità rigida la fase più informativa per l'analisi della concorrenza coincide con i periodi in cui la cooperazione è più costosa da sostenere: le fasi di avvicinamento al picco, nelle quali la domanda cresce, la deviazione resta profittevole e le punizioni future risultano indebolite dalla saturazione successiva.

APPENDICE A

DERIVAZIONI ALGEBRICHE

La presente appendice raccoglie i passaggi algebrici utilizzati nei Capitoli III e IV.

A.1 PAYOFF COLLUSIVO

La domanda diretta è definita come:

$$D(p, t) = a(t) - bp, \quad (\text{A.1})$$

da cui si ottiene la domanda inversa:

$$P(Q, t) = \frac{a(t) - Q}{b}. \quad (\text{A.2})$$

Nel caso collusivo, le due imprese agiscono come un monopolista congiunto che sceglie la quantità totale Q , soggetta al vincolo di capacità aggregata:

$$Q \leq 2K. \quad (\text{A.3})$$

Il profitto totale del monopolista congiunto è:

$$\Pi^M(Q, t) = P(Q, t)Q = \frac{a(t) - Q}{b}Q = \frac{a(t)Q - Q^2}{b}. \quad (\text{A.4})$$

Derivando rispetto a Q :

$$\frac{\partial \Pi^M}{\partial Q} = \frac{a(t) - 2Q}{b}. \quad (\text{A.5})$$

La condizione del primo ordine è:

$$\frac{a(t) - 2Q}{b} = 0, \quad (\text{A.6})$$

da cui:

$$Q^M(t) = \frac{a(t)}{2}. \quad (\text{A.7})$$

Il prezzo di monopolio non vincolato è quindi:

$$P^m(t) = P(Q^M, t) = \frac{a(t) - a(t)/2}{b} = \frac{a(t)}{2b}. \quad (\text{A.8})$$

Il profitto totale di monopolio non vincolato è:

$$\Pi^M(t) = P^m(t)Q^M(t) = \frac{a(t)}{2b} \frac{a(t)}{2} = \frac{a(t)^2}{4b}. \quad (\text{A.9})$$

Poiché le imprese sono simmetriche, il profitto collusivo per impresa è:

$$\Pi_i^m(t) = \frac{a(t)^2}{8b}. \quad (\text{A.10})$$

Questo risultato è implementabile solo se la quantità di monopolio non eccede la capacità aggregata:

$$Q^M(t) \leq 2K, \quad (\text{A.11})$$

ovvero:

$$\frac{a(t)}{2} \leq 2K. \quad (\text{A.12})$$

La soglia corrispondente è:

$$a(t) \leq 4K. \quad (\text{A.13})$$

Quando invece $a(t) > 4K$, la quantità di monopolio non vincolata non è fisicamente implementabile. Il monopolista congiunto vende l'intera capacità aggregata:

$$Q = 2K. \quad (\text{A.14})$$

Il prezzo rilevante è quindi il prezzo di market clearing:

$$P^*(t) = P(2K, t) = \frac{a(t) - 2K}{b}. \quad (\text{A.15})$$

Ogni impresa vende K , per cui il profitto collusivo per impresa nel caso vincolato è:

$$\Pi_i^m(t) = KP^*(t) = \frac{K(a(t) - 2K)}{b}. \quad (\text{A.16})$$

Pertanto:

$$\Pi_i^m(a) = \begin{cases} \frac{a^2}{8b}, & a \leq 4K, \\ \frac{K(a-2K)}{b}, & a > 4K. \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

A.2 PAYOFF DI DEVIAZIONE

Il payoff di deviazione deriva dall'undercutting infinitesimale del prezzo collusivo. Il deviante fissa:

$$p^d = P^c - \varepsilon, \quad (\text{A.18})$$

con $\varepsilon > 0$ arbitrariamente piccolo, e serve la domanda catturabile fino al limite della propria capacità K . La quantità servita è quindi:

$$q_i^d = \min\{D(P^c, t), K\}. \quad (\text{A.19})$$

Nel caso in cui il monopolio non è vincolato, il prezzo collusivo coincide con il prezzo di monopolio:

$$P^c(t) = P^m(t) = \frac{a(t)}{2b}. \quad (\text{A.20})$$

La domanda al prezzo collusivo è:

$$D(P^c, t) = a(t) - bP^c(t) = a(t) - b \frac{a(t)}{2b} = \frac{a(t)}{2}. \quad (\text{A.21})$$

