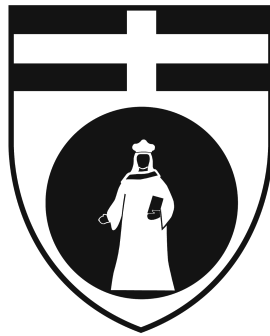


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI GENOVA

SCUOLA POLITECNICA

DIME

**Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Energetica,
Gestionale e dei Trasporti**



TESI DI LAUREA MAGISTRALE

IN

INGEGNERIA MECCANICA - MECCATRONICA

**Sistema di misura inerziale per la caratterizzazione
biomeccanica della pedalata**

Relatore:

Chiar.^{mo} Prof. Ing. Francesco Crenna

Allievo:

Andrea Cosci

Correlatori:

Dott. Ing. Alessandro Colò

Dott. Ing. Vittorio Belotti

Luglio 2026

Sommario

L'analisi biomeccanica della pedalata è sempre più diffusa, oltre a livello professionistico, anche amatoriale. Generalmente gli aspetti cinematici vengono studiati con sistemi optoelettronici, in laboratorio, dove però non è possibile ricreare le effettive condizioni di pedalata all'aperto. Questo lavoro ha come obiettivo lo sviluppo di un sistema di misura dedicato alla biomeccanica della pedalata, basato su sensori inerziali ed utilizzabile tanto in laboratorio quanto sul campo.

Vengono utilizzati i sensori Movella DOT corredati da un codice sviluppato in ambiente Python, che prevede due funzionalità: restituzione immediata dei dati tramite collegamento BLE, utile in laboratorio; memorizzazione e restituzione al termine della prova, utile per sessioni esterne.

Il sistema completo è stato validato per confronto con un sistema optoelettronico allo stato dell'arte per la ricostruzione del movimento in tre dimensioni, confermando la validità dell'approccio proposto. Inoltre si sono verificate la robustezza e l'utilizzabilità con prove presso il laboratorio Biomeccanico Bodyframe dell'Ing. Alessandro Colò, dove normalmente si usa un sistema ottico a due dimensioni, e con prove all'esterno durante allenamenti.

I dati acquisiti sono stati sfruttati al meglio, completando il sistema di analisi con la possibilità di stimare le coppie alle articolazioni ed eventualmente anche le forze muscolari, attraverso un modello dinamico inverso. Complessivamente, l'approccio proposto è risultato efficace ed utile per la caratterizzazione biomeccanica della pedalata. La sua utilizzabilità in condizioni esterne ha evidenziato come alcune operazioni ad oggi effettuate in laboratorio possano essere migliorate aggiungendo le informazioni acquisite durante percorsi esterni. Inoltre, questa maggiore disponibilità di dati consente una migliore caratterizzazione del gesto e la sua ottimizzazione, non solo in termini di posizioni, ma anche con indicazioni puntuali al ciclista.

Inertial Measurement System for the Biomechanical Characterization of Pedaling

Abstract

Cycling biomechanics analysis is increasingly widespread, not only at a professional level but also among amateurs. Kinematic aspects are generally studied using optoelectronic systems in a laboratory setting, where it is not possible to reproduce actual outdoor cycling conditions. This work aims to develop a measurement system dedicated to cycling biomechanics, based on inertial sensors and usable both in the laboratory and in the field.

Movella DOT sensors were employed, supported by a custom code developed in Python, which provides two functionalities: immediate data output via BLE connection, useful in the laboratory; and data storage with retrieval at the end of the trial, useful for outdoor sessions.

The complete system was validated by comparison with a state-of-the-art optoelectronic system for three-dimensional motion reconstruction, confirming the validity of the proposed approach. Its robustness and usability were further verified through trials at the Bodyframe Biomechanics Laboratory of Alessandro Colò, which normally employs a two-dimensional optical system, as well as through outdoor trials during training sessions.

The acquired data were fully exploited, complementing the analysis system with the capability to estimate joint torques and, potentially, muscle forces through an inverse dynamic model. Overall, the proposed approach proved to be effective and useful for the biomechanical characterization of pedaling. Its usability in outdoor conditions highlighted how some operations currently performed in the laboratory could be improved by incorporating information acquired during outdoor sessions. Furthermore, this greater availability of data enables a better characterization of the pedaling gesture and its optimization, not only in terms of positions but also through specific feedback to the cyclist.

Indice

Sommario	I
Abstract	II
1 Introduzione	1
1.1 Problema biomeccanico della pedalata	1
1.2 Strumenti per lo studio della pedalata	2
2 Biomeccanica della pedalata	4
2.1 Bike fitting	4
2.2 Metodologie posizionamento sella	5
2.2.1 Approccio antropometrico	5
2.2.2 Approccio empirico (Metodo del Tallone)	5
2.2.3 Approccio cinematico	5
2.2.4 Posizionamento ideale	6
2.3 Confronto tra valutazione statica e dinamica	7
2.4 Diverse specialità	8
2.4.1 Specialità cronometro e triathlon	8
2.4.2 Mountain Bike (MTB)	9
2.5 Infortuni	9
2.5.1 Articolazione del Ginocchio	9
2.5.2 Sindrome della bandelletta ileo-tibiale	10
2.5.3 Schiena	10
2.5.4 Arti superiori	10
3 Sensoristica optoelettronica	11
3.1 Principi dell'optoelettronica applicata alla biomeccanica	11
3.2 Analisi cinematica bidimensionale	11
3.2.1 Descrizione della posizione e gradi di libertà	11
3.2.2 Acquisizione dei dati cinematici	12
3.2.3 Cinematica lineare e angolare	13
3.2.4 Limiti dell'analisi bidimensionale	14
3.3 Analisi cinematica tridimensionale	14
3.3.1 Acquisizione dati tridimensionale e metodi di calibrazione	14
3.3.2 Sistema di riferimento e ipotesi di corpo rigido	16
3.3.3 Calibrazione anatomica	17
3.4 Precisione dei sistemi optoelettronici	17
3.5 Problematiche	18
3.5.1 Soft Tissue Artifact	18
3.5.2 Occlusione dei marker	18
3.5.3 Errore di posizionamento	19

3.5.4	Rumore strumentale e filtraggio	19
3.6	Ricostruzione senza marcatori e integrazioni con altri sensori	19
4	Sensoristica inerziale IMU	21
4.1	Principi generali	21
4.2	Giroscopio	21
4.2.1	Giroscopio meccanico a sospensione cardanica	21
4.2.2	Giroscopio MEMS	22
4.3	Accelerometro	24
4.3.1	Accelerometro classico	24
4.3.2	Accelerometro MEMS	25
4.4	Magnetometro	25
4.5	Sensor fusion	26
4.5.1	Filtro complementare	26
4.5.2	Filtro di Kalman esteso (EKF)	27
4.5.3	Filtro di Madgwick	28
4.5.4	Strapdown Integration (SDI) e XKF Core nel Xsens Movella DOT	29
4.6	Problematiche degli IMU	30
4.6.1	Drift	30
4.6.2	Distorsione del campo magnetico	30
4.6.3	Azzeramento dell'orientamento	31
4.6.4	Sincronizzazione delle unità	31
4.6.5	Calibrazione sensore-segmento	31
4.7	Sistema Xsens Movella DOT: caratteristiche hardware e validazione	32
4.7.1	Specifiche	32
4.7.2	Validazione delle prestazioni	33
5	Misura dell'orientamento nello spazio	34
5.1	Rappresentazione dell'orientamento	34
5.2	Matrici di rotazione e angoli di Eulero	34
5.2.1	Definizione	34
5.2.2	Angoli di Eulero	35
5.3	Il problema del blocco cardanico (Gimbal Lock)	36
5.4	Rappresentazione asse-angolo e quaternioni	37
5.4.1	Teorema di Eulero e rappresentazione asse-angolo	37
5.4.2	Quaternioni	38
5.4.3	Quaternioni unitari e rotazioni	39
5.4.4	Da quaternione a matrice di rotazione	40
5.4.5	Derivata del quaternione e integrazione cinematica	40
5.5	Librerie software	41
5.5.1	Classe quaternion.m per MATLAB	41
5.5.2	Ambiente Python	42
6	Modelli biomeccanici	44
6.1	Descrizione del gesto nel piano sagittale	44
6.2	Modelli 2D a segmenti rigidi e coppie rotoidali	45
6.2.1	Catena cinematica	46

6.2.2	Angoli assoluti e relativi	46
6.2.3	Proprietà di massa e inerzia	46
6.3	Modelli diretti e inversi	47
6.3.1	Cinematica diretta e inversa	47
6.3.2	Velocità e accelerazioni angolari	48
6.3.3	Dinamica inversa	48
6.3.4	Calcolo della potenza	49
6.4	Strumenti per la modellazione	51
6.4.1	MATLAB	51
6.4.2	Ambiente multibody: Simscape Multibody	51
6.4.3	OpenSim	51
6.5	Modello adottato	52
7	Implementazione del modello	53
7.1	Architettura generale del sistema	53
7.2	Modalità streaming con analisi online	53
7.3	Modalità registrazione onboard	63
7.4	Validazione del sistema di misura mediante confronto IMU - VICON	65
7.4.1	Pre-processing dati IMU	65
7.4.2	Pre-processing dati Vicon	70
7.4.3	Metodologia di confronto IMU – Vicon	71
7.5	Validazione del sistema di misura mediante confronto IMU - Opto2DMA .	74
7.5.1	Pre-processing dati IMU	74
7.5.2	Pre-processing dati Opto2DMA	78
7.5.3	Metodologia di confronto IMU – Opto2DMA	80
7.5.4	Analisi preliminari per la dinamica inversa	81
7.5.5	Modelli dinamica inversa	85
7.6	Elaborazione dati prova all’aperto	86
7.6.1	Pre-processing IMU e correzione yaw	87
7.6.2	Analisi cinematica	89
8	Validazione sistema IMU	91
8.1	Validazione con Vicon	91
8.1.1	Stabilità dei marker Vicon	93
8.1.2	Confronto delle posizioni articolari	94
8.1.3	Confronto angoli articolari	96
8.1.4	Confronto dell’angolo di pedivella	101
8.2	Validazione con Opto2DMA	104
8.2.1	Stabilità dei marker Opto2DMA	105
8.2.2	Confronto angoli articolari	106
8.2.3	Confronto dell’angolo di pedivella	109
8.3	Discussioni finali sulla validazione	111
9	Prove all’aperto	113
9.1	Analisi prova all’aperto	113
9.1.1	Angoli articolari in funzione dell’angolo di pedivella	115
9.1.2	Studio cadenza	124

9.2	Confronti diretti	127
9.2.1	Fase A vs Fase B - pianura vs salita	127
9.2.2	Fase A vs Fase D — pianura vs discesa	129
9.2.3	Fase A vs Fase E — riproducibilità	130
9.2.4	Fase B vs Fase B2 — salita seduto vs in piedi	132
9.2.5	Fase A outdoor vs Prova 1 Opto2DMA - appoggio basso	134
9.2.6	Fase A outdoor vs Prova 2 Opto2DMA - appoggio alto	136
9.2.7	Effetto della posizione di appoggio	137
9.2.8	Considerazioni conclusive sui confronti	138
10	Dinamica inversa	140
10.1	Modello di dinamica inversa	140
10.1.1	Modello Simulink	140
10.1.2	Modello OpenSim	141
10.2	Segnali in ingresso ai modelli	143
10.2.1	Velocità e accelerazioni angolari	143
10.2.2	Forza applicata	147
10.3	Momenti articolari	147
10.3.1	Confronto Simulink vs OpenSim	148
10.3.2	Attivazioni muscolari	150
10.3.3	Confronto con Prova 2 (appoggio alto)	152
10.4	Analisi dinamica inversa per il giro esterno	155
10.4.1	Metodologia	155
10.4.2	Fase A	155
10.4.3	Fase B	157
10.5	Limitazioni del modello	160
11	Sviluppi futuri	162
12	Conclusioni	163

1. Introduzione

La presenza del ciclismo a livello globale sta aumentando grazie ai benefici che questo porta con sé, tuttavia a causa della natura del gesto motorio che viene effettuato in maniera ripetitiva e vincolata dalla struttura della bicicletta, è necessario uno studio approfondito della biomeccanica così da ottimizzare la performance e salvaguardare la salute dell'atleta. In questo contesto si possono distinguere due applicazioni principali. Per il ciclista amatoriale l'obiettivo è la tutela della salute: un'interazione non ottimale con la bicicletta, prolungata nel tempo può portare le articolazioni a sollecitazioni eccessive che possono causare patologie da sovraccarico. Per il ciclista professionista invece l'obiettivo si estende all'ottimizzazione della performance: oltre alla prevenzione è necessario massimizzare l'efficienza con cui si pedala e di conseguenza la potenza erogabile. In entrambi i casi dunque l'elemento fondamentale è l'analisi biomeccanica della pedalata, che consente di quantificare angoli articolari, forze in gioco e la cinematica del gesto.

1.1 Problema biomeccanico della pedalata

Il termine "messa in sella" indica un processo molto importante che segue ad uno studio sull'efficienza meccanica, e ovviamente uno degli aspetti fondamentali è l'altezza della sella stessa. L'efficienza della messa in sella è stata legata a metodi antropometrici semplici come quello di Hamley (109% dell'altezza del cavallo), tuttavia questi trascurano la variabilità anatomica individuale e parametri esterni come scarpe o assetto. Dallo studio di Peveler e Green (2011) si nota come approcci mirati agli angoli articolari invece forniscano risultati migliori dal punto di vista dell'economia d'esercizio e della potenza anaerobica confermando la necessità di eseguire studi mirati agli angoli articolari tramite strumenti che ne permettano l'analisi durante il gesto atletico.

Tuttavia non è sufficiente misurare l'angolo articolare in una condizione di pedalata generica. Uno studio recente di Bartaguiz et al. (2023) ha dimostrato che la cinematica del ciclista è influenzata dall'intensità dello sforzo: all'aumentare della potenza erogata rispetto alla soglia anaerobica individuale (IAT), gli angoli articolari subiscono variazioni significative. Questo suggerisce che il *bike fitting* non dovrebbe limitarsi ad una valutazione a bassa intensità ma anche essere eseguito in condizioni dinamiche realistiche, poiché la potenza erogata influenza la biomeccanica del gesto.

Oltre all'aspetto metabolico l'altezza della sella influenza direttamente anche la meccanica di applicazione della forza sul pedale, lo studio di R. R. Bini et al. (2011b) ha analizzato come diverse variazioni dell'angolo di ginocchio incidano sull'efficacia della pedalata, definita come il rapporto tra la forza tangenziale e la forza totale esercitate alla pedivella. Infatti configurazioni di sella più basse tendono a generare forze risultanti maggiori a discapito però di una minor efficacia, anche qui risulta quindi fondamentale definire la posizione ottimale della sella riferendosi ad analisi approfondite.

Nonostante il ciclismo sia un'attività a basso impatto la natura ripetitiva del gesto sottopone gli atleti a un rischio di patologie da sovraccarico con una prevalenza di dolori al ginocchio

che interessa tra il 14,8% e il 33% dei praticanti su lunghe sessioni (R. R. Bini e Flores Bini (2018)). La letteratura scientifica concorda che una configurazione errata della bicicletta, in particolare l'altezza della sella possa essere uno dei principali fattori di rischio. Uno studio di R. R. Bini et al. (2011a) dimostra come un'altezza della sella ridotta aumenti drasticamente le forze di compressione femoro-rotulee, alterando la cinematica dell'arto inferiore e la meccanica muscolare.

Studi recenti condotti su ciclisti amatoriali (Martínez & Pérez, 2025) hanno confermato che angoli di flessione del ginocchio superiori a 40° al punto morto inferiore sono fortemente correlati a una maggiore percezione del dolore, valutato tramite scala VAS (*Visual Analogue Scale*). Tuttavia interventi correttivi mirati a riportare l'angolo di flessione in un range ottimale di 25° – 30° hanno mostrato una significativa riduzione del dolore, sia nell'immediato che nel medio termine. Di conseguenza l'ottimizzazione del *bike fitting* basata su evidenze sperimentali, rappresenta la strategia migliore per minimizzare il rischio di infortuni e preservare la performance dell'atleta.

1.2 Strumenti per lo studio della pedalata

L'evoluzione delle tecnologie *motion capture* ha permesso di superare i limiti delle misurazioni statiche, introducendo analisi dinamiche capaci di campionare il movimento durante il gesto atletico. La letteratura evidenzia una netta distinzione tra i metodi di acquisizione sia per quanto riguarda l'affidabilità che la sensibilità.

Tradizionalmente il *bike fitting* si è avvalso di strumenti statici per la rilevazione degli angoli articolari, tuttavia in uno studio, Holliday et al. (2017) hanno dimostrato che le misure statiche e quelle dinamiche ottenute tramite sistemi 3D non sono intercambiabili visto che portano a risultati differenti, producendo medie angolari diverse. In particolare nel caso del ginocchio questo è dovuto al diverso posizionamento del piede sul pedale tra il caso statico e quello dinamico. Anche R. Bini e Hume (2016) sottolineano come le discrepanze tra angoli statici e dinamici siano marcate soprattutto nel punto di maggiore estensione del ginocchio (ore 6), dove si riscontrano differenze significative per anca (4,9°) ginocchio e caviglia (per entrambi 8,2°). Di conseguenza per una corretta messa in sella gli angoli dovrebbero essere misurati durante la pedalata.

L'analisi può quindi essere svolta tramite sistemi ottici bidimensionali (2D) o tridimensionali (3D), il confronto tra i due mostra risultati interessanti. García-López e Abal del Blanco (2017) hanno validato l'uso di sistemi 2D (videocamera associata a software Kinovea), riscontrando un'alta correlazione con i sistemi 3D professionali e una sensibilità adeguata a rilevare anche piccole variazioni di altezza della sella ($\pm 2\%$). Sebbene i risultati 2D tendano a sottostimare gli angoli di anca e ginocchio, rimangono uno strumento valido pur assumendo simmetria tra i due lati del corpo.

Nonostante l'efficacia dei sistemi ottici, questi soffrono di limiti tecnici legati al setup e all'ambiente di ripresa. Per questo sta diventando sempre più comune, in ambito sportivo, l'utilizzo di sistemi inerziali (IMU, *Inertial Measurement Unit*) che permettono di svincolare l'atleta dall'ambiente d'analisi e dal campo visivo delle telecamere. Questi sensori integrano accelerometri, giroscopi e magnetometri per ricostruire l'orientamento dei segmenti corporei, offrendo una soluzione anche al problema delle occlusioni visive tipiche dei sistemi ottici.

In questo scenario, la presente attività si propone di esplorare l'utilizzo di sensori inerziali (Xsens Movella DOT) associati a opportuni modelli biomeccanici per la ricostruzione del movimento della pedalata, e di validarne l'efficacia tramite confronto con sistemi optoelettronici marker-based. L'analisi inoltre non si limita alla sola cinematica articolare, ma bensì, attraverso l'applicazione di modelli di dinamica inversa, si intende risalire alle forze e ai momenti interni agenti sulle principali articolazioni dell'arto inferiore, così da caratterizzare completamente la biomeccanica del gesto atletico.

2. Biomeccanica della pedalata

Come detto nell'introduzione è molto importante andare ad effettuare dunque un'analisi biomeccanica approfondita sull'atleta, essendo la pedalata un movimento vincolato il singolo disallineamento può influenzare l'intera cinematica del moto. Quindi l'obiettivo della biomeccanica applicata al ciclismo è duplice: massimizzare l'efficienza propulsiva, riducendo le dispersioni energetiche, e minimizzare lo stress sulle articolazioni, prevenendo l'insorgenza di patologie da sovraccarico.

2.1 Bike fitting

Con *Bike fitting* si intende il processo biomeccanico di regolazione della bicicletta sulle specifiche caratteristiche dell'atleta. Di solito il processo di bike fitting parte con il posizionamento della sella, questa può essere regolata in altezza, inclinazione e posizionamento longitudinale rispetto alla bici. L'altezza della sella è stata definita in due modi diversi nella letteratura scientifica: come la distanza tra la parte superiore della sella e la posizione del pedale nel suo punto più basso, oppure come la distanza tra parte superiore della sella e l'asse del movimento centrale. Allo stesso modo si può regolare anche la posizione del manubrio, variando l'altezza da terra e la distanza con la sella. Per finire esistono due diversi posizionamenti del piede sul pedale:

- *anterior position*: pedale posizionato al livello della articolazione metatarso-falangea dell'alluce. È la posizione standard per la performance.
- *posterior position*: pedale posizionato al centro del piede. Questa configurazione è raramente usata nelle competizioni, ma trova applicazione in contesti riabilitativi.

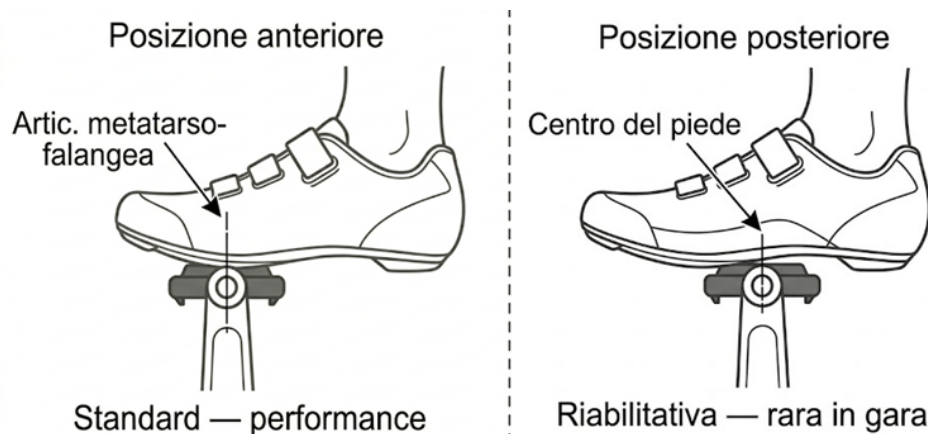


Figura 2.1: Confronto tra posizione anteriore e posteriore del piede sul pedale. A sinistra: l'articolazione metatarso-falangea è allineata al perno del pedale (configurazione standard per la performance). A destra: il centro del piede è allineato al perno (configurazione riabilitativa, raramente utilizzata in gara).

2.2 Metodologie posizionamento sella

Dalla revisione di R. R. Bini et al. (2011a) possiamo estrarre i metodi per determinare l'altezza della sella che si sono evoluti seguendo tre approcci distinti: antropometrico, empirico e cinematico.

2.2.1 Approccio antropometrico

Questi metodi si fondano su basi scientifiche derivanti da studi su campioni di ciclisti, due sono i più utilizzati:

- **Metodo Hamley e Thomas:** questo è stato probabilmente il primo metodo basato su ricerca, secondo cui l'altezza della sella (distanza tra superficie della sella e pedale al punto morto inferiore) deve essere pari al 109% dell'altezza del cavallo.
- **Metodo di LeMond:** sfrutta sempre l'altezza del cavallo questa volta moltiplicata per un fattore di 0,883, e utilizzandola come distanza tra la superficie della sella e il centro del movimento. Questo metodo, basato sull'esperienza di Greg LeMond, vincitore del Tour de France, non considera però la lunghezza della pedivella che porta anche a variazioni significative dell'angolo e della cadenza di pedalata.

2.2.2 Approccio empirico (Metodo del Tallone)

Bini descrive il metodo del tallone come l'approccio più semplice ma meno preciso, sebbene sia utile per un setup rapido. Il metodo consiste nel posizionare il ciclista seduto con il ginocchio completamente esteso mantenendo pedale e pedivella esattamente in asse con il sostegno della sella.

2.2.3 Approccio cinematico

Gli approcci cinematici si basano sulla misurazione dell'angolo del ginocchio (al punto morto inferiore) mentre il ciclista è fermo (statico) oppure in movimento (dinamico).

- **Metodo Holmes:** suggerisce che l'altezza della sella deve essere personalizzata per "scaricare" i tessuti infiammati. Se il dolore è anteriore (es. tendinite rotulea), si punta a un angolo di 25° (si distende di più la gamba); con dolore mediale/anteriore (es. tendinite al quadricipite o problemi ai legamenti) si sta in un range tra 25° e 30°; con invece dolore laterale o posteriore (es. tendinite del bicipite femorale) si preferisce mantenere l'angolo tra i 30° e 35°.
- **Metodo Howard:** una variazione del metodo Holmes, che semplifica il posizionamento considerando un valore intermedio di 30°

Entrambi i metodi descritti si basano su una valutazione statica, con il ciclista fermo e la pedivella al punto morto inferiore. Un approccio alternativo è quello dinamico, in cui l'angolo articolare viene misurato durante la pedalata: come discusso nella Sezione 2.3, questa modalità consente di cogliere variazioni cinematiche non rilevabili in maniera puramente statica.

Il limite dell'approccio cinematico risiede però nella reciproca dipendenza tra le articolazioni dell'arto inferiore. Come sottolineato da R. R. Bini et al. (2011a), la misura dell'angolo del ginocchio dipende in maniera diretta dalla posizione della caviglia: un aumento della flessione

plantare (piede puntato verso il basso) si traduce in un aumento dell'angolo di flessione del ginocchio al punto morto inferiore. Questa interdipendenza cinematica ci suggerisce che una misurazione statica, in cui l'atleta non produce alcuno sforzo, rischia di fornire dati inaccurati sulla reale estensione del ginocchio durante la pedalata.

Inoltre nello studio viene sottolineato come i metodi antropometrici a differenza di quelli cinematici non garantiscono che l'angolo del ginocchio si trovi nei suddetti range. Il tutto a causa delle lunghezze individuali di piede, tibia e femore.

2.2.4 Posizionamento ideale

Abbiamo visto dunque che la validità della posizione in sella è direttamente legata agli angoli articolari che si ottengono. Tra le tre articolazioni coinvolte, il ginocchio è quella per cui la letteratura fornisce l'indicazione più solida e ricorrente: valutato con pedivella al PMI, un angolo di flessione compreso tra 25° e 35° è il parametro più condiviso per minimizzare lo stress sul ginocchio.

Per anca e caviglia, al contrario, non emerge un range "ideale" altrettanto consolidato: le diverse modellazioni biomeccaniche adottate nei vari studi portano stime differenti rendendo difficile individuare un singolo valore di riferimento. In generale sappiamo che l'anca mostra un'escursione angolare più contenuta rispetto al ginocchio durante la pedalata, mentre la caviglia presenta un'elevata variabilità individuale, tendendo ad aumentare la propria flessione plantare quando la sella è troppo alta.

Un ulteriore valore da sottolineare è quello legato all'angolo del tronco, cioè l'angolo tra il segmento trocantere-spalla e un'orizzontale al terreno. Come evidenziato da Priego Quesada et al. (2017), che ha confrontato tre configurazioni discrete di flessione del tronco (35°, 45°, 55°) su ciclisti amatoriali, la posizione più eretta (55°) è risultata la più confortevole in termini di percezione soggettiva, quando non si ricerca la performance aerodinamica.

Eventuali scostamenti dal posizionamento ideale ovviamente causano variazioni degli angoli articolari e dei carichi sulle articolazioni. Nella revisione di Fonda e Sarabon (2010), si trovano studi condotti dal gruppo di ricerca di *Ericson* che hanno dimostrato come il *Range of Motion* (ROM) e i carichi sulle articolazioni cambino drasticamente al variare del setup e dell'intensità. Considerando il ginocchio, articolazione di maggiore importanza, il sollevamento della sella (dal 102% al 120% del cavallo) causa un aumento dell'escursione totale: con l'estensione massima al punto morto inferiore che cresce di 41° e il ROM totale di 15°. Anche la caviglia risponde aumentando la flessione plantare di 20°

Allo stesso modo la variazione della potenza erogata (da 0 a 240W):

- La caviglia aumenta il suo ROM di 8° e la flessione dorsale di 9°. Il ciclista "affonda" di più con il tallone.
- Il ginocchio riduce la sua estensione di circa 7°.
- L'anca rimane l'articolazione più stabile, variando di pochi gradi.

Affidarsi al posizionamento ideale serve anche a distribuire le forze in maniera sicura:

1. Ginocchio: il carico sul ginocchio aumenta significativamente se l'intensità della pedalata aumenta e se l'altezza della sella viene ridotta. Aumentando quindi l'altezza

della sella si riduce il carico delle forze di compressione sui legamenti. Inoltre, una corretta combinazione tra altezza sella e inclinazione del tronco previene l'insorgenza di dolore localizzato nella parte anteriore della coscia (Priego Quesada et al., 2017).

2. Caviglia: l'uso della posizione anteriore, sebbene aumenti lo stress al tendine di Achille, diminuisce il carico sull'articolazione rispetto alla posizione posteriore.
3. Schiena: molti ciclisti soffrono di dolori lombari. Lo studio di Salai et al. (1999) ha dimostrato che inclinando anteriormente la sella (abbassando l'estremità anteriore di $10 \div 15^\circ$), si riduce l'angolo tra il bacino e il suolo, eliminando forze di trazione sulla colonna. Nel 72% dei casi ha portato alla scomparsa della problematica e nel 20% alla riduzione del dolore.

2.3 Confronto tra valutazione statica e dinamica

Un aspetto cruciale visto nei paragrafi precedenti è la differenza tra gli angoli articolari osservati in maniera statica e quelli ottenuti tramite studi dinamici. Bisogna quindi capire quanto i metodi statici siano in grado di riflettere la reale cinematica della pedalata. Come dimostrato da R. Bini e Hume (2016), esiste una differenza sistematica tra gli angoli misurati con l'atleta fermo e quelli rilevati durante il gesto atletico.

Dallo studio emerge la necessità di utilizzare un approccio dinamico:

- Errore sistematico della misura a ore 6: la pratica comune come visto precedentemente prevede che l'altezza della sella sia legata ad una misurazione fatta con la pedivella al punto morto inferiore (ore 6). In assetto statico, rispetto alla pedalata reale, si osserva:
 1. Un'**anca** più estesa di $4,9^\circ \pm 3^\circ$ (angolo maggiore).
 2. Un **ginocchio** meno flesso di $8,2^\circ \pm 5^\circ$ (angolo minore).
 3. Una **caviglia** meno flessa di $8,2^\circ \pm 5,3^\circ$ (angolo minore).

Questi dati mostrano come un setup puramente statico porti a impostare una sella tendenzialmente più bassa del necessario, esponendo l'atleta a un aumento delle forze di compressione sull'articolazione del ginocchio e ad una riduzione dell'efficienza muscolare.

- Lo studio di Bini suggerisce inoltre che qualora non fosse disponibile un sistema di analisi dinamico, si può utilizzare la posizione della pedivella a ore 3. In quel punto infatti la velocità angolare della pedivella risulta essere di circa il 28% in meno rispetto alla media della rivoluzione, e il ciclista riesce a bilanciare meglio la massa degli arti, così ottenendo risultati più simili tra studio dinamico e statico.

Inoltre vengono evidenziati i limiti degli strumenti di ripresa sagittale (2D). I movimenti del bacino (oscillazioni di $\pm 5cm$ in orizzontale e $\pm 2cm$ in verticale) e i movimenti fuori dal piano possono indurre errori fino al 10% per l'angolo dell'anca. Per questo motivo l'utilizzo di sistemi 3D o inerziali come nel nostro caso è considerato il "gold standard" per superare distorsioni prospettiche.

Un ulteriore argomentazione a favore dell'analisi dinamica in condizioni reali emerge dallo studio di Sayers et al. (2012), che ha monitorato la cinematica tridimensionale dell'arto

inferiore durante un trial simulato di 60 minuti. I risultati mostrano che sebbene gli angoli nel piano sagittale (flessione del ginocchio) rimangano stabili per tutta la prova, la variabilità della rotazione tibiale aumenta significativamente nelle ultime fasi, portando a un progressivo deterioramento della stabilità del ginocchio, non rilevabile dalla sola analisi sagittale. Queste variazioni non sono verificabili in ambito laboratoriale bidimensionale e con valutazioni statiche, motivando la necessità di sfruttare sistemi tridimensionali in condizioni di esercizio.

2.4 Diverse specialità

Mentre nel ciclismo su strada si ricerca il range "ideale" per l'efficacia a lungo termine, nelle altre discipline questi angoli vengono deliberatamente modificati in base alle necessità.

2.4.1 Specialità cronometro e triathlon

L'introduzione delle appendici aerodinamiche (*aerobars*), utilizzate per la prima volta in modo celebre da Greg LeMond nel 1989 ha modificato radicalmente la biomeccanica nella specialità cronometro. Come analizzato da Gnehm et al. (1997), l'adozione della posizione più aerodinamica non è priva di costi biomeccanici. Dallo studio emerge che tale posizione è meno efficiente dal punto di vista metabolico rispetto a quella eretta:

- Costo metabolico: il passaggio in posizione aerodinamica implica un aumento del consumo di ossigeno e della frequenza cardiaca.
- Efficienza netta: si osserva una riduzione della efficienza meccanica di circa il 3%.
- Guadagno netto: nonostante le perdite precedenti, la riduzione del drag è stimata al 30 – 35%, che ad una potenza di 300W corrisponde ad un guadagno meccanico di 100W. Di conseguenza nonostante le problematiche citate precedentemente, si ha un guadagno di performance traducibile in circa 5km/h.

Questo ovviamente non grava solo sugli aspetti metabolici, ma anche sulla cinematica articolare. Lo studio di R. R. Bini et al. (2014) approfondisce queste differenze, confrontando triatleti e ciclisti su strada.

I triatleti mostrano una riduzione dell'area frontale pari al 18 – 23% rispetto a quelli su strada, grazie alla flessione del tronco, e un'inclinazione pelvica maggiore al punto morto inferiore, necessaria per sostenere la flessione del busto.

In questa posizione "chiusa" (*crouched*), il fattore limitante diventa la cinematica dell'anca. Per mitigare la flessione estrema e l'aumento dell'inclinazione pelvica, la soluzione biomeccanica consiste nell'incrementare la verticalità del tubo piantone. Nello studio di Gnehm et al. (1997) viene riportata l'analisi di diverse configurazioni, (da 69° fino a 90°) le quali evidenziano che per ogni incremento di 7° nella verticalità del piantone, l'angolo dell'anca si "riapre" di circa 5°.

Tuttavia, questo avanzamento della sella, sposta radicalmente la posizione del ginocchio. R. R. Bini et al. (2014) ha quantificato questo fenomeno:

- Proiezione anteriore del ginocchio: nei triatleti il ginocchio si sposta di circa 6cm avanti rispetto all'asse del pedale.

- Infortuni: sebbene le linee guida tradizionali suggeriscano che il ginocchio si trovi sopra l'asse del pedale, i dati di Bini mostrano che, nonostante la proiezione avanzata dei triatleti, la prevalenza degli infortuni al ginocchio resta simile tra le due categorie.

Ciò suggerisce che l'avanzamento del corpo rispetto al movimento centrale sia una necessità biomeccanica sicura, per mantenere l'efficienza di pedalata ma comunque riducendo l'area frontale.

2.4.2 Mountain Bike (MTB)

Nella Mountain Bike (*MTB*), e specificamente nel Cross-Country (*XC*), la cinematica dell'atleta si discosta nettamente dai modelli biomeccanici del ciclismo su strada o della cronometro. La guida fuoristrada è una disciplina dinamica, dove il posizionamento del corpo deve rispondere ad esigenze di stabilità e gestione di potenze elevate.

Dallo studio di Impellizzeri e Marcora (2007) emerge infatti la necessità di un costante impegno muscolare isometrico per la stabilizzazione del mezzo, che sicuramente non permette il mantenimento di una posizione aerodinamicamente favorevole nè prettamente ideale.

Sotto il profilo biomeccanico, è ragionevole ritenere che questa necessità si traduce in un assetto che privilegia la capacità di assorbimento degli urti, portando l'atleta ad adottare angoli di flessione del ginocchio e del tronco meno estremi rispetto alle discipline stradali.

Inoltre un aspetto peculiare della cinematica nella Mountain Bike, che la distingue nettamente dalle discipline su strada, è l'elevata dinamicità della posizione in sella, visto che la gestione delle pendenze estreme e dei terreni tecnici richiede continui aggiustamenti del baricentro. Nello specifico, durante le ascese ripide, l'atleta è portato a spostare il peso in avanti, garantendo che la ruota anteriore resti in contatto col suolo e quella posteriore mantenga aderenza. Al contrario, la necessità di assorbire urti come detto prima, impone scostamenti verso la parte posteriore della bicicletta nelle fasi di discesa tecnica. Queste accortezze dimostrano come la configurazione biomeccanica in questo caso sia in realtà un processo fluido che cambia in base alle necessità.

2.5 Infortuni

Il ciclismo è caratterizzato da un'altissima ripetitività del gesto, il che rende minime imprecisioni nel posizionamento potenziali cause di infortunio. Quindi sebbene il trauma acuto sia possibile, la maggior parte delle patologie deriva da sovraccarico funzionale, dovuto ad un interfacciamento non ottimale con la bicicletta.

2.5.1 Articolazione del Ginocchio

Come evidenziato da R. Bini e Hume (2014), il ginocchio rappresenta il distretto più soggetto a infortuni da sovraccarico, con una prevalenza annua del 39% tra i professionisti e fino al 65% tra gli amatori.

Un risultato significativo dello studio di R. Bini e Hume (2014) riguarda la forza di taglio anteriore tibio-femorale (forza che tende a far scivolare la tibia anteriormente rispetto al femore). È stato osservato che detta forza aumenti sensibilmente con l'aumentare dell'altezza della sella (incrementi del 35 – 51% nel setup "ottimale" e fino al 76 – 92% nel setup "alto" rispetto alla sella bassa). Questo suggerisce che sebbene il ciclismo sia utilizzato

nella riabilitazione del legamento crociato anteriore (LCA), è raccomandato evitare altezze eccessive, che potrebbero incrementare lo stress sul legamento.

Nonostante la correlazione empirica tra sella bassa e dolore anteriore, sempre lo studio di R. Bini e Hume (2014) indica che variazioni moderate dell'altezza della sella (pari a $\pm 10^\circ$ di flessione del ginocchio) non si traducono sempre in cambiamenti della forza di compressione patello-femorale. Tuttavia, il mantenimento di un angolo di flessione del ginocchio dinamico corretto sia necessario e fondamentale per la prevenzione.

In sintesi, per minimizzare il rischio di infortuni è consigliato rimanere all'interno del range ideale di flessione del ginocchio al punto morto inferiore, compreso tra 25° e 35° . Superare o scendere sotto questi limiti può aumentare il rischio di infiammazioni.

2.5.2 Sindrome della bandelletta ileo-tibiale

La sindrome della bandelletta ileo-tibiale (*ITBS*) rappresenta il secondo distretto più colpito nel ciclismo dopo il ginocchio anteriore. Come evidenziato da Callaghan (2005), la causa principale è la frizione ripetuta della bandelletta contro il condilo femorale laterale nella cosiddetta "zona di impingement", corrispondente a circa 30° di flessione del ginocchio. Un dato particolarmente significativo emerge dal confronto con il running: infatti nonostante i runner trascorrono più tempo in questa zona per singolo passaggio (*75ms* contro *38ms*), un ciclista a causa della natura del gesto per un percorso lungo *10km*, vi transita ben 6600 volte rispetto alle 4800 di un runner che copre la solita distanza. Questo rende la ripetitività del gesto atletico la problematica fondamentale piuttosto che le forze applicate, per quanto riguarda la comparsa dell'*ITBS* nel ciclismo.

2.5.3 Schiena

Oltre al ginocchio, la colonna vertebrale rappresenta uno dei distretti più colpiti, con una prevalenza del dolore (cervicale, dorsale o lombare) che interessa tra il 30% e il 70% dei ciclisti. Come analizzato da Salai et al. (1999) una delle cause principali della lombalgia è l'iperestensione dell'angolo pelvico-spinale dovuta al posizionamento della sella parallela al suolo. L'inclinazione anteriore della sella permette di ridurre le tensioni a livello del promontorio sacrale portando un miglioramento significativo della sintomatologia circa nel 70% dei casi.

Non solo la zona lombare ma anche la zona cervicale della schiena può essere interessata da dolori legati alla necessità di mantenere l'estensione del collo per guardare la strada, soprattutto se il busto è molto inclinato, come avviene nelle prove a cronometro o in posizioni aerodinamiche spinte.

2.5.4 Arti superiori

Infine, non vanno trascurati gli arti superiori, dove si possono sviluppare neuropatie da compressione periferica. Un caso comune è la cosiddetta "*handlebar palsy*" (o paralisi del manubrio): una neuropatia da compressione del nervo ulnare a livello del canale di Guyon. Questi disturbi sono spesso causati da una distribuzione del peso sbilanciata sull'asse anteriore o dalla necessità di assorbire vibrazioni e urti.

3. Sensoristica optoelettronica

3.1 Principi dell'optoelettronica applicata alla biomeccanica

L'optoelettronica rappresenta la branca dell'elettronica che si occupa di generare, rilevare e controllare la luce mediante dispositivi allo stato solido. Nell'ambito dell'analisi della biomeccanica, questo termine rappresenta specialmente i dispositivi che si occupano del *motion capture* tramite l'utilizzo di luce (tipicamente nel campo infrarosso, ma anche nel visibile), per localizzare nello spazio un numero finito di marker posizionati in maniera conosciuta sul soggetto in analisi. I marker si distinguono in due diverse tipologie, attivi e passivi. I marker **passivi** sono rivestiti di materiale retroriflettente e non emettono luce propria, sono la soluzione più comune vista la loro leggerezza e assenza di cablaggio. I marker **attivi** invece sono dei LED infrarossi alimentati da un circuito indossabile, vengono identificati singolarmente dalla loro sequenza di accensione, che elimina quindi il problema di riconoscimento e labelling a costo però di una maggiore complessità dal punto di vista strumentale. Come indicato da Robertson et al. (2004) la cinematica rappresenta il primo tassello necessario per l'analisi del movimento, visto che prima di descrivere le forze e i momenti in gioco, dobbiamo conoscere e descrivere con precisione il movimento dei segmenti corporei.

I sistemi optoelettronici sono oggi considerati il gold standard del motion capture in ambito clinico e sportivo (van der Kruk & Reijne, 2018), e rappresentano un punto di riferimento per la validazione degli altri sistemi. Il principio di funzionamento si basa sull'utilizzo di telecamere sincronizzate, dotate di un illuminatore ad anello a infrarossi, che illumina il volume di analisi all'interno del quale sarà presente il soggetto su cui sono posizionati i marker. La luce riflessa da quest'ultimi sarà rilevata dalle telecamere che permetteranno al sistema di registrare istante per istante la posizione bidimensionale di ciascun marker visualizzato nel piano immagine delle telecamere. Grazie ad ognuna di queste proiezioni si ricava la posizione tridimensionale nello spazio mediante algoritmi di triangolazione, combinando le proiezioni bidimensionali di ciascuna telecamera.

Per estrarre informazioni cinematiche significative dalla posizione del marker, questi sistemi necessitano di un modello del corpo o del distretto anatomico in esame, costituito da segmenti considerati rigidi. Per definire completamente la posizione e l'orientamento di ciascun segmento rigido nello spazio, ovvero tutti i 6 gradi di libertà (tre rotazioni e tre traslazioni), è necessario disporre almeno tre marker non collineari rigidamente associati al segmento. Con collineari si intende non disposti lungo una linea retta (Robertson et al., 2004, cap. 2).

3.2 Analisi cinematica bidimensionale

3.2.1 Descrizione della posizione e gradi di libertà

Prima di affrontare le metodologie di acquisizione dei dati cinematici, è necessario definire cosa si intende per posizione di un corpo nello spazio bidimensionale e quali parametri sono necessari per descriverla. Robertson et al. (2004, cap. 1) trattano questo problema

introducendo il concetto di sistema di riferimento globale, cioè un sistema di assi cartesiani ortogonali fisso al laboratorio, rispetto a cui vengono espresse le coordinate dei sistemi dei punti di interesse (marker). Nell'analisi bidimensionale avremmo ovviamente un sistema a due assi, x orizzontale e y verticale, con origine in un punto fisso del laboratorio.

La posizione di un segmento nel piano è poi descritta da tre parametri indipendenti (**gradi di libertà**), cioè le coordinate x e y di un punto di riferimento e l'angolo θ che il segmento forma con una direzione definita.

3.2.2 Acquisizione dei dati cinematici

Robertson et al. (2004) descrivono l'acquisizione come un processo complesso costituito da diverse fasi: definizione dei marker anatomici, calibrazione del sistema, digitalizzazione delle grandezze di interesse.

Posizionamento marker anatomici

I marker vengono applicati in posizioni anatomicamente interessanti che costituiscono un punto di riferimento per il modello bidimensionale adottato. La scelta è direzionata da due criteri: ripetibilità del posizionamento (il marker deve essere posizionato nello stesso punto anatomico in acquisizioni diverse e da operatori diversi) e la prossimità al tessuto osseo sottostante (per ridurre l'effetto del moto dei tessuti molli). I punti tipicamente utilizzati sono: il grande trocantere (per il centro dell'anca), l'epicondilo laterale del femore (per il centro del ginocchio), il malleolo laterale della fibula (per il centro della caviglia) e la testa del quinto metatarso (per il piede). Robertson et al. (2004) precisano che in analisi 2D un singolo marker per segmento è necessario per localizzarne un punto, ma due marker non coincidenti sono necessari per determinare l'orientamento angolare del segmento.

Calibrazione

La calibrazione in un sistema 2D consiste nell'identificare la relazione tra le coordinate pixel dell'immagine e quelle metriche reali nel piano di misura. Robertson et al. (2004, cap 1) descrivono la procedura standard, la quale prevede la ripresa di un campione di forma e dimensioni note. Dalla relazione tra coordinate pixel e metriche di questi punti si ricavano i parametri del modello di proiezione della telecamera. Il modello più completo è quello chiamato DLT 2D (completa), *direct linear transformation*, che lega le coordinate pixel (u,v) a quelle metriche (X,Y)

$$X = \frac{a_1 u + a_2 v + a_3}{1 + a_7 u + a_8 v} \quad Y = \frac{a_4 u + a_5 v + a_6}{1 + a_7 u + a_8 v} \quad (3.1)$$

dove:

- u, v sono le coordinate digitalizzate del punto.
- x, y sono le coordinate nel sistema metrico.
- a_1, a_2 scalatura e rotazione lungo X .
- a_4, a_5 scalatura e rotazione lungo Y .
- a_3, a_6 traslazioni rispettivamente lungo X e lungo Y .

- a_7, a_8 correzione prospettica (dipendenza dal punto di vista).

In molti casi, quando l'obiettivo ha distorsione trascurabile e la telecamera è posizionata perpendicolarmente al piano di misura, si utilizza una forma semplificata con soli quattro parametri (scala in x , a_1 , scala in y , a_5 , traslazione in x , a_3 e traslazione in y , a_6), ricavata da una struttura di calibrazione con almeno due punti noti. Si consiglia inoltre di utilizzare strutture di calibrazione che abbiano punti distribuiti uniformemente sull'intero campo visivo, questo perché i parametri riproducono la trasformazione solo nella regione ricoperta dai punti noti.

Digitalizzazione

Una volta acquisite le immagini bisogna individuare le coordinate pixel dei marker per ciascun frame. Questo processo è chiamato digitalizzazione, e può essere eseguita manualmente o tramite l'utilizzo di appositi algoritmi di tracking, che seguono il movimento del marker tra frame successivi sfruttando la continuità della traiettoria.

3.2.3 Cinematica lineare e angolare

Una volta ottenute le coordinate metriche dei marker in funzione del tempo, Robertson et al. (2004, cap 1) descrivono il calcolo di velocità e accelerazione con metodi numerici. Come per esempio quello delle differenze finite espresse in forma centrale: Per la velocità:

$$\dot{x}(t_i) = \frac{x(t_{i+1}) - x(t_{i-1}))}{2\Delta t} \quad (3.2)$$

Per l'accelerazione:

$$\ddot{x}(t_i) = \frac{x(t_{i+1}) - 2x(t_i) + x(t_{i-1}))}{\Delta t^2} \quad (3.3)$$

Con Δt intervallo di campionamento. Ovviamente la derivazione numerica amplifica il rumore presente nel segnale di posizione, rendendo necessaria un'operazione di filtraggio. Per esempio un filtro passa-basso *Butterworth*, applicato avanti e indietro per eliminare lo sfasamento. Con frequenza di taglio che sarà funzione della frequenza specifica del movimento analizzato. Nella pedalata per esempio frequenze di circa $10Hz$ sono appropriate.

Per quanto riguarda la cinematica angolare, si può definire l'angolo θ semplicemente come:

$$\theta = \arctan\left(\frac{Y_{dist} - Y_{prox}}{X_{dist} - X_{prox}}\right) \quad (3.4)$$

Dove i pedici rappresentano la posizione prossimale e distale del segmento. Per evitare discontinuità legate all'intervallo limitato della funzione arcotangente standard, si utilizza *atan2* che restituisce valori nell'intervallo $(-180^\circ, +180^\circ]$, garantendo la corretta determinazione del quadrante nei risultati angolari.

3.2.4 Limiti dell'analisi bidimensionale

L'assunzione fondamentale dell'analisi 2D è che il movimento avvenga interamente sul piano di ripresa, quando questa assunzione viene violata, si introducono errori sistematici che non possono essere ridotti tramite una calibrazione o un campionamento più elevato, ma sono intrinseci del modello adottato.

Il primo limite è l'**errore di parallasse prospettica**: un marker che si trova ad una distanza d dall'asse ottico, e ad una profondità z diversa da quella del piano di misura, produce un errore prospettico che è proporzionale a d/z . Questo errore diventa rilevante su movimenti come l'abduzione dell'anca o la rotazione del bacino. Il secondo limite è la **perdita di gradi di libertà**: tutti i movimenti fuori piano, non sono solo fonte di errore ma non possono nemmeno essere misurati.

3.3 Analisi cinematica tridimensionale

A differenza del caso bidimensionale, per l'analisi tridimensionale sono richiesti strumenti matematici più completi, come matrici di rotazione R . Quest'ultima è il nucleo di tutta la cinematica 3D, visto che la rotazione di un vettore da un sistema di riferimento ad un altro si esegue come:

$$\mathbf{v}' = R \cdot \mathbf{v}$$

Dove $\mathbf{v}$ è il vettore nel sistema originale, e $\mathbf{v}'$ nel sistema ruotato.

3.3.1 Acquisizione dati tridimensionale e metodi di calibrazione

La ricostruzione tridimensionale della posizione dei marker posti sul soggetto, a partire dalle proiezioni bidimensionali ottenute da più telecamere sincronizzate, richiede la conoscenza dell'intera geometria del sistema di acquisizione, posizione e orientamento delle videocamere nello spazio del laboratorio e dei parametri ottici interni di ciascun obiettivo. Il processo utilizzato per determinare tutti questi parametri è la calibrazione da cui dipende l'accuratezza globale del sistema. Per definire infine l'orientamento del singolo segmento esistono diversi metodi, più complessi rispetto all'approccio bidimensionale, che analizzeremo in maniera completa in seguito.

Calibrazione classica (DLT).

Robertson et al. (2004, cap 2) descrivono il metodo classico basato sulla *Direct linear Transformation*. Il principio geometrico alla base della DLT è quello della triangolazione: se un punto è visibile contemporaneamente in due o più immagini riprese da telecamere poste in posizioni diverse, allora la sua posizione sarà determinabile come intersezione di assi che partono da ciascuna telecamera e passano per la proiezione di P nel piano immagine corrispondente. Nella realtà non avremo mai la perfetta intersezione per questo si sceglierà il punto che minimizza la somma dei quadrati delle distanze da tutti gli assi.

Formalmente si può definire per ogni telecamera k , la relazione tra le coordinate 3D (X, Y, Z) e le sue coordinate 2D (u_k, v_k) nell'immagine attraverso undici coefficienti:

$$u_k = \frac{L_1^{(k)} X + L_2^{(k)} Y + L_3^{(k)} Z + L_4^{(k)}}{L_9^{(k)} X + L_{10}^{(k)} Y + L_{11}^{(k)} Z + 1} \quad (3.5)$$

$$v_k = \frac{L_5^{(k)} X + L_6^{(k)} Y + L_7^{(k)} Z + L_8^{(k)}}{L_9^{(k)} X + L_{10}^{(k)} Y + L_{11}^{(k)} Z + 1} \quad (3.6)$$

I coefficienti considerano sia i parametri della telecamera che la sua posizione e il suo orientamento. Per definirli è richiesta una struttura rigida per la calibrazione con almeno sei punti fissi non complanari (visti gli undici parametri ignoti, e le due equazioni per punto). Nella pratica si usano però strutture con molti più punti, distribuiti sull'intero volume di misura per ottenere una calibrazione il più robusta possibile e sviluppata sfruttando la soluzione ai minimi quadrati.

Una volta ottenuti tutti i coefficienti della DLT, trovare un punto ignoto richiede che sia visibile da almeno due telecamere: ottenendo così un sistema di quattro equazioni in tre incognite.

Per far sì che la calibrazione sia efficace, come detto, i punti di controllo non dovranno essere complanari (altrimenti il sistema sarà singolare), inoltre avremo bisogno di distribuire il più possibile i punti su tutto il volume di misura, così da garantire accuratezza in tutta la regione interessata dal movimento. Questo è confermato numericamente da Windolf et al. (2008), che hanno dimostrato un'accuratezza che peggiora fino a $221 \pm 79 \mu m$ nelle zone non coperte dalla calibrazione, nel loro caso dinamica, rispetto ai $63 \pm 5 \mu m$ nella zona centrale ottimale.

Calibrazione con campione noto in posizione qualsiasi.

Il metodo DLT seppur rigoroso dal punto di vista teorico presenta limitazioni pratiche importanti: quella di dover costruire o trasportare strutture di calibrazione anche molto grandi, legate in maniera diretta alla scala dello studio che si vuole eseguire; il fatto che i punti debbano essere misurati con precisione; e il fatto che la struttura debba essere visibile da tutte le telecamere in una singola ripresa.

Per superare le suddette limitazione i sistemi moderni, tra cui *Vicon* e *Qualisys*, sfruttano una procedura di calibrazione dinamica basata sul principio introdotto da Zhang (2000): l'utilizzo di un campione di geometria nota mosso liberamente in posizioni arbitrarie nello spazio, senza necessità di conoscerne il movimento. Nella pratica dei sistemi optoelettronici è la cosiddetta *Wand* ('bacchetta'): un bastone rigido di lunghezza nota con numero definito di marker (tipicamente 5 o più) che viene agitata lentamente nell'intero volume di misura fino a completamento della calibrazione. L'ultimo passo della calibrazione dinamica è la definizione del sistema di riferimento, che avviene semplicemente posizionando l'oggetto di calibrazione nel punto desiderato con la voluta direzione.



Figura 3.1: Esempio di Wand.

Il principio alla base di questa calibrazione si fonda su un'ottimizzazione globale basata sul vincolo di distanza fissa tra i marker posti sulla wand. Per ogni sua posizione nello spazio il sistema conosce le proiezioni dei marker nei frame delle telecamere e la distanza tra di essi, la quale è ovviamente costante. Accumulando tutti i frame durante il movimento si ottiene un sistema sovradeterminato che consente di stimare tutti i parametri delle videocamere.

Quindi si nota come rispetto alla calibrazione classica in questo caso non avremo bisogno di grosse strutture ma della singola wand, la quale ci permette anche di adattare il volume di misura in base alle nostre necessità, inoltre la procedura è rapida e può essere ripetuta senza problemi in caso di cambio di assetto (che sia voluto o accidentale). Le limitazioni anche in questo caso, proprio come descritto da Windolf et al. (2008) stanno nella copertura del volume, che può portare a degradazione dell'accuratezza se non eseguita correttamente e in maniera uniforme. Tuttavia i sistemi moderni guidano l'operatore nell'esecuzione della calibrazione per ovviare a questo tipo di problema.

3.3.2 Sistema di riferimento e ipotesi di corpo rigido

Robertson et al. (2004, cap 2) pongono come base dell'analisi cinematica tridimensionale l'ipotesi di corpo rigido, quindi ciascun segmento viene modellato come indeformabile, con configurazione spaziale definita completamente tramite un punto (traslazione) e l'orientamento di un sistema di riferimento locale solidale al segmento (rotazione), ottenendo sei gradi di libertà totali. Ovviamente questa assunzione non è totalmente corretta viste la deformazione dei tessuti molli e la non perfetta rigidità dei segmenti ossei.

Il sistema di riferimento globale è fisso e tipicamente definito in un punto di particolare interesse, con asse Z verticale, asse X nella direzione del movimento principale e asse Y per completare la terna destrorsa. I sistemi di riferimento locali sono invece definiti per ogni segmento da tre versori ortogonali ($\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3$) espressi nel sistema globale. Per ottenere i tre versori sono necessari almeno tre marker non allineati, dai quali si ricavano per differenza di posizione due vettori ($\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$) con cui si costruisce la terna ortogonale:

$$\hat{e}_1 = \frac{\mathbf{v}_1}{|\mathbf{v}_1|}, \quad \hat{e}_3 = \frac{\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2}{|\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2|}, \quad \hat{e}_2 = \hat{e}_3 \times \hat{e}_1 \quad (3.7)$$

Nella pratica per aumentare la robustezza al rumore di misura e la sensibilità allo spostamento relativo tra i marker se ne utilizzano anche quattro o più. Il tutto viene eseguito per ogni frame registrato.

3.3.3 Calibrazione anatomica

Robertson et al. (2004) descrivono la procedura di calibrazione anatomica, necessaria per ancorare il sistema di riferimento locale alla struttura del segmento. Questa procedura richiede di mantenere un posizionamento anatomico standard, cioè una posizione di riferimento. Grazie a questi vengono definite le posizioni dei singoli marker, i quali poi se durante l'acquisizione del gesto non dovessero comparire nell'inquadratura, possono essere localizzati in funzione del cluster di marker ancora visibile.

3.4 Precisione dei sistemi optoelettronici

Le prestazioni dei sistemi optoelettronici non sono una componente legata intrinsecamente allo strumento, ma dipendenti dalla struttura sperimentale adottata.

Prima di esplicitare le prestazioni è utile fornire due definizioni importanti:

- **Accuratezza:** differenza sistematica tra il valore misurato e l'effettivo valore della grandezza. È legata all'errore sistematico del sistema.
- **Precisione:** dispersione delle misure ripetute attorno al valore medio. È legata al rumore casuale del sistema.

I risultati dello studio di Windolf et al. (2008) mostrano che con quattro telecamere nella configurazione ottimale si raggiunge un accuratezza di $63 \pm 5\mu m$ e un livello di rumore (precisione) di $15\mu m$. Tuttavia, variazioni nella disposizione delle telecamere portano a oscillazioni dell'accuratezza media nell'intervallo $76 - 129\mu m$. Il rumore risulta maggiore nella direzione normale al piano di proiezione delle telecamere (profondità) rispetto alle due direzioni nel piano. Infine nelle zone di volume non adeguatamente coperte dalla calibrazione, l'accuratezza degrada a $221 \pm 79\mu m$. Inoltre viene sottolineata la dipendenza da fattori strumentali importanti come: la grandezza dei marker, che è direttamente proporzionale all'accuratezza (si hanno più pixel per stimarne i centri); l'uso di filtri ottici sull'obiettivo, utilizzati per ridurre interferenze luminose, comporta la riduzione dell'accuratezza.

La dipendenza quindi dal setup sperimentale dimostra come i valori dichiarati dai produttori debbano essere considerati come limiti superiori delle prestazioni, validi solo se si rispettano tali configurazioni, e quindi difficilmente ottenibili in ambito applicativo. In particolare, i valori riportati da Windolf et al. (2008) si riferiscono a un volume di misura limitato, dell'ordine di pochi decimetri cubi. In configurazioni con volumi maggiori, come quella adottata nel presente studio, le prestazioni effettive si discostano da tali riferimenti. Le specifiche dei sistemi utilizzati saranno discusse nei capitoli successivi.

3.5 Problematiche

3.5.1 Soft Tissue Artifact

Il **Soft Tissue Artifact (STA)** rappresenta la fonte di errore più sistematicamente studiata nella letteratura scientifica e probabilmente la più difficile da eliminare nei sistemi optoelettronici basati sui marker. Il problema nasce dall'assunzione vista precedentemente a proposito dei segmenti del modello che vengono considerati corpi rigidi: i marker applicati sulla pelle, vengono trattati come se fossero solidali all'osso, in realtà però sono posizionati su uno strato facilmente deformabile, che si muove in modo relativo rispetto all'osso durante il movimento.

Leardini et al. (2005) forniscono una revisione dello stato dell'arte sulla quantificazione, minimizzazione e compensazione dell'STA. Gli autori dimostrano che l'STA è **maggiore dell'errore strumentale** del sistema optoelettronico, ha contenuto in frequenza simile al movimento osseo reale, il che rende impossibile filtrarlo, ed è dipendente dal movimento effettuato e non riproducibile tra soggetti diversi. Soprattutto l'ultima caratteristica sottolinea l'impossibilità di definire modello correttivo universale. L'entità dello spostamento cute-osso dipende da diversi fattori:

- Dal punto di vista anatomico, i segmenti con spessore dei tessuti molli minore, come per esempio la zona in corrispondenza della tibia, presentano errori significativamente minori rispetto a zone come bacino o coscia.
- Dal punto di vista biomeccanico, l'STA cresce con la velocità del movimento e con l'entità delle forze in gioco, che deformano i tessuti.

Le strategie per ridurre o compensare l'STA sono:

1. Posizionare i marker quanto più vicino possibile a punti di riferimento ossei palpabili oppure utilizzare insiemi rigidi fissati direttamente alla cute piuttosto che singoli marker, e indossare indumenti aderenti che limitino la mobilità della pelle.
2. Compensazione algoritmica, cioè utilizzare sistemi di ottimizzazione che stimano la posizione del segmento osseo compatibile con la cinematica articolare.
3. Eliminare i marker sfruttando quindi sistemi markerless che sono di conseguenza immuni all'STA, ma introducono errori nella stima della posizione corporea.

3.5.2 Occlusione dei marker

Le occlusioni si verificano quando un marker non è visibile temporaneamente ad un numero sufficiente di telecamere per consentire la riproduzione 3D. Questo causa delle lacune nelle traiettorie dei marker che devono essere gestite prima di effettuare i calcoli cinematici desiderati. I metodi più comuni per ovviare a questo problema sono:

- Interpolazione polinomiale: nei tratti di occlusione brevi la traiettoria può essere ricostruita interpolando tra i valori precedenti e successivi. Efficace per piccoli periodi di occlusione e quando il movimento è prevedibile.
- Ricostruzione tramite vincoli cinematici: la posizione del marker occluso viene stimata utilizzando i vincoli cinematici, ottenuti durante la calibrazione anatomica, con gli altri marker adiacenti. Utilizzabile per occlusioni più lunghe o traiettorie meno prevedibili.

Il principale metodo preventivo resta però la ridondanza delle telecamere. Il minimo matematico per la ricostruzione 3D è due telecamere, tuttavia nella pratica il numero necessario dipende fortemente dall'applicazione e quindi dal movimento che deve essere analizzato: per studi di stabilità posturale si parte da un minimo raccomandato di 6 a numeri significativamente più alti in caso di movimenti dinamici più complessi. L'obiettivo resta comunque quello di posizionarle in maniera tale da evitare le zone d'ombra.

3.5.3 Errore di posizionamento

Un'ulteriore fonte di errore possibile è legata al posizionamento dei marker nei punti anatomici di interesse, questi possono portare ad errori angolari non trascurabili. Inoltre può essere divisa in variabilità intra-operatore e inter-operatore. La prima è di solito contenuta visto che il singolo operatore seguirà generalmente lo stesso protocollo, mentre la seconda è sicuramente più significativa e legata al concetto di non riproducibilità dei risultati ottenuti tra laboratori diversi.

3.5.4 Rumore strumentale e filtraggio

Il segnale acquisito da un sistema optoelettronico conterrà sicuramente una componente di rumore casuale. Nei sistemi a luce visibile fluttuazioni della luminosità dell'area di lavoro possono introdurre rumore o addirittura causare la scomparsa del marker anche se propriamente non si tratta di un'occlusione. Come indicato prima il valore raggiunge in situazioni ideali $15\mu m$. A questo rumore si aggiunge anche l'amplificazione ottenuta derivando numericamente il segnale di posizione per avere velocità o accelerazione. La sovrapposizione di questi due effetti rende necessaria l'introduzione di un sistema di filtraggio preliminare dei dati così da avere stime affidabili, per esempio applicando un filtro passa-basso Butterworth tale da evitare sfasamento.

3.6 Ricostruzione senza marcatori e integrazioni con altri sensori

Nonostante l'elevata precisione, i sistemi optoelettronici marker-based presentano limitazioni pratiche rilevanti. Il setup richiede tempi significativi di preparazione e posizionamento dei marker sul soggetto, e l'acquisizione deve avvenire in ambiente controllato: la luce solare diretta, ricca di radiazione infrarossa, può saturare i sensori della telecamera rendendo impossibile il riconoscimento dei marker. Inoltre movimenti veloci possono portare a vibrazioni eccessive e eventuale distacco dei marker. Infine, movimenti complessi o interazioni con oggetti esterni possono portare all'occlusione dei marker e di conseguenza rendono difficile una ricostruzione tridimensionale continua.

Per superare queste limitazioni i sistemi **markerless** rappresentano un'alternativa in rapido sviluppo, basati su telecamere nel campo del visibile utilizzabili sia in laboratorio che all'aperto senza necessità di marker fisici. Wade et al. (2022) forniscono una revisione delle applicazioni e limitazioni di questi sistemi per la biomeccanica, sottolineando che le misure temporospaziali (velocità, cadenza) risultano generalmente conformi ai sistemi marker-based. Tuttavia le stime degli angoli articolari presentano ancora errori elevati, che ne limitano l'applicabilità in contesti clinici e di bike fitting dove la precisione angolare è fondamentale.

I sistemi inerziali presentano un compromesso tra le due categorie, pur richiedendo di essere indossati dal soggetto, risultano più robusti al distacco rispetto ai marker, non richiedono un ambiente controllato e non soffrono di problemi di occlusione visiva. Queste caratteristiche li rendono particolarmente attraenti per l'analisi della pedalata, soprattutto grazie alla possibilità di poterli utilizzare anche in prove all'esterno.

Infine, indipendentemente dal sistema di motion capture adottato, l'analisi biomeccanica completa della pedalata in laboratorio prevede l'integrazione con sensori complementari. Le configurazioni più complete comprendono pedivelle dinamometriche, che misurano forze e momenti applicati al pedale permettendo di quantificare l'efficacia del gesto; elettromiografia di superficie, che fornisce informazioni sull'attivazione muscolare correlabile al ciclo di pedalata; e sistemi di misura della distribuzione del peso sul sellino, utili a caratterizzare il posizionamento dell'atleta.

4. Sensoristica inerziale IMU

4.1 Principi generali

Le unità di misura inerziale (*Inertial Measurement Unit, IMU*) sono dispositivi elettronici capaci di rilevare dati riguardanti il movimento del corpo su cui sono montati. Trovano applicazione in moltissimi ambiti: nel cinema e nell'animazione digitale per il motion capture di attori; nella robotica autonoma e collaborativa per il controllo dei movimenti e l'interazione con gli esseri umani; e nella biomeccanica clinica e sportiva (come nel caso in analisi), dalla ricostruzione di movimenti complessi all'analisi della postura.

Un *IMU* integra tre componenti fondamentali per la ricostruzione cinematica, ciascuno triassiale: un **giroscopio**, un **accelerometro** e un **magnetometro**. Questi collaborano per fornire informazioni affidabili sull'orientamento del sensore. Il giroscopio si occupa di misurare le velocità angolari istantanee, dalla cui integrazione ricava la posizione angolare; tuttavia lavorando tramite integrale nel tempo, soffre di deriva e di un bias iniziale non nullo. L'accelerometro invece fornisce il riferimento assoluto della verticale locale tramite il vettore della gravità, mentre il magnetometro rende disponibile il riferimento del Nord magnetico locale. Le misurazioni dei singoli sensori vengono combinate tramite *sensor fusion*, così da produrre una stima di orientamento più accurata e robusta, rispetto a quella ottenibile tramite un singolo sensore. Nel sistema utilizzato in questo studio (**Movella DOT**) non si ha un filtro generico ma bensì proprietario: XKF Core di Xsens (Ribera d'Alcalà et al., 2023).

I sensori applicati sono inoltre dei dispositivi *MEMS* (*Micro-Electro-Mechanical Systems*): a differenza delle controparti classiche, sono realizzati su basi di silicio che permettono di integrare componenti meccaniche mobili e circuiti elettronici in un unico chip pur mantenendo dimensioni ridottissime, dell'ordine di pochi millimetri, e con massa trascurabile. All'interno dell'*IMU* possono essere presenti anche ulteriori sensori (come sensori di temperatura) utili per la correzione di parametri dipendenti dalle condizioni ambientali, che altrimenti porterebbero ad accumulo di errore sistematico nelle misurazioni inerziali.

Il sistema Xsens Movella DOT utilizzato in questo studio dispone di una memoria interna da 64MB per il data logging e la conservazione delle variabili di calibrazione, e di connettività sia via *USB* che via *BLE* (*Bluetooth Low Energy*, Bluetooth 5.0) (Movella Inc., 2023). Ciò consente la visualizzazione e l'analisi dei dati sia in maniera sincrona, tramite streaming, sia in modalità asincrona, cioè con registrazione onboard e successiva utilizzo.

4.2 Giroscopio

4.2.1 Giroscopio meccanico a sospensione cardanica

Il giroscopio meccanico rappresenta la forma più antica di misura dell'orientamento angolare, la sua comprensione è utile per intuire i vantaggi relativi all'utilizzo dei sistemi MEMS che lo hanno progressivamente sostituito.

Il principio fisico alla base del giroscopio meccanico è la *conservazione del momento angolare*. Una massa con momento di inerzia I che ruota attorno al suo asse con velocità angolare Ω possiede un momento angolare $L = I\Omega$ che, se non sono applicate coppie esterne, mantiene direzione e verso costanti nel sistema di riferimento. Un giroscopio a sospensione cardanica sfrutta questo principio montando la massa rotante su un sistema di anelli concentrici (cardani, *gimbals*) collegati tra loro e alla struttura esterna tramite giunti che ne permettono la rotazione. Quando il sistema esterno ruota nello spazio, il rotore mantiene il proprio orientamento e la rotazione relativa tra i cardani viene rilevata da sensori angolari (posizionati sui giunti), fornendo una misura diretta dell'orientamento del sistema rispetto ad un riferimento iniziale.

Questo approccio permette di misurare direttamente l'orientamento angolare assoluto senza necessità di integrazione numerica, eliminando quindi il problema della deriva legata all'accumulo di errore che affligge i giroscopi basati sulla misurazione della velocità angolare. Tuttavia presentano limitazioni significative che ne hanno ridotto l'uso nelle applicazioni moderne. La presenza di parti in movimento soggette ad attrito aggiunge errori che si accumulano nel tempo, sia per usura meccanica sia per variazioni di temperatura che modificano le proprietà dei lubrificanti. Per raggiungere le prestazioni richieste in applicazioni particolari come quella aerospaziale, i cuscinetti vengono realizzati con tolleranze micrometriche, rendendoli quindi costosi, ingombranti e fragili. Un'ultima considerazione va fatta a riguardo del **gimbal lock**, che si verifica quando due assi cardanici si allineano, portando alla perdita di un grado di libertà e rendendo quindi impossibile riconoscere le rotazioni attorno a quei due assi.

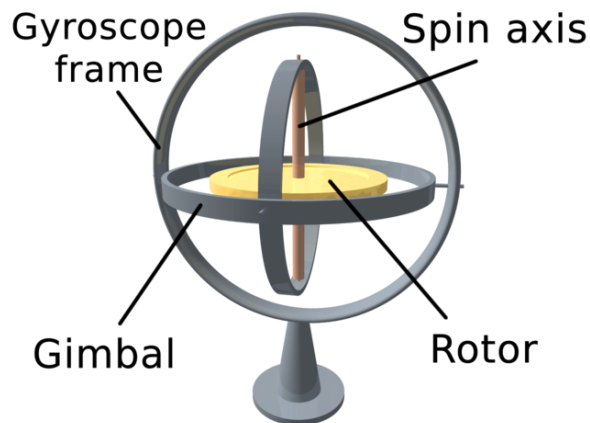


Figura 4.1: Schema del giroscopio meccanico. Fonte: Crenna (2026)

4.2.2 Giroscopio MEMS

I giroscopi MEMS superano le limitazioni meccaniche di quelli tradizionali, eliminando la parte rotante a favore di strutture vibranti microscopiche realizzate su strati di silicio. A differenza di quelli meccanici non misurano direttamente l'orientamento ma piuttosto la velocità angolare, sfruttando l'effetto di *Coriolis*: una forza fittizia che agisce su una massa m che si muove di velocità v all'interno di un sistema di riferimento che ruota a velocità angolare ω :

$$\mathbf{F}_c = -2 m (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) \quad (4.1)$$

Conoscendo massa e velocità $\mathbf{v}$, la misura della forza consente di ricavare indirettamente la velocità angolare.

Per generare $\mathbf{v}$ necessaria all'effetto di Coriolis, i MEMS sfruttano una struttura vibrante: una massa microscopica è sospesa su molle e posta in oscillazione alla sua frequenza di risonanza, grazie ad un attuatore elettrostatico, mantenendola a velocità di oscillazione nota e controllata. La direzione della forza è funzione del prodotto vettoriale tra la velocità angolare e quella di oscillazione della massa, ma visto che questa cambia segno periodicamente, anche la forza $\mathbf{F}_c$ è modulata in ampiezza, con velocità $\mathbf{v}$ come portante e $\boldsymbol{\omega}$ come modulante. La forza di Coriolis deforma un sistema elastico che tiene in posizione la massa, e questa deformazione viene rilevata da sensori capacitivi: variazioni di distanza relativa tra elettrodi fissi e mobili produce variazioni di capacità, convertite successivamente in un segnale in tensione.

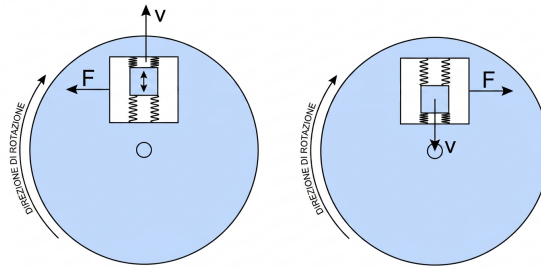


Figura 4.2: Principio di funzionamento giroscopio MEMS. Adattato da: Crenna (2026)

Il segnale in tensione prodotto riflette la natura oscillatoria del sistema, per estrarre $\boldsymbol{\omega}$ è necessario ricondursi prima alla forza (sfruttando la rigidità nota del sistema di sospensione) e poi applicare una demodulazione riferita alla frequenza di oscillazione della massa, ottenendo quindi la velocità angolare.

Integrando nel tempo si ricava l'angolo di rotazione con però alcune problematiche relative alla precisione (Woodman, 2007):

1. **Offset e drift:** anche in condizioni statiche si rileva un valore di velocità angolare diverso da zero (*bias*), che può variare nel tempo a causa di temperatura e altri fattori ambientali. Poiché l'orientamento si ottiene per integrazione questo porta ad accumulo di errore che cresce nel tempo.
2. **Fattori esterni:** Variazioni di temperatura cambiano la risposta del sistema, alterando guadagno e offset, la compensazione termica viene eseguita sfruttando sensori ausiliari e modelli di calibrazione, questo riduce il comportamento erraneo ma non corregge completamente il problema.
3. **Errore cumulativo:** la presenza di qualsiasi errore, si somma con l'integrazione, rendendo la stima progressivamente inaccurata anche dopo brevi periodi di utilizzo.

Proprio da queste problematiche nasce la necessità di sfruttare assieme al giroscopio anche altri sensori complementari, che combinati tramite sensor fusion, consentono di correggere la deriva e produrre una stima stabile dell'orientamento angolare.

4.3 Accelerometro

4.3.1 Accelerometro classico

Un accelerometro tradizionale è costituito da una massa inerziale (*proof mass*) m collegata alla struttura del sensore tramite un sistema meccanico caratterizzato da costante elastica k e coefficiente di smorzamento c . Quando la base del sensore subisce un'accelerazione che la sposta di una quantità $x(t)$ rispetto al riferimento assoluto, la massa si muove di quantità $x_1(t)$, a causa della sua inerzia, creando uno spostamento relativo $y(t) = x(t) - x_1(t)$ tra massa e base. Da questo si ottiene:

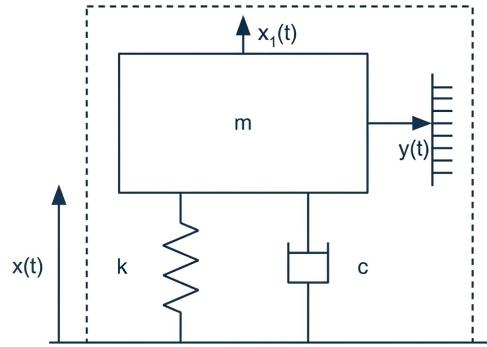


Figura 4.3: Accelerometro classico.

$$m \ddot{y}(t) + c \dot{y}(t) + k y(t) = -m \ddot{x}(t) \quad (4.2)$$

Dove il secondo membro contiene la componente di interesse $\ddot{x}(t)$.

In regime stazionario o a bassa frequenza rispetto a quella di risonanza del sistema massa-molla ($\omega_n = \sqrt{k/m}$), lo spostamento relativo è proporzionale all'accelerazione.

$$y \approx -m \ddot{x} / k$$

Conoscendo dunque m e k si può risalire facilmente all'accelerazione misurando lo spostamento y tramite dei sensori capacitivi, piezoelettrici o a effetto Hall.

Gli accelerometri classici sono caratterizzati da ottime prestazioni dal punto di vista di stabilità termica e sensibilità, soprattutto le versioni piezoelettriche che sono usate in sismologia. È importante sottolineare però che i sensori piezoelettrici, generano una carica elettrica proporzionale alla **variazione** di forza applicata e non alla forza statica, quindi accelerazioni costanti come quella gravitazionale non vengono acquisite. Questa limitazione li rende

inadatti ad applicazioni IMU, dove la misura della gravità è fondamentale per la stima dell'orientamento. A ciò si aggiunge la limitazione dimensionale e di peso, che li rende comunque non compatibili con applicazioni biomeccaniche wearable.

4.3.2 Accelerometro MEMS

Il principio alla base dell'accelerometro MEMS è analogo a quello tradizionale, ma è la realizzazione a definirne la diversità. In questo caso la proof mass è una struttura di silicio di dimensioni micrometriche, ancorata tramite bracci flessibili che forniscono il supporto elastico. Lo spostamento relativo viene misurato da sensori capacitivi, con elettrodi mobili sulla proof mass e quelli fissi solidali alla struttura.

Esiste anche un'altra classe di accelerometri MEMS basata su un meccanismo di risonanza (Yazdi et al., 1998): l'accelerazione in questo caso viene rilevata attraverso la variazione della frequenza di vibrazione di microstrutture poste sotto tensione meccanica. Quando la struttura è sottoposta ad accelerazione, la tensione che risulta modifica la rigidità delle strutture oscillanti, alterando la frequenza di risonanza. Questi dispositivi offrono prestazioni migliori in termini di stabilità e sensibilità, tuttavia presentano tipicamente una banda passante ridotta (pochi Hz), il che ne limita l'applicabilità nei sistemi IMU per il movimento umano.

Rispetto agli accelerometri tradizionali i MEMS hanno una sensibilità alla temperatura tipicamente più elevata e una banda di misura inferiore. Tuttavia la possibilità di integrare tutto all'interno di un solo chip e di realizzare un sistema triassiale di dimensioni limitate, rende gli accelerometri MEMS insostituibili nelle applicazioni wearable.

L'accelerometro MEMS misura l'accelerazione specifica, risultante dell'accelerazione cinematica e di quella gravitazionale a cui è sottoposto il sensore. In condizioni statiche o di bassa cinematica il vettore misurato è in direzione verticale e con modulo $g \approx 9,81 m/s^2$, rendendo disponibile un riferimento assoluto. Questo viene sfruttato dagli algoritmi di sensor fusion per correggere la deriva del giroscopio (per quanto riguarda roll e pitch).

4.4 Magnetometro

Il magnetometro si occupa di misurare il campo magnetico locale nei tre assi del sensor frame. Nella pratica degli IMU per la biomeccanica, il suo ruolo è quello di fornire un riferimento assoluto per il terzo angolo di orientamento, lo yaw, cioè la rotazione attorno all'asse verticale. Mentre l'accelerometro fornisce un riferimento per roll e pitch sfruttando la direzione del vettore gravità, il magnetometro fornisce il riferimento rimanente evitando che l'integrazione del giroscopio porti a deriva.

Il sistema di riferimento globale adottato dal *Movella Dot* è per convenzione di tipo **ENU**: l'asse *X* positivo è diretto verso Est, l'asse *Y* verso nord e l'asse *Z* verso l'alto (opposto alla gravità), formando quindi una terna destrorsa (Movella Inc., 2023).

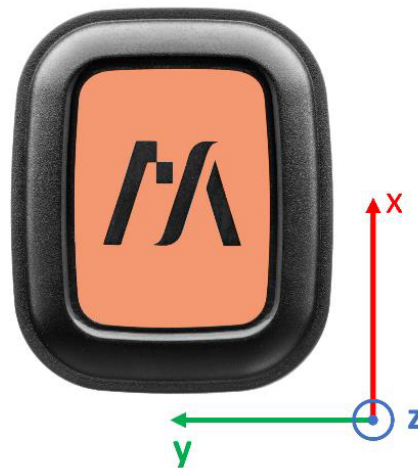


Figura 4.4: Sistema di riferimento del sensore Movella DOT (assi x , y , z del sensor frame). Fonte: Movella Inc. (2023).

Lo yaw è definito come l'angolo tra la direzione Est (X del sistema globale) e la proiezione orizzontale dell'asse x del sensore (positivo rispetto alla verticale z secondo la regola della mano destra). L'orientamento calcolato dal DOT è quindi l'orientamento del sistema di riferimento del sensore rispetto al sistema di riferimento locale terrestre seguendo la convenzione ENU.

Il DOT può inoltre fornire in output uno Yaw ridefinito dall'utente tramite il cosiddetto *Heading Reset*. Il sensore ruota il riferimento terrestre azzerando lo Yaw, ma mantenendo la verticale invariata.

Come descritto da Madgwick (2010), il magnetometro rappresenta uno degli ingressi fondamentali per gli algoritmi di sensor fusion: la sua misura viene combinata con quella di accelerometro e giroscopio per stimare completamente l'orientamento. Tuttavia il magnetometro è il sensore più vulnerabile alle perturbazioni ambientali tra i tre componenti dell'IMU.

4.5 Sensor fusion

Ciascun sensore presente all'interno dell'IMU misura un orientamento parziale e affetto da specifiche limitazioni: l'accelerometro fornisce un riferimento verticale assoluto, ma è disturbato dalle accelerazioni dinamiche; il giroscopio è preciso nel breve periodo ma successivamente deriva; il magnetometro fornisce il riferimento di heading ma è soggetto a distorsioni magnetiche ambientali. La **sensor fusion** è il processo che combina in maniera ottimale i singoli output dei sensori così da ottenere una stima di orientamento stabile, che sfrutti i punti di forza di ciascun sensore, compensando le rispettive debolezze.

4.5.1 Filtro complementare

Il filtro complementare rappresenta l'approccio più semplice alla sensor fusion, l'idea fondamentale si basa sulla complementarietà in frequenza dei due sensori principali: il giroscopio è affidabile per movimenti rapidi (alta frequenza), ma accumula errore nel tempo a causa

del drift; l'accelerometro e il magnetometro sono invece affidabili nel lungo periodo (bassa frequenza), ma sono sensibili alle accelerazioni dinamiche e alle perturbazioni magnetiche.

Il filtro complementare combina i due contributi assegnando al giroscopio la parte ad alta frequenza della stima di orientamento e ai sensori assoluti la componente a bassa frequenza, tramite una media pesata con un parametro α prossimo all'unità:

$$\mathbf{q}_{fused} = \alpha \mathbf{q}_{gyro} + (1 - \alpha) \mathbf{q}_{acc/mag} \quad (4.3)$$

dove $\mathbf{q}_{gyro}$ e $\mathbf{q}_{acc/mag}$ sono le stime dei sensori. Il parametro α determina quanto rapidamente la correzione dei sensori assoluti viene applicata all'orientamento stimato.

Il filtro complementare è computazionalmente molto leggero e adatto a microcontrollori a basse risorse, tuttavia ha diverse limitazioni rispetto agli approcci Kalman-based (Nazarahari & Rouhani, 2021): il peso di fusione è determinato dall'utente e non calcolato in maniera ottimale sulla base delle stime dei sensori, e la selezione del parametro α richiede una procedura di ottimizzazione dedicata per non degradare significativamente le prestazioni.

4.5.2 Filtro di Kalman esteso (EKF)

Il filtro di Kalman esteso (*Extended Kalman Filter, EKF*) è l'approccio su cui si basa la sensor fusion inerziale nella maggior parte dei casi, ed è considerato il punto di riferimento teorico per molti algoritmi alternativi. Il filtro modella la stima di orientamento come una variabile di stato stocastica con distribuzione gaussiana, e la modifica ricorsivamente in due fasi.

La **fase di predizione** propaga in avanti lo stato stimato al passo precedente $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ utilizzando il modello dinamico del sistema e aggiorna la matrice di covarianza dell'errore $\mathbf{P}_k$ in base al rumore di processo $\mathbf{Q}$:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{u}_k) \quad (4.4)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q} \quad (4.5)$$

Dove le variabili indicate con il tratto come apice sono quelle predette, $\mathbf{F}_k$ è la matrice Jacobiana del modello di stato linearizzato attorno allo stato corrente, $\mathbf{u}_k$ è l'ingresso di controllo (misura del giroscopio).

La **fase di correzione** aggiorna la stima predetta sulla base della discrepanza tra le misure osservate (accelerometro e magnetometro) e i valori attesi a partire dalla stima predetta, pesata dalla matrice di guadagno di Kalman ottimale $\mathbf{K}_k$:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (4.6)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - h(\hat{\mathbf{x}}_k^-)) \quad (4.7)$$

dove $\mathbf{H}_k$ è la matrice Jacobiana del modello di osservazione, $\mathbf{R}$ è la matrice di covarianza del rumore di misura e $\mathbf{z}_k$ è il vettore delle misure al passo k .

Il vantaggio principale dell'EKF rispetto al filtro complementare è la capacità di stimare simultaneamente il bias del giroscopio come stato aggiuntivo del modello, compensando attivamente la deriva nel tempo. Lo svantaggio è la necessità di calcolo delle matrici $\mathbf{Q}$ e $\mathbf{R}$, operazione che richiede una calibrazione dedicata e può essere sensibile alle condizioni operative.

A titolo esemplificativo, specializzando il filtro al caso in analisi, quindi una stima di orientamento, il vettore di stato sarà un quaternione $\mathbf{q}_k$. La **fase di predizione** propaga l'orientamento utilizzando la misura del giroscopio ω_k :

$$\hat{\mathbf{q}}_k^- = \hat{\mathbf{q}}_{k-1} \Delta \mathbf{q}(\omega_k, \Delta t) \quad (4.8)$$

Con prodotto quaternionale tra $\hat{\mathbf{q}}_{k-1}$ e $\Delta \mathbf{q}$, e quest'ultimo è l'incremento di orientamento:

$$\Delta \mathbf{q} = \left(\cos \frac{|\omega_k| \Delta t}{2}, \frac{\omega_k}{|\omega_k|} \sin \frac{|\omega_k| \Delta t}{2} \right) \quad (4.9)$$

La **fase di correzione** aggiorna la stima predetta sulla base delle misure di accelerometro e magnetometro, pesandone il contributo tramite il guadagno di Kalman ottimale $\mathbf{K}_k$:

$$\hat{\mathbf{q}}_k = \hat{\mathbf{q}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - h(\hat{\mathbf{q}}_k^-)) \quad (4.10)$$

Dove $\mathbf{z}_k$ è il vettore delle misure e $h(\hat{\mathbf{q}}_k^-)$ la loro predizione, ottenuta tramite l'orientamento stimato. A differenza del filtro di Madgwick, il peso della correzione non è fisso ma viene calcolato basandosi sulle covarianze di processo e di misura, il tutto ad ogni passo. Poiché l'aggiornamento additivo non preserva la norma unitaria del quaternion, si applica una rinormalizzazione dopo la fase di correzione.