Il deviante può servire tutta la domanda collusiva se:

$$\frac{a(t)}{2} \leq K, \quad (\text{A.22})$$

cioè:

$$a(t) \leq 2K. \quad (\text{A.23})$$

In tale regione il payoff di deviazione è:

$$\Pi_i^d(t) = P^m(t)D(P^m, t) = \frac{a(t)}{2b} \frac{a(t)}{2} = \frac{a(t)^2}{4b}. \quad (\text{A.24})$$

Se invece:

$$2K < a(t) \leq 4K, \quad (\text{A.25})$$

il prezzo collusivo è ancora quello di monopolio non vincolato, $P^m(t) = a(t)/(2b)$, ma il deviante non può servire tutta la domanda collusiva, poiché $a(t)/2 > K$. Esso vende quindi la propria capacità K , ottenendo:

$$\Pi_i^d(t) = P^m(t)K = \frac{a(t)}{2b}K = \frac{a(t)K}{2b}. \quad (\text{A.26})$$

Infine, se:

$$a(t) > 4K, \quad (\text{A.27})$$

il prezzo collusivo è il prezzo di market clearing:

$$P^*(t) = \frac{a(t) - 2K}{b}. \quad (\text{A.28})$$

Nel limite per $\varepsilon \rightarrow 0$, il deviante vende comunque al massimo K , ottenendo:

$$\Pi_i^d(t) = KP^*(t) = \frac{K(a(t) - 2K)}{b}. \quad (\text{A.29})$$

Pertanto:

$$\Pi_i^d(a) = \begin{cases} \frac{a^2}{4b}, & a \leq 2K, \\ \frac{aK}{2b}, & 2K < a \leq 4K, \\ \frac{K(a - 2K)}{b}, & a > 4K. \end{cases} \quad (\text{A.30})$$

A.3 PAYOFF NON COOPERATIVO DI PUNIZIONE

Il payoff di punizione coincide con il payoff per periodo dell'equilibrio statico non cooperativo. In bassa stagione, quando $a(t) \leq K$, una singola impresa è in grado di servire l'intera domanda potenziale anche al prezzo nullo. La logica di Bertrand con costo marginale nullo conduce quindi a:

$$\Pi_i^N(t) = 0. \quad (\text{A.31})$$

Nel regime intermedio, $K < a(t) < 3K$, l'equilibrio statico è in strategie miste. Seguendo la caratterizzazione di Brock e Scheinkman e la specializzazione di Fabra (2006), il payoff atteso può essere ottenuto dalla massimizzazione sulla domanda residua affrontata dall'impresa con prezzo più alto.

La domanda residua dopo che il rivale ha venduto la propria capacità K è:

$$D^r(p, t) = D(p, t) - K = a(t) - bp - K. \quad (\text{A.32})$$

Il ricavo residuo è:

$$R^r(p, t) = p(a(t) - bp - K). \quad (\text{A.33})$$

Derivando rispetto a p :

$$\frac{dR^r}{dp} = a(t) - K - 2bp. \quad (\text{A.34})$$

La condizione del primo ordine è:

$$a(t) - K - 2bp = 0, \quad (\text{A.35})$$

da cui:

$$p^r(t) = \frac{a(t) - K}{2b}. \quad (\text{A.36})$$

La quantità residua corrispondente è:

$$D^r(p^r, t) = a(t) - b \frac{a(t) - K}{2b} - K = \frac{a(t) - K}{2}. \quad (\text{A.37})$$

Il profitto residuo massimo è quindi:

$$\Pi_i^N(t) = p^r(t) D^r(p^r, t) = \frac{a(t) - K}{2b} \frac{a(t) - K}{2} = \frac{(a(t) - K)^2}{4b}. \quad (\text{A.38})$$