4.5.3 Filtro di Madgwick

Il filtro di Madgwick (2010) è un algoritmo di sensor fusion alternativo ai due visti precedentemente, che adotta la discesa del gradiente per minimizzare una funzione obiettivo la quale quantifica la discrepanza tra l'orientamento correntemente stimato e i riferimenti assoluti forniti da accelerometro e magnetometro.

L'idea è quella di definire una funzione obiettivo $f(\mathbf{q}, \hat{\mathbf{d}}, \mathbf{s})$ che misura, in termini di quaternion, l'errore tra la direzione di un riferimento noto $\hat{\mathbf{d}}$ (vettore gravità o campo magnetico terrestre) ruotato nell'orientamento stimato $\mathbf{q}$, e la corrispondente misura del sensore $\mathbf{s}$.

Il quaternion corrispondente all'orientamento viene aggiornato ad ogni passo temporale muovendosi nella direzione del gradiente negativo di questa funzione:

$$\mathbf{q}_{\nabla, t} = \mathbf{q}_{t-1} - \mu_t \frac{\nabla f}{\|\nabla f\|} \quad (4.11)$$

dove μ_t è un passo di discesa ottimizzato sul rateo di convergenza. L'aggiornamento finale del quaternion combina il contributo del giroscopio con quello della discesa del gradiente tramite un guadagno β :

$$\mathbf{q}_t = \mathbf{q}_{t-1} + \left(\dot{\mathbf{q}}_{\omega,t} - \beta \frac{\nabla f}{\|\nabla f\|} \right) \Delta t \quad (4.12)$$

β rappresenta la stima dell'entità dell'errore di misura del giroscopio a media nulla (rumore del sensore, aliasing, errori di calibrazione): un valore elevato di β aumenta il peso delle misure assolute e riduce la deriva, ma aumenta la sensibilità a variazioni dinamiche di breve durata; un valore ridotto privilegia invece il giroscopio, migliorando la risposta ai movimenti rapidi a discapito del drift. Madgwick (2010) mostra che il filtro, nella sua variante per sensori *MARG* (*Magnetic, Angular Rate and Gravity*) che include anche il magnetometro, incorpora un algoritmo di stima e compensazione del drift del giroscopio. Il confronto sperimentale portato avanti nel suo studio dimostra che a fronte di un costo computazionale molto ridotto, le prestazioni sono paragonabili a un filtro di Kalman. Il che lo rende molto adatto a sistemi embedded come sensori IMU wearable.

4.5.4 Strapdown Integration (SDI) e XKF Core nel Xsens Movella DOT

Il Xsens Movella DOT implementa un processo di elaborazione del segnale articolato in tre stadi successivi, descritti in dettaglio nel white paper tecnico Movella (Ribera d'Alcalà et al., 2023).

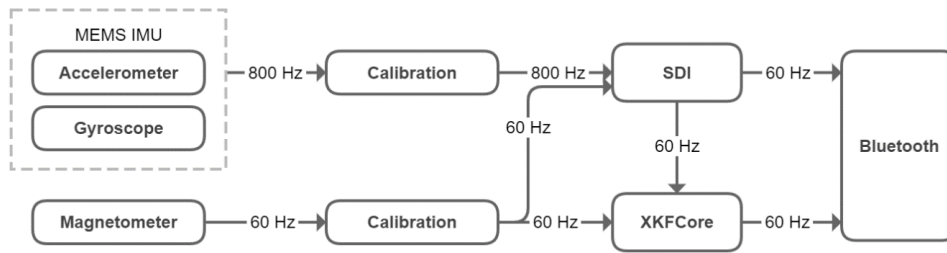


Figura 4.5: Pipeline di elaborazione del segnale del Movella DOT: calibrazione MEMS, Strapdown Integration (SDI) e XKF Core. Fonte: Movella Inc. (2023).

Il **primo passo** è la calibrazione dei sensori MEMS: i dati grezzi di accelerometro, giroscopio e magnetometro vengono corretti per bias, errori di misallineamento degli assi e sensibilità tramite parametri di calibrazione definiti dal produttore e conservati nella memoria del sensore. Questo stadio comprende un filtro passa-basso che rimuove il rumore ad alta frequenza prima delle integrazioni successive.

Il **secondo stadio** è lo **Strapdown Integration (SDI)**: una tecnica di integrazione consolidata nella navigazione inerziale, della quale Xsens ha sviluppato un'implementazione proprietaria brevettata (Ribera d'Alcalà et al., 2023), che integra i dati calibrati da accelerometro e giroscopio, acquisiti alla frequenza interna del sensore (800Hz), per produrre incrementi di orientamento alla frequenza selezionata dall'utente. La SDI consente inoltre di comprimere l'informazione cinematica riducendo il carico computazionale del terzo stadio e la banda necessaria per un'eventuale trasmissione BLE.

Il **terzo stadio** è il filtro **XKF Core** (*Xsens Kalman Filter Core*): un filtro di Kalman proprietario che riceve in ingresso dalla SDI gli incrementi di velocità e orientamento, e i dati

calibrati del magnetometro, producendo in uscita la stima di orientamento in forma di quaternion e l'accelerazione libera (al netto della componente gravitazionale). Il filtro comprende meccanismi di compensazione del drift del giroscopio e della distorsione magnetica come stati interni, progettati per garantire prestazioni robuste anche in ambienti magneticamente perturbati.

Per finire l'XKF Core è disponibile in due diversi profili di configurazione: *general filter profile* e *dynamic filter profile*. Il filtro generale (di default) assume una dinamica del movimento limitata e un campo magnetico omogeneo (quindi con distorsione magnetica limitata). Il filtro dinamico invece accetta una distorsione magnetica ancora minore vista l'importanza per la compensazione dell'heading del magnetometro. Questo profilo di filtro è specializzato per attività ad elevata dinamica come l'atletica.

4.6 Problematiche degli IMU

4.6.1 Drift

Come anticipato nella sezione dedicata ai MEMS, il drift rappresenta la fonte di errore più presente per i sistemi IMU. In assenza di riferimenti assoluti solidi l'errore di orientamento cresce in modo circa lineare nel tempo a causa del bias del giroscopio. Gli algoritmi di sensor fusion compensano il drift stimando continuamente il bias del filtro, ma questa compensazione è parziale e condizionata dalla qualità dei riferimenti disponibili.

Nazarahari e Rouhani (2021), in uno studio sperimentale che confronta 36 algoritmi di sensor fusion rispetto ad un sistema di motion capture ottico, mostrano che la rimozione del bias statico del giroscopio riduce significativamente l'errore di stima, specialmente sulle prove a lunga durata.

4.6.2 Distorsione del campo magnetico

La distorsione del campo magnetico è la problematica più rilevante nella pratica degli IMU, sia in ambienti sportivi che laboratoriali, poiché introduce errori sistematici nello yaw stimato. Il magnetometro misura il campo magnetico nel punto di misura, che risulta essere la sovrapposizione del campo magnetico terrestre e di qualsiasi perturbazione locale.

Per monitorare la qualità del segnale magnetometrico in tempo reale, il DOT fornisce la grandezza **Magnetic Norm** (modulo del vettore di campo magnetico misurato sui tre assi). Zone con Magnetic Norm pari a 1 e variazione contenuta entro $\pm 0,2$ sono magneticamente omogenee e ottimali per la misura; se invece il valore è diverso da 1 ma la variazione resta entro $\pm 0,2$, l'orientamento resta accurato. Se invece il Magnetic Norm varia in funzione della posizione nello spazio e dell'orientamento del sensore, sono presenti distorsioni significative nell'ambiente (Movella Inc., 2023).

L'algoritmo XKF Core è in grado di compensare le perturbazioni magnetiche brevi o a rapida fluttuazione sfruttando le informazioni disponibili anche grazie agli altri sensori. Tuttavia se i disturbi sono lenti e di elevata ampiezza, oppure hanno durata maggiore di 30s, la compensazione algoritmica diventa insufficiente e l'accuratezza dello yaw risulta compromessa.

In questi casi è raccomandato eseguire la procedura di **Magnetic Field Mapping** (MFM), una calibrazione dedicata al magnetometro, necessaria quando il sensore è particolarmente esposto a disturbi magnetici locali (come strutture metalliche). É inoltre importante non esporre mai il sensore a campi magnetici intensi: sebbene questo non danneggi l'unità, può magnetizzare permanentemente alcune componenti minori rendendo la calibrazione del magnetometro inutile e producendo una deviazione sistematica dell'heading. Per esempio nel contesto specifico delle nostre prove di laboratorio, le principali fonti di disturbo da considerare sono state: il telaio della bici, il rullo che genera la coppia resistente e eventuale elettronica integrata, è quindi buona norma effettuare il Magnetic Field Mapping.

4.6.3 Azzeramento dell'orientamento

Un aspetto critico nell'utilizzo pratico degli IMU è la necessità di definire un riferimento di orientamento iniziale coerente tra tutti i sensori. In alcuni casi anche allineato con la struttura meccanica di elementi sfruttati nella prova. Al momento dell'accensione, ciascun sensore avrà una propria stima dell'orientamento rispetto al sistema di riferimento globale ENU. Il Movella DOT fornisce una funzione di **Heading Reset** che consente di ridefinire il riferimento di heading per tutti i sensori simultaneamente (Movella Inc., 2023).

L'operazione di reset ridefinisce un sistema di riferimento L' ruotando L attorno all'asse verticale fino ad azzerare lo yaw, mantenendo invariata la stima di roll e pitch. L'azzeramento deve essere eseguito in modalità streaming e viene mantenuto fino allo spegnimento del sensore.

Nel contesto multi-sensore è fondamentale avere un riferimento arbitrario dello yaw che sia conforme tra tutti i DOT.

4.6.4 Sincronizzazione delle unità

Nell'analisi effettuata sono stati utilizzati tutti i cinque IMU forniti, posizionati in diverse configurazioni (in maniera generale, due sulla schiena e tre per stimare il movimento di un arto inferiore), per analizzare i risultati ottenuti, siccome questi lavorano come unità indipendenti è stata necessaria una sincronizzazione, per garantire che le misure iniziassero allo stesso istante. In assenza di tale sincronizzazione i risultati, come il calcolo degli angoli articolari, sarebbe stato affetto da sfasamenti temporali.

Il Xsens Movella DOT sfrutta un sistema di sincronizzazione inter-sensore basato su BLE, che viene descritto da Ribera d'Alcalà et al. (2023). La sincronizzazione viene stabilita definendo un sensore come **root node** (master) e gli altri come **scanners**. Il master distribuisce periodicamente il suo riferimento temporale permettendo agli altri di correggere il loro, sincronizzandoli ad un errore minore ai $20\mu s$ che diventano meno di $1,8ms$ dopo $30min$.

Quindi un aspetto critico nella pratica è la procedura iniziale: i sensori devono essere connessi e sincronizzati prima dell'inizio dell'acquisizione.

4.6.5 Calibrazione sensore-segmento

Una problematica specifica dei sensori inerziali nell'analisi del movimento, non presente nella stessa forma nei sistemi optoelettronici, è il disallineamento del sensore rispetto al segmento anatomico a cui è associato. Mentre in un sistema optoelettronico il riferimento locale del segmento è definito esplicitamente dai marker, in un sistema IMU il sensore viene

fissato al segmento con un orientamento arbitrario, che è accompagnato da errori più o meno stocastici legati al disallineamento. Questo orientamento relativo deve essere stimato e corretto attraverso una procedura di calibrazione dedicata prima che si proceda con l'analisi desiderata.

Le procedure di calibrazione possono essere di diverso tipo, ma focalizzandosi su quelle di tipo statico, utilizzate nell'analisi effettuata, queste richiedono che il soggetto assuma una o più posture anatomiche di riferimento (tipicamente la postura anatomica standard, in piedi con gli arti estesi, *N-pose*). Una volta stimati i disallineamenti questi vengono corretti e si procede con l'analisi.

4.7 Sistema Xsens Movella DOT: caratteristiche hardware e validazione

4.7.1 Specifiche

Il Movella DOT è un tracker inerziale wireless, le cui caratteristiche fisiche e prestazioni di orientamento dichiarate sono riassunte in Tabella 4.1.

Tabella 4.1: Caratteristiche generali e prestazioni di orientamento del Movella DOT (Movella Inc., 2023, Tabelle 13 e 14).

Caratteristica	Valore
Peso	11,2 g
Dimensioni (l x w x h)	36,3 x 30,4 x 10,8 mm
Grado di protezione	IP68
Autonomia	circa 8 ore in acquisizione continua
Frequenza di campionamento interna	800 Hz
<i>Accuratezza di orientamento (1σ RMS)</i>	
Statica (inclinazione roll/pitch heading)	0,5 gradi 1,0 gradi
Dinamica (inclinazione roll/pitch heading)	1,0 gradi 2,0 gradi



Figura 4.6: I cinque sensori Movella DOT con la stazione di ricarica. Fonte: Ribera d’Alcalà et al. (2023).

Le specifiche tecniche dei tre componenti MEMS interni sono riportate nelle tabelle 16–18 del manuale e riassunte in Tabella 4.2.

Tabella 4.2: Specifiche dei componenti MEMS interni del Movella DOT (Movella Inc., 2023, Tabelle 16–18).

	Giroscopio	Accelerometro	Magnetometro
Fondo scala	$\pm 2000\text{ }^{\circ}/\text{s}$	$\pm 16\text{ g}$	$\pm 8\text{ Gauss}$
Stabilità di bias in-run	$10\text{ }^{\circ}/\text{h}$	$0,03\text{ mg}$	—
Rumore RMS totale	—	—	$0,5\text{ mGauss}$
Frequenza di campionamento	800 hertz	800 hertz	60 hertz

4.7.2 Validazione delle prestazioni

Il white paper (Ribera d’Alcalà et al., 2023) riporta uno studio di validazione condotto su sei soggetti durante prove di cammino su un percorso di $8m$. Cinque sensori DOT venivano montati sugli arti inferiori e sul bacino. Gli angoli di flessione-estensione venivano calcolati e confrontati con un altro sistema Xsens: **MVN Awinda**, sistema IMU precedentemente validato in letteratura. Quest’ultimo acquisiva a $100Hz$ rispetto ai $60Hz$ scelti per i DOT.

I risultati mostrano un errore RMSE complessivo di $4,53^{\circ}$ e un coefficiente di Pearson $R = 0,983$ (elevata correlazione), mediata su tutti i cicli di prova effettuati e su tutte le articolazioni. Per articolazione: anca sinistra $2,77^{\circ}$ ($R = 0,992$), anca destra $3,03^{\circ}$ ($R = 0,989$), ginocchio sinistro $6,66^{\circ}$ ($R = 0,974$), ginocchio destro $5,66^{\circ}$ ($R = 0,979$).

Gli autori attribuiscono la minore accuratezza al ginocchio rispetto all’anca alla procedura di calibrazione sensore-segmento, il sistema DOT infatti sfrutta una calibrazione statica, rispetto alla combinazione di statica e dinamica del sistema MVN Awinda.

5. Misura dell'orientamento nello spazio

5.1 Rappresentazione dell'orientamento

Descrivere l'orientamento di un corpo rigido nello spazio tridimensionale è un problema fondamentale in diversi ambiti, che spaziano dalla robotica, alla navigazione inerziale e ovviamente all'analisi del movimento umano. A differenza della posizione per cui bastano tre coordinate cartesiane per descriverla, l'orientamento può essere espresso tramite diverse rappresentazioni matematiche, ciascuna con le sue proprietà, vantaggi e limitazioni.

In letteratura esistono tre principali famiglie di parametrizzazione (Nazarahari & Rouhani, 2021):

1. **Matrice di rotazione** (o *Direction Cosine Matrix*, *DCM*)
2. **Angoli di Eulero** (*roll, pitch, yaw*)
3. **Quaternioni unitari**

La scelta della rappresentazione influenza la stabilità numerica degli algoritmi, l'efficienza del calcolatore e la presenza di eventuali singolarità. Le tre rappresentazioni sono matematicamente simili, ma presentano delle caratteristiche operative molto diverse. Il Movella Dot è in grado di fornire l'output in due formati: quaternioni unitari o angoli di Eulero. Seppur la matrice di rotazione non sia compresa resta comunque rilevante e ottenibile dalle altre due rappresentazioni.

5.2 Matrici di rotazione e angoli di Eulero

5.2.1 Definizione

La matrice di rotazione $\mathbf{R}$ è una matrice 3×3 che descrive come un sistema di riferimento solidale al corpo (frame S) sia ruotato rispetto a un frame di riferimento fisso (frame L). L'applicazione di $\mathbf{R}$ a un vettore lo trasporta da un sistema di riferimento all'altro.

Una matrice di rotazione appartiene al gruppo speciale ortogonale $SO(3)$, il che implica due proprietà fondamentali:

- Ortogonalità: $\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{I}$, le colonne (e le righe) di $\mathbf{R}$ formano una base ortonormale;
- Determinante unitario: $\det(\mathbf{R}) = +1$, distingue le rotazioni proprie (conservano il verso del sistema) dalle improprie (con determinante -1) le quali combinano alla rotazione anche una riflessione (o inversione).

Ogni elemento R_{ij} della matrice rappresenta il coseno dell'angolo tra l' i -esimo asse del sistema di arrivo e il j -esimo asse del sistema di partenza, da cui il nome "matrice dei coseni direttori". Il vantaggio operativo principale è la semplicità di utilizzo, per esprimere un vettore $\mathbf{v}$ nel sistema di riferimento B a partire dalla sua espressione nel sistema A si scrive:

$$\mathbf{v}_b = \mathbf{R}_{AB} \cdot \mathbf{v}_A \quad (5.1)$$

La composizione di due rotazioni successive corrisponde al prodotto matriciale che è **non commutativo**.

La DCM è priva di singolarità, ma presenta uno svantaggio rilevante: impiega nove parametri per un sistema con soli tre gradi di libertà.

5.2.2 Angoli di Eulero

Una rappresentazione alternativa, più intuitiva, è offerta dagli **angoli di Eulero**: qualunque orientamento di un corpo rigido può essere ottenuto tramite una sequenza di tre rotazioni successive attorno ad assi coordinati. La terna tipicamente adottata in navigazione inerziale è composta da rollio (*roll*, ϕ), beccheggio (*pitch*, θ) e imbardata (*yaw*, ψ), applicati nella sequenza ZYX, nota anche come sequenza di Cardano, ma non è l'unica esistente, in totale sono ben dodici sequenze distinte anche con assi ripetuti.

Il Movella DOT adotta esattamente questa convenzione, fornendo l'output in angoli di Eulero nella sequenza ZYX.

Le matrici di rotazione elementare attorno agli assi x, y e z sono:

$$\mathbf{R}_x(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

$$\mathbf{R}_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

$$\mathbf{R}_z(\psi) = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

Si verifica che ciascuna di queste matrici rispetta le proprietà del gruppo $SO(3)$: il prodotto $\mathbf{R}_x^T \mathbf{R}_x = \mathbf{I}$ discende direttamente dall'identità $\sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1$, e il determinante vale +1 in quanto si ottiene come $1 \cdot (\cos^2 \phi + \sin^2 \phi) = 1$

Quindi complessivamente combinando le rotazioni si ottiene:

$$\mathbf{R}(\psi, \theta, \phi) = \mathbf{R}_z(\psi) \mathbf{R}_y(\theta) \mathbf{R}_x(\phi) \quad (5.5)$$

L'ordine del prodotto è non commutativo: le rotazioni vengono applicate da destra verso sinistra, quindi prima rollio, poi beccheggio e per finire imbardata. Sviluppando i calcoli la matrice finale risulta:

$$\mathbf{R}(\psi, \theta, \phi) = \begin{pmatrix} c_\psi c_\theta & c_\psi s_\theta s_\phi - s_\psi c_\phi & c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi s_\phi \\ s_\psi c_\theta & s_\psi s_\theta s_\phi + c_\psi c_\phi & s_\psi s_\theta c_\phi - c_\psi s_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

considerando la notazione del tipo $c_\alpha = \cos \alpha$ e $s_\alpha = \sin \alpha$.

Per verificare la correttezza dell'espressione si possono analizzare i casi limite: $\psi = \phi = \theta = 0$ tutti i coseni valgono 1 e tutti i seni 0, riducendo la rappresentazione all'identità; per $\psi = 90^\circ$ e $\theta = \phi = 0$ si ottiene la matrice di rotazione attorno a z di 90° .

Ovviamente è possibile anche recuperare gli angoli di Eulero partendo dalla matrice di rotazione.

$$\theta = \arcsin(-R_{31}), \quad \phi = \text{atan2}(R_{32}, R_{33}), \quad \psi = \text{atan2}(R_{21}, R_{11}) \quad (5.7)$$

dove $\text{atan2}(y, x)$ è la funzione arcotangente a due argomenti, che restituisce il quadrante corretto. È da notare che queste formule sono valide solo se $\cos \theta \neq 0$, questo caso è una singolarità che verrà discussa.

Gli angoli di Eulero offrono quindi un metodo di rappresentazione con il numero minimo di parametri e una migliore interpretabilità fisica. Per questo motivo sono utilizzati per ottenere una visualizzazione più semplice, ma a causa della singolarità per operazioni di calcolo sono preferibili i quaternioni o le matrici di rotazione.

5.3 Il problema del blocco cardanico (Gimbal Lock)

Il *gimbal lock*, blocco cardanico, è la singolarità matematica che emerge sfruttando gli angoli di Eulero quando una delle rotazioni intermedie porta all'allineamento di due assi di rotazione originari, causando la perdita di un grado di libertà. Il termine deriva dai giunti meccanici (gimbals), sistemi ad anelli concentrici utilizzati per le piattaforme inerziali stabilizzate. Quando due anelli si allineano, il sistema perde la capacità di misurare una rotazione in una delle tre direzioni indipendenti.

Per comprendere il problema bisogna partire dalle velocità angolari del corpo $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T$, espresse nel sistema solidale, e dalla loro relazione con le derivate degli angoli di Eulero $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})^T$. Per la sequenza ZYX, questa relazione si ricava componendo le velocità di rotazione elementari proiettate nel sistema del corpo e si ottiene:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix}}_{\mathbf{J}(\phi, \theta)} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

La matrice $\mathbf{J}(\phi, \theta)$ viene chiamata matrice **Jacobiana cinematica** degli angoli di Eulero. La prima colonna rappresenta il contributo di $\dot{\phi}$ (rotazione attorno a x del corpo, nel riferimento finale), è il vettore $(1, 0, 0)^T$. La seconda colonna invece corrisponde al contributo di $\dot{\theta}$ proiettato nel corpo dopo la rotazione di ϕ e per finire la terza colonna l'ultimo contributo

$(\dot{\psi})$, la rotazione attorno all'asse z fisso, che deve essere espressa nel corpo dopo entrambe le precedenti rotazioni.

Il determinante di $\mathbf{J}(\phi, \theta)$ si può facilmente calcolare:

$$\det(\mathbf{J}) = \cos^2 \phi \cos \theta + \sin^2 \phi \cos \theta = \cos \theta \quad (5.9)$$

Dal risultato si nota che il determinante dipende esclusivamente dall'angolo di pitch. Quando siamo nel caso di singolarità $\cos(\theta) = 0$ oppure $\theta = \pm 90^\circ$, la matrice jacobiana diventa singolare, ovvero non invertibile, per esempio $\theta = 90^\circ$:

$$\mathbf{J}|_{\theta=90^\circ} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & -\sin \phi & 0 \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

La prima e la terza colonna sono linearmente dipendenti e rappresentano come detto il rollio $\dot{\phi}$ e l'imbardata $\dot{\psi}$, i cui assi di rotazione sono ora allineati. Non è più quindi possibile distinguere un incremento di roll o di yaw, perché le due direzioni indipendenti collassano su una sola. Condizione analoga all'allineamento di due anelli meccanici.

Questo ha un effetto diretto sulla elaborazione dei dati negli IMU. L'integrazione delle velocità per ottenere gli angoli di Eulero richiede l'inversione di $\mathbf{J}(\phi, \theta)$:

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \mathbf{J}^{-1}(\phi, \theta) \boldsymbol{\omega} \quad (5.11)$$

Nei pressi delle singolarità il valore di condizionamento della matrice peggiora rapidamente, rendendo piccole perturbazioni prodotte dalle misurazioni dei sensori MEMS, molto impattanti sul risultato finale. L'integrazione numerica diventa instabile e genera oscillazioni o discontinuità nell'orientamento stimato.

Un altro problema può essere legato alle interpolazioni tra orientamenti, che possono tradursi in traiettorie scorrette o discontinue in corrispondenza delle regioni di prossimità.

5.4 Rappresentazione asse-angolo e quaternioni

5.4.1 Teorema di Eulero e rappresentazione asse-angolo

Il teorema di Eulero sulla rotazione afferma che qualsiasi rotazione di un corpo rigido attorno a un punto fisso può essere ridotta ad una singola rotazione di angolo θ attorno a un opportuno asse fisso $\hat{n} \in \mathbb{R}^3$, con $\hat{n}$ versore. La coppia $(\theta, \hat{n})$ costituisce la rappresentazione asse-angolo e può essere tradotta in una istantanea interpretazione geometrica: l'asse $\hat{n}$ è l'unica direzione che rimane invariata con la rotazione, e θ misura l'angolo di rotazione attorno a tale direzione. Per convenzione si assume θ positivo per la regola della mano destra e $\theta \in [0^\circ, 360^\circ)$.

La corrispondente matrice di rotazione si ottiene grazie alla formula di **Rodrigues**:

$$\mathbf{R}(\hat{\mathbf{n}}, \theta) = \mathbf{I} + \sin \theta [\hat{\mathbf{n}}]_{\times} + (1 - \cos \theta) [\hat{\mathbf{n}}]_{\times}^2 \quad (5.12)$$

dove $[\hat{\mathbf{n}}]_{\times}$ è la matrice antisimmetrica (o matrice del prodotto vettoriale) associata a $\hat{\mathbf{n}} = (n_x, n_y, n_z)^T$:

$$[\hat{\mathbf{n}}]_{\times} = \begin{pmatrix} 0 & -n_z & n_y \\ n_z & 0 & -n_x \\ -n_y & n_x & 0 \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

Tale matrice possiede una proprietà fondamentale, $[\hat{\mathbf{n}}]_{\times} \mathbf{v} = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{v}$, cioè implementa per qualsiasi vettore $\mathbf{v}$ il prodotto vettoriale tramite moltiplicazione matriciale.

Verifichiamo la formula di Rodrigues. Per il caso di $\theta = 0$ $\mathbf{R} = \mathbf{I}$, corretto. Per $\theta = 180^\circ$, $\mathbf{R} = \mathbf{I} + 2[\hat{\mathbf{n}}]_{\times}^2$. Usando la relazione $[\hat{\mathbf{n}}]_{\times}^2 = \hat{\mathbf{n}}\hat{\mathbf{n}}^T - \mathbf{I}$ (valida per vettori unitari, verificabile per calcolo diretto), si ottiene $\mathbf{R} = 2\hat{\mathbf{n}}\hat{\mathbf{n}}^T - \mathbf{I}$ che è la giusta matrice per una rotazione di mezzo giro.

La rappresentazione asse-angolo è priva di singolarità per $\theta \neq 0$, ma presenta difficoltà pratiche: è indefinita quando $\theta = 0$, l'asse in questo caso è arbitrario, non si presta agevolmente alla composizione di rotazioni, e l'interpolazione tra orientamenti non è banale. Rappresenta però il primo passo verso la rappresentazione tramite quaternioni.

5.4.2 Quaternioni

I quaternioni introdotti da William Robert Hamilton, sono un'estensione dell'algebra dei numeri complessi a quattro dimensioni. Un quaternione ha la forma:

$$q = e_1 + i e_2 + j e_3 + k e_4 \quad e_1, e_2, e_3, e_4 \in \mathbb{R} \quad (5.14)$$

Le unità immaginarie i, j, k non commutano tra loro e soddisfano le regole di moltiplicazione date da Hamilton:

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1 \quad (5.15)$$

$$ij = k, \quad ji = -k, \quad jk = i, \quad kj = -i, \quad ki = j, \quad ik = -j \quad (5.16)$$

Queste relazioni implicano la non commutatività del prodotto: $ij = k$ ma $ji = -k$. Il prodotto è però associativo, proprietà fondamentale per la composizione delle rotazioni.

In notazione compatta questo viene scritto come $q = (w, \mathbf{v})$ con $w = e_1 \in \mathbb{R}$ parte scalare e $\mathbf{v} = (e_2, e_3, e_4)^T \in \mathbb{R}^3$ parte vettoriale. Il sensore Movella DOT fornisce l'orientamento in forma $[WXYZ]$, in cui W è la parte scalare e i restanti termini rappresentano la parte vettoriale.

Le operazioni fondamentali che possono essere eseguite con i quaternioni sono:

- **Norma:**

$$\|q\| = \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2} \quad (5.17)$$

- **Coniugato** di q è $q^* = (w, -\mathbf{v}) = (e_1, -e_2, -e_3, -e_4)$, e si verifica che il prodotto tra quaternioni $qq^* = \|q\|^2$

- **Inverso:**

$$q^{-1} = \frac{q^*}{\|q\|^2} \quad (5.18)$$

Per un quaternione unitario ($\|q\| = 1$) l'inverso coincide con il coniugato $q^{-1} = q^*$.

- **Prodotto quaternionale:** prodotto di due quaternioni $q_1 q_2$ con $q_1 = (w_1, \mathbf{v}_1)$ e $q_2 = (w_2, \mathbf{v}_2)$, ed è definito applicando le regole di Hamilton, raccogliendo per parti scalare e vettoriale:

$$q_1 q_2 = (w_1 w_2 - \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2, w_1 \mathbf{v}_2 + w_2 \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2) \quad (5.19)$$

Il termine $-\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2$ nella parte scalare deriva da $i^2 = j^2 = k^2 = -1$; il termine $\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2$ proviene da $ij = k, jk = i, ki = j$ con i relativi segni. Questo prodotto non gode di commutatività, cambiando l'ordine dei quaternioni il termine con il prodotto vettore cambia segno, da cui $q_1 q_2 \neq q_2 q_1$. Questo prodotto può essere rappresentato dalla moltiplicazione di una matrice 4×4 per un vettore:

$$q_1 q_2 = \begin{pmatrix} e_1 & -e_2 & -e_3 & -e_4 \\ e_2 & e_1 & -e_4 & e_3 \\ e_3 & e_4 & e_1 & -e_2 \\ e_4 & -e_3 & e_2 & e_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{pmatrix} \quad (5.20)$$

Dove e_i sono le componenti di q_1 e f_i le componenti di q_2 .

5.4.3 Quaternioni unitari e rotazioni

Un quaternione unitario ($\|q\| = 1$) rappresenta una rotazione di angolo θ attorno all'asse $\hat{\mathbf{n}}$ come:

$$q = \left(\cos \frac{\theta}{2}, \hat{\mathbf{n}} \sin \frac{\theta}{2} \right) \quad (5.21)$$

Traducendolo in componenti scalari:

$$e_1 = \cos \frac{\theta}{2}, \quad e_2 = n_x \sin \frac{\theta}{2}, \quad e_3 = n_y \sin \frac{\theta}{2}, \quad e_4 = n_z \sin \frac{\theta}{2} \quad (5.22)$$

Definito il quaternione si può ora descrivere la rotazione di un vettore $\mathbf{v}$. Si costruisce il quaternione puro $\mathbf{p} = (0, \mathbf{v})$ e si calcola:

$$\mathbf{p}' = q \mathbf{p} q^{-1} = q(0, \mathbf{v}) q^* \quad (5.23)$$

Il risultato ha parte scalare nulla, e parte vettoriale corrispondente al vettore ruotato $\mathbf{v}'$. I quaternioni q e $-q$ rappresentano la medesima rotazione. Sostituendo infatti con $-q$ nel prodotto, i due segni meno si cancellano lasciando invariato il risultato. Questa proprietà dei quaternioni implica che ogni rotazione ha due "preimmagini", e in sede di elaborazione numerica questa ambiguità va gestita. Prima di comporre o interpolare dei quaternioni successivi è importante verificare che il loro prodotto scalare non sia negativo, e in caso lo fosse negare uno dei due in modo da garantire continuità.

5.4.4 Da quaternione a matrice di rotazione

La matrice di rotazione equivalente al quaternione $q = (e_1, e_2, e_3, e_4)$ è:

$$\mathbf{R}(q) = \begin{pmatrix} 1 - 2(e_3^2 + e_4^2) & 2(e_2e_3 - e_1e_4) & 2(e_2e_4 + e_1e_3) \\ 2(e_2e_3 + e_1e_4) & 1 - 2(e_2^2 + e_4^2) & 2(e_3e_4 - e_1e_2) \\ 2(e_2e_4 - e_1e_3) & 2(e_3e_4 + e_1e_2) & 1 - 2(e_2^2 + e_3^2) \end{pmatrix} \quad (5.24)$$

Verifichiamone i casi limite, per $q = (1, 0, 0, 0)$ (nessuna rotazione) si ottiene $\mathbf{R} = \mathbf{I}$; per $q = (0, 0, 0, 1)$ (rotazione di 180° attorno a z) si ottiene $\mathbf{R}_{11} = 1 - 2(0 + 1) = -1$, $\mathbf{R}_{22} = -1$, $\mathbf{R}_{33} = 1 - 2(0 + 0) = 1$, con i restanti elementi nulli, il che rappresenta la corretta matrice di rotazione.

La simmetria della costruzione garantisce che $\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{I}$ e $\det(\mathbf{R}) = +1$ per qualsiasi q unitario e di conseguenza rispetta le proprietà del gruppo $SO(3)$.

Per eseguire invece una conversione inversa da matrice a quaternione si sfrutta la traccia (somma delle componenti sulla diagonale principale) della matrice $\mathbf{R}$ per il calcolo di e_1 :

$$\text{tr}(\mathbf{R}) = \mathbf{R}_{11} + \mathbf{R}_{22} + \mathbf{R}_{33} = 3 - 4(e_2^2 + e_3^2 + e_4^2) = 4e_1^2 - 1 \implies e_1 = \frac{1}{2}\sqrt{1 + \text{tr}(\mathbf{R})} \quad (5.25)$$

Mentre le componenti vettoriali si recuperano dagli elementi antisimmetrici:

$$e_2 = \frac{R_{32} - R_{23}}{4e_1}, \quad e_3 = \frac{R_{13} - R_{31}}{4e_1}, \quad e_4 = \frac{R_{21} - R_{12}}{4e_1} \quad (5.26)$$

Questa formulazione presenta instabilità quando $e_1 \approx 0$ (rotazione di circa 180°), in questi casi si adottano soluzioni alternative che non discutiamo.

5.4.5 Derivata del quaternione e integrazione cinematica

Il Movella DOT produce come output dell'algoritmo SDI una quantità denominata Δq : si tratta dell'incremento di orientamento tra un campione e il successivo, espresso esplicitamente in forma di quaternione (Movella Inc., 2023). Questo output risulta utile in aggiunta all'orientamento filtrato e all'accelerazione libera forniti dall'XKF Core, in quanto rappresenta il contributo grezzo della sola integrazione inerziale, ancora privo della correzione del filtro di Kalman. Esso consente quindi all'utente di implementare algoritmi di fusione personalizzati o di accedere direttamente agli incrementi cinematici per applicazioni specifiche. Il fatto che i quaternioni siano al centro dell'intero sistema di stima dell'orientamento è coerente con

le proprietà elencate precedentemente: assenza di singolarità, efficienza computazionale, e stabilità numerica.

Per comprendere il legame tra misura grezza del giroscopio e Δq è utile ottenere la relazione cinematica fondamentale. Dato un quaternion $q(t)$ che descrive l'orientamento all'istante t , e sia $\omega(t) = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T$ la velocità angolare istantanea. La derivata temporale del quaternion risulta essere:

$$\dot{q} = \frac{1}{2} q (0, \omega) \quad (5.27)$$

Sviluppando il prodotto quaternionale si ottengono quattro equazioni differenziali:

$$\begin{pmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \\ \dot{e}_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -e_2 & -e_3 & -e_4 \\ e_1 & -e_4 & e_3 \\ e_4 & e_1 & -e_2 \\ -e_3 & e_2 & e_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \quad (5.28)$$

Il sistema è inoltre lineare nel quaternion per ω assegnato.

Una proprietà fondamentale di questa equazione è la conservazione automatica della norma lungo le soluzioni esatte. Derivando il vincolo $\|q\|^2 = 1$ rispetto al tempo:

$$\frac{d}{dt} \|q\|^2 = 2(e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + e_3 \dot{e}_3 + e_4 \dot{e}_4) = 0 \quad (5.29)$$

la quale si verifica sostituendo e_i : tutti i termini si annullano a coppie per antisimmetria. Nell'integrazione numerica discreta, gli errori di troncamento deteriorano lentamente la norma, per questo si rinormalizza dopo ogni passo:

$$q_{k+1} \leftarrow \frac{q_{k+1}}{\|q_{k+1}\|} \quad (5.30)$$

Questa operazione è computazionalmente stabile e garantisce la stabilità a lungo termine dell'integrazione.

5.5 Librerie software

5.5.1 Classe quaternion.m per MATLAB

Nel presente lavoro l'elaborazione dei dati acquisiti è stata svolta per buona porzione del lavoro nell'ambiente MATLAB, adottando come libreria principale *quaternion.m* sviluppata da Mark Tincknell (Tincknell, 2013). Questa implementa la totalità delle operazioni sui quaternioni utili per applicazioni di navigazione e dinamica rotazionale. Il punto di forza essenziale per il processing è la completa vettorizzazione di tutti i metodi: lavorando su interi array senza cicli espliciti.

La classe supporta diverse rappresentazioni adattandosi alle convenzioni di ingresso dei dati:

- *quaternion*($[e_1, e_2, e_3, e_4]$) - da array a quattro componenti scalari.
- *quaternion*(v_1, v_2, v_3) - quaternion puro ($w = 0$) (parte scalare nulla) da tre componenti vettoriali.
- *quaternion.angleaxis*(*angle*, *axis*) - da rappresentazione asse-angolo, con angolo in radianti e asse vettore unitario 3×1 .
- *quaternion.eulerangles*(*axes*, *angles*) - da angoli di Eulero nella sequenza specificata come stringa (es. '321' per la sequenza ZYX, '123' per XYZ).
- *quaternion.rotationmatrix*(*R*) - da matrice di rotazione 3×3 con $\det(\mathbf{R}) = +1$, con gestione numerica stabile del caso $e_1 \approx 0$.

Sono presenti dei metodi di conversione inversa:

- *RotationMatrix*(*q*) - restituisce la DCM 3×3 equivalente.
- *EulerAngles*(*q*, *axes*) - restituisce la terna di angoli nella sequenza specificata.
- *AngleAxis*(*q*) - restituisce la coppia (*angle*, *axis*) equivalente in radianti e vettore unitario.

Nella pratica del post processing di serie temporali IMU, l'operazione più frequentemente impiegata è la rotazione di vettori tra sistemi di riferimento, realizzata tramite il metodo *RotateVector*(*q*, *v*) che esegue la rotazione del vettore.

5.5.2 Ambiente Python

Per la componente del lavoro sviluppata in Python, le operazioni di manipolazione dell'orientamento sono state condotte tramite due librerie fondamentali: *NumPy* per l'algebra lineare vettorizzata e *scipy.spatial.transform.Rotation* per la gestione delle rappresentazioni dell'orientamento.

NumPy costituisce la base computazionale dell'intero ecosistema scientifico Python: fornisce il tipo *ndarray* e le operazioni vettorizzate su di esso (prodotti matriciali, norme, trasposizione).

scipy.spatial.transform.Rotation è il modulo della libreria SciPy dedicato alle rotazioni in tre dimensioni. Implementa le conversioni tra tutte le rappresentazioni discusse, con pieno supporto alla vettorizzazione su sequenze di rotazioni.

Le principali operazioni disponibili sono:

- *Rotation.from_quat*(*q*) - costruisce una rotazione a partire da un quaternione.
- *Rotation.from_matrix*(*R*) - costruisce una rotazione a partire da una matrice di rotazione 3×3 .
- *Rotation.from_euler*(*seq*, *angles*) - costruisce una rotazione a partire da angoli di Eulero nella sequenza specificata.
- *.apply*(*v*) - ruota un vettore o un array di vettori, equivalente al *RotateVector*(*q*, *v*) della classe *quaternion.m*.

Un aspetto critico di cui però bisogna tenere conto è la convenzione di ordinamento delle componenti del quaternion. In questo caso infatti non abbiamo come per il Movella DOT $[WXYZ]$ ma bensì $[XYZW]$, un mancato adeguamento di questa convenzione produrrebbe errori sistematici sull'orientamento stimato che non portano ne eccezioni nè messaggi di errore.

6. Modelli biomeccanici

Lo studio quantitativo della pedalata richiede la definizione di un modello matematico capace di rappresentare il comportamento meccanico del sistema formato da uomo e bicicletta.

Un modello biomeccanico è una semplificazione della realtà anatomica: individua le strutture rilevanti per il fenomeno che dobbiamo analizzare, ne formalizza le proprietà geometriche e fisiche più rappresentative, e permette di derivare grandezze cinematiche e dinamiche a partire da misure sperimentali. Questo capitolo illustra i fondamenti teorici dei modelli adottati nella biomeccanica della pedalata, con riferimento alla letteratura e agli strumenti software disponibili.

6.1 Descrizione del gesto nel piano sagittale

La pedalata è un gesto motorio ciclico in cui l'arto inferiore interagisce con un meccanismo a manovella (la pedivella), caratterizzato dalla geometria della bicicletta. Dal punto di vista meccanico, il sistema può essere ricondotto a una **catena cinematica chiusa**: l'anca è fissata alla sella e il piede al pedale, il quale percorre un moto circolare e di raggio pari alla lunghezza della pedivella. Il resto della catena, deve adattarsi istante per istante al doppio vincolo andando a determinare la cinematica delle articolazioni intermedie (ginocchio e caviglia).

La componente predominante del movimento si svolge nel piano sagittale, ovvero il piano contenente l'asse di avanzamento della bicicletta. Le analisi condotte con sistemi IMU in ambito ciclistico mostrano che la validità delle misure è superiore per le componenti nel piano suddetto rispetto a quelle nei piani frontale e trasverso, in accordo con la biomeccanica del gesto (Zhu et al., 2026).

La natura ciclica del gesto consente di descrivere tutte le grandezze di interesse (angoli articolari, velocità, momenti, potenza) in funzione dell'angolo di pedivella θ , convenzionalmente nullo al PMS e pari a 180° al PMI. Il ciclo di pedalata può essere scomposto in quattro fasi caratteristiche (Legnani et al., 2018, cap. 11):

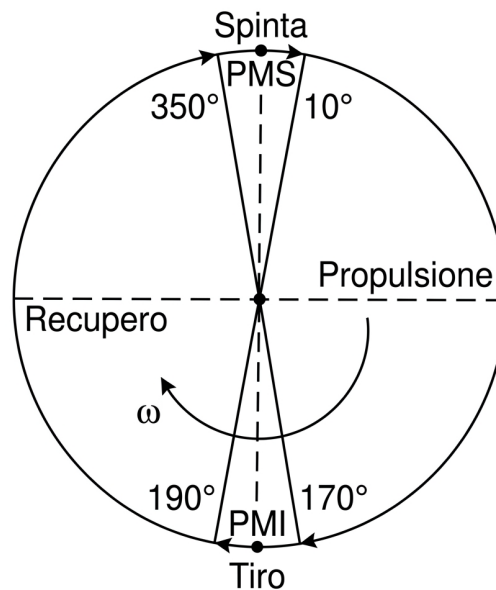


Figura 6.1: Rappresentazione schematica delle quattro fasi della pedalata in funzione dell'angolo di pedivella (Legnani et al., 2018, cap. 11).

1. **Spinta in avanti:** in corrispondenza del punto morto superiore (PMS).
2. **Pressione o fase propulsiva:** l'arto inferiore esercita la massima spinta al pedale, anca e ginocchio si estendono simultaneamente generando la maggior parte della potenza del ciclo. ($\theta \approx 10 - 170^\circ$).
3. **Tiro:** in corrispondenza del punto morto inferiore (PMI), il quale viene superato per inerzia e grazie alla spinta esercitata dall'altra gamba.
4. **Sollevamento o recupero:** con risalita e successiva inversione del moto ($\theta \approx 190 - 350^\circ$).

La rappresentazione in funzione di θ è particolarmente funzionale perché rende i risultati indipendenti dalla cadenza e permette il confronto tra cicli consecutivi e soggetti diversi, la sfrutteremo nei capitoli successivi per l'analisi cinematica.

6.2 Modelli 2D a segmenti rigidi e coppie rotoidali

Il modello più diffuso per la pedalata nel piano sagittale rappresenta l'arto inferiore come un insieme di corpi rigidi (di forma allungata) collegati da *coppie rotoidali*, cioè giunti che presentano un unico grado di libertà (rotazione nel piano).

L'ipotesi di corpo rigido implica che le dimensioni di ciascun segmento non varino durante il moto: questa approssimazione è accettabile per le strutture ossee, ma introduce come già detto precedentemente un errore dovuto allo spostamento relativo della cute e dei tessuti molli rispetto all'osso sottostante (STA, soft tissue artifact). Leardini et al. (2005) identificano lo STA come la principale sorgente di errore nell'analisi del movimento umano, poiché invalida l'assunzione di rigidità del corpo alla base del modello segmentale.

6.2.1 Catena cinematica

La catena cinematica che descrive il tronco e l'arto inferiore del ciclista è composta da cinque segmenti nel piano sagittale (questa può essere ridotta o modulata in funzione delle necessità, per esempio implementando anche la rappresentazione di un arto superiore): busto superiore, bacino, femore, tibia e piede. Ciascun segmento i è caratterizzato dalla propria lunghezza l_i , misurata tra i centri articolari ai suoi due estremi o per il busto sfruttando come riferimento la colonna vertebrale.

I giunti che collegano due segmenti sono modellati come coppie rotoidali ideali. Formando una struttura complessiva propria di un *meccanismo a cinque barre*, in cui il vincolo di chiusura è imposto dalla distanza fissa tra il centro della pedivella e la posizione dell'anca.

6.2.2 Angoli assoluti e relativi

La configurazione della catena è descritta tramite due categorie di angoli.

Gli angoli **assoluti** rappresentano l'orientamento di ciascun segmento rispetto ad un asse di riferimento globale del piano sagittale, tipicamente quello orizzontale.

Gli angoli **relativi** rappresentano l'angolo compreso tra due segmenti adiacenti alla j -esima articolazione e quindi corrispondono agli angoli di flessione/estensione articolare. Si possono anche ricavare da quelli assoluti dei segmenti che formano il giunto:

$$\phi_{schiena} = \theta_{bustosuperiore} - \theta_{bacino} \quad (6.1)$$

$$\phi_{anca} = \theta_{bacino} - \theta_{femore} \quad (6.2)$$

$$\phi_{ginocchio} = \theta_{femore} - \theta_{tibia} \quad (6.3)$$

$$\phi_{caviglia} = \theta_{tibia} - \theta_{piede} \quad (6.4)$$

Questi essendo relativi sono invarianti rispetto all'orientamento del sistema di riferimento globale e costituiscono le grandezze correlate con il rischio di infortunio e quindi quelle di maggior interesse nella nostra analisi, come detto precedentemente, per esempio, la relazione tra angolo di flessione del ginocchio e patologie da sovraccarico è documentata in letteratura e si trova alla base dei criteri del bike fitting.

6.2.3 Proprietà di massa e inerzia

Per il calcolo delle forze e dei momenti interni, il modello deve essere arricchito con le proprietà inerziali di ciascun segmento: massa m_i , posizione del centro di massa (CoM_i) e momento di inerzia J_i rispetto al proprio asse baricentrico. Poiché la misura diretta di queste quantità su soggetti viventi non è praticabile in maniera non invasiva, si utilizzano le **tavole antropometriche**: relazioni empiriche che esprimono le proprietà di massa fondamentali dei vari segmenti corporei, e che sono ricavate storicamente da studi su cadaveri. Inoltre, vista l'ovvia difficoltà nell'effettuare questo tipo di studi i risultati soffrono di incertezza nei valori presentati (esempio di tavola in Figura 7.20).

Se in queste tabelle non fosse disponibile il momento di inerzia rispetto all'asse di interesse, si può sfruttare il teorema degli assi paralleli di *Huygens - Steiner* secondo cui:

$$J = J_{CoM} + m d^2 \quad (6.5)$$

Dove d è la distanza tra l'asse baricentrico (di cui abbiamo il momento di inerzia) e l'asse di interesse.

Approcci più personalizzati, come quello proposto da Rios Soltero et al. (2014), modellano il singolo segmento corporeo come un tronco di elissoide, dove i semi-assi sono derivati da misure anatomiche effettuate sul soggetto in analisi, ottenendo stime più accurate sui parametri inerziali rispetto alle tavole standard.

In un'ottica simile, Nuzzi et al. (2025) propongono un metodo basato sull'acquisizione di una scansione 3D del soggetto tramite telecamere RGB-D, che permette di ricostruire la forma dei singoli segmenti corporei e stimarne volume e massa. Il confronto con tavole antropometriche ha mostrato risultati coerenti con i dati di riferimento.

Nonostante questi approcci le tavole rappresentano il compromesso migliore tra accuratezza e praticità.

6.3 Modelli diretti e inversi

Nell'ambito della meccanica e della biomeccanica si possono identificare due diverse categorie di problemi: diretto e inverso. Questi riguardano sia la *cinematica* che la *dinamica* del sistema. Il loro utilizzo nel modello a cinque segmenti della pedalata ci permette di ricavare a partire dalle sole orientazioni dei segmenti e dalle forze in gioco, i momenti netti alle articolazioni.

6.3.1 Cinematica diretta e inversa

Il problema cinematico diretto (*forward kinematics*) consiste nel calcolare le posizioni nello spazio dei punti d'interesse della catena (articolazioni ed estremi distali), partendo dagli angoli dei segmenti.

Per la catena aperta planare la soluzione è semplice: partendo da un punto fisso arbitrario, nel nostro caso l'anca, la posizione di ciascun giunto si propaga lungo la catena.

$$\mathbf{p}_{i+1} = \mathbf{p}_i + l_i \begin{pmatrix} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \end{pmatrix} \quad (6.6)$$

dove $\mathbf{p}_i$ è la posizione del giunto prossimale del segmento i -esimo e l_i la sua lunghezza.

Applicando l'equazione (6.6) in sequenza si ottengono tutte le posizioni desiderate. La posizione della punta del piede in particolare descrive una traiettoria quasi circolare che può essere utilizzata come vedremo per stimare l'angolo di pedivella istante per istante.

Il problema cinematico inverso (*inverse kinematics*) consiste invece nel ricavare gli angoli articolari a partire dalle posizioni note dei punti della catena. Questo è il metodo utilizzato dai sistemi optoelettronici, dove i marker rappresentano i punti di interesse e da questi si calcolano gli angoli.

6.3.2 Velocità e accelerazioni angolari

Le velocità angolari e le accelerazioni angolari sono ottenute per derivazione numerica degli angoli articolari nel tempo. A causa della derivazione numerica il rumore presente nel segnale viene amplificato ed è quindi necessario un filtraggio sia degli angoli che delle loro derivate. Ovviamente la scelta della frequenza di taglio dipende dalla frequenza (cadenza) della componente principale, cioè la pedalata.

Le velocità e accelerazioni angolari ottenute, assieme alle posizioni dei centri di massa dei segmenti ottenute per cinematica diretta, forniscono le accelerazioni lineari del CoM necessarie per la dinamica inversa.

6.3.3 Dinamica inversa

La dinamica inversa consente di risalire ai momenti muscolari alle articolazioni partendo dalle forze esterne.

Dobbiamo disporre però delle seguenti quantità per ogni segmento:

- Lunghezza del segmento.
- Posizione del CoM.
- Massa.
- Velocità e accelerazioni lineari del CoM.
- momento di inerzia $J_i = m_i k_i^2$, con raggio di girazione k_i e corretto con il teorema di Huygens-Steiner (6.5) rispetto all'asse articolare.

Le equazioni di Newton-Eulero applicate nella sequenza distale-prossimale (dal piede all'anca), forniscono le forze di reazione articolare e i momenti netti:

$$\mathbf{F}_{j-1} = m_i \ddot{\mathbf{p}}_{\text{CoM},i} - m_i \mathbf{g} + \mathbf{F}_j \quad (6.7)$$

$$\mathbf{M}_{j-1} = J_i \ddot{\theta}_i + \mathbf{M}_j + \mathbf{r}_{\text{CoM}} \times \mathbf{F}_{j-1} - \mathbf{r}_j \times \mathbf{F}_j \quad (6.8)$$

dove $\ddot{\mathbf{p}}_{\text{CoM},i}$ è l'accelerazione del CoM del segmento i -esimo, $\ddot{\theta}_i$ la sua accelerazione angolare, $\mathbf{r}_{\text{CoM}}$ e $\mathbf{r}_j$ sono i vettori di posizione rispettivamente del CoM e del giunto distale rispetto al giunto prossimale.

La procedura inizia dal piede dove la forza esterna $\mathbf{F}_j$ è la reazione del pedale, e si arriva in cascata al momento alla caviglia M_{cav} , successivamente al ginocchio M_{gin} e per finire all'anca M_{anca} .

Prendiamo in esempio il caso del segmento "piede" e si otterrà:

$$F_{x_{tal}} = m_{piede} a_{x_{piede}} - F_{x_{ped}} \quad (6.9)$$

$$F_{y_{tal}} = m_{piede} a_{y_{piede}} + m_{piede} g - F_{y_{ped}} \quad (6.10)$$

$$M_{cav} = J_{piede} \alpha_{piede} - m_{piede} g (x_{compiede} - x_{tal}) - F_{y_{ped}} (x_{ped} - x_{tal}) + F_{x_{ped}} (y_{ped} - y_{tal}) \quad (6.11)$$

È importante sottolineare che questo approccio è quello della dinamica inversa "meccanica": le articolazioni vengono trattate come se fossero attuate direttamente da coppie motrici e il risultato finale della procedura è proprio il momento netto articolare. Un approccio concettualmente diverso è invece quello adottato da software di simulazione muscoloscheletrica come OpenSim, i quali utilizzano la dinamica inversa newtoniana solo per le fasi iniziali, ma una volta individuati i momenti articolari li associano direttamente alle forze esercitate dai singoli muscoli, permettendoci di stimare anche il contributo di ognuno di essi.

6.3.4 Calcolo della potenza

La potenza sviluppata durante la pedalata può essere analizzata in due modi diversi.

Un primo approccio calcola la potenza interna delle singole articolazioni come prodotto tra il momento articolare e la rispettiva velocità angolare:

$$P_j = M_j \cdot \omega_j \quad (6.12)$$

Considerando anca, caviglia e ginocchio si ottiene $P_{tot} = P_{anca} + P_{cav} + P_{gin}$. Tuttavia questo approccio fornisce una stima parziale della potenza totale erogata.

Per un calcolo più preciso si tiene conto delle forze scambiate tra piede e pedale, ottenute grazie a misure sperimentali. Prima di tutto vengono scomposte nel piano sagittale in due componenti: la componente *normale* F_n (perpendicolare al piano di appoggio del pedale) e la componente *planare* F_t (giacente nel piano del pedale, diretta anteriormente rispetto al piede). Da queste si può ricavare la componente di forza efficace che produce coppia:

$$F_e = F_n \sin(\theta_c + \theta_p) + F_t \cos(\theta_c + \theta_p) \quad (6.13)$$

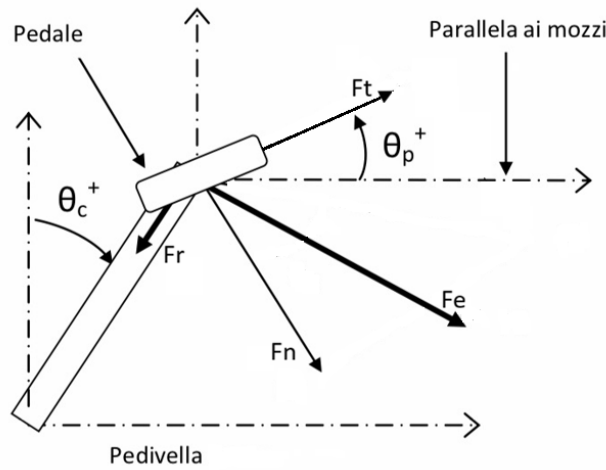


Figura 6.2: Scomposizione della forza applicata al pedale nel piano sagittale: F_t componente planare al pedale, F_n componente normale al pedale, F_e forza efficace (che genera coppia sulla pedivella), F_r componente radiale alla pedivella. θ_c indica l'angolo di pedivella e θ_p l'inclinazione del pedale rispetto all'orizzontale. Adattato da Flore, s.d.

Da questo si ottiene il momento torcente come $T = F_e L_c$ (L_c lunghezza della pedivella) e di conseguenza la potenza istantanea:

$$P = T \omega \quad (6.14)$$

dove ω è la velocità angolare della pedivella. La potenza netta della pedalata si ottiene sommando i contributi dei due pedali, che risulteranno sfasati di 180° . Il risultato sarà una curva avente due picchi per giro, in corrispondenza delle due fasi di spinta, e un valore medio pari alla potenza erogata dal ciclista.

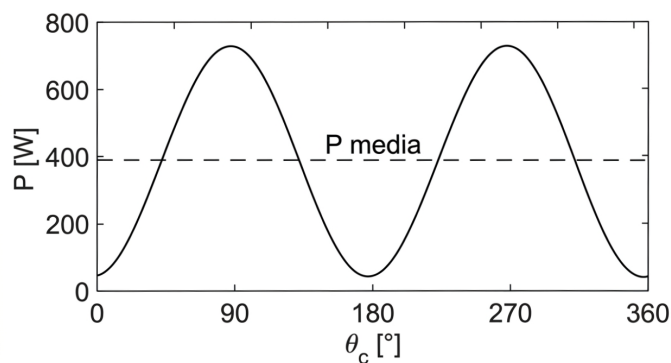


Figura 6.3: Andamento della potenza netta P in funzione dell'angolo di pedivella θ_c , ottenuta sommando i contributi dei due pedali sfasati di 180° . La curva presenta due picchi per giro in corrispondenza delle fasi di spinta; la linea tratteggiata indica la potenza media erogata dal ciclista (Legnani et al., 2018, cap. 11).

6.4 Strumenti per la modellazione

L'implementazione della dinamica inversa per il modello descritto nelle sezioni precedenti richiederebbe la scrittura esplicita delle equazioni. Questo compito è notevolmente agevolato dagli ambienti software dedicati, che possono essere di carattere generico, MATLAB/Simulink (specialmente il toolbox Simscape Multibody) oppure specifici per applicazioni biomeccaniche (OpenSim), e quindi dotati dell'implementazione di dettagli anatomici. In quest'ottica MATLAB e Simulink hanno costituito l'ambiente principale di sviluppo, dove è stato realizzato l'intero flusso di analisi che va dall'elaborazione dei dati dei sensori al calcolo dei momenti articolari. I risultati riguardanti le coppie articolari ottenuti tramite Simulink sono stati confrontati con quelli prodotti da OpenSim, software dedicato all'analisi muscoloscheletrica. Infine la parte di maggiore interesse (analisi degli angoli articolari) è stata trasposta in python, con l'obiettivo di renderla accessibile in forma gratuita.

6.4.1 MATLAB

MATLAB rappresenta l'ambiente principale per il post-processing offline dei dati acquisiti. Consente di implementare in maniera efficiente tutti gli step, dalla definizione degli angoli articolari, alla derivazione con filtraggio e per finire la simulazione da cui si ottengono i momenti articolari. La possibilità di gestire direttamente quaternioni, signal processing, visualizzazione di risultati e animazioni in un singolo ambiente, lo rende particolarmente adatto alla prototipazione.

6.4.2 Ambiente multibody: Simscape Multibody

Simscape Multibody (componente del toolbox di MATLAB/Simulink) consente di costruire modelli grafici di sistemi a **corpi rigidi**, in cui i vincoli cinematici, i parametri inerziali e le forze esterne sono definiti tramite blocchi interconnessi.

Nel caso della pedalata ogni segmento è rappresentato tramite un blocco, per ciascuno sono specificate le proprietà inerziali (massa, posizione CoM e tensore di inerzia) e sono collegati gli uni agli altri tramite coppie rotoidali. Le traiettorie angolari misurate dalle IMU vengono imposte come ingressi di moto ai giunti, e allo stesso modo viene applicata la forza reattiva del pedale sul piede. Il software, conoscendo questi ingressi, calcola istante per istante il momento ai giunti, cioè il momento agente sulle varie articolazioni. Dal punto di vista dell'utente questo avviene attraverso un'interfaccia grafica basata su blocchi, ma internamente il software risolve le stesse equazioni descritte in precedenza.

6.4.3 OpenSim

OpenSim è una piattaforma open-source per la simulazione muscoloscheletrica che incorpora geometria dettagliata dei muscoli, dei tendini e dei vincoli articolari tridimensionali.

Il flusso di lavoro standard consiste in:

1. **Scalatura del modello:** le dimensioni del modello di riferimento caricato vengono scalate in funzione di quelle rilevate sul soggetto in fase sperimentale. A differenza di quanto avviene su Simscape, dove non esiste un processo di scalatura ma viene fatto tutto partendo dai dati dell'utente.
2. **Cinematica inversa:** le traiettorie articolari misurate vengono passate come input

(proprio come avviene su Simscape), ma possono essere ricavate in automatico dal software passando le posizioni dei vari marker, se presenti.

3. **Dinamica inversa:** i momenti alle articolazioni vengono calcolati combinando la cinematica con le forze esterne (anch'esse caricate come file esterno).
4. **Ottimizzazione e calcolo delle forze e attivazioni muscolari:** a partire dai momenti articolari netti ottenuti al passo precedente, viene stimato il contributo delle singole forze muscolari. Questo è reso possibile grazie alla maggiore complessità di definizione del modello muscoloscheletrico rispetto a Simscape.

6.5 Modello adottato

Il modello biomeccanico utilizzato in questo lavoro combina ciò che è stato descritto precedentemente in un flusso di analisi che procede dalla misura degli orientamenti fino al calcolo dei momenti articolari.

Catena cinematica.

Si adotta un modello a cinque segmenti rigidi collegati da coppie rotoidali: busto superiore, bacino, femore, tibia e piede. Le lunghezze segmentali sono misurate direttamente sul soggetto o ottenute tramite marker durante i confronti; i parametri inerziali sono ricavati dalle tavole antropometriche.

Ingresso cinematico.

I cinque sensori Movella DOT, forniscono l'orientamento dei segmenti su cui sono posizionati, da questi si ricavano gli angoli articolari, quelli assoluti e le posizioni delle articolazioni.

Velocità e accelerazioni.

Le velocità e accelerazioni angolari sono ottenute per derivazione numerica degli angoli.

Forze esterne.

Le forze all'interfaccia piede-pedale sono stimate grazie alla coppia torcente T registrata durante le prove o ricavata dalla potenza media sviluppata, e decomposte nelle due componenti verticali e orizzontali del piano sagittale, in funzione dell'angolo di pedivella.

Dinamica inversa

Per finire vengono importate queste grandezze negli ambienti di simulazione dai quali si ottengono i momenti alle articolazioni.

7. Implementazione del modello

Il sistema descritto in questo capitolo, comprendente sia la componente di acquisizione e analisi in tempo reale sia quella di elaborazione offline, è stato interamente sviluppato nel corso del presente lavoro di tesi, sulla base delle librerie open-source disponibili e dell'SDK proprietario fornito da Movella per l'interfacciamento con i sensori DOT.

7.1 Architettura generale del sistema

Il sistema implementato si articola in due distinti tipi di analisi legati alle due modalità operative previste: analisi in tempo reale, solo durante le sessioni di laboratorio, ed elaborazione offline dei dati raccolti durante le prove, permettendoci di svolgere test senza vincoli.

L'architettura complessiva può essere sintetizzata come: acquisizione, elaborazione, validazione/analisi. Il confine tra i due metodi sta proprio nel passaggio tra acquisizione e analisi.

La componente di acquisizione è, in entrambi i casi, interamente gestita tramite script Python, realizzati nell'ambiente di sviluppo *Visual Studio Code*. Questa scelta è dovuta a due ragioni complementari. La prima legata all'impiego futuro: Python è un linguaggio open-source che non richiede licenze commerciali, a differenza di MATLAB. La seconda è di natura tecnica: i sensori Movella DOT comunicano via BLE e il codice per il collegamento viene fornito direttamente in versione Python. Una soluzione alternativa sfruttata nelle fasi iniziali dello studio è stata quella di utilizzare Python per la connessione ma effettuando l'analisi su MATLAB, questo era possibile grazie a una connessione simulata tra i due ambienti. Per semplicità di utilizzo, implementazione e modifica si è preferito continuare almeno per la parte online solo su Python.

L'elaborazione offline, viceversa, è implementata in MATLAB, che rimane lo strumento principale per il post-processing, l'analisi cinematica approfondita e il confronto con altri sistemi di riferimento.

7.2 Modalità streaming con analisi online

Librerie e dipendenze.

L'applicazione importa librerie appartenenti a tre diverse categorie: librerie standard di Python, librerie scientifiche di terze parti e librerie specifiche per l'interfacciamento.

Dalla libreria standard vengono utilizzati i moduli *sys* e *os* per la gestione del processo e del filesystem, *csv* per la scrittura dei file di output, *time* per gestire gli intervalli temporali e *datetime* per la generazione dei timestamp usati nella nomenclatura dei file salvati.

Tra le librerie scientifiche, *numpy* viene impiegato per le operazioni vettoriali e per la gestione efficiente degli array di salvataggio. La classe *Rotation* del modulo *scipy.spatial.transform* viene utilizzata per eseguire le operazioni sui quaternioni: composizione di rotazioni, inversione e applicazione ai vettori.

Per l'interfaccia grafica viene utilizzato il framework *PyQt6*, più precisamente le componenti *QtWidgets* (gestione della finestra e dei widget), *QtCore* (timer, segnali) e *QtGui* (elementi grafici di base). La scelta di *PyQt6* rispetto ad alternative più facili è motivata da due requisiti: rendering tridimensionale e la gestione di un loop di aggiornamento ad alta frequenza. Soluzioni alternative hanno prodotto risultati con latenza e problemi di visualizzazione, incompatibili quindi con la frequenza di campionamento dei sensori (60Hz in modalità streaming). Per i grafici temporali viene utilizzata *pyqtgraph*, e per finire il modulo *pyqtgraph.opengl* per la visualizzazione dello scheletro.

Il collegamento con i sensori avviene tramite *movelladot_pc_sdk*, il Software Development Kit proprietario di Movella per piattaforme PC, che fornisce le API necessarie per la rilevazione, connessione, sincronizzazione e acquisizione dei dati dai sensori DOT tramite Bluetooth Low Energy. Con l'SDK vengono anche forniti due file ulteriori: *xdpchandler.py* e *user_settings.py*. Il primo definisce la classe *XdpcHandler*, che gestisce la connessione implementando un sistema di buffering thread-safe (evitare corruzioni dati o errori) per i pacchetti ricevuti, mentre il secondo definisce impostazioni di configurazione.

Configurazione e costanti.

Prima della definizione della classe avviene quella dei parametri globali. *SENSOR_MAP* è un dizionario Python che associa l'indirizzo MAC bluetooth di ciascun sensore al proprio identificativo numerico (da 1 a 5) garantendo una corrispondenza fissa tra dispositivo fisico e segmento corporeo indipendentemente dall'ordine con cui avviene la connessione. Per finire vengono definite le lunghezze dei segmenti corporei $l_1 \div l_5$ (espresse in metri), le quali definiscono le dimensioni del modello scheletrico mostrato in diretta.

Architettura e ciclo di vita dell'applicazione.

L'applicazione è implementata come la classe *MovellaApp*, estensione di *QtWidgets.QMainWindow*. Il ciclo di vita completo, dall'avvio alla chiusura, è illustrato in Figura 7.1.

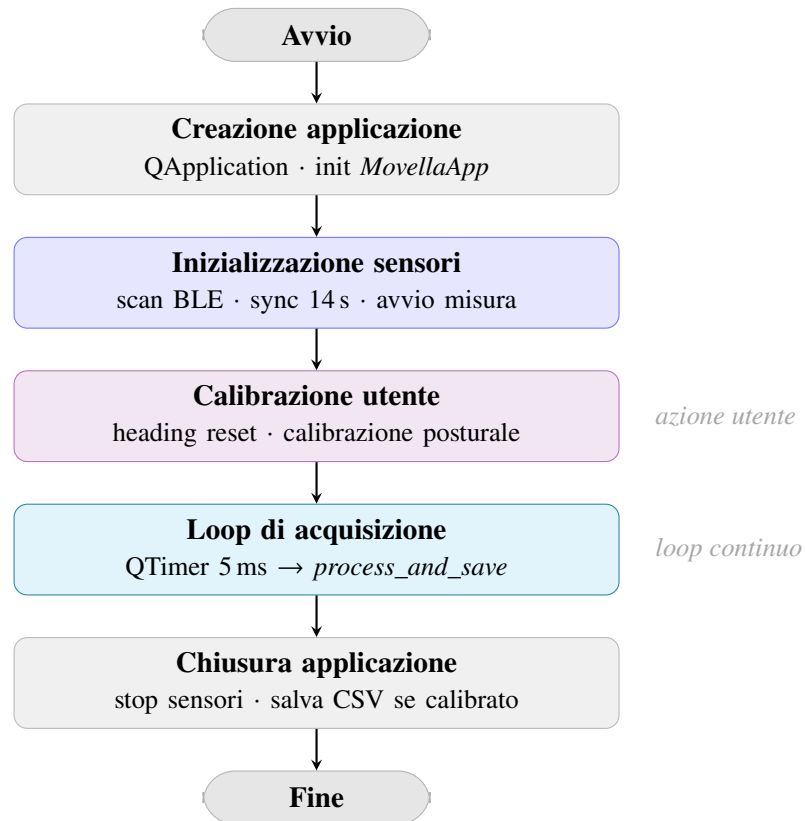


Figura 7.1: Ciclo di vita dell'applicazione *MovellaApp*.

L'avvio segue il pattern standard: viene creata un'istanza di *QApplication*, istanziata la classe *MovellaApp* e ceduto il controllo al loop degli eventi tramite *app.exec()*. Il costruttore *__init__* esegue in sequenza: l'istanziatura dell'*XdpcHandler*, l'inizializzazione delle variabili di stato, dei dizionari necessari, i buffer per lo storico, l'interfaccia grafica e la connessione con i sensori tramite *init_sensors*. Al termine viene avviato il *QTimer* con intervallo di *5ms*, scelto come inferiore al periodo di campionamento ($\approx 16,7ms$ a $60Hz$) per evitare l'accumulo di latenza nel buffer BLE.

L'interfaccia è organizzata in un layout che divide la finestra in un pannello 3D (*GLView-Widget*) e uno di controllo contenente i due pulsanti operativi necessari e due *PlotWidget*: il primo con gli angoli articolari e il secondo per l'abduzione o adduzione dell'anca. Il pulsante "CALIBRA" è disabilitato fino a completamento dello Step-1, cioè il reset dell'heading dei sensori.

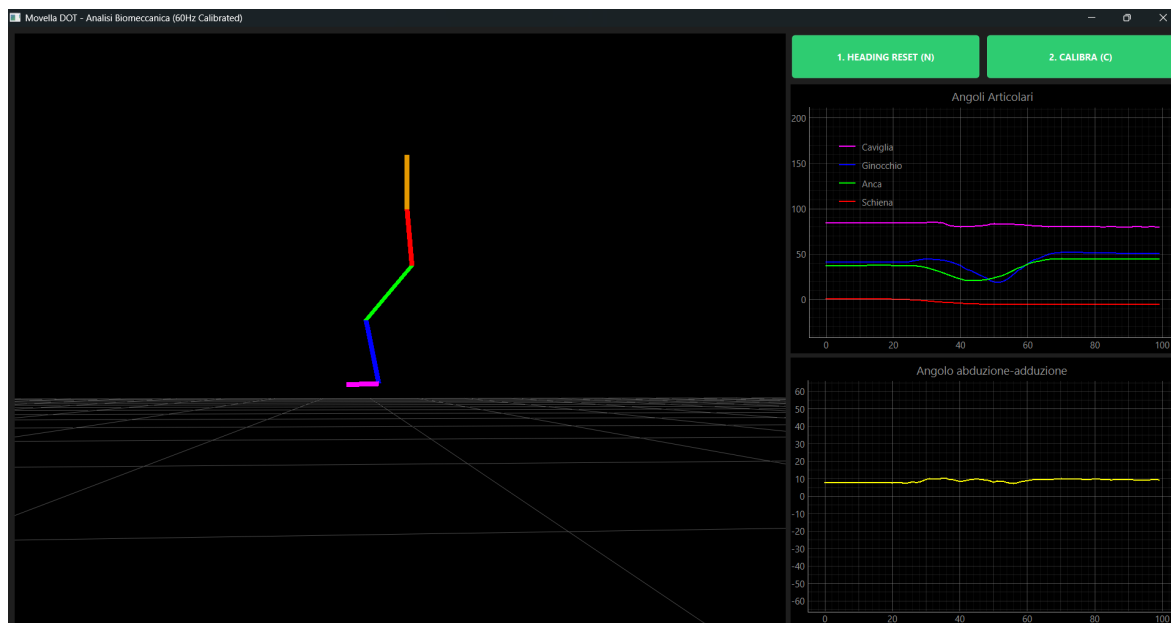


Figura 7.2: Interfaccia dell'applicazione di streaming durante una sessione di acquisizione. A sinistra il modello scheletrico 3D aggiornato in tempo reale; a destra i grafici degli angoli articolari e dell'angolo di abduzione-adduzione dell'anca. I pulsanti verdi indicano la calibrazione completata.

L'inizializzazione dei sensori (*init_sensors*) crea un *XsDotConnectionManager* tramite *Xdp-cHandler*, esegue la scansione BLE, connette i dispositivi, imposta la frequenza di uscita a 60Hz, esegue la sincronizzazione temporale (14s, primo sensore come root node) e avvia la misura in modalità *XsPayloadMode_OrientationQuaternion*.

Il meccanismo di ricezione dati si basa su un'architettura a due thread. Il primo thread interno dell'SDK Movella si occupa di inserire il nuovo pacchetto ricevuto nel buffer interno indicizzandolo per indirizzo MAC. Il thread principale Qt è pilotato da *QTimer* e interroga semplicemente il buffer. Grazie a questa separazione si evitano condizioni di gara, garantendo che nessun pacchetto venga perso o corrotto durante la lettura concorrente.

Procedura di calibrazione.

Prima di poter utilizzare i dati dei sensori per l'analisi sono necessari due passi di calibrazione distinti. Il primo riguarda la calibrazione volta a risolvere il problema di heading: poiché per l'analisi biomeccanica non interessa la direzione cardinale verso cui è rivolto il soggetto, ma solo il movimento relativo tra gli arti, è necessario azzerare questo riferimento e definirne uno arbitrario, allineando tutti i sensori così da rimuovere anche eventuali offset tra di essi.

Il secondo problema riguarda invece il montaggio: poiché ciascun sensore viene montato sull'atleta con un certo margine di imprecisione (angolazione, rotazione rispetto al segmento), è necessario un passo di calibrazione che leghi l'orientamento dato dal sensore a quello reale del segmento corporeo su cui è montato. Per fare ciò è necessario assumere una posizione di riferimento ben nota, la *N-pose*: il soggetto mantiene una posizione eretta, con le braccia lungo i fianchi e i piedi separati senza toccarsi, in maniera tale da avere una posizione standard e ripetibile.

I due passi sono quindi descritti in Figura 7.3. Il salvataggio dati è legato al completamento di entrambi.

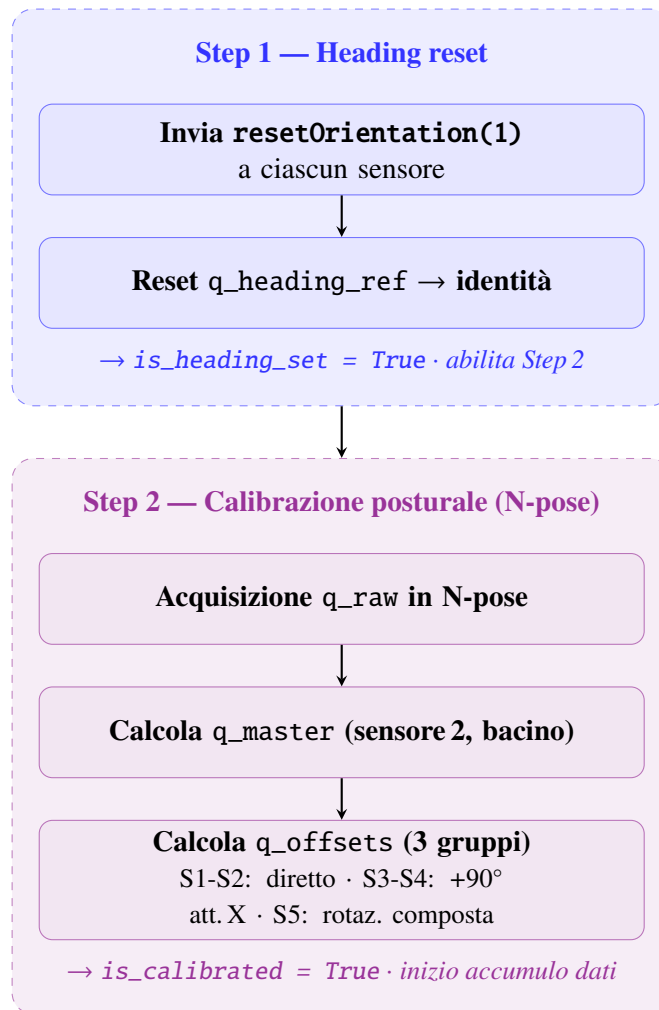


Figura 7.3: Procedura di calibrazione in due passi sequenziali.

Il primo passo (*heading_reset*) invia il comando *resetOrientation(1)* a ciascun sensore tramite SDK, azzerando la componente di heading del firmware DOT.

Nel secondo passo (*calibrate*), con il soggetto in N-pose, il sensore 2 (schiena inferiore/bacino) funge da riferimento master.

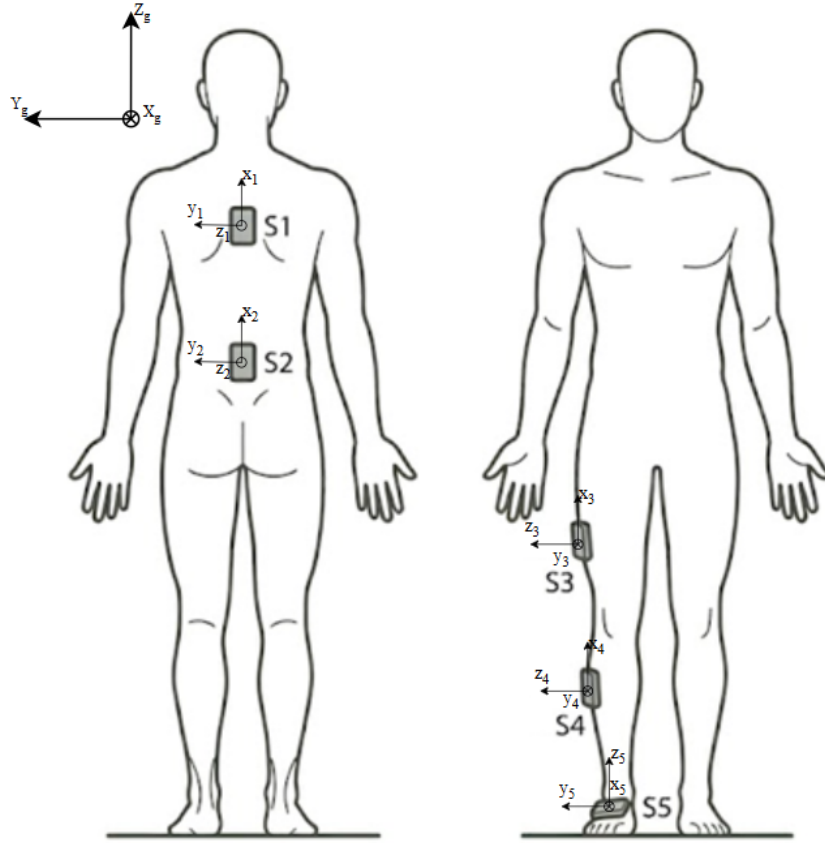


Figura 7.4: Posizionamento dei cinque sensori Movella DOT sul corpo in posizione anatomica di riferimento (N-pose). Vista posteriore (sinistra): sensori S1 e S2 sulla colonna. Vista anteriore (destra): sensori S3 e S4 laterali su coscia e tibia, S5 sul dorso del piede.

Il quaternion target è $\mathbf{q}_{\text{target}} = \mathbf{R}_y(-90^\circ)$, corrispondente all'asse x del sensore orientato verso l'alto.

L'offset del sensore master (sensore 2) viene calcolato a partire dalla sua orientazione grezza $\mathbf{q}_{b2}$, la quale può risultare inclinata rispetto alla verticale a causa della curvatura lombare del soggetto o di un posizionamento non perfettamente accurato. Si trova quindi l'offset rispetto alla direzione di riferimento verticale, basandosi sui quaternioni acquisiti durante la calibrazione. Il master risulta infine dato dal sensore 2 ruotato del suo offset iniziale rispetto alla verticale:

$$\mathbf{q}_{\text{offset}}^{(2)} = \mathbf{q}_{b2}^{-1} \cdot \mathbf{q}_{\text{target}}, \quad \mathbf{q}_{\text{master}} = \mathbf{q}_{b2} \cdot \mathbf{q}_{\text{offset}}^{(2)} \quad (7.1)$$

Per i sensori 3 e 4 (coscia e tibia), montati lateralmente per minimizzare l'artefatto da tessuto molle (STA), una pre-rotazione $\mathbf{R}_x(+90^\circ)$ compensa il diverso montaggio rispetto al sensore master sulla schiena:

$$\mathbf{q}_{\text{offset}}^{(i)} = (\mathbf{q}_{bi} \cdot \mathbf{R}_x(90^\circ))^{-1} \cdot \mathbf{q}_{\text{master}}, \quad i \in \{3, 4\} \quad (7.2)$$

Il sensore 5 (piede) richiede una pre-rotazione composta, essendo posizionato sul dorso del piede. Durante la calibrazione in N-pose, l'asse di riferimento del sensore non risulta allineato alla direzione di calibrazione, sono quindi necessarie due rotazioni: prima -90° attorno all'asse y e poi 180° attorno al nuovo asse x .

$$\mathbf{q}_{\text{offset}}^{(5)} = (\mathbf{q}_{b5} \cdot \mathbf{R}_x(180^\circ) \cdot \mathbf{R}_y(-90^\circ))^{-1} \cdot (\mathbf{q}_{\text{master}} \cdot \mathbf{q}_{\text{target}}^{-1}) \quad (7.3)$$

Il sensore 1 invece è allineato con il master quindi non richiede pre-rotazioni aggiuntive. Il suo offset viene calcolato in questo modo:

$$\mathbf{q}_{\text{offset}}^{(1)} = \mathbf{q}_{b1}^{-1} \cdot \mathbf{q}_{\text{master}} \quad (7.4)$$

Acquisizione ed elaborazione in tempo reale.

La Figura 7.5 descrive il flusso di esecuzione del loop real-time, attivato ogni 5 ms dal *QTimer*. Si tratta del loop principale di acquisizione, eseguito per l'intera durata della sessione: la procedura di calibrazione descritta in precedenza avviene una volta sola, e produce gli offset utilizzati in questa fase ad ogni ciclo del loop.

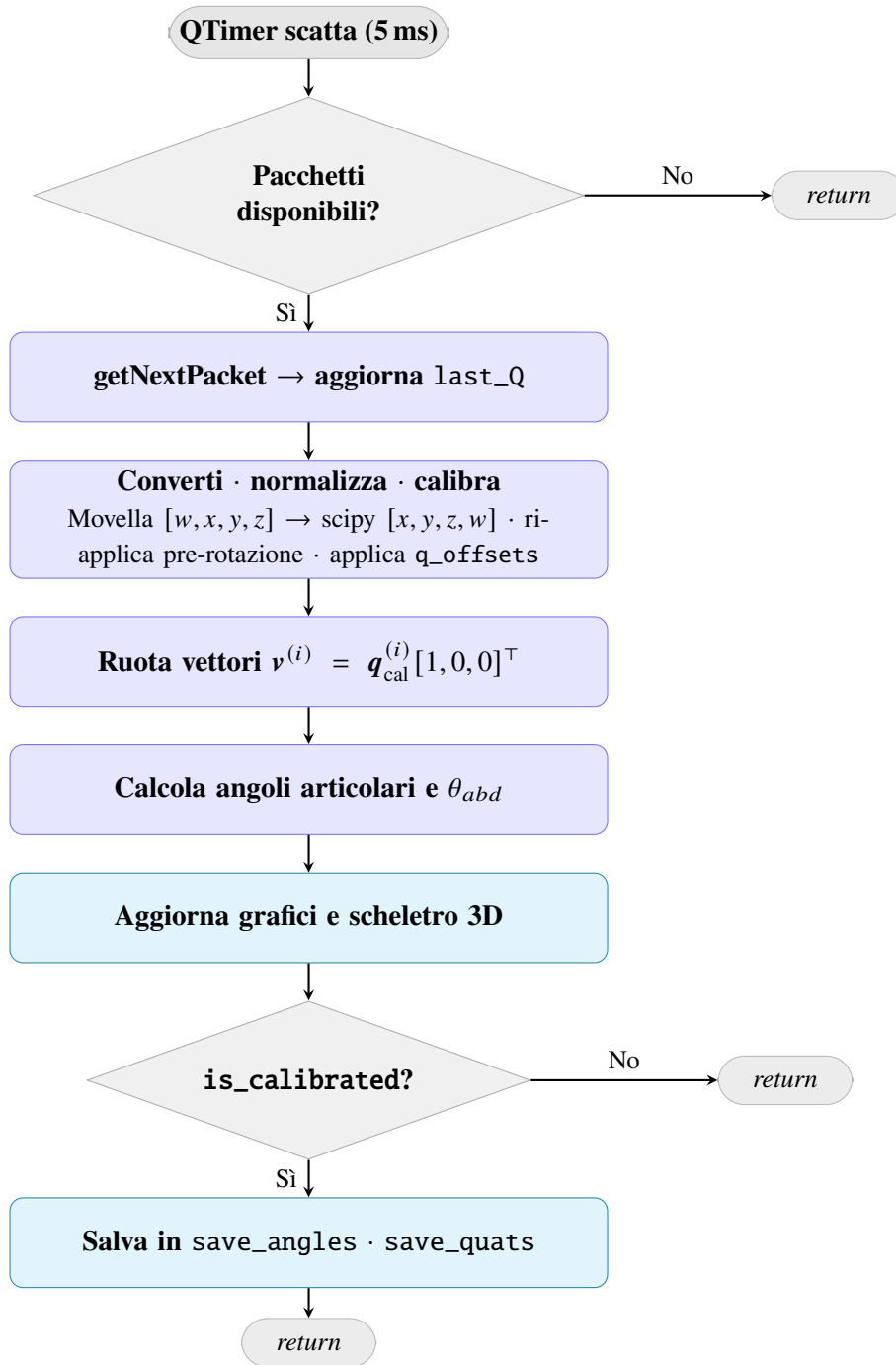


Figura 7.5: Loop di acquisizione ed elaborazione in tempo reale.

Se dei pacchetti sono disponibili nel buffer, vengono estratti e viene aggiornata la variabile di appoggio. Il quaternion viene convertito in formato scipy ($[w, x, y, z]$ a $[x, y, z, w]$) e normalizzato. Il quaternion calibrato finale $q_{cal}^{(i)}$ è calcolato ri-applicando la medesima pre-rotazione usata in fase di calibrazione seguita dall'offset.