Nel regime di alta domanda, l'equilibrio non cooperativo è il prezzo di market clearing:

$$P^*(t) = \frac{a(t) - 2K}{b}. \quad (\text{A.39})$$

Affinché tale prezzo sia sostenibile come equilibrio statico, il prezzo residuo ottimo non deve essere superiore al prezzo di market clearing:

$$p^r(t) \leq P^*(t). \quad (\text{A.40})$$

Sostituendo:

$$\frac{a(t) - K}{2b} \leq \frac{a(t) - 2K}{b}. \quad (\text{A.41})$$

Moltiplicando per $2b > 0$:

$$a(t) - K \leq 2a(t) - 4K. \quad (\text{A.42})$$

Riordinando:

$$a(t) \geq 3K. \quad (\text{A.43})$$

Per $a(t) \geq 3K$, ciascuna impresa vende K al prezzo di market clearing, ottenendo:

$$\Pi_i^N(t) = KP^*(t) = \frac{K(a(t) - 2K)}{b}. \quad (\text{A.44})$$

Pertanto:

$$\Pi_i^N(a) = \begin{cases} 0, & a \leq K, \\ \frac{(a - K)^2}{4b}, & K < a < 3K, \\ \frac{K(a - 2K)}{b}, & a \geq 3K. \end{cases} \quad (\text{A.45})$$

A.4 GUADAGNO DA DEVIAZIONE E PERDITA DA PUNIZIONE

Il guadagno da deviazione è definito come:

$$G(a) = \Pi_i^d(a) - \Pi_i^m(a). \quad (\text{A.46})$$

Per $a \leq 2K$:

$$G(a) = \frac{a^2}{4b} - \frac{a^2}{8b} = \frac{a^2}{8b}. \quad (\text{A.47})$$

Per $2K < a \leq 4K$:

$$G(a) = \frac{aK}{2b} - \frac{a^2}{8b} = \frac{4aK - a^2}{8b} = \frac{a(4K - a)}{8b}. \quad (\text{A.48})$$

Per $a > 4K$, il payoff di deviazione coincide con quello collusivo nel limite per $\varepsilon \rightarrow 0$, quindi:

$$G(a) = 0. \quad (\text{A.49})$$

Pertanto:

$$G(a) = \begin{cases} \frac{a^2}{8b}, & a \leq 2K, \\ \frac{a(4K-a)}{8b}, & 2K < a \leq 4K, \\ 0, & a > 4K. \end{cases} \quad (\text{A.50})$$

Le derivate nei due tratti non nulli sono:

$$G'(a) = \frac{a}{4b} \quad \text{per } a \leq 2K, \quad (\text{A.51})$$

e:

$$G'(a) = \frac{2K-a}{4b} \quad \text{per } 2K < a \leq 4K. \quad (\text{A.52})$$

La funzione è crescente fino a $a = 2K$ e decrescente per $a > 2K$. Il massimo è:

$$G(2K) = \frac{(2K)^2}{8b} = \frac{K^2}{2b}. \quad (\text{A.53})$$

La perdita da punizione è definita come:

$$L(a) = \Pi_i^m(a) - \Pi_i^N(a). \quad (\text{A.54})$$

Per $a \leq K$:

$$L(a) = \frac{a^2}{8b} - 0 = \frac{a^2}{8b}. \quad (\text{A.55})$$

Per $K < a < 3K$:

$$L(a) = \frac{a^2}{8b} - \frac{(a-K)^2}{4b}. \quad (\text{A.56})$$

Portando a denominatore comune:

$$L(a) = \frac{a^2 - 2(a-K)^2}{8b}. \quad (\text{A.57})$$

Espandendo:

$$(a-K)^2 = a^2 - 2aK + K^2, \quad (\text{A.58})$$

quindi:

$$L(a) = \frac{a^2 - 2(a^2 - 2aK + K^2)}{8b} = \frac{-a^2 + 4aK - 2K^2}{8b}. \quad (\text{A.59})$$

Per $3K \leq a \leq 4K$:

$$L(a) = \frac{a^2}{8b} - \frac{K(a-2K)}{b}. \quad (\text{A.60})$$

Portando a denominatore comune:

$$L(a) = \frac{a^2 - 8K(a-2K)}{8b}. \quad (\text{A.61})$$

Sviluppando:

$$L(a) = \frac{a^2 - 8aK + 16K^2}{8b} = \frac{(a-4K)^2}{8b}. \quad (\text{A.62})$$

Per $a > 4K$, payoff collusivo e payoff non cooperativo coincidono, per cui:

$$L(a) = 0. \quad (\text{A.63})$$

Pertanto:

$$L(a) = \begin{cases} \frac{a^2}{8b}, & a \leq K, \\ \frac{-a^2 + 4aK - 2K^2}{8b}, & K < a < 3K, \\ \frac{(a-4K)^2}{8b}, & 3K \leq a \leq 4K, \\ 0, & a > 4K. \end{cases} \quad (\text{A.64})$$