Il vettore direzionale di ciascun segmento viene estratto applicando il quaternione calibrato:

$$\mathbf{v}^{(i)} = \mathbf{q}_{\text{cal}}^{(i)} [1, 0, 0]^\top \quad (7.5)$$

Gli angoli articolari di schiena, anca e ginocchio sono espressi come rotazione con segno tra i vettori direzionali dei segmenti adiacenti, calcolata tramite $\arctan2$ sulla combinazione di prodotto scalare e prodotto vettoriale proiettato sull'asse laterale $\hat{\mathbf{n}}$, che viene aggiornato in funzione della direzione in cui il modello è rivolto, restando così sempre ortogonale al piano sagittale.

$$\theta(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \arctan2(s(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \hat{\mathbf{n}}, \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \quad (7.6)$$

con $s = \pm 1$ che gestisce il segno per le varie articolazioni. Secondo la convenzione biomeccanica standard, gli angoli articolari sono definiti nulli in posizione ortostatica (postura anatomica di riferimento, con completa estensione).

$$\theta_{\text{schiena}} = \theta(\mathbf{v}^{(1)}, \mathbf{v}^{(2)}), \quad \theta_{\text{anca}} = \theta(\mathbf{v}^{(2)}, \mathbf{v}^{(3)}), \quad \theta_{\text{ginocchio}} = \theta(\mathbf{v}^{(3)}, \mathbf{v}^{(4)}) \quad (7.7)$$

L'angolo di caviglia, oscillando in un intorno di 90° , lontano da configurazioni critiche, viene calcolato tramite il solo prodotto scalare normalizzato.

$$\theta_{\text{caviglia}} = \arccos\left(\frac{\mathbf{v}^{(4)} \cdot \mathbf{v}^{(5)}}{\|\mathbf{v}^{(4)}\| \cdot \|\mathbf{v}^{(5)}\|}\right) \quad (7.8)$$

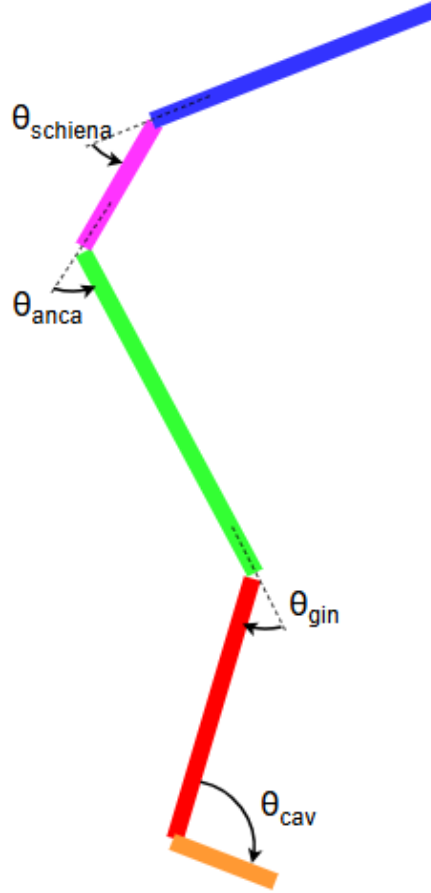


Figura 7.6: Convenzione usata per i quattro angoli articolari, definiti come: $\theta_{schiena}$ tra i due segmenti della schiena, θ_{anca} tra schiena inferiore e coscia, θ_{gin} tra coscia e tibia, θ_{cav} tra tibia e piede.

L'angolo di abduzione-adduzione dell'anca viene estratto dal quaternion relativo

$$\mathbf{q}_{rel} = \left(\mathbf{q}^{(2)}\right)^{-1} \cdot \mathbf{q}^{(3)}:$$

$$\theta_{abd} = 2 \arctan 2(q_x, q_w) \in [-180^\circ, +180^\circ] \quad (7.9)$$

Inoltre applicando le rotazioni corrispondenti ai vettori che rappresentano i singoli segmenti si ottiene la visualizzazione 3D del modello, che viene aggiornato ogni volta che il loop viene ripetuto. Il medesimo ciclo di aggiornamento si applica agli angoli articolari e alla ab/adduzione.

Salvataggio dati.

All'atto della chiusura, *closeEvent* ferma le misurazioni su tutti i sensori connessi. Se entrambi i passi della calibrazione sono stati completati viene creata una cartella e scritti due file CSV contenenti: quaternioni calibrati e log degli angoli. In assenza di calibrazione i dati vengono scartati.

7.3 Modalità registrazione onboard

A differenza della modalità streaming, in cui i dati vengono trasmessi e analizzati in tempo reale, la registrazione onboard sfrutta la memoria interna dei sensori per acquisire dati in completa autonomia con una frequenza di campionamento fino ai $120Hz$. Il PC interviene esclusivamente nelle fasi di configurazione iniziale, dopodiché si disconnette e i sensori si svincolano completamente. Questo approccio è fondamentale se l'obiettivo è fare analisi su strada dove la presenza di un punto di collegamento stabile e costante risulta impraticabile.

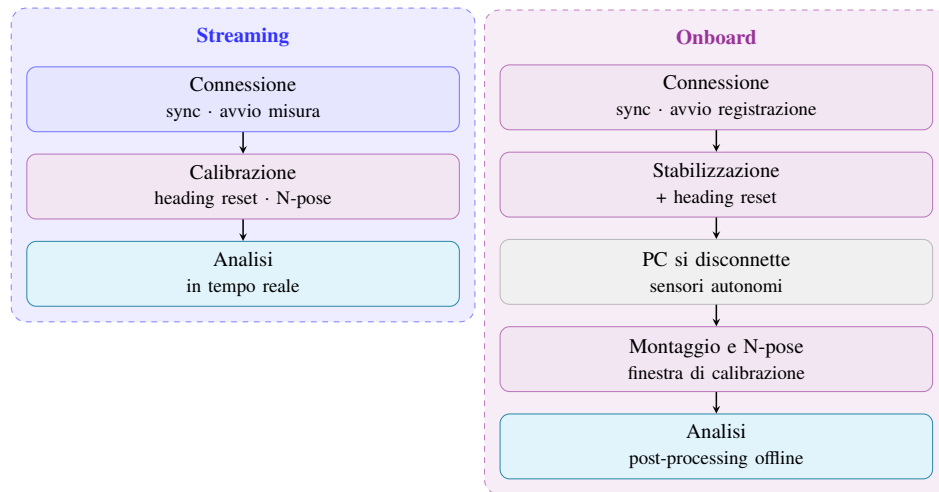


Figura 7.7: Confronto schematico tra le due modalità operative: streaming (analisi in tempo reale, connessione continua) e onboard (registrazione autonoma, analisi in post-processing).

La procedura di registrazione è gestita da uno script Python privo di interfaccia grafica, composto da una sequenza di passi automatici e azioni manuali dell'operatore. La Figura 7.8 ne descrive il flusso completo:

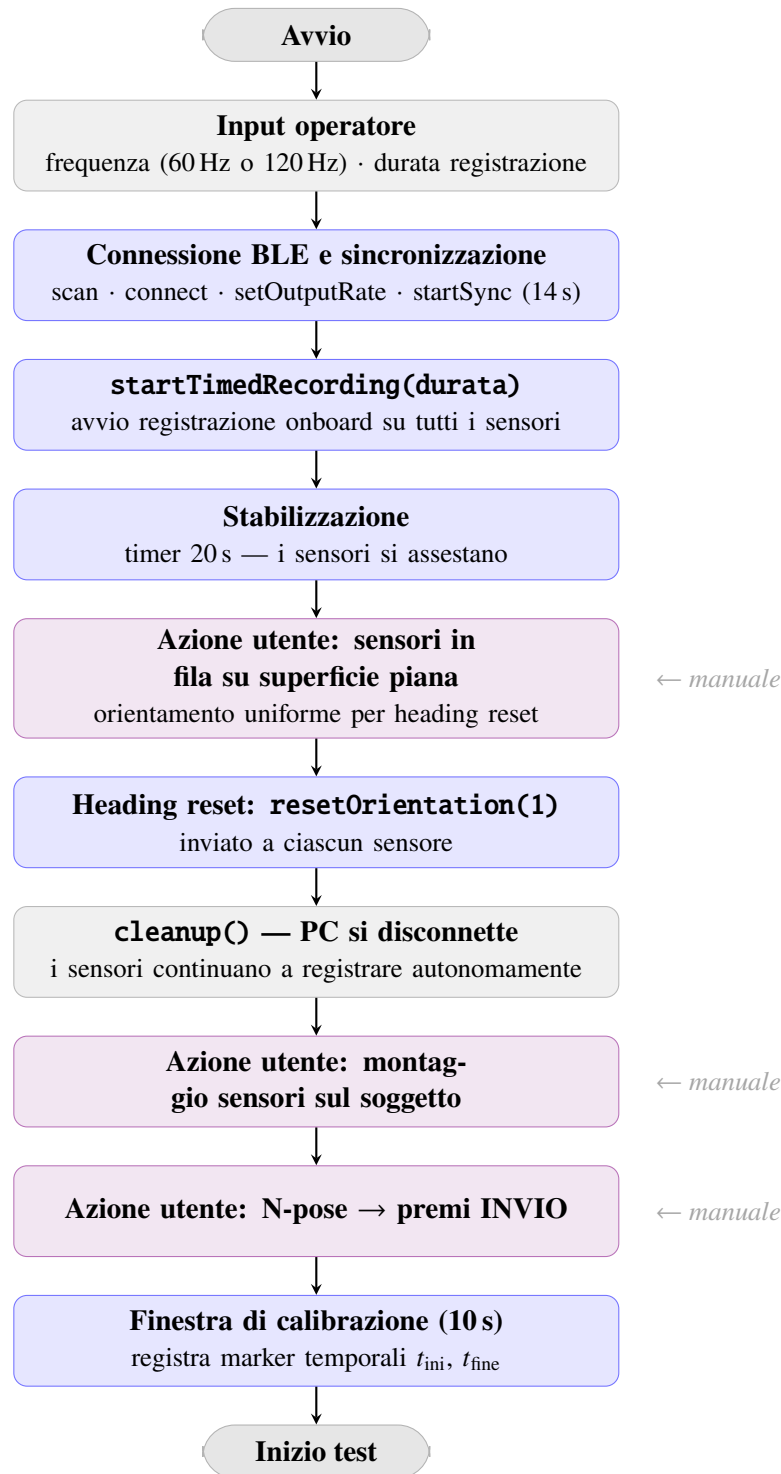


Figura 7.8: Procedura di avvio della registrazione onboard.

All'avvio lo script richiede due parametri: la frequenza di campionamento, selezionabile tra 60Hz e 120Hz , e la durata della registrazione. Permettere la selezione di frequenze più basse, seppur disponibili con i sensori Movella DOT, non avrebbe senso visto il caso studio.

Dopo la connessione e la sincronizzazione, identiche alla modalità streaming, viene avviata l'analisi tramite *startTimedRecording(durata)*, che indica a ciascun sensore di iniziare a

registrare autonomamente in memoria interna per la durata specificata. A differenza di *startMeasurement*, questa modalità non richiede connessione continua con l'interfaccia PC.

L'heading reset viene eseguito, proprio come nell'implementazione streaming, prima del montaggio sul soggetto e con i sensori disposti fisicamente in fila su una superficie piana. Questa sequenza garantisce che tutti i sensori partano da un orientamento di riferimento analogo e indipendente dalla loro posizione sul corpo. Inoltre, appena avvenuto il reset il PC esegue *cleanup()* e si disconnette.

La calibrazione posturale viene identificata temporalmente: l'operatore posiziona il soggetto in N-pose e preme INVIO, avviando un timer di 10s durante il quale il soggetto deve mantenere la posizione, lo script registra timestamp di inizio e fine (t_{ini} , t_{fine} espressi in secondi dall'avvio della registrazione). Questi marker temporali vengono successivamente utilizzati in MATLAB per isolare la finestra di calibrazione all'interno del file registrato.

7.4 Validazione del sistema di misura mediante confronto IMU - VICON

Il sistema Vicon costituisce il riferimento iniziale di validazione per la cinematica articolare del ciclista in ambiente di laboratorio. La procedura di confronto è articolata su tre fasi sequenziali: pre-processing dei dati inerziali acquisiti, pre-processing dei dati optoelettronici e comparazione dei due sistemi.

7.4.1 Pre-processing dati IMU

Parametri iniziali.

All'avvio dello script vengono prima di tutto definiti i parametri globali utili per il funzionamento del sistema, ed i parametri del modello biomeccanico oltre alla libreria per la gestione dei quaternioni (*quaternion*). Le lunghezze dei segmenti corporei utilizzate: $l_1 = 0,410m$ (schiena superiore), $l_2 = 0,120m$ (schiena inferiore), $l_3 = 0,425m$ (femore), $l_4 = 0,420m$ (tibia), $l_5 = 0,200m$ (piede), sono misure antropometriche specifiche del soggetto, rilevate manualmente, per rispecchiare la geometria reale della catena cinematica. Un ultimo parametro fondamentale è quello del tempo di calibrazione $t_{calib} = [95, 101]$ (valori di esempio, variano in base alla prova in analisi), che definisce la finestra temporale di calibrazione.

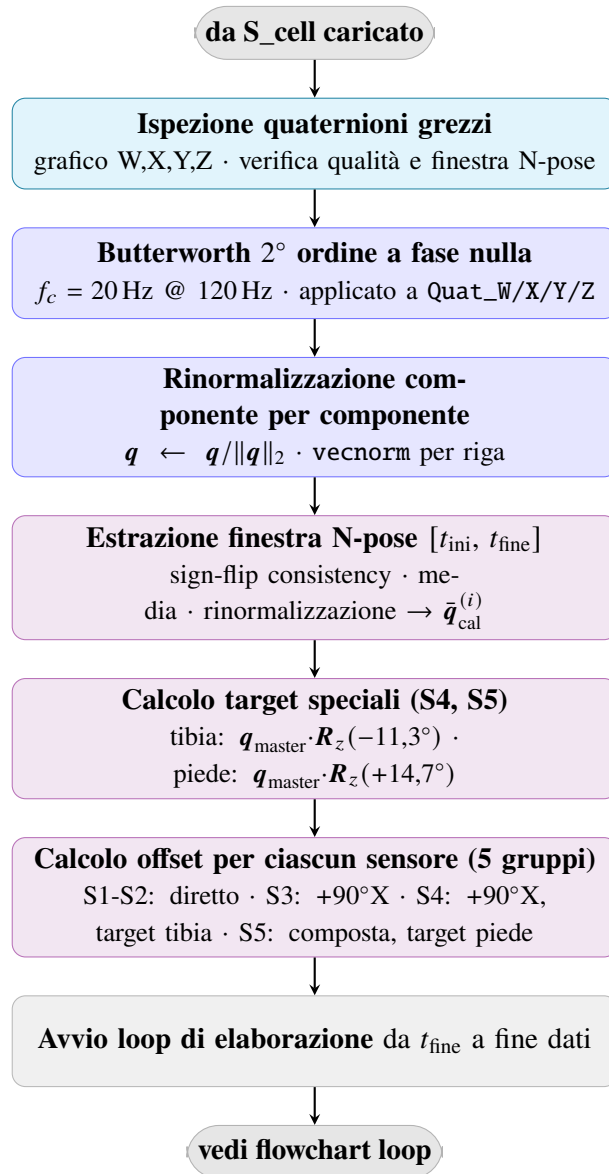


Figura 7.9: Filtraggio e calibrazione del modello IMU offline.

Selezione e caricamento.

Il caricamento dei dati avviene tramite una finestra di dialogo interattiva, che richiede all'utente di selezionare il file del primo sensore, così da individuare la prova e la cartella corrispondente. Vengono caricati di conseguenza tutti i cinque file e vengono estratte le cinque colonne rilevanti per l'analisi:

- *SampleTimeFine*: timestamp interno ad alta precisione del sensore, espresso in microsecondi;
- *Quat_W*, *Quat_X*, *Quat_Y*, *Quat_Z*: componenti del quaternione di orientamento nel formato $[w, x, y, z]$.

Il timestamp *SampleTimeFine* è un contatore interno del sensore espresso in microsecondi. La conversione in secondi avviene garantendo che tutti i sensori partano dallo stesso istante t_0 .

Inoltre i primi secondi di acquisizione vengono eliminati visto che corrispondono alle fasi di stabilizzazione e reset dell'heading, e non sono quindi utili all'analisi.

Filtraggio e normalizzazione.

I quaternioni registrati a bordo dei sensori vengono pre-elaborati con un filtro passa-basso prima di qualsiasi operazione. Il filtro adottato è un Butterworth del secondo ordine, implementato tramite *filtfilt*. La frequenza di taglio $f_c = 20\text{Hz}$ è scelta empiricamente come la frequenza più bassa con effetto visibile sul segnale grezzo.

Il filtraggio viene eseguito sulle singole componenti, ma questo non preserva il vincolo di norma unitaria del quaternion, dopo il filtraggio viene eseguita quindi una normalizzazione riga per riga:

$$\mathbf{q}(k) \leftarrow \frac{\mathbf{q}(k)}{\|\mathbf{q}(k)\|_2}, \quad k = 1, \dots, N \quad (7.10)$$

Calibrazione biomeccanica.

La procedura di calibrazione biomeccanica si differenzia dalla procedura in streaming per tre aspetti fondamentali: l'orientamento del riferimento viene calcolato come media su una finestra di 6s presi all'interno dell'intervallo di calibrazione anziché in modo istantaneo come nello streaming (non si usa l'intero intervallo di 10s per evitare eventuali disallineamenti temporali e movimenti residui).

Il sensore 2 (schiena inferiore/bacino) è anche in questo caso il master. I quaternioni della finestra di N-pose, vengono dapprima orientati in modo consistente al primo campione (gestendone quindi il segno). Quaternioni opposti infatti rappresentano la solita rotazione, ma si cancellerebbero in una media aritmetica, controllare il segno permette che tutti appartengano al solito emisfero. I quaternioni orientati vengono poi mediati e normalizzati:

$$\bar{\mathbf{q}}_{\text{cal}}^{(i)} = \frac{\frac{1}{M} \sum_{k \in \mathcal{W}} \mathbf{q}^{(i)}(k)}{\left\| \frac{1}{M} \sum_{k \in \mathcal{W}} \mathbf{q}^{(i)}(k) \right\|} \quad (7.11)$$

dove $\mathcal{W}$ è l'insieme degli indici della finestra di calibrazione e M la sua dimensione.

Il quaternion di riferimento master e il suo offset vengono calcolati come nello streaming. Le calzature ciclistiche, dotate di tacchetto rigido, impongono una lieve inclinazione anatomica non nulla di tibia e piede in posizione eretta. Grazie a una prova statica con il sistema Vicon è stato possibile misurare tali inclinazioni, ricavando $-11,3^\circ$ per la tibia e $14,7^\circ$ per il piede.

I target di calibrazione per questi due segmenti incorpora quindi le correzioni come rotazioni aggiuntive attorno all'asse z :

$$\mathbf{q}_{\text{target,tibia}} = \mathbf{q}_{\text{master}} \cdot \mathbf{R}_z(-11,3^\circ), \quad \mathbf{q}_{\text{target,piede}} = \mathbf{q}_{\text{master}} \cdot \mathbf{R}_z(+14,7^\circ) \quad (7.12)$$

Mentre per quanto riguarda gli offset di ciascun sensore questi vengono calcolati proprio come nello streaming, con la differenza che i sensori 4 e 5 presentano il target inclinato.

Loop di elaborazione.

L'elaborazione viene eseguita sul segnale a partire dall'istante successivo alla fine della finestra di calibrazione. Per ciascun campione, la catena di operazioni è illustrata nel diagramma seguente:

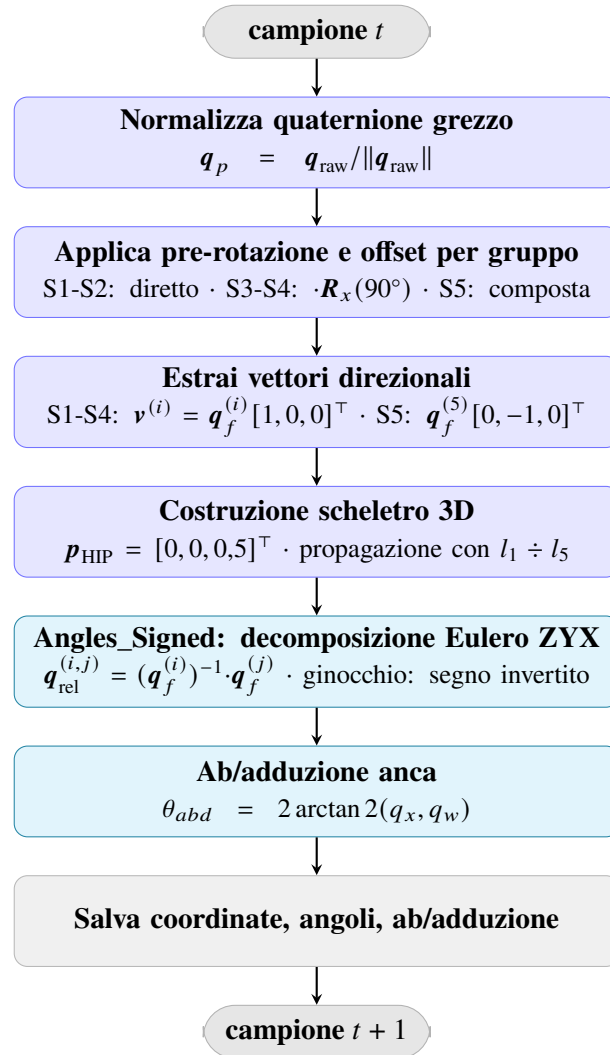


Figura 7.10: Loop di elaborazione per campione — modello IMU offline.

Per ciascun sensore i , il quaternione grezzo viene rinormalizzato e il quaternione calibrato viene ottenuto applicando la pre-rotazione specifica del gruppo, seguita dall'offset.

$$\mathbf{q}_f^{(1,2)} = \mathbf{q}_p \cdot \mathbf{q}_{\text{offset}}^{(i)} \quad (7.13)$$

$$\mathbf{q}_f^{(3,4)} = \left(\mathbf{q}_p \cdot \mathbf{R}_x(90^\circ) \right) \cdot \mathbf{q}_{\text{offset}}^{(i)} \quad (7.14)$$

$$\mathbf{q}_f^{(5)} = \left(\mathbf{q}_p \cdot \mathbf{R}_x(180^\circ) \cdot \mathbf{R}_y(90^\circ) \right) \cdot \mathbf{q}_{\text{offset}}^{(5)} \quad (7.15)$$

Il vettore direzionale di ciascun segmento viene estratto applicando il quaternione calibrato all'asse di riferimento del segmento, per tutti tranne per il piede viene utilizzato l'asse x , per il piede invece si usa $-y$ a causa di come è stata eseguita la calibrazione in questa sessione.

La posizione dei giunti nello spazio viene propagata dalla stessa struttura dello streaming, con l'anca fissa all'origine $[0, 0, 0.5]^\top$ e la catena che si estende lungo i vettori direzionali scalati con le lunghezze dei segmenti indicate precedentemente.

Calcolo degli angoli articolari.

Gli angoli articolari vengono calcolati tramite decomposizione di Eulero in sequenza ZYX sul quaternione relativo tra segmenti adiacenti:

$$\mathbf{q}_{\text{rel}}^{(i,j)} = \left(\mathbf{q}_f^{(i)} \right)^{-1} \cdot \mathbf{q}_f^{(j)} \quad (7.16)$$

$$\theta_{\text{flex}} = \left[\text{EulerAngles} \left(\mathbf{q}_{\text{rel}}^{(i,j)}, \text{ZYX} \right) \right]_Z \quad (7.17)$$

Per la schiena: $\mathbf{q}_{\text{rel}}^{(1,2)}$; per l'anca: $\mathbf{q}_{\text{rel}}^{(2,3)}$; per il ginocchio: $\mathbf{q}_{\text{rel}}^{(3,4)}$. L'angolo di caviglia invece viene calcolato tramite semplice prodotto scalare normalizzato, anziché con la decomposizione di Eulero, usata per le altre articolazioni: trattandosi di un angolo che oscilla in un intorno di 90° durante il ciclo di pedalata, la distinzione di segno non risulta essere rilevante, ed è sufficiente l'ampiezza fornita dall'arcocoseno del prodotto scalare.

Per quanto riguarda l'angolo di abduzione adduzione, questo viene calcolato in maniera analoga a quanto fatto nella modalità streaming.

Visualizzazione, grafici e salvataggio.

Al termine del loop, lo script produce un'animazione 3D dello scheletro aggiornata campione per campione tramite la modifica delle proprietà geometriche degli oggetti senza ridisegnare le figure. Oltre all'animazione vengono anche riportati i grafici riguardanti gli angoli articolari.

Considerato che la prova di validazione è unica ma include diversi trial con pedalate a cadenza e potenza differenti, i dati vengono tagliati nelle finestre temporali corrispondenti e salvati in diversi file *.mat*, in modo da non dover eseguire ogni volta l'analisi completa sull'intera acquisizione.

7.4.2 Pre-processing dati Vicon

Caricamento dati.

Proprio come avviene per il pre-processing IMU anche in questo caso il caricamento dei dati avviene tramite la selezione del file necessario, dal quale vengono poi estrapolati i dati relativi ai marker necessari per l'analisi. La pipeline completa è mostrata in Figura 7.11.

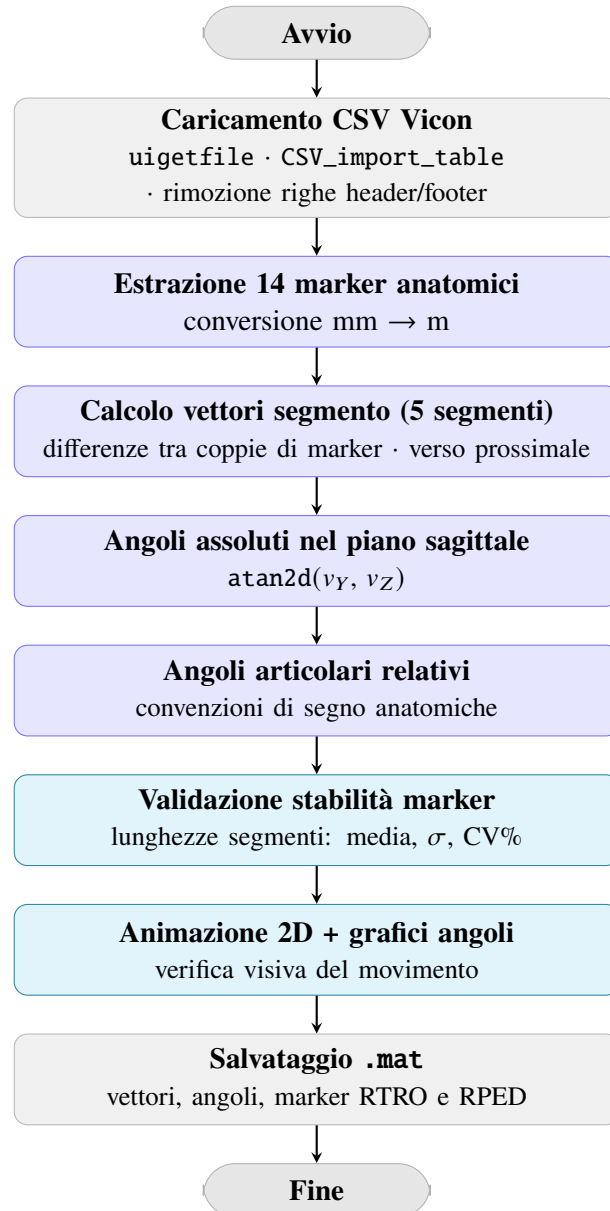


Figura 7.11: Pipeline di pre-processing dei dati Vicon.

I marker rilevanti per la catena cinematica sono:

- C7 - T10, rappresentano la schiena alta.
- T10 - RPSI, rappresentano la schiena inferiore/bacino.
- RTRO - RKNE, rappresentano la coscia.

- RKNE - RANK, rappresentanti la tibia.
- RHEE - RTOE, rappresentanti il piede.
- RPED, necessario per il confronto dati.

Ad ognuno dei marker corrispondono tre colonne all'interno del file CSV, che ne rappresentano la posizione nel volume di lavoro del sistema optoelettronico, espressa in millimetri rispetto al sistema di riferimento.

Elaborazione dati.

A differenza di quanto fatto prima, l'elaborazione dati è molto più veloce e intuitiva, per prima cosa vengono calcolati i vettori per i singoli segmenti come indicato sopra. L'analisi angolare viene condotta nel piano sagittale, identificato dalle componenti y e z del sistema di riferimento Vicon. Per ciascun segmento viene calcolato l'angolo assoluto tramite atan2d , e da questi gli angoli articolari.

Come controllo di qualità viene calcolata per ciascun segmento la lunghezza euclidea tra i marker che lo definiscono, frame per frame:

$$L_{\text{seg}}(t) = \|\mathbf{p}_{\text{pross}}(t) - \mathbf{p}_{\text{dist}}(t)\|_2 \quad (7.18)$$

Se il tracciamento è stabile, questa lunghezza dovrebbe essere costante nel tempo. Vengono quindi riportate media, deviazione standard e coefficiente di variazione percentuale $CV = \sigma/\mu \times 100$: valori di CV superiori a qualche punto percentuale segnalano instabilità nel tracciamento, riconducibile a occlusioni o a eccessivo STA.

Visualizzazione e salvataggio.

Lo script produce un'animazione 2D nel piano sagittale che ricostruisce la catena cinematica a partire dal marker RTRO, utilizzato come origine, propagando i restanti vettori da questo. Vengono inoltre prodotti i grafici di angoli assoluti e relativi nel tempo e stampate le statistiche descrittive di ciascun angolo. Infine i dati necessari per il confronto come: vettori di segmento, angoli articolari e marker utili. Vengono salvati in un file *.mat* che costituisce l'input per lo script di confronto.

7.4.3 Metodologia di confronto IMU – Vicon

Caricamento, ricampionamento e selezione degli intervalli.

I dati elaborati dai due script precedenti vengono caricati in forma *.mat*. I segnali IMU, campionati a 120Hz , vengono ricampionati a 100Hz tramite la funzione *resample*. Il ricampionamento viene applicato a tutti i segnali derivati: angoli, posizioni dei giunti e angolo di abduzione-adduzione.

Poiché le due acquisizioni sono state avviate in maniera differente e indipendente è necessario definire l'intervallo temporale utile per il confronto. Si selezionano quindi due coppie di indici indipendenti ($\text{idx}_s\text{_IMU}$, $\text{idx}_e\text{_IMU}$ per il sistema inerziale e $\text{idx}_s\text{_VICON}$, $\text{idx}_e\text{_VICON}$ per il sistema optoelettronico), identificate manualmente tramite ispezione visiva di entrambi i sistemi. Il numero di campioni utili per il confronto è determinato dal minimo tra i due intervalli.

Il flusso completo è illustrato in Figura 7.12.



Figura 7.12: Pipeline di confronto IMU–Vicon.

Ricostruzione dello scheletro Vicon.

I dati Vicon salvati nel pre-processing contengono i vettori direzionali dei segmenti, non le posizioni dei giunti. La ricostruzione dello scheletro tridimensionale avviene propagando tali vettori a partire dal marker RTRO, assunto come origine della catena cinematica in analogia con il modello IMU. Il marker RTRO viene centrato sottraendo la sua posizione media nell'intervallo selezionato, così da eliminare lo spostamento assoluto del soggetto, e poi viene traslato alla posizione $[0, 0, 0,5]^T$, coincidente con l'origine fissa del modello IMU. Le posizioni dei giunti infine vengono quindi calcolate propagando i vettori di segmento. La traiettoria del marker RPED viene analogamente centrata e traslata così da poterla usare come riferimento per la ricostruzione dell'angolo di pedivella.

Sincronizzazione e verifica visiva.

Prima del confronto quantitativo la sincronizzazione viene verificata in due modi: il primo consiste nel sovrapporre i grafici degli angoli articolari di entrambi i sistemi, il secondo invece consiste in un'animazione 3D affiancata, in cui lo scheletro IMU e quello Vicon vengono aggiornati in modo sincronizzato campione per campione. Tramite l'animazione si può verificare la correttezza della ricostruzione e dei movimenti dei due sistemi.

Confronto delle posizioni dei giunti

Il confronto cinematico a livello delle posizioni dei giunti viene condotto sui 6 punti della catena: schiena superiore, schiena inferiore, anca, ginocchio, caviglia e punta del piede. Per effettuarla bisogna però considerare la differenza dei sistemi di riferimento, che hanno: per il sistema IMU x sagittale, y laterale e z verticale; mentre per il Vicon x laterale, y sagittale e z verticale. Viene quindi calcolata la differenza:

$$\text{bias} = \overline{P_{\text{IMU}} - P_{\text{VICON}}}, \quad \sigma = \text{std}(P_{\text{IMU}} - P_{\text{VICON}}) \quad (7.19)$$

Confronto degli angoli articolari.

Per ciascuno dei quattro angoli articolari il confronto è costituito da una figura a due plot, quello superiore mostra i due segnali sovrapposti, consentendo la valutazione qualitativa della differenza tra i due. Mentre nel subplot inferiore è presente il segnale di errore $e(t) = \theta_{\text{IMU}}(t) - \theta_{\text{VICON}}(t)$ accompagnato da una banda che indica $[\mu_e - \sigma_e, \mu_e + \sigma_e]$ e da una linea orizzontale che mostra il valore medio dell'errore.

$$\text{bias}_\theta = \overline{\theta_{\text{IMU}} - \theta_{\text{VICON}}}, \quad \sigma_\theta = \text{std}(\theta_{\text{IMU}} - \theta_{\text{VICON}}) \quad (7.20)$$

Ricostruzione dell'angolo di pedivella.

Lo script include un'analisi supplementare per la ricostruzione dell'angolo di pedivella da entrambi i sistemi. Tramite il sistema Vicon l'angolo viene ricostruito usando il marker RPED, tramite un metodo a quattro punti per rivoluzione: viene individuato il PMS come massimo valore del marker in z , il punto a 90° come massimo valore in x e di conseguenza i rispettivi minimi che corrispondono a 180° e 270° . Vengono individuati i diversi cicli tramite l'individuazione dei massimi su z (PMS) e successivamente avviene l'interpolazione tra questi 4 punti. Questo permette la compensazione di eventuali variazioni di velocità durante il ciclo, che utilizzando solo il massimo non sarebbe stata possibile.

Tuttavia se RPED nel caso del Vicon, rappresenta proprio il marker sull'asse del pedale, per il sistema IMU non abbiamo niente che sia significativo, ma possediamo l'andamento del marker virtuale relativo alla punta del piede. Questo descrive una traiettoria simile ad un'ellisse che viene, con un fit ai minimi quadrati, riportata ad una circonferenza. La Figura 7.13 mostra un esempio di tale proiezione: i dati originali vengono proiettati sul cerchio fittato prima di procedere con l'interpolazione.

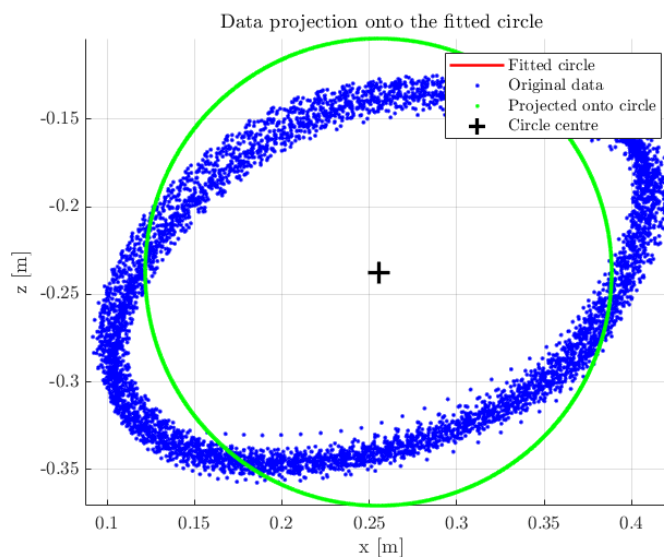


Figura 7.13: Proiezione della traiettoria della punta del piede sul cerchio fittato ai minimi quadrati. In blu i dati originali, in verde i dati proiettati, in rosso il cerchio risultante dal fit.

Da questo fit vengono poi sviluppati due diversi approcci, uno a due soli punti e uno a quattro proprio come nel caso del marker RPED, vengono quindi confrontati i risultati tra il sistema Vicon e quello IMU e quantificata la differenza.

7.5 Validazione del sistema di misura mediante confronto IMU - Opto2DMA

Il confronto tra sistema IMU e sistema optoelettronico 2D utilizzato in ambito professionale di bike fitting presso lo studio Biomeccanica Bodyframe, rappresenta l'ultimo tassello per la validazione. Anche questo svolto tramite file di pre-processing e file di confronto risultati, con ulteriori implementazioni riguardanti le componenti di coppia in gioco.

7.5.1 Pre-processing dati IMU

Parametri iniziali.

All'avvio dello script anche in questo caso vengono prima di tutto definiti i parametri globali necessari per l'analisi. Le lunghezze dei segmenti corporei sono: $l_1 = 0,268m$, $l_2 = 0,269m$, $l_3 = 0,451m$, $l_4 = 0,413m$, $l_5 = 0,140m$ con il sensore 1 posizionato all'altezza di T5. Spostando il sensore corrispondente alla parte alta della schiena su T10 il modello ha lunghezze diverse per i segmenti l_1 e l_2 , rispettivamente: $l_1 = 0,355m$, $l_2 = 0,185m$ (ottenute da misurazioni sul soggetto). In questo caso la finestra di calibrazione è ovviamente diversa rispetto al caso Vicon, ma mantiene l'ampiezza di 10s anche se sempre solo 6s vengono utilizzati l'effettivo calcolo.

Rispetto alla sessione Vicon però viene aggiunta la definizione di un'ulteriore finestra, relativa all'intervallo preso in analisi, questa è necessaria vista la presenza di drift nei dati registrati dai singoli sensori, ed è stata usata per correggere la deriva nel tempo dei risultati soltanto nelle finestre d'interesse.

Caricamento.

Il caricamento avviene in maniera analoga al sistema Vicon: selezione file, caricamento dei cinque CSV, estrazione colonne utili, conversione timestamp in secondi e filtraggio segnale.

Verifica della frequenza di campionamento effettiva.

A differenza del caso Vicon qui viene eseguita una verifica esplicita della frequenza di campionamento reale per ciascun sensore. Questa è stata necessaria dopo aver notato uno sfasamento tra i dati relativi alla singola prova, associabile al sotto-campionamento di un sensore. Di conseguenza il confronto tra i cinque valori consente di rilevare eventuali discrepanze e qualora si verifichi un disallineamento il codice applica un ricampionamento a frequenza corretta per il sensore che ha dato il problema.

Filtraggio e normalizzazione.

La procedura per questa sezione è identica a quella della sessione Vicon: filtro Butterworth del secondo ordine, rinormalizzazione riga per riga e uniformità della lunghezza tra i cinque sensori sfruttando quello con meno campioni.

Correzione del drift di heading.

Questa sezione rappresenta la differenza maggiore tra le due validazioni. I sensori infatti durante questa prova hanno accumulato drift progressivo dell'orientamento attorno all'asse verticale. La correzione avviene agendo in maniera selettiva sull'intervallo definito.

Per ciascun sensore e per ciascuna finestra temporale viene calcolato il quaternioni di riferimento come media nella finestra di calibrazione e il quaternioni attuale, come media dei primi 2s della finestra di correzione. Si definisce quindi il quaternioni differenziale, che esprime la quantità di drift accumulato (visto che il soggetto nel laboratorio essendo vincolato alla bicicletta fissa non ha cambiato il suo heading). Viene quindi estratta la componente di yaw e definito un quaternioni di correzione, che agisce come rotazione pura attorno a z , e viene applicato a tutti i quaternioni nell'intervallo.

La pipeline completa è illustrata in Figura 7.14.

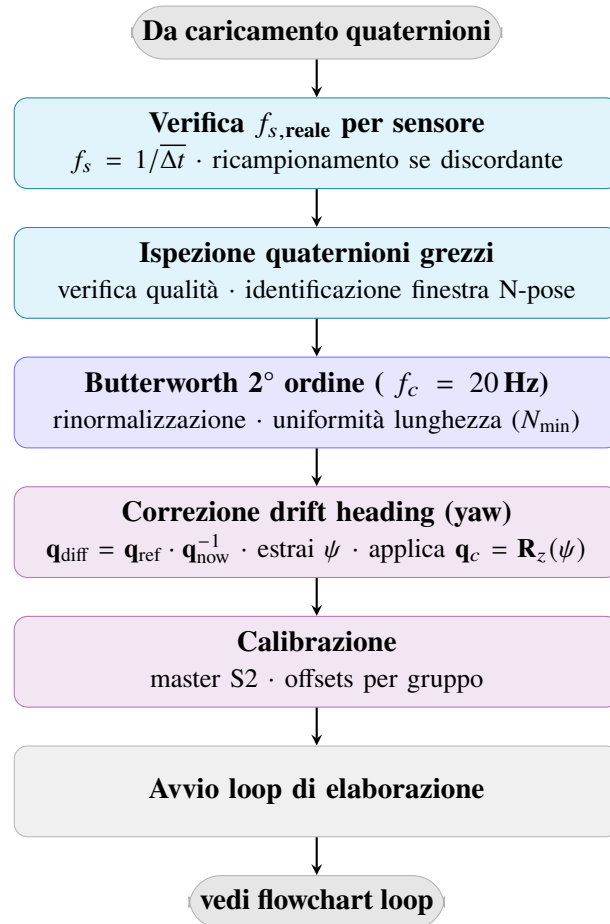


Figura 7.14: Pre-processing IMU per la sessione Opto2DMA: filtraggio, correzione drift e calibrazione.

Calibrazione biomeccanica.

La procedura di calibrazione segue una struttura analoga a quella vista nella sessione di pre-processing precedente. Le differenze rispetto a prima sono solo due: la prima riguarda l'assenza dell'offset iniziale applicato a tibia e piede, questo non è più necessario perché già in fase di calibrazione si è fatto in modo di avere un angolo di caviglia neutro nonostante la presenza delle scarpe da ciclismo. La seconda invece riguarda la direzione del piede che in questo caso è coerente con +x invece di essere direzionato in maniera diversa (−y per il caso Vicon).

Loop di elaborazione.

Il loop di elaborazione resta quindi praticamente analogo a quanto visto per il pre-processing del caso Vicon:

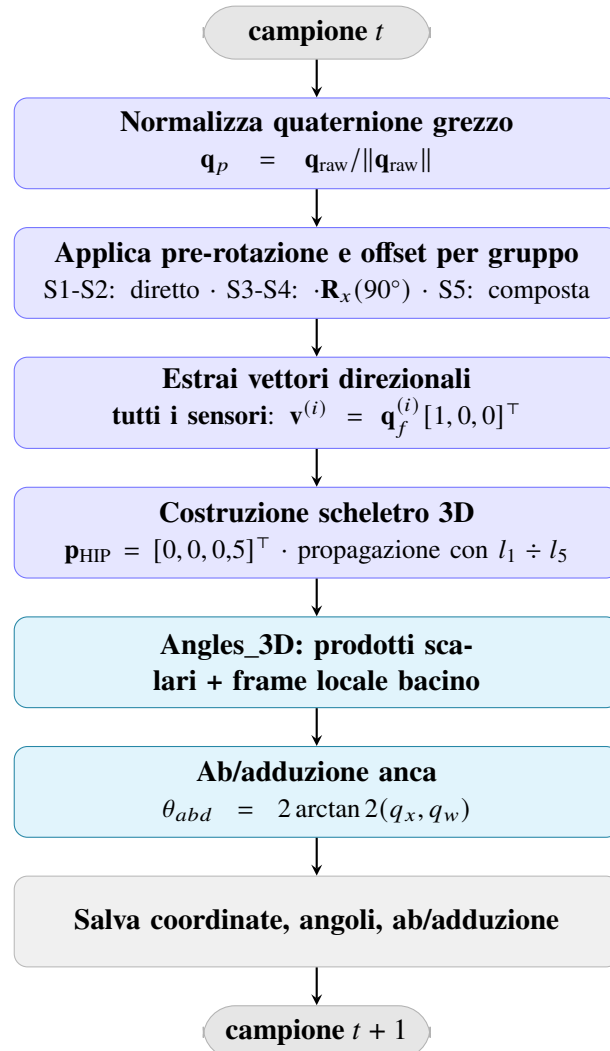


Figura 7.15: Loop di elaborazione per campione — modello IMU Opto2DMA.

Una differenza sostanziale riguarda il calcolo degli angoli articolari. In questa sessione, si è verificato, in alcune particolari configurazioni, il gimbal lock; inoltre, essendo l'analisi limitata al piano sagittale anche dal sistema di confronto, gli angoli di anca e ginocchio vengono calcolati esclusivamente tramite prodotto scalare, l'angolo della schiena usa invece la proiezione nel frame del bacino e la successiva applicazione di $\text{atan2d}()$ e per finire l'angolo di caviglia, così come l'angolo di abduzione adduzione dell'anca, viene calcolato allo stesso modo del caso precedente ma ovviamente non sarà utilizzato per il confronto essendo questo fuori dal piano. In questo modo il sistema restituisce angoli stabili in qualsiasi condizione.

Visualizzazione e salvataggio.

Al termine del loop viene realizzata l'animazione dello scheletro 3D, la visualizzazione dei grafici di interesse e il salvataggio dei dati necessari per il confronto.

7.5.2 Pre-processing dati Opto2DMA

Il sistema Opto2DMA è un sistema video bidimensionale: le coordinate vengono restituite in pixel nel piano dell'immagine, senza ovviamente informazione sulla profondità. L'analisi resta quindi limitata al piano sagittale che risulta comunque quello di maggiore interesse per il caso studio.

Caricamento e calibrazione dati.

Subito dopo il caricamento dei dati dal file CSV è necessario ricondurre le coordinate pixel a quelle in metri, questo viene fatto definendo un fattore di scala per la conversione.

Si sfrutta quindi la lunghezza anatomica di un segmento conosciuto: il femore del soggetto viene misurato direttamente $l_3 = 0,451m$. La distanza in pixel tra i marker RTRO e RKNE viene calcolata frame per frame e mediata sull'intera acquisizione ottenendo il seguente fattore di scala:

$$s = \frac{l_{3, \text{reale}}}{d_{\text{RTRO-RKNE}}^{\text{px}}} \left[\frac{\text{m}}{\text{px}} \right] \quad (7.21)$$

Tutte le coordinate vengono quindi moltiplicate per il fattore di scala così da ottenere le posizioni corrette in metri.

Marker disponibili e inversione dell'asse verticale.

I marker disponibili in questa analisi sono sei: *SCHIENA* riferimento parte alta della schiena, *RTRO* trocantere destro, *RKNE* ginocchio, *RANK* caviglia, *RHEE* tallone e *RTOE* punta del piede. Inoltre questi hanno asse verticale che cresce verso il basso, di conseguenza necessitano l'inversione della componente in y .

Vettori di segmento e angoli articolari.

I vettori direzionali dei quattro segmenti disponibili vengono calcolati in modo analogo alla sessione Vicon, semplicemente come differenza tra le posizioni dei marker prossimali e distali:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{\text{back}} &= \mathbf{p}_{\text{SCHIENA}} - \mathbf{p}_{\text{RTRO}} & \mathbf{v}_{\text{femore}} &= \mathbf{p}_{\text{RTRO}} - \mathbf{p}_{\text{RKNE}} \\ \mathbf{v}_{\text{tibia}} &= \mathbf{p}_{\text{RKNE}} - \mathbf{p}_{\text{RANK}} & \mathbf{v}_{\text{piede}} &= \mathbf{p}_{\text{RHEE}} - \mathbf{p}_{\text{RTOE}} \end{aligned}$$

Da questi vengono calcolati gli angoli assoluti nel piano sagittale usando atan2d e successivamente gli angoli articolari.

La pipeline completa è illustrata in Figura 7.16.



Figura 7.16: Pipeline di pre-processing dei dati Opto2D.

Validazione e salvataggio.

Come per la sessione Vicon, la qualità del tracciamento viene verificata calcolando la lunghezza euclidea di ciascun segmento frame per frame e riportandone: media, deviazione standard e coefficiente di variazione percentuale. Per finire vengono salvati i dati necessari per il confronto finale.

7.5.3 Metodologia di confronto IMU – Opto2DMA

Caricamento e selezione degli intervalli.

I dati IMU vengono caricati dal file *.mat* prodotto dallo script precedente e ritagliati tramite due indici definiti in maniera manuale. A differenza della sessione Vicon, entrambi i sistemi campionano a $120Hz$ e quindi non è necessario alcun ricampionamento.

Prima del confronto viene calcolata una definizione diversa dell'angolo dell'anca, che sfrutta il vettore totale dalla sommità della schiena, invece del solo segmento del bacino (in modo tale da rendere il modello simile a ciò che abbiamo con il sistema Opto2DMA, cioè solo quattro segmenti).

$$\mathbf{v}_{sch,tot} = \mathbf{p}_{HIP} - \mathbf{p}_{S_TOP}, \quad \mathbf{v}_{fem} = \mathbf{p}_{HIP} - \mathbf{p}_{KNEE} \quad (7.22)$$

$$\theta_{anca,tot} = \left| 180^\circ - \arccos(\hat{\mathbf{v}}_{sch,tot} \cdot \hat{\mathbf{v}}_{fem}) \right| \quad (7.23)$$

Ricostruzione scheletro Opto2DMA.

I dati Opto2DMA vengono caricati e ritagliati anch'essi tramite una coppia di indici definita per la sincronizzazione. La ricostruzione dello scheletro 2D segue la stessa strategia del sistema Vicon: RTRO viene centrato sottraendo la sua posizione media e traslato all'origine $[0, 0,5]^T$ (2D).

Sincronizzazione e verifica visiva.

La sincronizzazione viene verificata tramite la sovrapposizione degli andamenti angolari dei due sistemi e ne viene eseguita subito dopo anche una verifica visiva, tramite l'animazione dei due scheletri in tempo reale. Inoltre si grafica una figura aggiuntiva che mostra la differenza tra i due modelli, ad un frame selezionato, sovrapponendo i due scheletri.

Confronto angoli articolari.

La pipeline di confronto è illustrata in Figura 7.17. Il confronto angolare copre le tre articolazioni presenti nel sistema opto, visto che l'angolo della schiena non è rappresentato. Per l'anca vengono prodotti due confronti distinti: il primo usa la definizione standard del modello IMU (anca tra femore e segmento basso della schiena), il secondo sfrutta la nuova definizione di angolo d'anca che mostrerà risultati coerenti con il modello opto. Per ciascun angolo viene mostrata una figura di confronto strutturata come nel caso Vicon, quindi con due plot sovrapposti rappresentati: i due andamenti nel plot superiore e la differenza con banda di deviazione standard e valore della media nel plot inferiore.

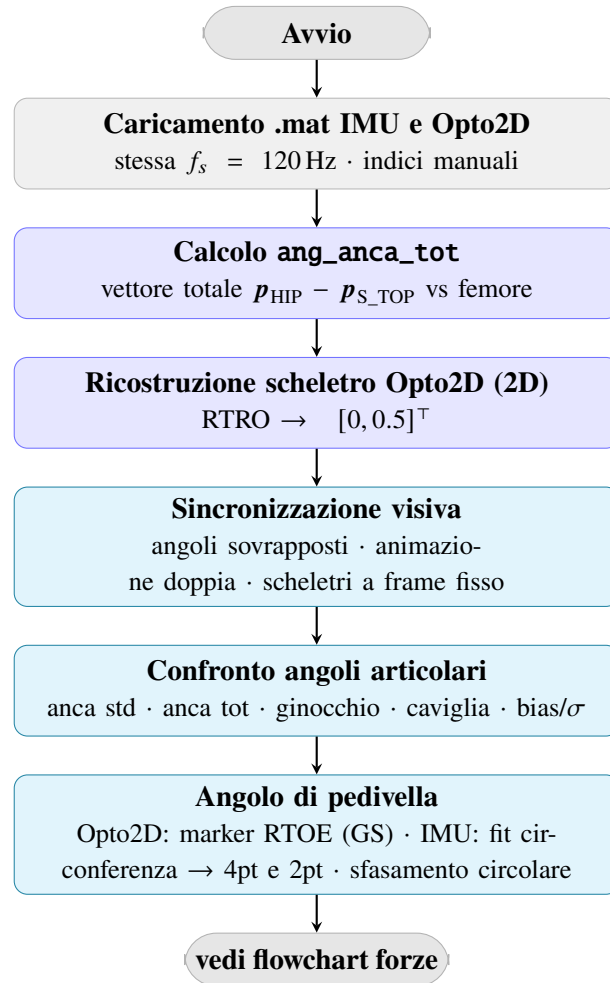


Figura 7.17: Pipeline di confronto IMU–Opto2D: sincronizzazione, angoli e pedivella.

Angolo di pedivella.

La ricostruzione dell'angolo di pedivella segue la stessa metodologia vista precedentemente: una prima analisi legata al marker optoelettronico posizionato sul piede in corrispondenza dell'asse del pedale, per poi procedere con il confronto trovando l'angolo tramite il marker virtuale del sistema IMU, sempre con fit della circonferenza. I risultati del confronto tra i due sistemi li vedremo successivamente nel capitolo legato alle prove sperimentali.

7.5.4 Analisi preliminari per la dinamica inversa

Le possibili applicazioni del sistema di misura sviluppato includono, oltre all'analisi della cinematica durante la pedalata, lo studio di come le singole articolazioni contribuiscono alla generazione di coppia, sfruttando come accennato ai capitoli precedenti software di modellazione per la risoluzione della dinamica inversa, partendo dalla cinematica (traiettorie angolari, velocità e accelerazione) e dalle forze esterne.

Velocità angolari, accelerazioni e preparazione dati per il modello.

La pipeline di preparazione è illustrata in Figura 7.18. La velocità e le accelerazioni angolari vengono calcolate tramite due approcci complementari. Il primo utilizza la funzione *difwin* (differenze finite a finestra mobile), i cui risultati necessitano di filtraggio (Butterworth del secondo ordine) a frequenza di taglio 15Hz per compensare l'effetto delle derivate temporali, che tendono ad amplificare il rumore ad alta frequenza presente nel segnale. Il secondo approccio invece sfrutta Savitzky-Golay con una finestra da 11 campioni e un polinomio di quarto grado. Si ottengono quindi derivate prime e seconde (preferendo il risultato di SG) e vengono passate come input al modello Simulink.

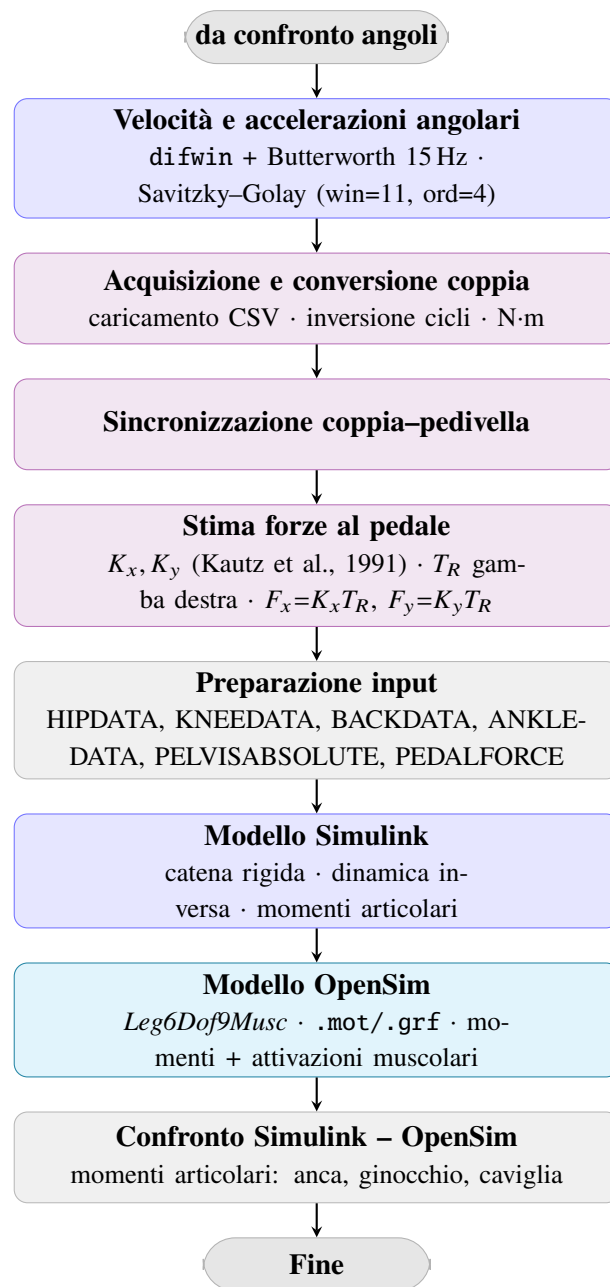


Figura 7.18: Pipeline forze, preparazione dati e modelli dinamici.

Acquisizione e processamento della coppia di pedalata.

La coppia applicata alla pedivella viene acquisita, da un sensore fisico dedicato, per ciascun ciclo di pedalata. Nel file CSV prodotto dal sistema viene salvata l'uscita del sensore che deve essere ricondotta alla coppia tramite fattore di calibrazione e sensibilità. Grazie all'angolo di pedivella trovato precedentemente inoltre si riesce ad avere una sincronizzazione dei dati cinematici con quelli di coppia così da poter fornire al modello simulink tutto il necessario per uno studio di dinamica inversa.

Stima delle forze al pedale.

La misura diretta delle forze al pedale richiede particolari pedali dinamometrici strumentati: si tratta di strumenti non diffusi commercialmente, ma generalmente sviluppati e progettati specificamente per studi biomeccanici. Nel nostro caso questo tipo di sensore non era disponibile; si poteva quindi conoscere solo la coppia totale generata da entrambe le gambe sull'asse della pedivella. Tuttavia, avendo solo la coppia, non si possono ricavare entrambe le forze necessarie per l'analisi, ma solo la componente di forza efficace (cfr. Figura 6.2), cioè quella utile per la pedalata.

Per eseguire un'analisi completa abbiamo adottato una strategia alternativa che sfrutta dati di riferimento disponibili in letteratura, questi forniscono l'andamento della coppia per una singola gamba, la forza orizzontale e quella verticale al pedale, il tutto in funzione dell'angolo di pedivella. Questi dati sono stati estratti dalle figure originali presenti nell'articolo di Kautz et al. (1991), tramite un processo di digitalizzazione manuale.

Digitalizzazione delle curve di letteratura.

Per l'estrazione quantitativa dei dati dalle figure bibliografiche è stato sviluppato uno strumento MATLAB apposito: per prima cosa viene caricata l'immagine; l'utente seleziona dei punti di calibrazione sugli assi, utili per determinare la scala del grafico. Quindi si seleziona un numero di punti a discrezione dell'utente per descrivere al meglio l'intera curva e per finire un fit polinomiale converte le coordinate pixel nei valori fisici corrispondenti. I valori estratti vengono salvati e interpolati per ottenere risoluzione di 1° e periodicità ($F(0^\circ) = F(360^\circ)$).

Le tre curve digitalizzate sono: la coppia di riferimento, la forza orizzontale e la forza verticale.

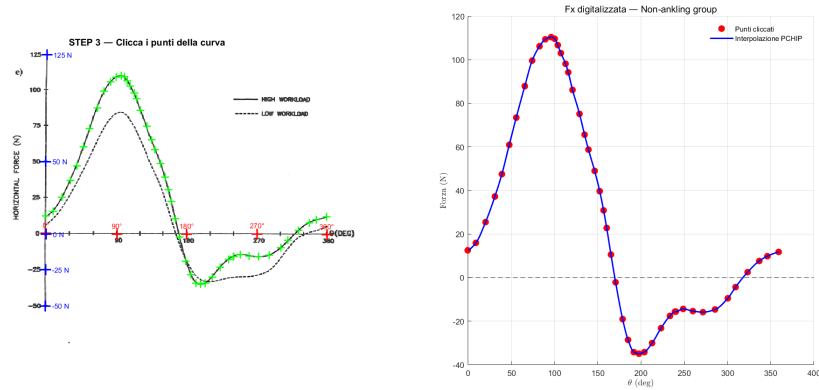


Figura 7.19: Esempio di digitalizzazione della curva $F_x(\theta)$ per il gruppo *non-ankling* (Kautz et al., 1991). A sinistra: interfaccia dello strumento *plot2image.m* con i punti di calibrazione degli assi (croci rosse e blu) e i punti sulla curva di forza selezionata (croci verdi). A destra: curva estratta con i punti digitalizzati (pallini rossi) curva risultante (linea blu).

Coefficienti di riscalatura in funzione dell'angolo di pedivella.

Disponendo ora delle tre curve per la stessa condizione cinematica, si definiscono i coefficienti di riscalatura $K_x(\theta)$ e $K_y(\theta)$ come il rapporto, per ogni grado di pedivella, tra la forza orizzontale (per K_x) o verticale (per K_y) e la coppia di riferimento, così da catturare la forma della forza in funzione del valore di coppia.

Ricostruzione della coppia della gamba destra.

La coppia misurata, a differenza di quella di riferimento, include il contributo di entrambe le gambe. Per ricondurci alla sola gamba destra si utilizza il picco di coppia totale nel semiciclo di spinta come fattore di scala, e tramite questo si ricostruisce la curva per la singola gamba.

L'ipotesi è quindi quella che la forma del profilo di coppia della gamba destra sia analoga a quella di riferimento ma riscalata all'ampiezza effettivamente misurata.

Stima delle componenti di forza.

Le forze orizzontale e verticale al pedale vengono finalmente definite applicando i coefficienti calcolati alla coppia della gamba singola ottenuta al passo precedente:

$$F_x(\theta) = K_x(\theta) \cdot T_R(\theta), \quad F_y(\theta) = K_y(\theta) \cdot T_R(\theta) \quad (7.24)$$

Il vettore risultante rappresenta quindi la forza applicata al pedale dalla gamba destra in funzione dell'angolo di pedivella ed espressa nel sistema di riferimento del mondo. Questo vettore viene quindi sincronizzato con l'angolo di pedivella legato alla cinematica e con questo passato al modello Simulink per l'analisi dinamica inversa.

7.5.5 Modelli dinamica inversa

Modello Simulink.

Il modello di dinamica inversa è implementato in Simulink tramite la libreria Simscape Multibody, grazie alla quale si definiscono i corpi rigidi con proprietà fisiche reali (massa, inerzia, posizione centro di massa). Questi sono interconnessi tra di loro tramite giunti cinematici di tipo rotoidale, ai quali viene dato in ingresso il moto ottenuto dall'analisi cinematica svolta precedentemente. Si forniscono quindi angoli, velocità e accelerazioni corrispondenti alle singole articolazioni, e si agisce sul piede con le componenti di forza definite.

I parametri del modello si dividono in due categorie: quelli misurati in maniera diretta sul soggetto e quelli stimati tramite tavole antropometriche di Winter (2009), che permettono di definire le proprietà di massa dei singoli segmenti a partire dalla massa corporea totale.

Segment	Definition	Segment Weight/Total Body Weight	Center of Mass/ Segment Length		Radius of Gyration/ Segment Length			Density
			Proximal	Distal	C of G	Proximal	Distal	
Hand	Wrist axis/knuckle II middle finger	0.006 M	0.506	0.494 P	0.297	0.587	0.577 M	1.16
Forearm	Elbow axis/ulnar styloid	0.016 M	0.430	0.570 P	0.303	0.526	0.647 M	1.13
Upper arm	Glenohumeral axis/elbow axis	0.028 M	0.436	0.564 P	0.322	0.542	0.645 M	1.07
Forearm and hand	Elbow axis/ulnar styloid	0.022 M	0.682	0.318 P	0.468	0.827	0.565 P	1.14
Total arm	Glenohumeral joint/ulnar styloid	0.050 M	0.530	0.470 P	0.368	0.645	0.596 P	1.11
Foot	Lateral malleolus/head metatarsal II	0.0145 M	0.50	0.50 P	0.475	0.690	0.690 P	1.10
Leg	Femoral condyles/medial malleolus	0.0465 M	0.433	0.567 P	0.302	0.528	0.643 M	1.09
Thigh	Greater trochanter/femoral condyles	0.100 M	0.433	0.567 P	0.323	0.540	0.653 M	1.05
Foot and leg	Femoral condyles/medial malleolus	0.061 M	0.606	0.394 P	0.416	0.735	0.572 P	1.09
Total leg	Greater trochanter/medial malleolus	0.161 M	0.447	0.553 P	0.326	0.560	0.650 P	1.06
Head and neck	C7-T1 and 1st rib/ear canal	0.081 M	1.000	— PC	0.495	0.116	— PC	1.11
Shoulder mass	Sternoclavicular joint/glenohumeral axis	—	0.712	0.288	—	—	—	1.04
Thorax	C7-T1/T12-L1 and diaphragm*	0.216 PC	0.82	0.18	—	—	—	0.92
Abdomen	T12-L1/L4-L5*	0.139 LC	0.44	0.56	—	—	—	—
Pelvis	L4-L5/greater trochanter*	0.142 LC	0.105	0.895	—	—	—	—
Thorax and abdomen	C7-T1/L4-L5*	0.355 LC	0.63	0.37	—	—	—	—
Abdomen and pelvis	T12-L1/greater trochanter*	0.281 PC	0.27	0.73	—	—	—	1.01
Trunk	Greater trochanter/glenohumeral joint*	0.497 M	0.50	0.50	—	—	—	1.03
Trunk head neck	Greater trochanter/glenohumeral joint*	0.578 MC	0.66	0.34 P	0.503	0.830	0.607 M	—
Head, arms, and trunk (HAT)	Greater trochanter/glenohumeral joint*	0.678 MC	0.626	0.374 PC	0.496	0.798	0.621 PC	—
HAT	Greater trochanter/mid rib	0.678	1.142	—	0.903	1.456	—	—

*NOTE: These segments are presented relative to the length between the greater trochanter and the glenohumeral joint.

Source Codes: M, Dempster via Miller and Nelson; *Biomechanics of Sport*, Lea and Febiger, Philadelphia, 1973. P, Dempster via Plagenhoef; *Patterns of Human Motion*, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, NJ, 1971. L, Dempster via Plagenhoef from living subjects; *Patterns of Human Motion*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1971. C, Calculated.

Figura 7.20: Tavola dei parametri antropometrici (massa, centro di massa e raggio di inerzia relativi alla lunghezza del segmento) utilizzata per il calcolo delle proprietà inerziali dei segmenti corporei nel modello Simulink (Winter, 2009).

Per coscia, gamba e piede le tavole forniscono il raggio di inerzia ρ relativo alla lunghezza del segmento, da cui si ricava il momento di inerzia come:

$$J = (\rho \cdot L)^2 \cdot M \quad (7.25)$$

Per i segmenti del tronco che ci interessano (schiena: *thorax*; bacino: *abdomen and pelvis*) le tavole non riportano il raggio di inerzia. In questo caso il momento di inerzia viene

calcolato analiticamente modellando ciascun segmento come un parallelepipedo e applicando il teorema degli assi paralleli.

$$J = \frac{M(L^2 + S^2)}{12} + M \cdot d^2 \quad (7.26)$$

dove L è la lunghezza del segmento, S il suo spessore e d la distanza tra il baricentro e l'asse di rotazione.

Il modello riceve in ingresso i segnali temporali strutturati come array per ciascuna articolazione e per le forze. Le velocità e accelerazioni angolari sono fornite dalla derivata di Savitzky–Golay con parametri ($SG_{win} = 11$ $SG_{ord} = 4$). Il modello restituisce i momenti articolari netti all'anca, al ginocchio e alla caviglia e vengono confrontati con i risultati del modello OpenSim.

Modello opensim.

In parallelo al modello Simulink, il codice predispone la creazione dei file necessari per proseguire l'analisi di dinamica inversa anche su OpenSim. Viene sfruttato *Leg6Dof9Musc*, un modello muscoloscheletrico dell'arto inferiore destro. Questo ci consente di stimare, in maniera complementare a quanto fatto su Simulink, le coppie articolari, ma anche di valutare l'attivazione muscolare tramite ottimizzazione statica.

Il modello di riferimento viene adattato alle dimensioni tramite il tool Scale di OpenSim, che permette di definire i singoli fattori di scala dei segmenti presenti. Il piede richiede un trattamento separato: la lunghezza viene scalata manualmente andando a modificare i valori esatti dei segmenti che lo definiscono in maniera da ottenere un lunghezza coerente con quella Simulink.

I valori di massa e inerzia assegnati automaticamente da OpenSim durante la scalatura, sono stati sostituiti manualmente con quelli ottenuti dalle formule antropometriche di Winter.

L'analisi si basa su una cinematica imposta, non viene quindi importato il moto tramite marker, ma vengono invece passati gli angoli articolari nel tempo. La forza al pedale viene calcolata come descritto in precedenza e applicata in corrispondenza dell'origine delle dita del piede, lungo la catena calcagno - metatarso. Per finire viene eseguita l'analisi tramite strumento Inverse Dynamics di OpenSim, applicando un filtro passa-basso con frequenza di taglio $10Hz$ (corrispondenti ai parametri imposti per Savitzky-Golay), necessario per ridurre il rumore numerico legato alla differenziazione degli angoli articolari.

7.6 Elaborazione dati prova all'aperto

A differenza di quanto visto nelle sezioni precedenti, la prova all'aperto non dispone di un riferimento esterno sincronizzato per lo studio cinematico ma solo di un riferimento sulla potenza sviluppata e sulla cadenza di pedalata. Inoltre, mentre in laboratorio la coppia (e quindi la potenza) era disponibile con risoluzione angolare fine, in più punti per ciascun giro di pedivella, nella prova all'aperto potenza e cadenza sono campionate a frequenza fissa di $1Hz$. L'obiettivo di questa sessione è ottenere la cinematica articolare durante la pedalata reale su strada, così da svincolarci dalle condizioni di idealità del laboratorio.

Durante tutta la durata della prova tuttavia il magnetometro ha driftato, necessitando quindi dell'introduzione di un sistema per la correzione dei risultati. Questo è stato ottenuto bloccando lo yaw, e di conseguenza fissando la direzione della pedalata, ciò è stato possibile grazie alla natura del gesto atletico essendo vincolato alla direzione della bicicletta.

7.6.1 Pre-processing IMU e correzione yaw

Procedure iniziali.

Le lunghezze dei segmenti corporei sono le stesse della configurazione T5 utilizzata nella sessione Opto2DMA. La finestra di calibrazione è stata ovviamente adattata al caso studio. Successivamente vengono caricati i file CSV, adattato il timestamp, filtrati i dati e per finire avviene la calibrazione, in maniera analoga a quanto fatto nella sessione Opto2DMA.

Estrazione robusta dell'heading.

Il problema affrontato in questa prova è diverso rispetto a quello incontrato nella sessione Opto2DMA. Il drift in quel caso veniva corretto tramite finestre di riferimento statiche a priori, sfruttando il fatto che la bicicletta fosse fissa al suolo e non variasse il suo orientamento nel tempo. All'aperto questo vincolo non esiste e la correzione deve agire in modo continuo sull'intera sessione.

La soluzione sfruttata per estrarre lo yaw utilizza l'asse laterale del sensore: poiché pitch e roll sono stabili, l'asse laterale giace sempre nel piano orizzontale, e si può sfruttare la sua proiezione che fornisce quindi una stima dell'heading affidabile nel tempo. Viene quindi estratto l'heading iniziale dei sensori al primo campione e questo costituirà l'orientamento mantenuto durante tutta la sessione. Per la correzione viene semplicemente calcolata la differenza di orientamento e azzerata tramite pura rotazione attorno a z , senza quindi intaccare pitch e roll. Estrarre l'heading tramite Eulero non è stato possibile a causa del fenomeno del gimbal lock che porta i sensori posti verticalmente ad essere instabili nella stima.

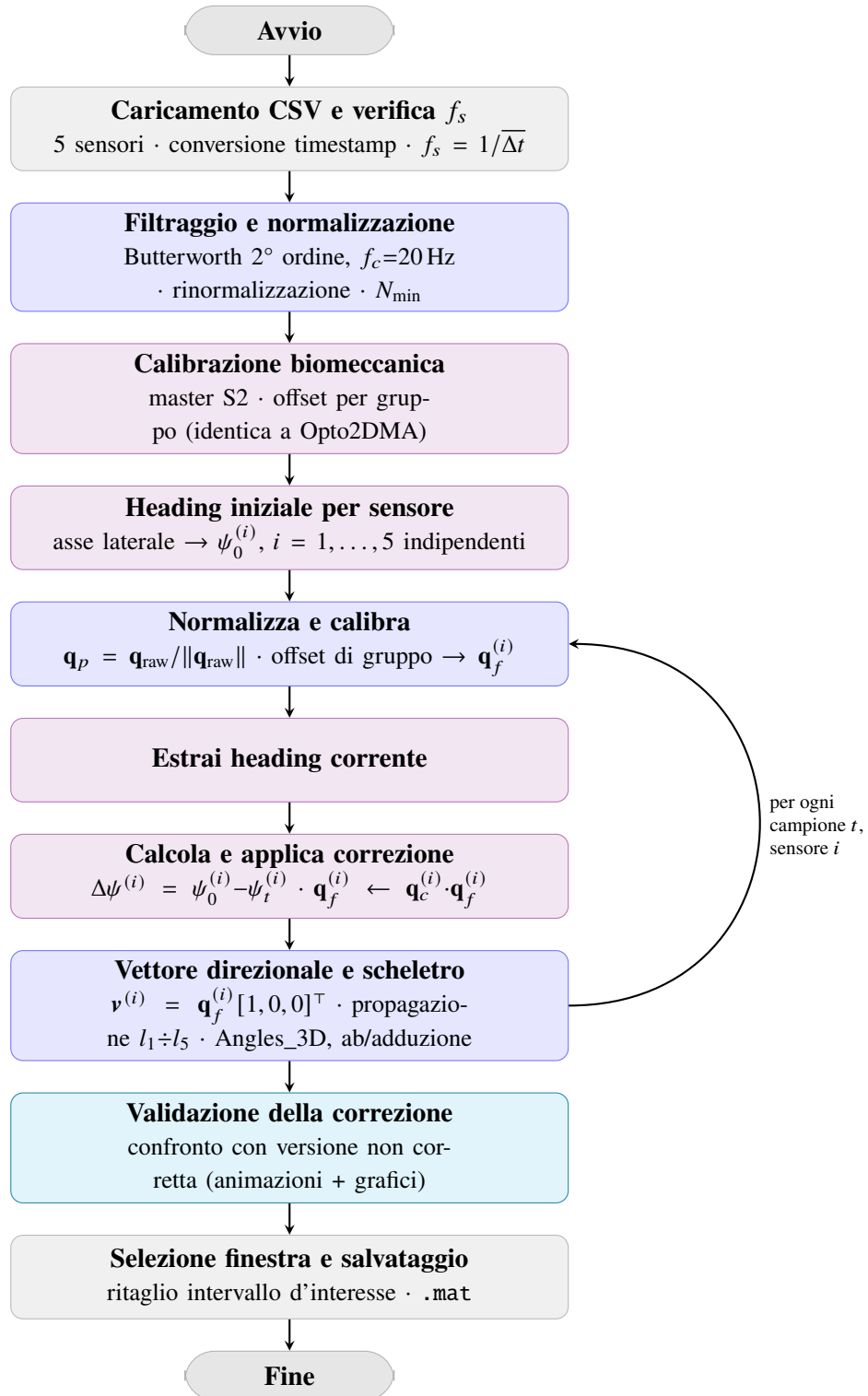


Figura 7.21: Pipeline di pre-processing per la sessione outdoor, con il ciclo di correzione yaw per sensore evidenziato dalla freccia di richiamo a destra.

Per validare la correzione fatta e ottenere un effettivo confronto tra sistema a orientamento vincolato e non, viene eseguita l'intera analisi su entrambi i modelli, e ne vengono confrontati i risultati.

Selezione finestra e salvataggio.

Data la lunghezza della prova i dati vengono salvati in singoli file *.mat*, selezionando le sezioni di interesse divise in base al tipo di pedalata eseguita o alla fase del percorso.

7.6.2 Analisi cinematica

Caricamento e selezione del sotto-intervallo.

Prima di tutto avviene il caricamento dei file utili per l'analisi: il primo riguarda il *.mat* relativo alla sezione in analisi e il secondo riguarda invece il riferimento esterno disponibile, cioè il file CSV realizzato dal computer di bordo, il quale registra cadenza e potenza con frequenza $1Hz$. Il file CSV contiene l'intera pedalata per questo viene selezionata la porzione corrispondente a quella caricata per la cinematica.

Statistiche descrittive e confronto diagnostico.

Per ciascun angolo articolare e per l'angolo di abduzione-adduzione dell'anca vengono calcolate media, deviazione standard, minimo e massimo valore, sia per la versione originale dei dati che per quelli a yaw fissato. Inoltre, due animazioni 3D sincronizzate, vengono mostrate per vedere l'effettivo moto dei due modelli, e viene realizzata una serie di grafici comparativi tra le due versioni.

Angoli in funzione della pedivella.

Coerentemente con quanto fatto nelle sessioni di laboratorio l'angolo di pedivella viene ricostruito tramite fit di una circonferenza sulla traiettoria del piede sfruttando quattro punti per l'interpolazione. L'analisi è ristretta a una finestra temporale selezionata, questo per evitare errori numerici legati alla variabilità della pedalata durante la sessione (eventuali stop portano a errori nella definizione dei cicli).

Per ciascuno dei cicli di pedalata nella finestra, gli andamenti degli angoli articolari e dell'angolo di ab/adduzione vengono ricampionati su una griglia comune di 360 punti così da poter mediare l'andamento e calcolare la deviazione standard punto per punto.

$$\bar{\theta}(\phi) = \frac{1}{N_{\text{cicli}}} \sum_{c=1}^{N_{\text{cicli}}} \theta_c(\phi), \quad \sigma_{\theta}(\phi) = \text{std}_c[\theta_c(\phi)], \quad \phi \in [0, 360] \quad (7.27)$$

Questo ci permette di descrivere sinteticamente il comportamento dell'articolazione durante il ciclo di pedalata evitando il rumore legato a piccoli errori di misura o variazioni del gesto.

Velocità angolare della pedivella e cadenza.

Una stima indipendente della cadenza viene realizzata partendo dai dati IMU così da poterla confrontare con quanto registrato dal computer di bordo. Per farlo si è derivato l'angolo di pedivella ottenuto dal fit della circonferenza sfruttando Savitzky-Golay con finestra di 11 campioni e polinomio di quarto grado.

L'ultimo passo è il confronto diretto tra la cadenza stimata dalle IMU e quella registrata dal computer di bordo sfruttando una media mobile a finestra configurabile (default 1s cioè 120 campioni).

La pipeline completa dello script di analisi è illustrata in Figura 7.22.

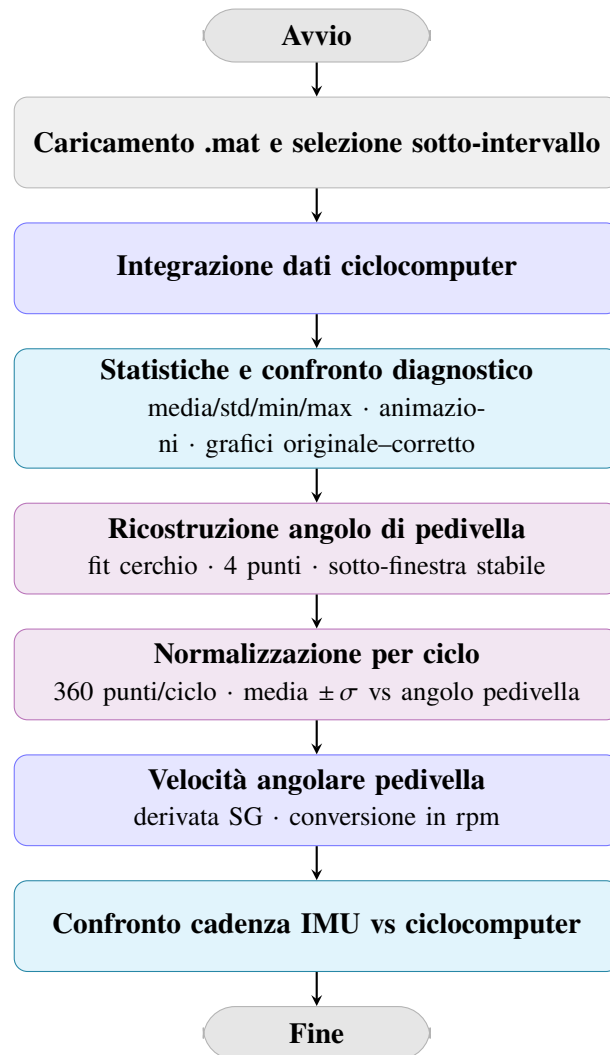


Figura 7.22: Pipeline dello script di analisi per la sessione outdoor.

8. Validazione sistema IMU

Il sistema IMU descritto nei capitoli precedenti costituisce l'oggetto della validazione condotta in questo capitolo. È importante sottolineare che la validazione non riguarda la sola uscita diretta del sensore, bensì tutta la catena di elaborazione sviluppata a partire dai dati raccolti. Sono infatti i risultati ad avere valenza diretta per l'analisi biomeccanica, e non la sola stima del sensore.

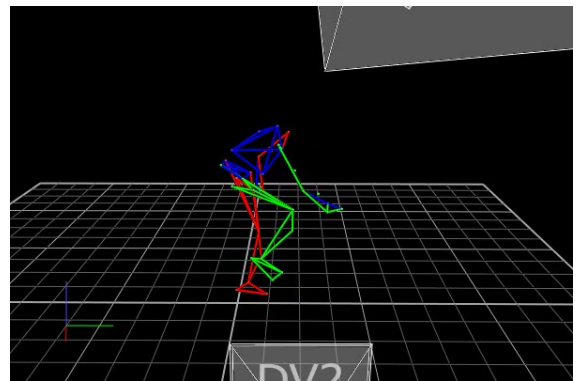
Il confronto tra sistemi inerziali e sistemi optoelettronici è pratica comune nell'ambito biomeccanico. In questo lavoro tale confronto viene condotto con due sistemi di natura diversa, scelti per coprire due esigenze complementari: da un lato un sistema optoelettronico 3D completo, dall'altro un sistema optoelettronico 2D impiegato in ambiente professionale per il bike fitting.

8.1 Validazione con Vicon

Il primo step della validazione si basa quindi sul confronto con il sistema Vicon, questo è avvenuto sfruttando le quattro prove di laboratorio disponibili, condotte a cadenza fissa ma diversa fra loro (rispettivamente circa 80 – 90, 90 – 100, 100 – 110, 60 – 70 rpm, quest'ultima contenente anche una fase di pedalata in piedi). Il confronto condotto nelle sezioni seguenti viene eseguito per osservare la stabilità del sistema alla variazione di cadenza e stile di pedalata.



(a)

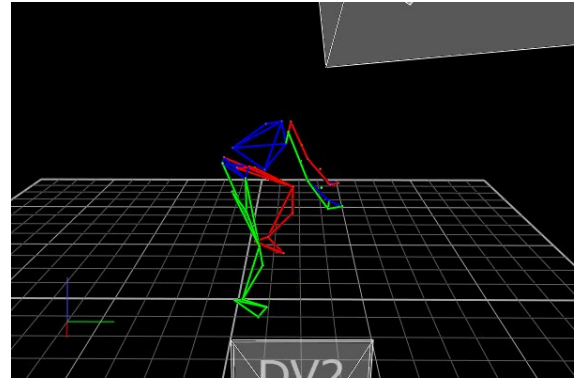


(b)

Figura 8.1: Configurazione del soggetto al punto morto superiore (PMS): (a) ripresa video del ciclista sui rulli; (b) ricostruzione tramite il sistema di marker/scheletro corrispondente.



(a)



(b)

Figura 8.2: Configurazione del soggetto al punto morto inferiore (PMI): (a) ripresa video del ciclista sui rulli; (b) ricostruzione tramite il sistema di marker/scheletro corrispondente.

Le sottosezioni successive presentano, per ciascuna delle quattro prove: la stabilità dei marker Vicon, utilizzati per la ricostruzione del modello, il confronto delle posizioni articolari ricostruite, il confronto degli angoli articolari, e il confronto dell'angolo di pedivella ottenuto.

Per il sistema Vicon impiegato, con almeno 4 telecamere attive, il produttore definisce le specifiche misurando la distanza tra i centri di due marker sferici statici da $14mm$, all'interno di un volume di acquisizione da $4 \times 4 \times 1,5m$: su un campione di almeno 1000 misure l'errore medio e la deviazione standard risultanti restano all'interno del singolo millimetro (Vicon Motion Systems Ltd., n.d.).

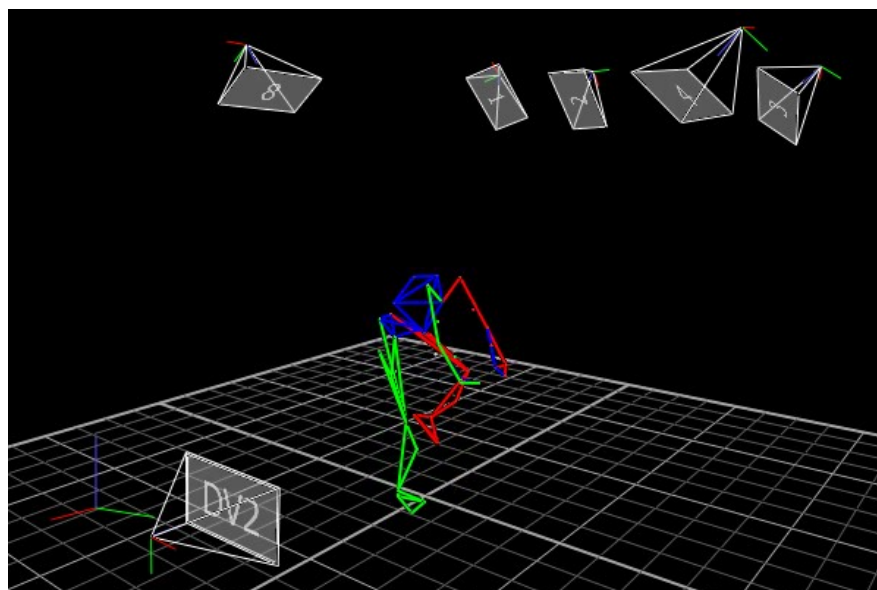


Figura 8.3: Configurazione del sistema Vicon durante l’acquisizione: sono visibili alcune delle telecamere attive, con al centro la ricostruzione dello scheletro del soggetto a partire dai marker.

8.1.1 Stabilità dei marker Vicon

Per ciascuna delle quattro prove è stata verificata la stabilità dei marker Vicon utilizzati per la ricostruzione cinematica, calcolando la media, deviazione standard e coefficiente di variazione della lunghezza di ciascun segmento durante l’intera durata della prova. I risultati sono riportati in Tabella 8.1.

Tabella 8.1: Coefficiente di variazione (CV%) della lunghezza dei segmenti Vicon, per ciascuna delle quattro prove.

Segmento	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 4
Upper back	1,9%	2,1%	1,6%	2,0%
Lower back	2,3%	1,4%	1,3%	2,7%
Femore	1,1%	1,0%	1,1%	1,0%
Tibia	1,5%	1,3%	1,4%	1,5%
Piede	0,3%	0,3%	0,4%	0,3%

La maggiore stabilità è mostrata dal segmento del piede, il quale resta nel range $0,3 \div 0,4\%$. Femore e tibia allo stesso modo restano abbastanza stabili tra le prove, rispettivamente $1,0 \div 1,1\%$ e $1,3 \div 1,5\%$, mostrano quindi variazioni contenute e nessuna correlazione diretta con la cadenza.

La schiena mostra invece la maggiore sensibilità, in particolare il segmento lower back e soprattutto nella prova 4 dove il coefficiente di variazione arriva a 2,7%. É utile notare però che la prova 4 comprende una fase di pedalata in piedi. L’aumento di variabilità osservato per i segmenti della schiena è compatibile con un maggiore movimento relativo tra i marker, legato alla complessità di modellazione della catena posteriore.

Anche i valori medi di lunghezza restano generalmente coerenti tra le quattro prove. La colonna *Misurata* della seguente tabella riporta la lunghezza del segmento rilevata manualmente sul soggetto, utilizzando come riferimento le posizioni corrispondenti ai marker utilizzati.

Tabella 8.2: Lunghezza media e deviazione standard dei segmenti Vicon (mm), per ciascuna delle quattro prove.