Le derivate nei tratti non nulli sono:

$$L'(a) = \frac{a}{4b} \quad \text{per } a \leq K, \quad (\text{A.65})$$

$$L'(a) = \frac{2K-a}{4b} \quad \text{per } K < a < 3K, \quad (\text{A.66})$$

$$L'(a) = \frac{a-4K}{4b} \quad \text{per } 3K \leq a \leq 4K. \quad (\text{A.67})$$

La funzione cresce fino ad $a = 2K$ e poi decresce fino ad annullarsi per $a = 4K$. Il massimo è:

$$L(2K) = \frac{-(2K)^2 + 4(2K)K - 2K^2}{8b} = \frac{2K^2}{8b} = \frac{K^2}{4b}. \quad (\text{A.68})$$

A.5 NORMALIZZAZIONE TRAMITE IL RAPPORTO DOMANDA-CAPACITÀ

Si introduce il rapporto domanda-capacità:

$$\rho = \frac{a}{K}, \quad (\text{A.69})$$

da cui:

$$a = \rho K. \quad (\text{A.70})$$

Le soglie $K, 2K, 3K, 4K$ diventano rispettivamente:

$$\rho = 1, \quad \rho = 2, \quad \rho = 3, \quad \rho = 4. \quad (\text{A.71})$$

Sostituendo $a = \rho K$ nella funzione $G(a)$, per il primo tratto si ottiene:

$$G(\rho) = \frac{(\rho K)^2}{8b} = \frac{K^2}{b} \frac{\rho^2}{8}. \quad (\text{A.72})$$

Nel secondo tratto:

$$G(\rho) = \frac{\rho K(4K - \rho K)}{8b} = \frac{K^2}{b} \frac{\rho(4 - \rho)}{8}. \quad (\text{A.73})$$

Quindi:

$$G(a) = \frac{K^2}{b} \tilde{G}(\rho), \quad (\text{A.74})$$

dove:

$$\tilde{G}(\rho) = \begin{cases} \frac{\rho^2}{8}, & \rho \leq 2, \\ \frac{\rho(4 - \rho)}{8}, & 2 < \rho \leq 4, \\ 0, & \rho > 4. \end{cases} \quad (\text{A.75})$$

Analogamente, sostituendo $a = \rho K$ nella funzione $L(a)$, si ottiene:

$$L(a) = \frac{K^2}{b} \tilde{L}(\rho), \quad (\text{A.76})$$

dove:

$$\tilde{L}(\rho) = \begin{cases} \frac{\rho^2}{8}, & \rho \leq 1, \\ \frac{-\rho^2 + 4\rho - 2}{8}, & 1 < \rho < 3, \\ \frac{(\rho - 4)^2}{8}, & 3 \leq \rho \leq 4, \\ 0, & \rho > 4. \end{cases} \quad (\text{A.77})$$

La normalizzazione mostra che G e L condividono il medesimo fattore di scala K^2/b . Di conseguenza, nel vincolo dinamico tale fattore si semplifica, e la struttura strategica dipende dalla traiettoria di $\rho(t)$ e dal fattore di sconto δ .

A.6 RIDUZIONE DEL VALORE FUTURO AL PRIMO CICLO SCONTATO

Il valore attuale della punizione futura dopo una deviazione nel periodo t è:

$$V_t(\delta) = \sum_{j=1}^{\infty} \delta^j L(t+j). \quad (\text{A.78})$$

Poiché il ciclo è deterministico e ha lunghezza T , vale:

$$L(t+j+nT) = L(t+j) \quad (\text{A.79})$$

per ogni $n \geq 0$. Si può quindi raggruppare la somma infinita in blocchi di lunghezza T :

$$V_t(\delta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^T \delta^{nT+j} L(t+j). \quad (\text{A.80})$$

Poiché $L(t+j)$ non dipende da n , si può scrivere:

$$V_t(\delta) = \left(\sum_{n=0}^{\infty} \delta^{nT} \right) \left(\sum_{j=1}^T \delta^j L(t+j) \right). \quad (\text{A.81})$$

Definendo:

$$C_t(\delta) = \sum_{j=1}^T \delta^j L(t+j), \quad (\text{A.82})$$

si ottiene:

$$V_t(\delta) = C_t(\delta) \sum_{n=0}^{\infty} \delta^{nT}. \quad (\text{A.83})$$

La serie geometrica converge per $\delta \in (0, 1)$:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \delta^{nT} = \frac{1}{1 - \delta^T}. \quad (\text{A.84})$$