Segmento	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 4	Misurata
Upper back	359 ± 7	366 ± 8	372 ± 6	363 ± 7	410
Lower back	124 ± 3	126 ± 2	127 ± 2	124 ± 3	120
Femore	429 ± 5	432 ± 4	431 ± 5	429 ± 4	425
Tibia	435 ± 6	436 ± 6	435 ± 6	439 ± 6	420
Piede	234 ± 1	234 ± 1	235 ± 1	234 ± 1	200

8.1.2 Confronto delle posizioni articolari

Come osservato nella Tabella 8.2, alcuni segmenti (in particolare quelli della schiena) mostrano uno scostamento sistematico non trascurabile tra la lunghezza media ricostruita dai marker e quella misurata direttamente sul soggetto. Per quantificare l'effetto di questo scostamento nell'analisi IMU-Vicon, il confronto di posizione è stato condotto in due varianti sulla porzione a 120W della Prova 1 (cadenza 80 – 90rpm): una prima utilizzando le lunghezze derivanti dai marker e una seconda riscalandolo il modello Vicon, portandolo verso i valori misurati (upper back = 400mm, lower back = 130mm, femore = 410mm, piede = 200mm; tibia invariata).

Tabella 8.3: Bias e deviazione standard di posizione, Prova 1, lunghezze da marker.

	Upper back	Lower back	Origine	Ginocchio	Caviglia	Toe
X bias [mm]	45	15	0	-29	-37	-73
X std [mm]	1	7	6	13	14	18
Y bias [mm]	-113	-74	0	-28	-9	42
Y std [mm]	18	6	5	24	24	26
Z bias [mm]	35	3	0	-25	-5	3
Z std [mm]	24	20	22	32	39	31

Tabella 8.4: Bias e deviazione standard di posizione, Prova 1, lunghezze corrette.

	Upper back	Lower back	Origine	Ginocchio	Caviglia	Toe
X bias [mm]	11	11	0	-17	-26	-31
X std [mm]	11	8	6	12	14	16
Y bias [mm]	-116	-77	0	-28	-8	40
Y std [mm]	17	6	5	24	25	26
Z bias [mm]	11	-2	0	-37	-17	-22
Z std [mm]	21	20	22	27	34	27

Le due varianti di lunghezza testate permettono di valutare l'effetto della calibrazione delle lunghezze segmentali sul confronto di posizione. La variante con lunghezze corrette riduce

sensibilmente i bias. Nel complesso, tale configurazione rappresenta un compromesso migliore sull'insieme delle grandezze considerate, oltre ad essere più coerente con le dimensioni antropometriche reali del soggetto. Per questo motivo vengono mantenute anche per le analisi complete le lunghezze corrette, ricordando che ciò non ha comunque impatto sui valori degli angoli articolari, in quanto si tratta solo di una scalatura.

Tabella 8.5: Bias e deviazione standard di posizione, Prova 1.

	Upper back	Lower back	Origine	Ginocchio	Caviglia	Toe
X bias [mm]	2	3	0	-19	-24	-28
X std [mm]	20	16	7	13	12	13
Y bias [mm]	-142	-77	0	-23	-1	49
Y std [mm]	23	6	6	23	24	26
Z bias [mm]	14	5	0	-37	-16	-20
Z std [mm]	22	20	22	28	33	27

Tabella 8.6: Bias e deviazione standard di posizione, Prova 2.

	Upper back	Lower back	Origine	Ginocchio	Caviglia	Toe
X bias [mm]	-20	-21	0	-24	-30	-37
X std [mm]	16	8	6	11	9	9
Y bias [mm]	-149	-73	0	-26	-11	54
Y std [mm]	14	5	7	26	25	25
Z bias [mm]	20	20	0	-41	-18	-22
Z std [mm]	22	20	23	28	29	27

Tabella 8.7: Bias e deviazione standard di posizione, Prova 3.

	Upper back	Lower back	Origine	Ginocchio	Caviglia	Toe
X bias [mm]	-17	-22	0	-25	-33	-44
X std [mm]	13	7	6	22	27	30
Y bias [mm]	-135	-72	0	-25	-17	60
Y std [mm]	17	5	7	27	27	27
Z bias [mm]	9	19	0	-42	-20	-25
Z std [mm]	25	21	24	35	45	35

Tabella 8.8: Bias e deviazione standard di posizione, Prova 4.

	Upper back	Lower back	Origine	Ginocchio	Caviglia	Toe
X bias [mm]	-12	-18	0	-25	-28	-40
X std [mm]	87	84	85	86	84	85
Y bias [mm]	-37	-77	0	-19	-6	78
Y std [mm]	19	8	11	27	27	28
Z bias [mm]	23	20	0	-39	-13	-16
Z std [mm]	26	22	25	30	32	29

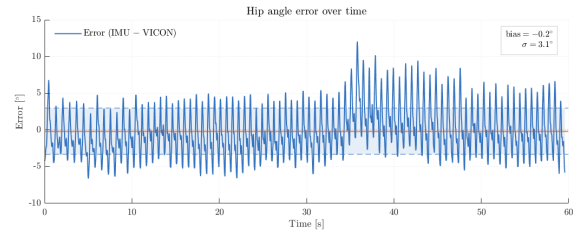
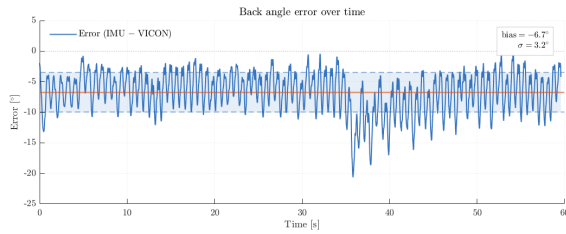
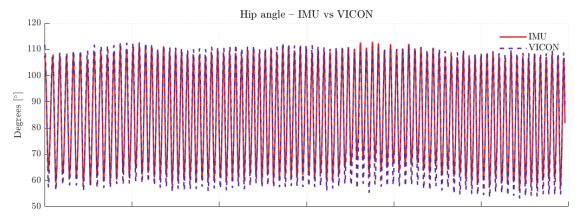
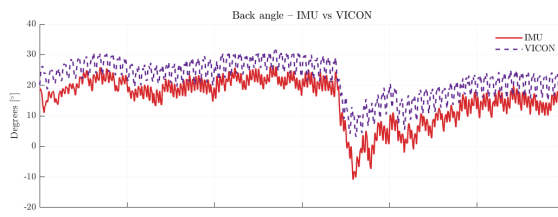
L'elevato errore presente sulla componente y per i segmenti della schiena è legato alla differenza tra i due sistemi, poiché gli IMU modellano uno scheletro perfettamente allineato mentre i marker considerano la profondità sul piano sagittale (marker centro schiena - marker su gamba).

Si nota inoltre come nella prova 4 dove avviene la fase in piedi i risultati degradano, con l'aumentare della dinamica del movimento.

8.1.3 Confronto angoli articolari

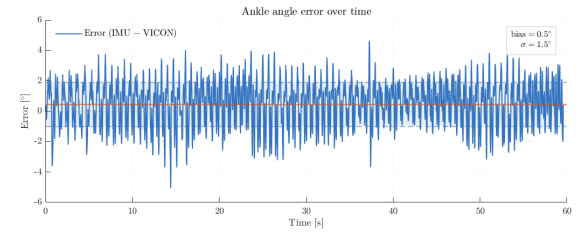
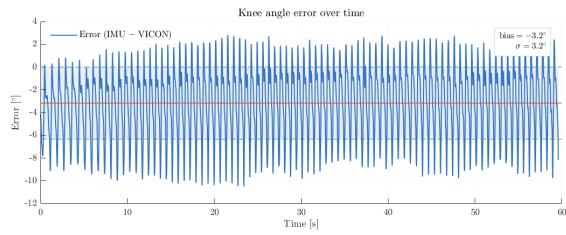
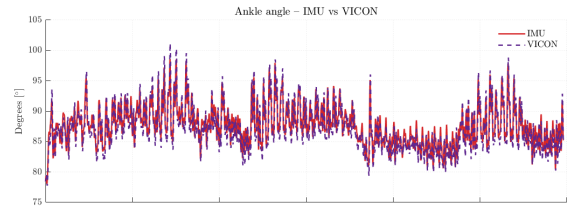
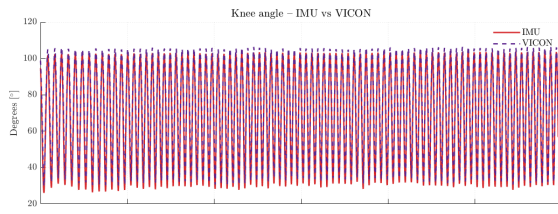
Il confronto degli angoli articolari costituisce la verifica più rilevante per l'analisi biomeccanica condotta in questo lavoro, poiché l'angolo articolare è la grandezza effettivamente utilizzata. Per ciascuna delle quattro prove vengono confrontati i quattro angoli articolari, calcolando bias e deviazione standard dell'errore (IMU - Vicon) sull'intera durata della prova.

Prima di presentare i dati completi, evidenziamo in modo più diretto la periodicità dell'errore presente validando la stabilità della prova. Selezioniamo il primo minuto della Prova 1, per ciascuno dei quattro angoli articolari.



(a) Schiena

(b) Anca



(c) Ginocchio

(d) Caviglia

Figura 8.4: Dettaglio su 60s di pedalata del confronto IMU-Vicon per i quattro angoli articolari, Prova 1. La periodicità dell'errore, sincrona con il ciclo di pedalata, è visibile in tutti i casi.

La Figura 8.5 mostra invece l'andamento completo sull'intera durata della Prova 1, dei quattro angoli articolari confrontati, confermando su scala più ampia l'andamento periodico.

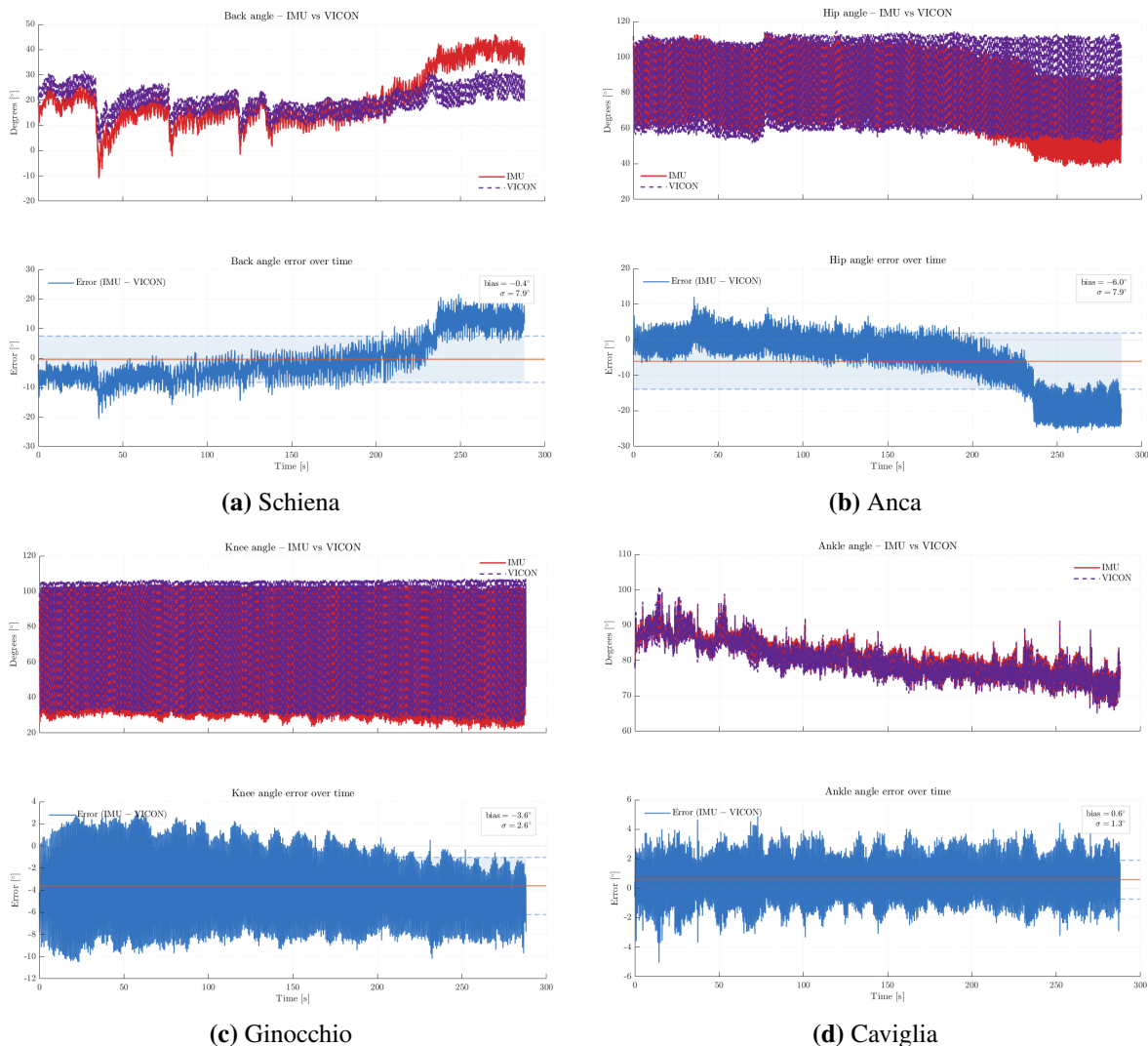
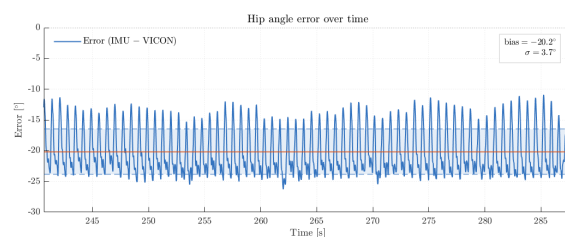
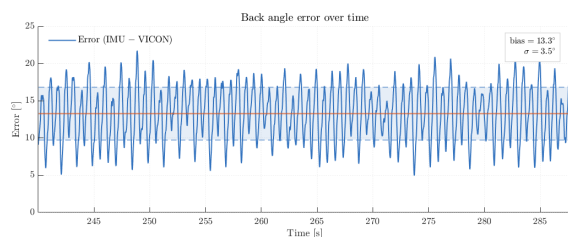
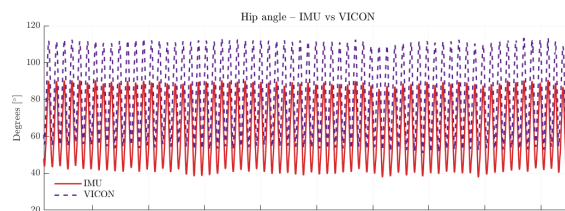
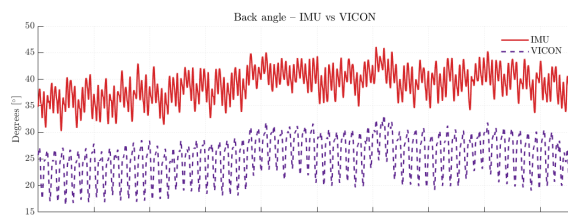


Figura 8.5: Andamento completo del confronto IMU-Vicon per i quattro angoli articolari, Prova 1.

Osservando l'ultimo minuto della prova si nota però uno scostamento marcato dai risultati precedenti, di circa 20° di media (la schiena passa da un bias di $-6,7^\circ$ a $13,3^\circ$, mentre l'anca da $-0,2^\circ$ a $-20,2^\circ$), limitato agli angoli di schiena e anca, mentre ginocchio e caviglia non mostrano alcuna deviazione sostanziale. Lo stesso scostamento resta poi nelle tre prove successive. Il fatto che riguardi sistematicamente due angoli contigui suggerisce una causa localizzata nella catena schiena-bacino, piuttosto che un problema diffuso a tutto il modello.



(a) Schiena

(b) Anca

Figura 8.6: Dettaglio dell'ultimo minuto della Prova 1.

Per verificare ulteriormente che questo scostamento sia causato dalla catena superiore si mostra anche l'andamento della posizione del marker virtuale che lega i due segmenti, dove si nota un offset improvviso nella fase finale dell'andamento, probabilmente legato a un cambiamento di posizione durante la pedalata.

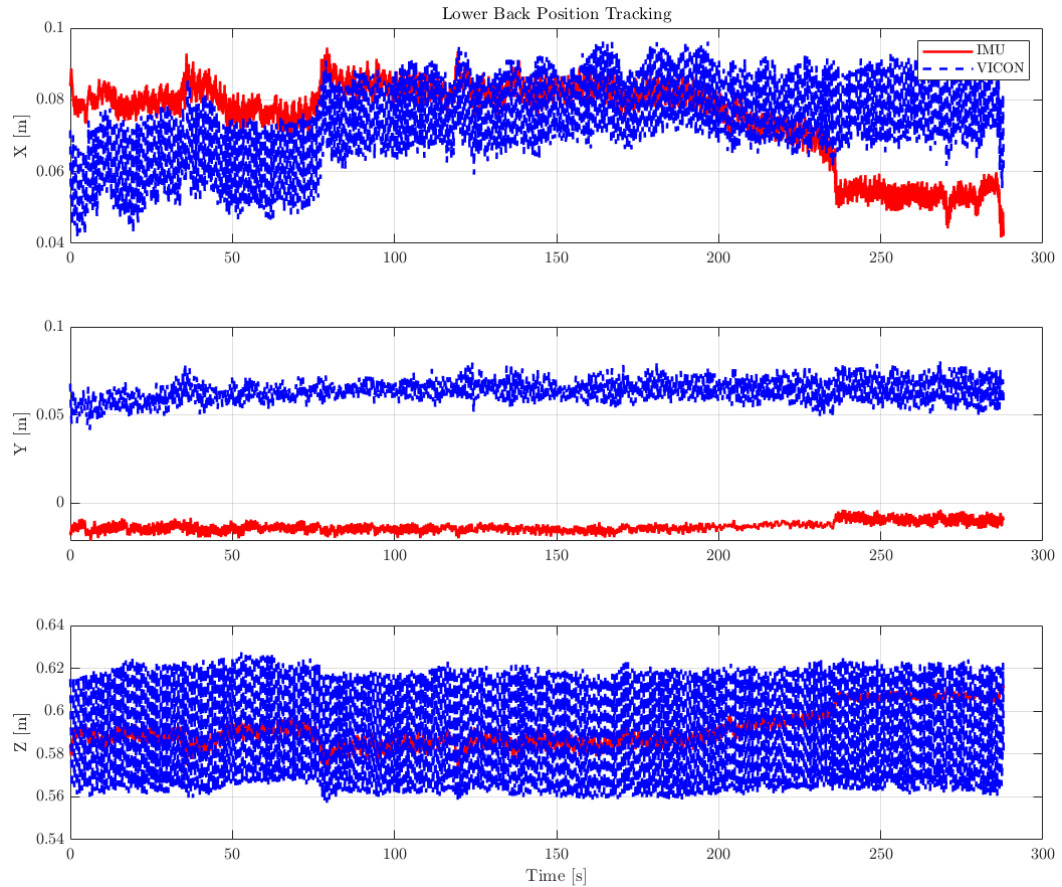


Figura 8.7: Posizione del marker lower back (X, Y, Z), confronto IMU-Vicon, ultimo minuto della Prova 1.

Nelle pedalate successive, dove l'errore si presenta non solo nella fase finale ma nell'intera finestra in analisi, andremo quindi a correggere manualmente l'offset angolare, in maniera tale da ottenere risultati coerenti con quanto visto nella fase iniziale della prima prova.

Applicando la correzione come: $+20^\circ$ per l'anca e -20° per la schiena si ottengono i seguenti risultati:

Tabella 8.9: Bias e deviazione standard degli angoli articolari, Prove 2-4.

	Schiena	Anca	Ginocchio	Caviglia
<i>Prova 2</i>				
Bias [°]	-5,8	-0,5	-4,2	0,8
σ [°]	3,2	3,0	1,6	1,1
<i>Prova 3</i>				
Bias [°]	-4,0	-0,9	-4,3	1,6
σ [°]	3,5	4,1	5,9	2,2
<i>Prova 4</i>				
Bias [°]	-7,0	0,8	-4,1	1,9
σ [°]	4,0	4,8	1,9	1,5

I valori di schiena e anca riportati sono quindi quelli già corretti come descritto in precedenza. La prova 1 non è inclusa in questa tabella riassuntiva poiché come discusso è presente l'anomalia nella parte finale della prova: i risultati sono quindi presentati nei grafici precedenti in maniera completa e separata.

La Figura 8.8 raccoglie in forma visiva i risultati di tutte e quattro le prove, includendo i valori della fase iniziale della Prova 1 per consentire un confronto diretto con le successive.

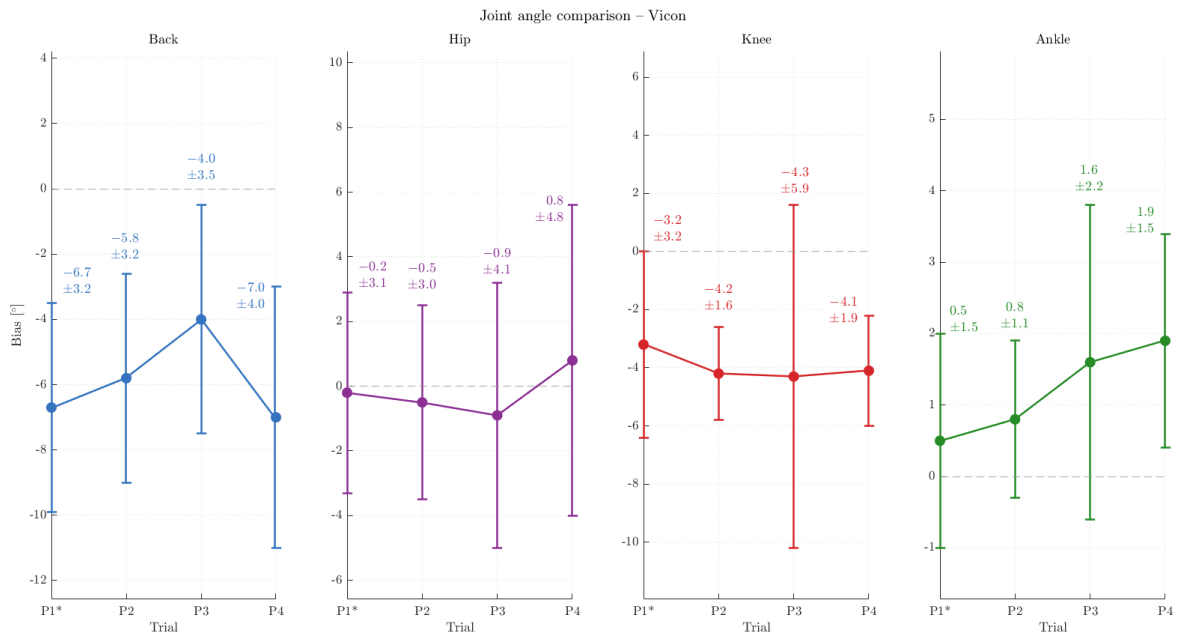


Figura 8.8: Riepilogo del bias $\pm\sigma$ per i quattro angoli articolari nelle quattro prove Vicon. I valori P1* si riferiscono alla porzione iniziale della Prova 1, priva dell'anomalia discussa in precedenza; i valori delle Prove 2–4 incorporano la correzione di $\pm 20^\circ$ applicata alla schiena e all'anca.

8.1.4 Confronto dell'angolo di pedivella

Il confronto dell'angolo di pedivella segue il metodo descritto nell'implementazione del modello, il riferimento gold standard è ottenuto dal marker posizionato sul piede in corrispondenza dell'asse del pedale (RPED), mentre la stima IMU viene ricavata per fitting circolare della traiettoria della punta del piede (Figura 7.13), seguendo due diverse modalità: basata su quattro punti caratteristici del ciclo o basata su due soli punti. Lo scostamento tra le due stime IMU e riferimento viene quantificato tramite sfasamento circolare $\Delta\varphi$

La Figura 8.9 mostra, per la Prova 1, l'angolo di ginocchio IMU e Vicon in funzione dell'angolo di pedivella gold standard.

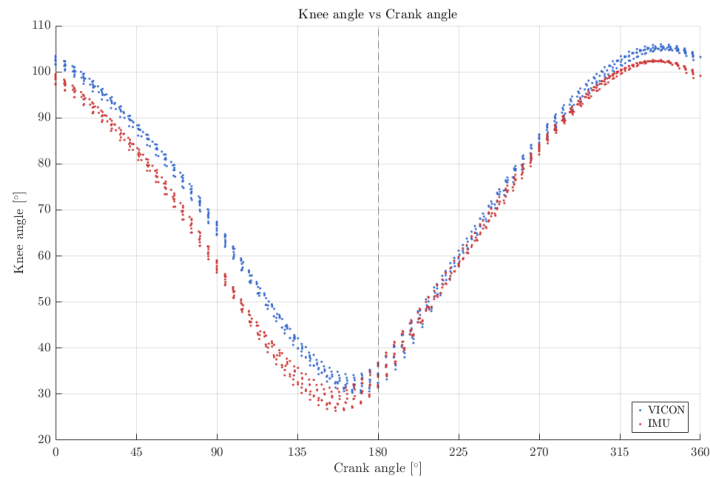


Figura 8.9: Angolo di ginocchio IMU e Vicon in funzione dell'angolo di pedivella ottenuto tramite metodo GS.

Sono stati quindi definiti i riferimenti tramite IMU i quali se confrontati direttamente (usando sempre l'angolo di ginocchio) con quello standard del marker pedale danno il seguente risultato:

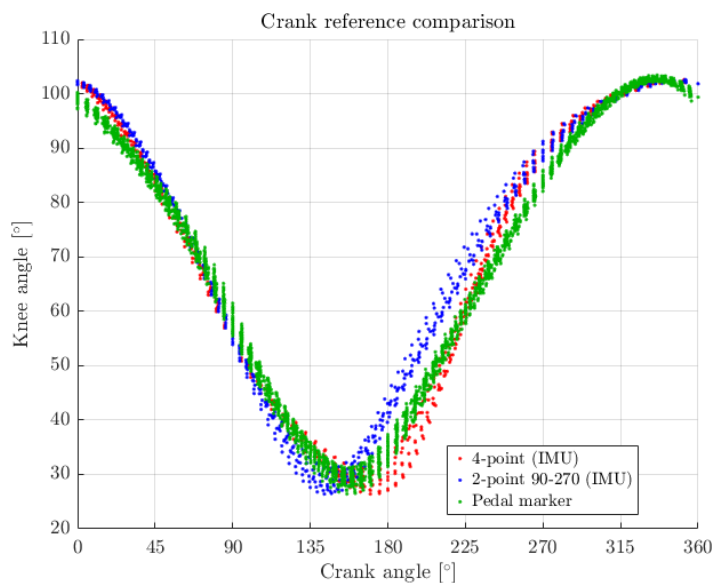


Figura 8.10: Confronto tra stime IMU (4 e 2 punti) e il riferimento gold standard, Prova 1.

La Figura 8.11 mostra invece l'andamento nel tempo dello sfasamento $\Delta\varphi$ delle due stime IMU rispetto al riferimento.

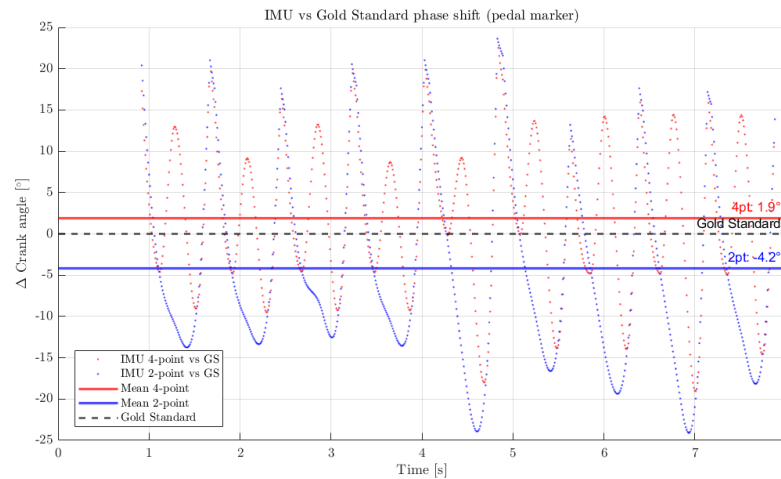


Figura 8.11: Sfasamento circolare $\Delta\varphi$ tra le stime IMU (4 e 2 punti) e il riferimento gold standard, Prova 1.

Dagli andamenti anche in questo caso si nota periodicità nell’evoluzione dell’errore sottolineando anche in questo caso un problema dinamico e non legato ad errori numerici.

I risultati complessivi per le quattro prove, ottenuti su 50 cicli di pedalata, sono riportati in Tabella 8.10.

Tabella 8.10: Sfasamento circolare $\Delta\varphi$ (media e deviazione standard) tra le stime IMU dell’angolo di pedivella e il riferimento gold standard, per le quattro prove.

	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 4
4 punti – media [°]	1,9	-3,0	9,0	-1,7
4 punti – σ [°]	8,9	10,6	10,6	18,0
2 punti – media [°]	-4,1	-9,9	2,9	-3,7
2 punti – σ [°]	11,4	12,6	13,0	19,8

Il metodo a quattro punti mostra una deviazione standard inferiore al metodo a due punti in tutte le prove, risultando quindi sistematicamente più preciso. Anche in termini di bias il metodo a quattro punti è generalmente più accurato ad eccezione della Prova 3, dove il metodo due punti ha bias più contenuto. Nel complesso però è comunque preferibile l’utilizzo del metodo a quattro punti, il quale fornisce una stima dell’angolo di pedivella più stabile e con più riferimenti durante l’intero ciclo, i quali possono permettere di individuare maggiore variabilità durante la pedalata. Si osserva inoltre un aumento della dispersione nella Prova 4, rispetto alle altre 3 questo risultato è coerente con quanto già osservato nel confronto delle posizioni articolari, dove la stessa prova presentava una deviazione standard anomala sull’asse x comune a tutti i punti analizzati, probabilmente legata alle fasi di pedalata in piedi.

8.2 Validazione con Opto2DMA

Il secondo confronto viene condotto con il sistema Opto2DMA, impiegato in ambiente professionale di bike fitting presso lo studio Bodyframe. A differenza della validazione precedente, questa prova e il giro all'aperto, visto nei capitoli successivi, considerano un secondo atleta, si noteranno infatti valori diversi per quanto riguarda le lunghezze dei segmenti.

Proprio come nel caso del sistema Vicon la validazione riguarda quattro prove, organizzate secondo due variabili: la posizione del sensore IMU sulla schiena (T5 e T10) e la posizione delle mani sul manubrio (appoggio basso e appoggio alto).

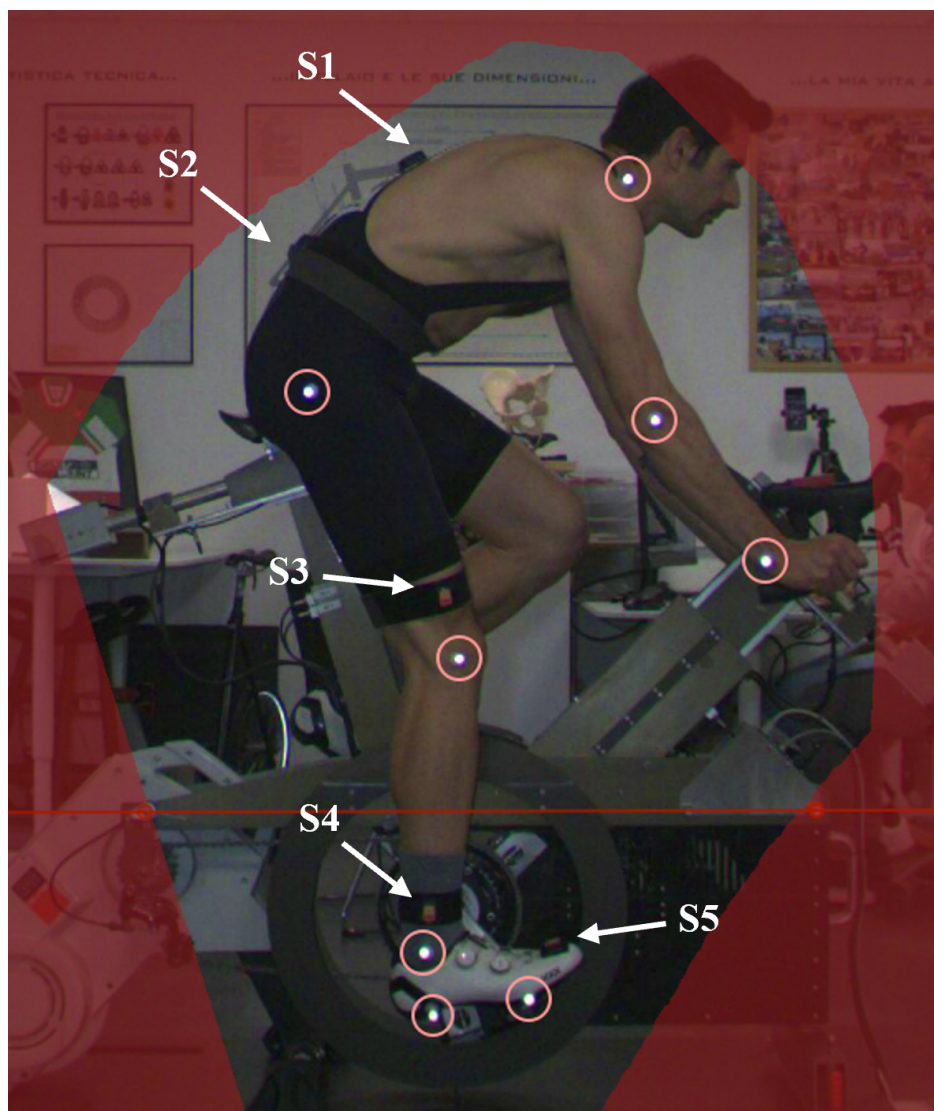


Figura 8.12: Prova in configurazione appoggio basso, con indicazione dei sensori IMU e marker utilizzati.

Il sistema non dispone di specifiche tecniche fornite dal produttore analoghe a quelle di Vicon. L'incertezza di posizione è stata quindi stimata a partire dalla risoluzione del sistema: i due punti di riferimento per la calibrazione del sistema optoelettronico distano $543px$ e corrispondono a $990mm$, per una risoluzione di circa $1,82mm/px$. Tenendo conto della

possibile uscita dal piano sagittale, delle condizioni di illuminazione e della precisione nell'individuazione del centro del marker si assume un'incertezza massima di $\pm 4px$ con deviazione standard dell'incertezza di posizione pari a:

$$\sigma = \frac{4 \times 1,82}{\sqrt{3}} \approx 4,2mm \quad (8.1)$$

Questo valore risulta maggiore rispetto a quanto visto per il sistema Vicon e rappresenta il limite intrinseco di un sistema 2D rispetto allo standard 3D optoelettronico. Le sezioni successive presentano la validazione dei risultati ottenuti dai sensori IMU con il sistema Opto2DMA proprio come fatto con il sistema Vicon.

8.2.1 Stabilità dei marker Opto2DMA

Per ciascuna delle quattro prove è stata verificata la stabilità dei marker utilizzati per la ricostruzione cinematica nel piano sagittale, calcolando media, deviazione standard e coefficiente di variazione della lunghezza. I risultati sono riportati in Tabella 8.11 e Tabella 8.12.

Tabella 8.11: Coefficiente di variazione (CV%) della lunghezza dei segmenti Opto2DMA, per ciascuna delle quattro prove.

Segmento	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 4
	<i>T5 app. basso</i>	<i>T5 app. alto</i>	<i>T10 app. basso</i>	<i>T10 app. alto</i>
Schiena	2,69%	2,22%	2,24%	2,18%
Femore	0,74%	0,83%	0,76%	0,88%
Tibia	1,38%	1,31%	1,26%	1,27%
Piede	0,45%	0,40%	0,34%	0,38%

Tabella 8.12: Lunghezza media e deviazione standard dei segmenti Opto2DMA (mm), per ciascuna delle quattro prove.

Segmento	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 4
	<i>T5 app. basso</i>	<i>T5 app. alto</i>	<i>T10 app. basso</i>	<i>T10 app. alto</i>
Schiena	522 ± 14	561 ± 12	524 ± 12	546 ± 12
Femore	451 ± 3	451 ± 4	451 ± 3	451 ± 4
Tibia	418 ± 6	415 ± 5	416 ± 5	413 ± 5
Piede	141 ± 1	140 ± 1	141 ± 1	140 ± 1

Il segmento del piede mostra la maggiore stabilità tra le prove, seguito dal femore e dalla tibia. La schiena mostra invece il CV% più elevato, coerentemente con quanto osservato anche nel confronto Vicon. Tuttavia, a differenza degli altri segmenti, la media della schiena varia anche in modo sistematico tra le prove: nelle prove con appoggio alto (Prove 2 e 4) la lunghezza media risulta maggiore rispetto alle prove con appoggio basso (Prove 1 e 3). Questo effetto non è attribuibile a instabilità del marker, ma alla variazione effettiva della postura del tronco.

8.2.2 Confronto angoli articolari

Il confronto degli angoli articolari con il sistema Opto2DMA riguarda tre articolazioni: anca, ginocchio e caviglia. L'angolo di schiena non è disponibile essendo questa definita, nel sistema optoelettronico, da un unico segmento rigido. Per l'anca vengono quindi fatti due confronti distinti, corrispondenti alle due definizioni introdotte nel capitolo relativo alla metodologia: la definizione standard, che calcola l'angolo tra il segmento basso della schiena e il femore, e la definizione estesa, che utilizza il vettore diretto dalla sommità della schiena all'anca confrontato con il femore, replicando la struttura del sistema optoelettronico.

La Figura 8.13 illustra la differenza tra i due modelli definiti per il sistema IMU e Opto2DMA.

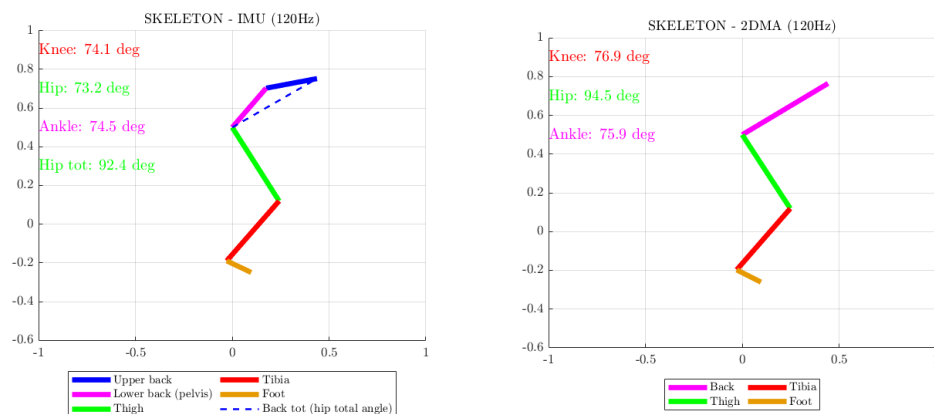


Figura 8.13: Rappresentazione modelli implementati, con vettore schiena completo e non.

Procedendo quindi con i risultati delle quattro prove:

Tabella 8.13: Bias e deviazione standard degli angoli articolari IMU vs Opto2DMA, per le quattro prove.

	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 4
	<i>T5 app. basso</i>	<i>T5 app. alto</i>	<i>T10 app. basso</i>	<i>T10 app. alto</i>
<i>Anca standard</i>				
Bias [°]	-19,2	-14,4	-27,1	-24,2
σ [°]	1,9	2,2	1,4	2,3
<i>Anca estesa</i>				
Bias [°]	-0,8	-0,1	-1,5	0,4
σ [°]	1,8	2,2	1,6	2,3
<i>Ginocchio</i>				
Bias [°]	-0,8	-0,6	-3,5	-2,9
σ [°]	1,8	1,6	2,0	2,1
<i>Caviglia</i>				
Bias [°]	-1,8	-0,9	0,0	-0,7
σ [°]	1,6	1,4	0,8	0,7

Il dato più evidente è il comportamento dell'angolo di anca nelle due definizioni. La definizione standard mostra un bias sistematico e di grande entità in tutte le prove ($-14,4 \div -27,1^\circ$), con

un andamento che non dipende dalla posizione delle braccia ma dalla posizione del sensore, che amplifica l'errore legato alla differente modellazione. Tuttavia introducendo il modello a un solo segmento per la schiena il bias risulta essere molto contenuto e paragonabile con gli altri angoli. Le prove con sensore in posizione T10 mostrano mediamente un bias più alto legato alla calibrazione dei sensori (le prove 3 e 4 sono avvenute in una sessione differente alla prima), che rimane la parte più critica dell'analisi.

La Figura 8.14 riassume i risultati visivamente per tutte le quattro prove:

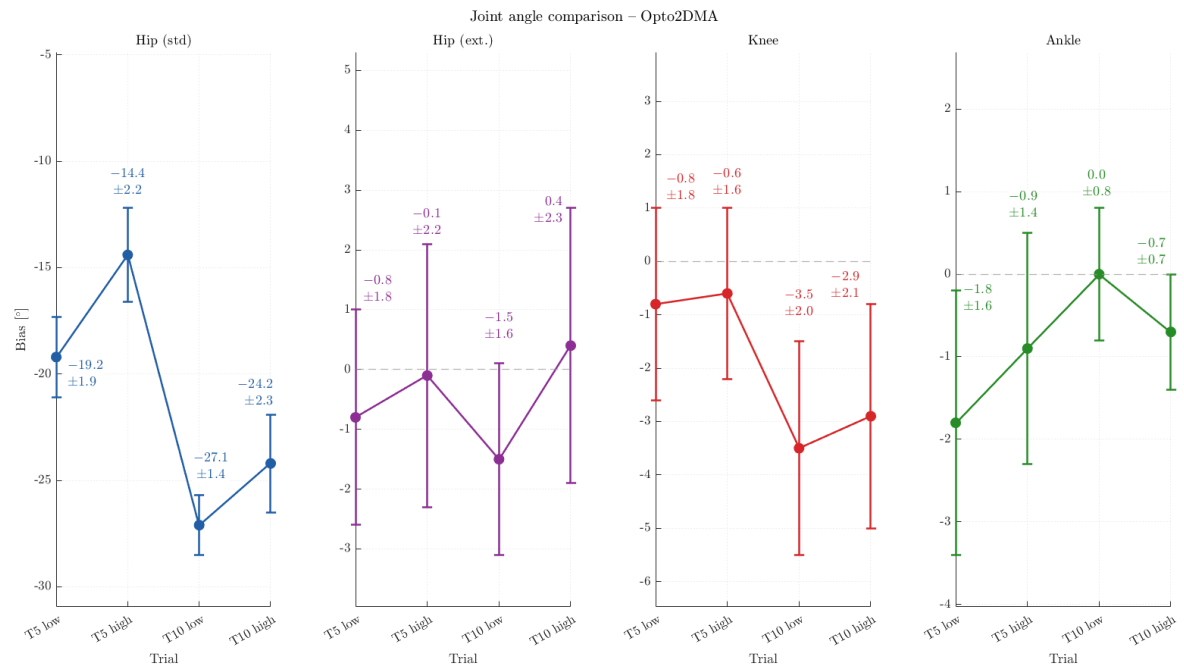


Figura 8.14: Riepilogo del bias $\pm\sigma$ per le quattro grandezze angolari confrontate nelle quattro prove Opto2DMA. La netta differenza tra anca standard e anca estesa evidenzia l'effetto della definizione del modello sulla stima dell'angolo di anca.

Essendo queste sessioni più corte ($\approx 10s$) rispetto a quanto fatto per il Vicon, si mostra per la prova 1, l'intero andamento dell'errore.