Pertanto:

$$V_t(\delta) = \frac{C_t(\delta)}{1 - \delta^T} = \frac{\sum_{j=1}^T \delta^j L(t+j)}{1 - \delta^T}. \quad (\text{A.85})$$

Nel caso del ciclo a sette periodi:

$$V_t(\delta) = \frac{\delta L(t+1) + \delta^2 L(t+2) + \cdots + \delta^7 L(t+7)}{1 - \delta^7}. \quad (\text{A.86})$$

A.7 SIMMETRIA E ASIMMETRIA RISPETTO ALLA SOGLIA CRITICA

Si consideri la soglia:

$$\rho = 2, \quad (\text{A.87})$$

e si definisca la distanza dalla soglia critica come:

$$u = \rho - 2. \quad (\text{A.88})$$

Quindi:

$$\rho = 2 + u. \quad (\text{A.89})$$

Nel tratto centrale $1 < \rho < 3$, cioè $-1 < u < 1$, la perdita normalizzata è:

$$\tilde{L}(\rho) = \frac{-\rho^2 + 4\rho - 2}{8}. \quad (\text{A.90})$$

Sostituendo $\rho = 2 + u$:

$$\tilde{L}(2+u) = \frac{-(2+u)^2 + 4(2+u) - 2}{8}. \quad (\text{A.91})$$

Sviluppando:

$$\tilde{L}(2+u) = \frac{-(4 + 4u + u^2) + 8 + 4u - 2}{8} = \frac{2 - u^2}{8} = \frac{1}{4} - \frac{u^2}{8}. \quad (\text{A.92})$$

La funzione è pari in u . Pertanto:

$$\tilde{L}(2+u) = \tilde{L}(2-u) \quad (\text{A.93})$$

nel tratto centrale.

La simmetria vale anche sui tratti laterali del dominio attivo. Per $1 \leq u \leq 2$, il punto $2 - u$ cade nel tratto sinistro $\rho \leq 1$, mentre il punto $2 + u$ cade nel tratto destro $3 \leq \rho \leq 4$. Si ha:

$$\tilde{L}(2 - u) = \frac{(2 - u)^2}{8}, \quad (\text{A.94})$$

e:

$$\tilde{L}(2 + u) = \frac{(2 + u - 4)^2}{8} = \frac{(u - 2)^2}{8} = \frac{(2 - u)^2}{8}. \quad (\text{A.95})$$

Quindi:

$$\tilde{L}(2 + u) = \tilde{L}(2 - u) \quad \text{per } 0 \leq u \leq 2. \quad (\text{A.96})$$

La perdita da punizione è dunque simmetrica rispetto alla soglia $\rho = 2$ nel dominio attivo.

Il guadagno da deviazione non è invece simmetrico. Per $0 < u < 2$, il punto $2 - u$ cade nel tratto $\rho \leq 2$, mentre il punto $2 + u$ cade nel tratto $2 < \rho \leq 4$. Pertanto:

$$\tilde{G}(2 - u) = \frac{(2 - u)^2}{8}, \quad (\text{A.97})$$

mentre:

$$\tilde{G}(2 + u) = \frac{(2 + u)(4 - (2 + u))}{8} = \frac{(2 + u)(2 - u)}{8} = \frac{4 - u^2}{8}. \quad (\text{A.98})$$

La differenza è:

$$\tilde{G}(2 + u) - \tilde{G}(2 - u) = \frac{4 - u^2 - (2 - u)^2}{8}. \quad (\text{A.99})$$

Sviluppando:

$$\tilde{G}(2 + u) - \tilde{G}(2 - u) = \frac{4 - u^2 - (4 - 4u + u^2)}{8} = \frac{4u - 2u^2}{8} = \frac{u(2 - u)}{4}. \quad (\text{A.100})$$

Per $0 < u < 2$:

$$\frac{u(2 - u)}{4} > 0. \quad (\text{A.101})$$

Quindi:

$$\tilde{G}(2+u) > \tilde{G}(2-u) \quad \text{per } 0 < u < 2. \quad (\text{A.102})$$

A parità di distanza dalla soglia critica, il guadagno da deviazione è maggiore sul lato destro, cioè per valori di domanda-capacità superiori a $\rho = 2$.

BIBLIOGRAFIA

- Dilip Abreu. Extremal equilibria of oligopolistic supergames. *Journal of Economic Theory*, 39(1):191–225, 1986.
- Robert J. Aumann and Lloyd S. Shapley. Long-term competition—a game-theoretic analysis. Mimeo, Hebrew University, 1976.
- William A. Brock and José A. Scheinkman. Price setting supergames with capacity constraints. *The Review of Economic Studies*, 52(3):371–382, 1985.
- Carl Davidson and Raymond Deneckere. Long-run competition in capacity, short-run competition in price, and the Cournot model. *The RAND Journal of Economics*, 17(3): 404–415, 1986.
- Carl Davidson and Raymond Deneckere. Excess capacity and collusion. *International Economic Review*, 31(3):521–541, 1990.
- Raymond Deneckere and Dan Kovenock. Price leadership. *The Review of Economic Studies*, 59(1):143–162, 1992.
- Natalia Fabra. Collusion with capacity constraints over the business cycle. *International Journal of Industrial Organization*, 24(1):69–81, 2006.
- James W. Friedman. A non-cooperative equilibrium for supergames. *The Review of Economic Studies*, 38(1):1–12, 1971.
- Drew Fudenberg and Eric Maskin. The folk theorem in repeated games with discounting or with incomplete information. *Econometrica*, 54(3):533–554, 1986.
- Edward J. Green and Robert H. Porter. Noncooperative collusion under imperfect price information. *Econometrica*, 52(1):87–100, 1984.
- John Haltiwanger and Joseph E. Harrington. The impact of cyclical demand movements on collusive behavior. *The RAND Journal of Economics*, 22(1):89–106, 1991.

- Christopher R. Knittel and Jason J. Lepore. Tacit collusion in the presence of cyclical demand and endogenous capacity levels. *International Journal of Industrial Organization*, 28(2):131–144, 2010. doi: 10.1016/j.ijindorg.2009.07.009.
- David M. Kreps and José A. Scheinkman. Quantity precommitment and Bertrand competition yield Cournot outcomes. *The Bell Journal of Economics*, 14(2):326–337, 1983.
- Enrico Musso, Riccardo Bozzo, and Tiziano Pavanini. *Trasporti. Economia, storia, imprese, ambiente*. Giappichelli, Torino, 2024. ISBN 9791221106367.
- Julio J. Rotemberg and Garth Saloner. A supergame-theoretic model of price wars during booms. *The American Economic Review*, 76(3):390–407, 1986.
- Robert W. Staiger and Frank A. Wolak. Collusive pricing with capacity constraints in the presence of demand uncertainty. *The RAND Journal of Economics*, 23(2):203–220, 1992.
- Jean Tirole. *The Theory of Industrial Organization*. MIT Press, Cambridge, MA, 1988.

SITOGRAFIA

Autorità Garante della Concorrenza e del Mercato. I743 – Trasporto marittimo: sanzionate Moby, SNAV, Grandi Navi Veloci e Marinvest per intesa restrittiva della concorrenza finalizzata all’aumento dei prezzi dei biglietti nella stagione estiva 2011 sulle rotte da e per la Sardegna. Risorsa web reperibile all’indirizzo: <https://www.agcm.it/media/comunicati-stampa/2013/6/alias-6492>.

Autorità Garante della Concorrenza e del Mercato. Procedimenti I872 e I872B – MSC/Moby e GNV/Moby. Provvedimento di chiusura con impegni. Risorsa web reperibile all’indirizzo: https://www.agcm.it/dotcmsdoc/allegati-news/I872%20e%20I872B_chiusura.pdf.

Grimaldi Lines. Navi e traghetti Livorno–Olbia. Risorsa web reperibile all’indirizzo: <https://www.grimaldi-lines.com/it/rotte/traghetti-livorno-olbia-livorno/>.

ISTAT. Trasporto marittimo in Italia. Anno 2024. Risorsa web reperibile all’indirizzo: <https://www.istat.it/comunicato-stampa/trasporto-marittimo-in-italia-anno-2024/>.

Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti. I servizi di collegamento marittimo per il trasporto di persone e merci con la Sardegna e fra le isole maggiori. Relazione per la verifica del mercato ex Delibera Autorità di Regolazione dei Trasporti n. 22/2019. Risorsa web reperibile all’indirizzo: https://www.mit.gov.it/nfsmitgov/files/media/documentazione/2025-07/Relazione_0.pdf.

Moby. Traghetti Livorno–Olbia–Livorno. Risorsa web reperibile all’indirizzo: <https://www.moby.it/rotte/traghetti-sardegna/livorno-olbia-livorno/>.