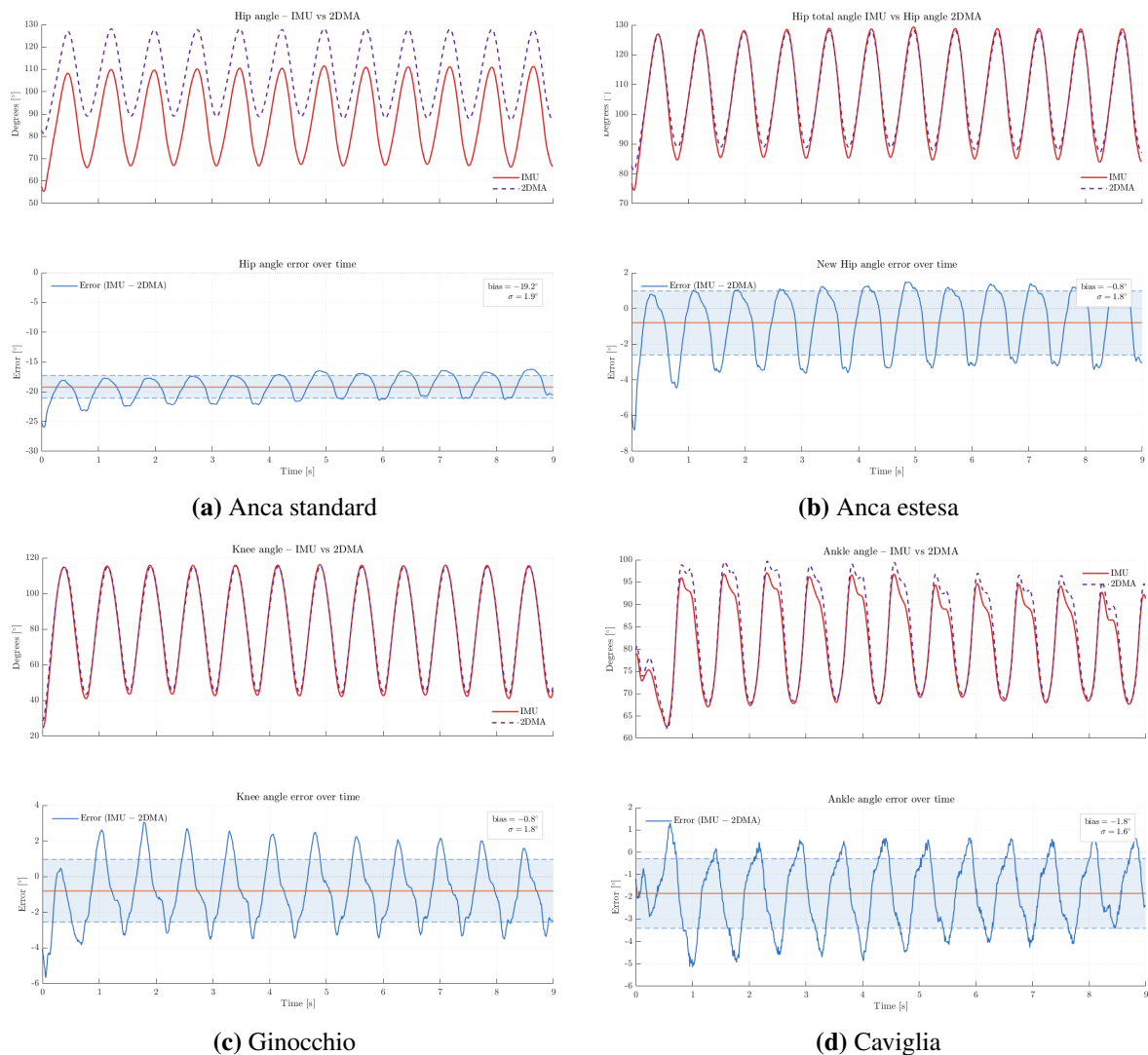


Figura 8.15: Confronto IMU–Opto2DMA per i quattro angoli articolari, Prova 1 (T5, appoggio basso). In alto: anca nella definizione standard e in quella estesa. In basso: ginocchio e caviglia.

Anche in questo caso l'errore presenta una componente periodica sincrona con il ciclo di pedalata, coerentemente con quanto osservato nel confronto con il sistema Vicon.

La Figura 8.16 mostra la sovrapposizione dei due modelli su un frame casuale preso dalla Prova 1: il modello IMU (rosso) e il modello Opto2DMA (blu) risultano geometricamente molto vicini lungo tutta la catena, confermando la coerenza nella ricostruzione cinematica.

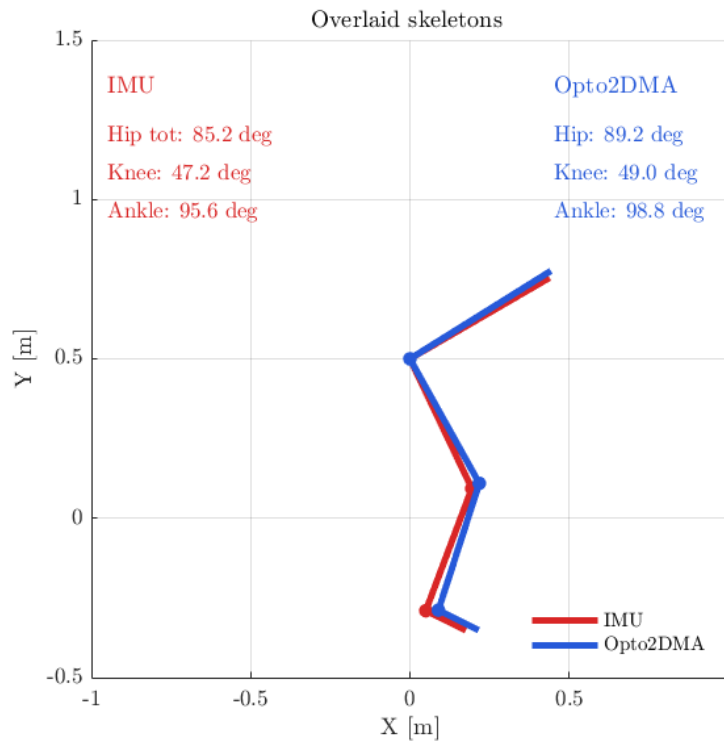


Figura 8.16: Sovrapposizione dei modelli cinematici IMU (rosso) e Opto2DMA (blu) su un frame rappresentativo della Prova 1.

8.2.3 Confronto dell'angolo di pedivella

Il confronto dell'angolo di pedivella nel caso Opto2DMA segue la stessa metodologia descritta per il caso del Vicon. La stima IMU viene ricavata per fitting circolare della traiettoria della punta del piede secondo le due varianti già descritte (quattro punti caratteristici del ciclo o due soli punti), lo scostamento viene quantificato tramite sfasamento $\Delta\varphi$.

La Figura 8.17 mostra l'angolo di ginocchio in funzione dell'angolo di pedivella gold standard (ottenuto dal marker optoelettronico). La Figura 8.18 mostra i tre andamenti sovrapposti in maniera da visualizzare lo sfasamento, il quale è invece graficato nel tempo nella Figura 8.19.

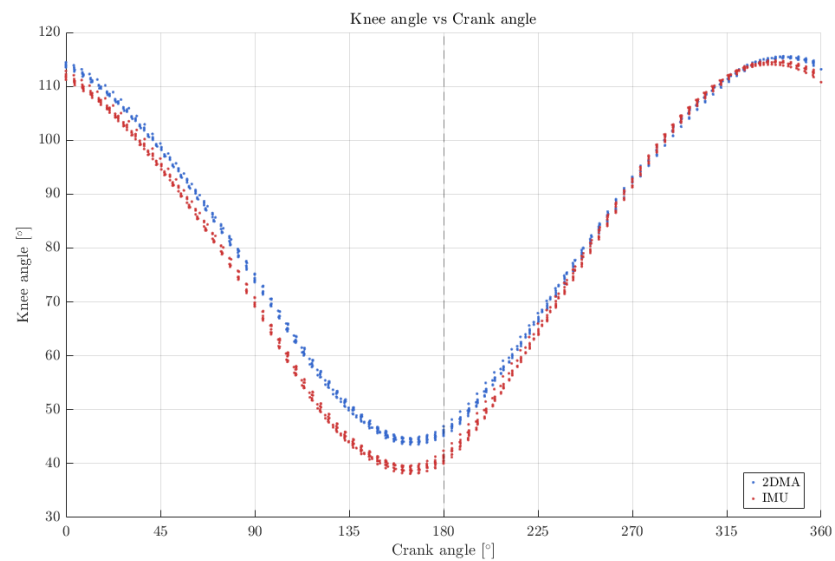


Figura 8.17: Angolo di ginocchio IMU e Opto2DMA in funzione dell'angolo di pedivella ottenuto tramite metodo GS.

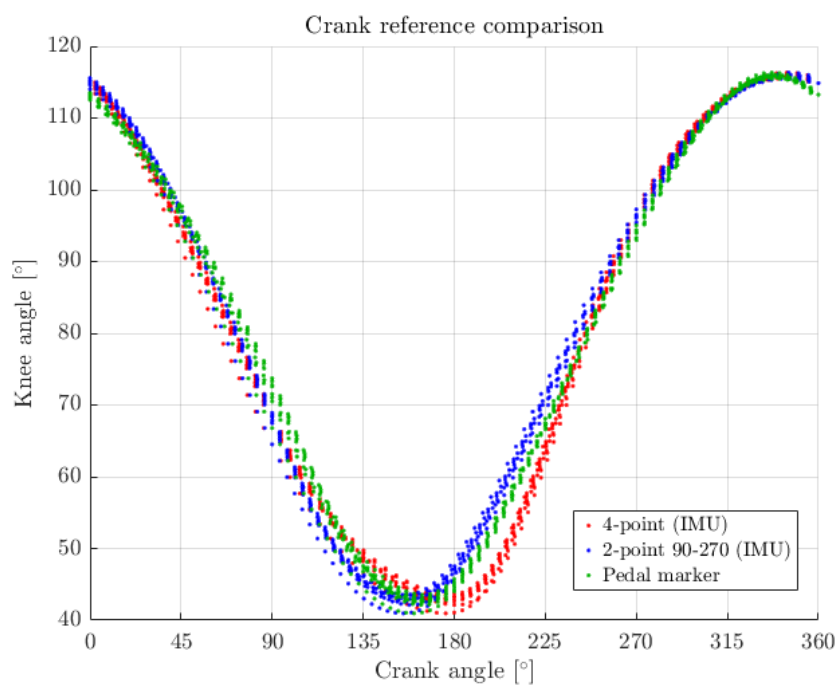


Figura 8.18: Confronto tra stime IMU (4 e 2 punti) e il riferimento gold standard Opto2DMA, Prova 1.

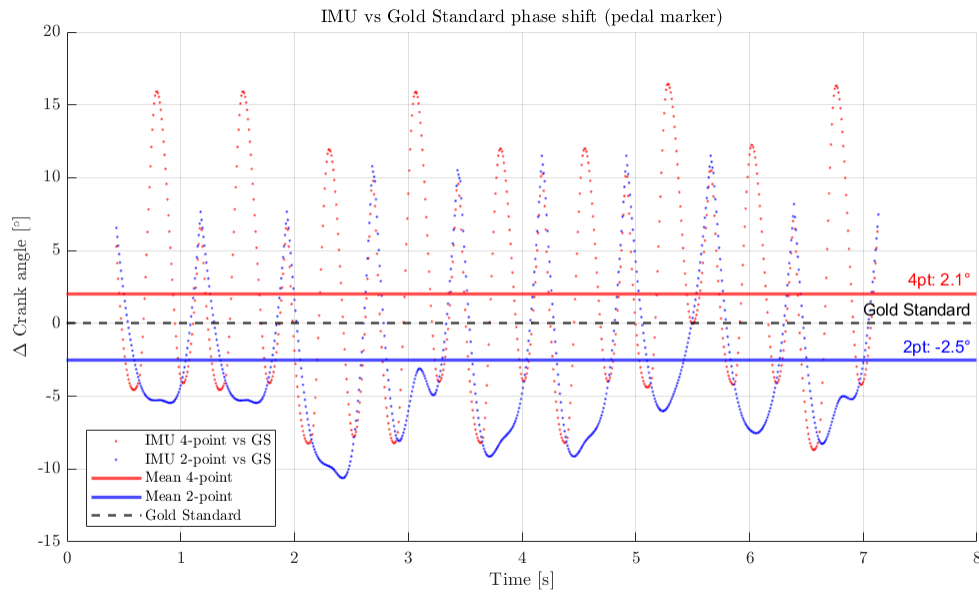


Figura 8.19: Sfasamento circolare $\Delta\varphi$ tra le stime IMU (4 e 2 punti) e il riferimento gold standard, Prova 1.

Anche in questo caso l'andamento dello sfasamento nel tempo mostra una periodicità sincrona con il ciclo di pedalata, coerente con quanto visto nel confronto con Vicon e con la natura dinamica dell'errore di stima dell'angolo di pedivella. I risultati di tutte e quattro le prove sono:

Tabella 8.14: Sfasamento circolare $\Delta\varphi$ (media e deviazione standard) tra le stime IMU dell'angolo di pedivella e il riferimento gold standard (marker RTOE), per le quattro prove Opto2DMA (10 cicli per prova).

	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 4
	<i>T5 app. basso</i>	<i>T5 app. alto</i>	<i>T10 app. basso</i>	<i>T10 app. alto</i>
4 punti – media [°]	2,1	1,9	-1,5	3,2
4 punti – σ [°]	6,7	7,0	7,2	7,1
2 punti – media [°]	-2,5	-2,8	-6,6	-1,7
2 punti – σ [°]	5,3	5,4	5,6	5,3

I risultati mostrano un'inversione rispetto a quanto osservato nel confronto Vicon, in questo caso è il metodo a due punti ad avere deviazione standard inferiore. Tuttavia il metodo a due punti mostra anche un bias più marcato e consistente, a differenza del valore contenuto del sistema a quattro punti, il metodo a quattro punti rimane la scelta preferibile.

8.3 Discussioni finali sulla validazione

La validazione condotta nelle sezioni precedenti permette di definire l'accuratezza complessiva del sistema IMU, distinguendo le prestazioni ottenute in condizioni di laboratorio da quelle riscontrate in ambito operativo reale di bike fitting.

Per quanto riguarda gli angoli articolari degli arti inferiori, i risultati del confronto con Vicon mostrano un accordo soddisfacente per tutte le prove, con bias e deviazioni standard nell'ordine di pochi gradi. L'angolo di anca, nelle prove successive alla prima, ha richiesto una correzione sistematica proprio come quello della schiena, ma vista l'entità è semplicemente riconducibile ad uno scostamento sistematico di un sensore. Una volta applicata la correzione anche anca e schiena mostrano risultati apprezzabili.

Il confronto con il sistema Opto2DMA conferma le prestazioni del sistema viste nel confronto precedente. Il risultato più rilevante riguarda l'angolo di anca: con le due definizioni che mostrano l'elevata sensibilità legata al metodo di modellazione.

La stima dell'angolo di pedivella tramite fitting circolare della punta del piede mostra buoni risultati per la configurazione a quattro punti, pur presentando un errore che può crescere dipendentemente dalla prova.

Complessivamente, la validazione ha mostrato che il sistema IMU è in grado di stimare con accuratezza accettabile gli angoli articolari degli arti inferiori durante la pedalata. I limiti principali riguardando la catena della schiena, più sensibile agli errori di calibrazione e alla definizione del modello, e la stima dell'angolo di pedivella che non ha un riferimento dedicato ma deve essere definito a partire dai marker che possediamo.

Il sistema validato in questo capitolo rappresenta la base per le analisi e i confronti successivi, dove i dati cinematici delle diverse condizioni sperimentali vengono usati per verificare la coerenza tra prove a potenze simili, la diversa caratterizzazione degli angoli articolari nella pedalata in piedi e per eseguire gli studi di dinamica inversa.

9. Prove all'aperto

Questo capitolo riguarda l'analisi di tutte le prove sperimentali svolte con l'introduzione della prova all'esterno e il conseguente confronto dei risultati ottenuti, sia tra le varie fasi della prova sul campo che con condizioni simili tra campo e ambito di bike fitting.

Per prima cosa quindi procediamo con l'introduzione dei risultati relativi alle varie fasi della prova all'aperto, la quale è costituita da:

- **FASE A:** fase iniziale in pianura.
- **FASE B:** inizio salita, con potenza costante a $\approx 300W$
- **FASE B2:** fase finale della salita, in piedi.
- **FASE C:** inizio discesa senza pedalata.
- **FASE D:** continuo discesa.
- **FASE E:** fase di rientro in pianura.

L'intera durata della prova è di un'ora, tutte le fasi tranne la C sono state analizzate. Quest'ultima non presenta pedalata e quindi non c'è interesse nell'analisi.

Quelle considerate per l'analisi sono state: fase A, B, B2, D ed E.

9.1 Analisi prova all'aperto

Considerando la FASE A come riferimento iniziale per la descrizione dell'analisi si mostrano prima di tutto i grafici relativi al file del computer di bordo, con cadenza e potenza media stimati alla frequenza di $1Hz$.

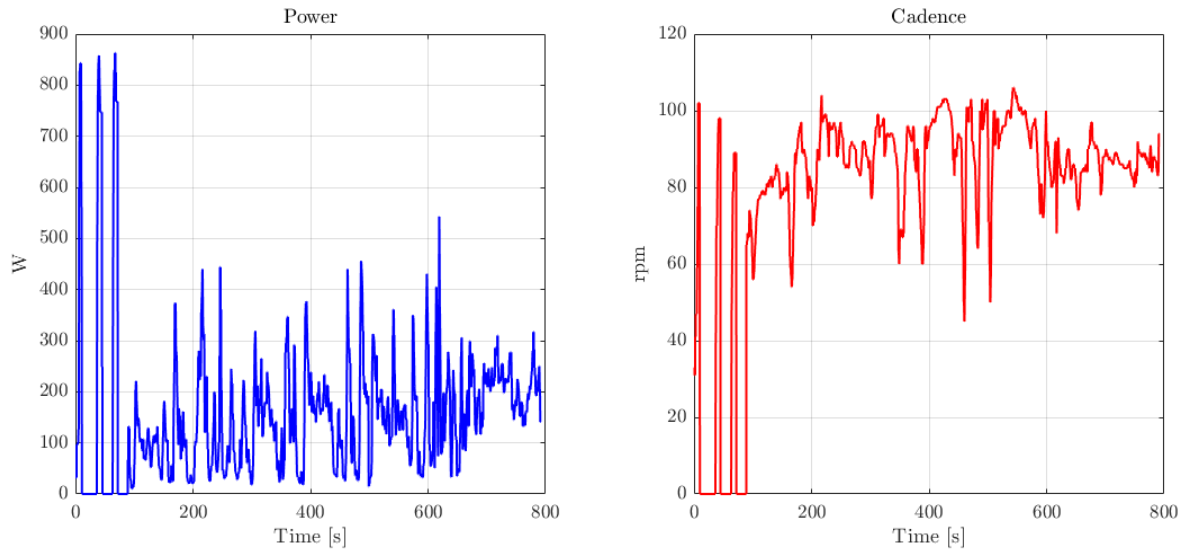


Figura 9.1: A sinistra la potenza espressa in funzione del tempo mentre a destra la cadenza in rpm in funzione del tempo.

Nella fase iniziale si notano i tre picchi utilizzati per la sincronizzazione tra computer di bordo e sensori IMU.

Come detto nella fase di implementazione il passo successivo è stata la semplice analisi cinematica con la correzione dello yaw per evitare il drift che ha avuto effetto negativo su tutta la prova. L'analisi è stata comunque portata avanti anche senza la correzione così da poter mostrare la differenza e i benefici di quanto fatto.

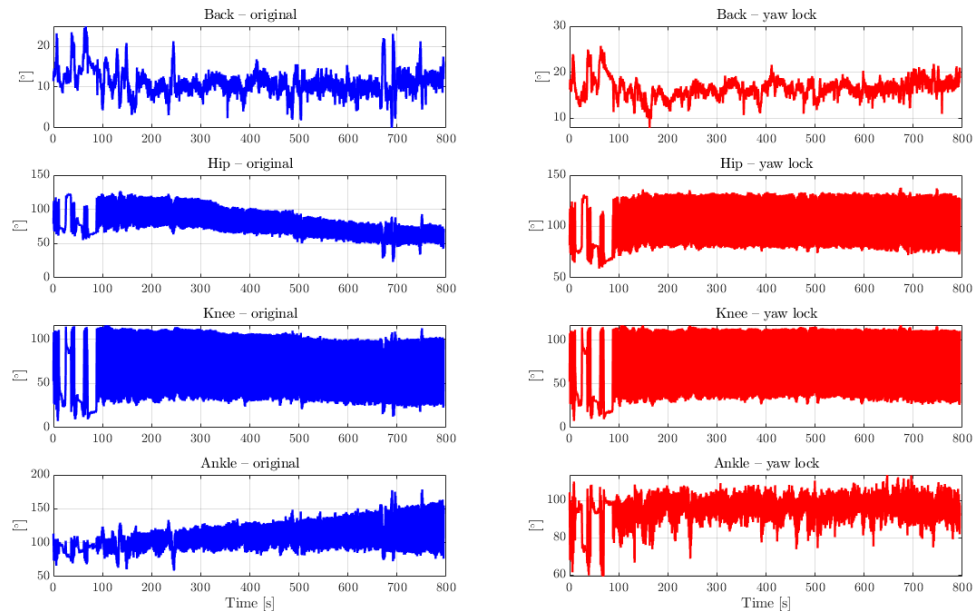


Figura 9.2: A sinistra gli angoli articolari senza la correzione di heading e quindi soggetti a drift, a destra gli angoli derivanti dal modello con yaw lock.

Dalla Figura 9.2 si nota come gli angoli articolari risultino sensibili all'effetto del drift che si accumula nel tempo e causa una deriva che si propaga dal modello a loro. L'effetto si nota soprattutto su anca e caviglia, dove il valore medio ha una variazione lineare (coerente con l'effetto di drift) e per la caviglia aumenta anche l'escursione nel tempo.

Inoltre visto che l'analisi è portata avanti in 3D possiamo vedere anche l'andamento dell'angolo di ab-adduzione e l'effetto della correzione:

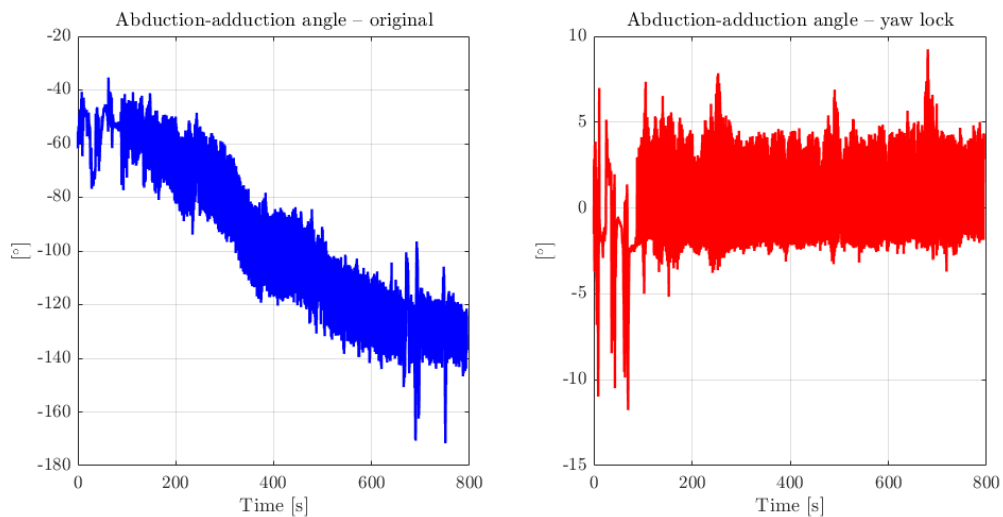


Figura 9.3: Sulla sinistra l'andamento dell'angolo di ab-adduzione con il modello originale mentre sulla destra con la correzione di heading.

Come si nota dai due grafici, il modello a seguito del primo transitorio che interessa anche il modello corretto, legato alle prime fasi di pedalata, inizia a driftare e deriva per l'interezza della fase. Il modello invece con yaw lock è stabile e mostra valori all'interno di un range plausibile.

9.1.1 Angoli articolari in funzione dell'angolo di pedivella

Per questa analisi visto che non è presente un confronto diretto per la validazione, è più significativo mostrare direttamente gli angoli in funzione dell'angolo di pedivella, sfruttando il metodo già validato a quattro punti, su una finestra temporale selezionata così da evitare errori numerici e facendo la media degli andamenti, su 30 cicli, così da avere risultati più leggibili.

Fase A - Pianura.

La Figura 9.4 riporta i 30 cicli sovrapposti per le quattro articolazioni considerate. La dispersione tra i cicli mostra la variabilità in condizioni di pedalata su strada.

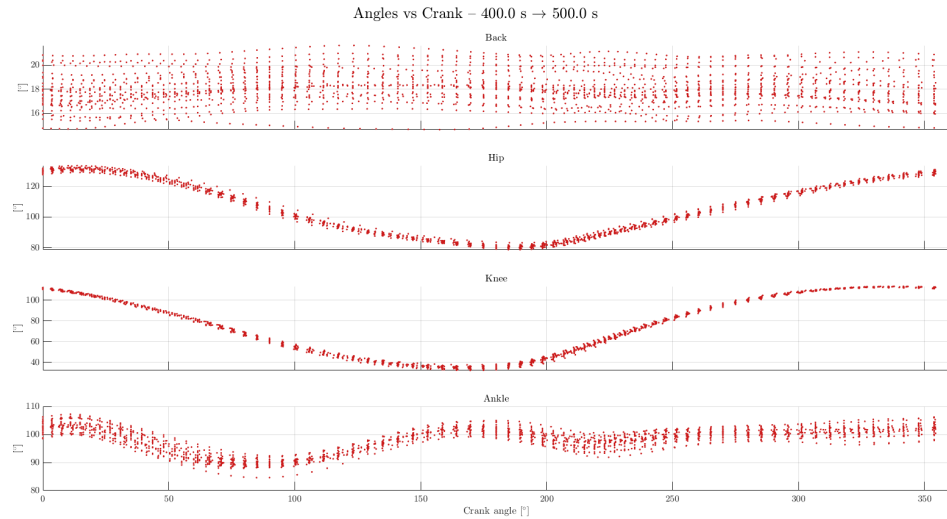


Figura 9.4: Fase A — cicli sovrapposti (30 cicli) per schiena, anca, ginocchio e caviglia in funzione dell'angolo di pedivella.

La Figura 9.5 mostra invece la media degli stessi cicli con relativa banda di deviazione.

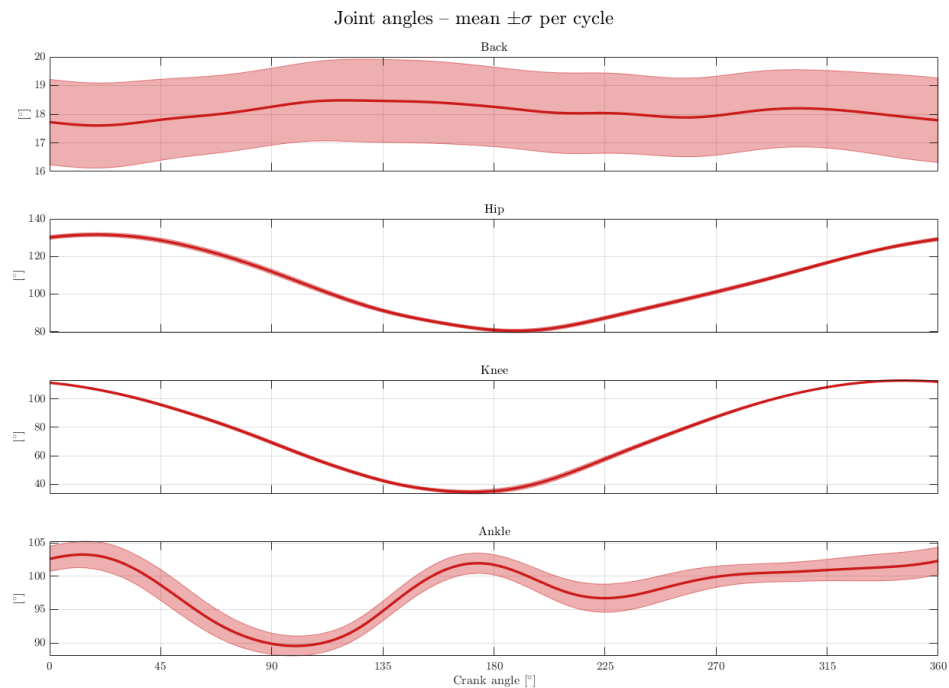


Figura 9.5: Fase A — profilo medio $\pm\sigma$ per schiena, anca, ginocchio e caviglia in funzione dell'angolo di pedivella.

La figura mediata mostra l'andamento aspettato con una banda di deviazione praticamente nulla, rispetto alla scala dell'escursione sul ciclo, per ginocchio e anca, risultato atteso per la fase tranquilla di pianura iniziale, e già visibile nel grafico puntuale.

La schiena invece presenta un'oscillazione limitatissima con una dispersione tra i cicli relativamente elevata rispetto all'ordine dell'oscillazione. Questo comportamento è atteso visto che il tronco tende a mantenersi in una posizione quasi fissa, e le piccole variazioni risultano quindi molto amplificate.

Anche per quanto riguarda la caviglia questa presenta una dispersione abbastanza elevata rispetto all'andamento sul ciclo, indicando una maggiore variabilità della tecnica di pedalata.

I valori effettivi di deviazione standard sui cicli saranno riassunti alla fine della sezione così da validare la stabilità di tutte le articolazioni.

La Figura 9.6 mostra l'andamento medio dell'angolo di abduzione-adduzione dell'anca sempre in funzione dell'angolo di pedivella.

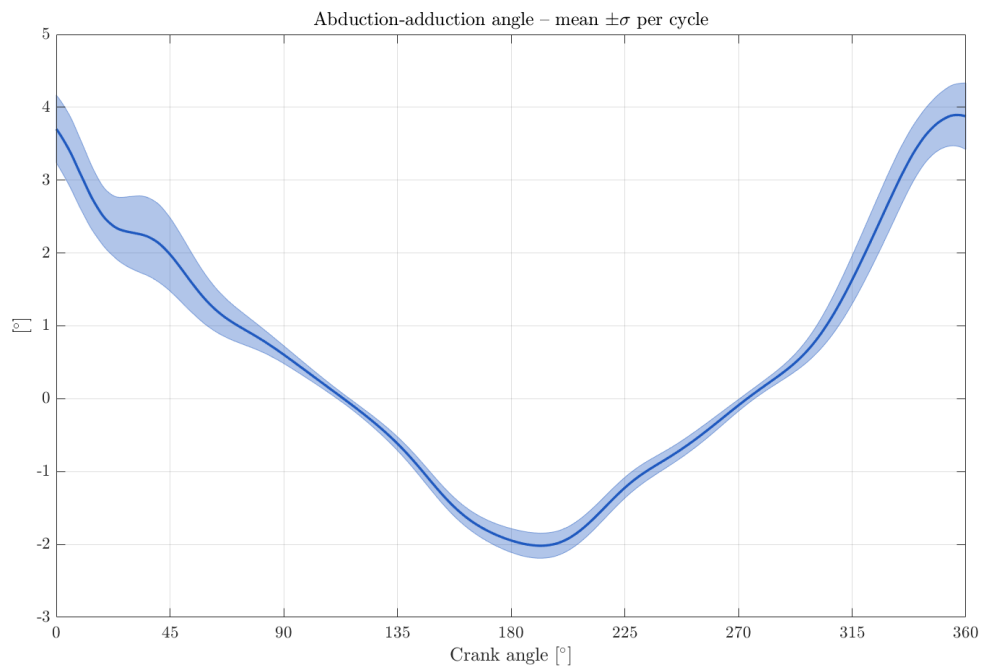


Figura 9.6: Fase A — angolo di abduzione-adduzione dell'anca: profilo medio $\pm\sigma$ in funzione dell'angolo di pedivella.

L'angolo presenta un'escursione limitata durante il ciclo di pedalata, con un andamento caratterizzato da un massimo in corrispondenza del punto morto superiore e un minimo nella fase di spinta, attorno a 180°. Il valore medio comunque oscilla attorno allo zero, con escursione di pochi gradi.

Fase B - Salita.

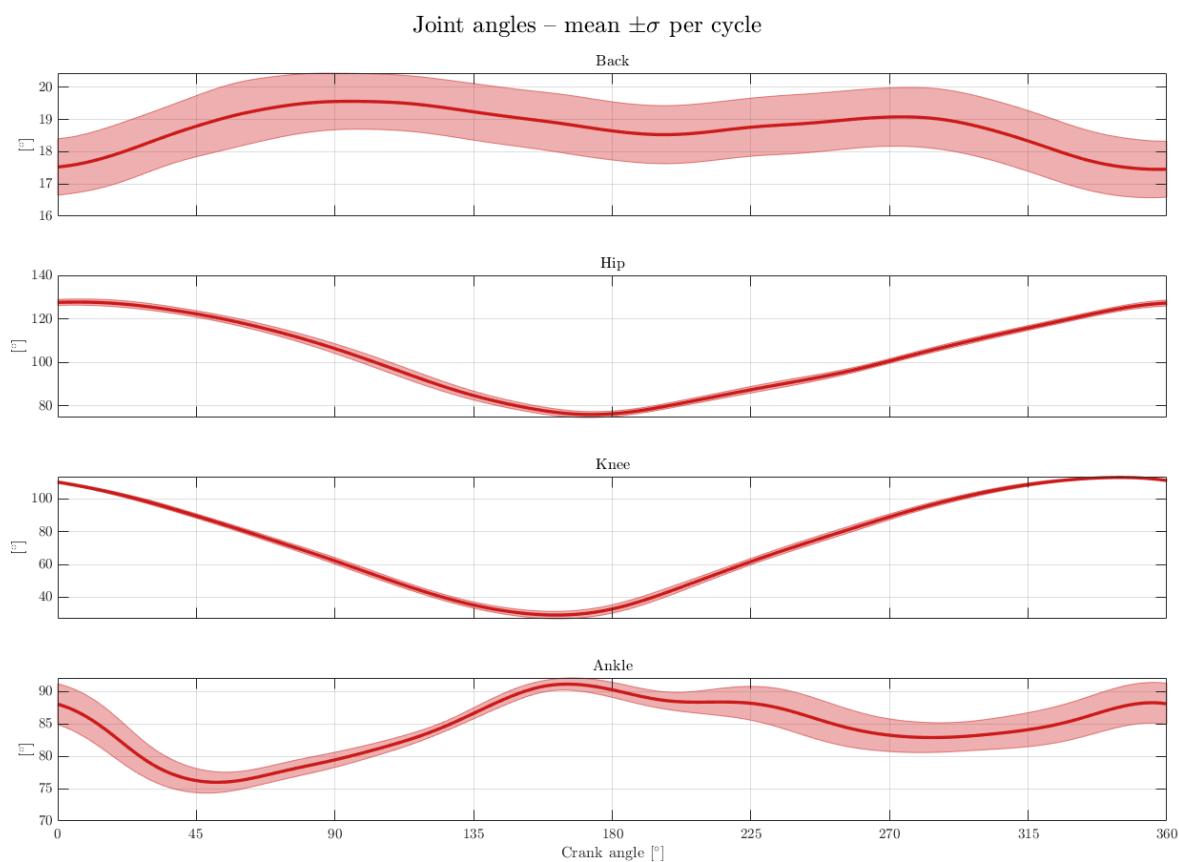


Figura 9.7: Fase B — profilo medio $\pm\sigma$ di schiena, anca, ginocchio e caviglia in funzione dell'angolo di pedivella. Condizione: salita seduto a potenza costante.

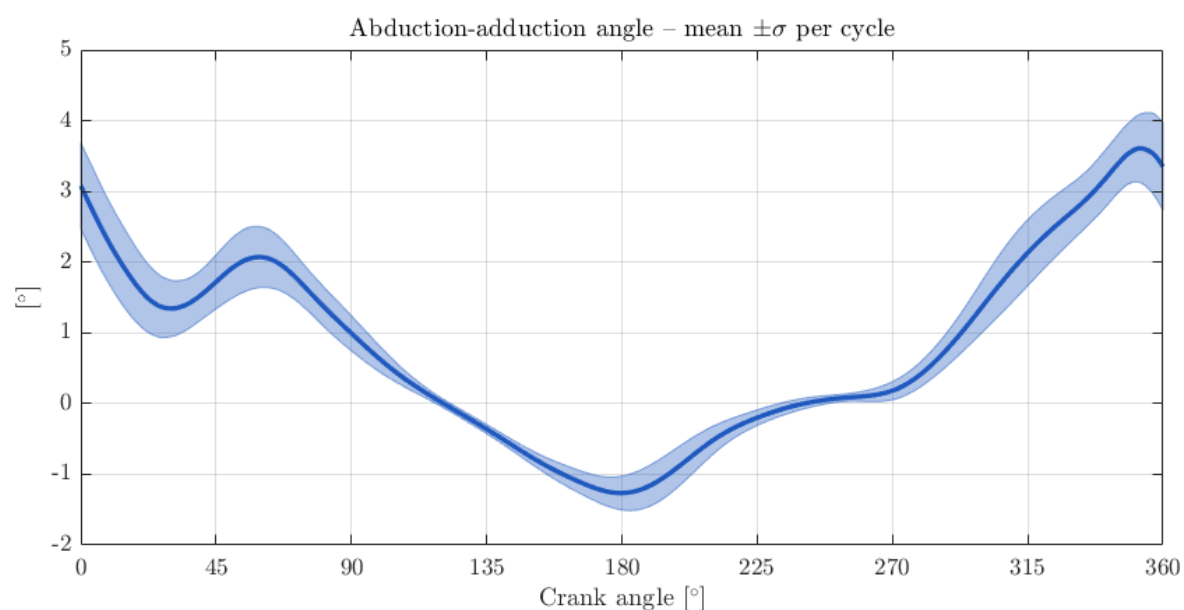


Figura 9.8: Fase B — angolo di abduzione-adduzione dell'anca: profilo medio $\pm\sigma$ in funzione dell'angolo di pedivella. Condizione: salita seduto a potenza costante.

Rispetto alla fase A, schiena, anca e ginocchio mantengono profili qualitativamente analoghi con escursioni e valori simili. L'articolazione che mostra la variazioni più evidente è la caviglia: il profilo medio risulta traslato verso valori inferiori rispetto alla pianura ma la forma risulta comunque analoga.

L'angolo di abduzione-adduzione dell'anca presenta in Fase B un profilo più articolato rispetto alla fase di pianura, con una doppia oscillazione iniziale. L'escursione risulta comunque limitata a qualche grado e la banda abbastanza ristretta confermando la buona riproducibilità per ciclo.

Fase B2 - Salita in piedi.

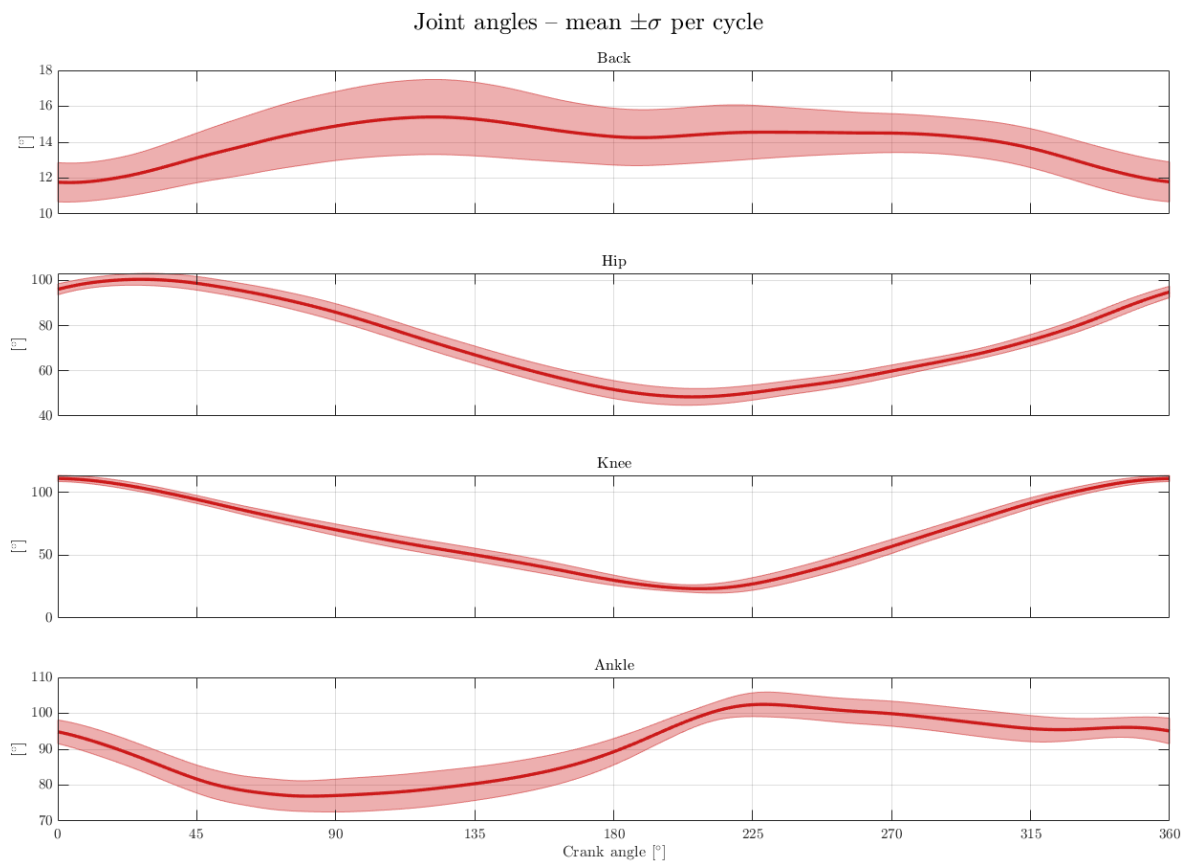


Figura 9.9: Fase B2 — profilo medio $\pm \sigma$ di schiena, anca, ginocchio e caviglia in funzione dell'angolo di pedivella. Condizione: salita in piedi.

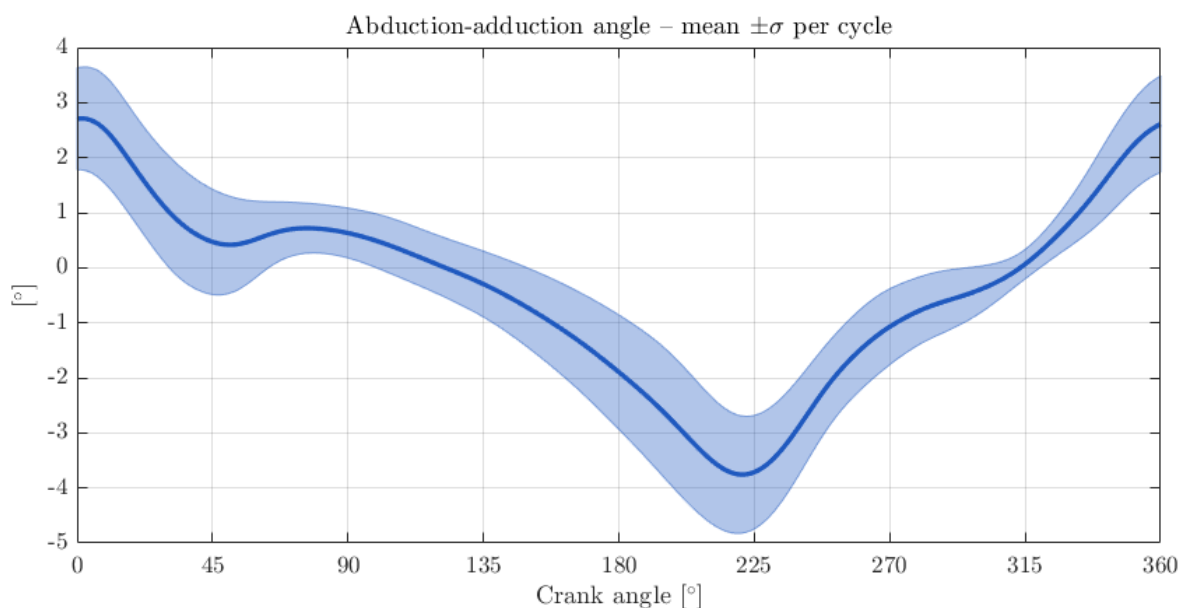


Figura 9.10: Fase B2 — angolo di abduzione-adduzione dell'anca: profilo medio $\pm\sigma$ in funzione dell'angolo di pedivella. Condizione: salita in piedi.

La fase B2 è quella che mostra le differenze cinematiche più marcate rispetto alle condizioni di pedalata da seduti.

La schiena presenta un valore medio inferiore rispetto alle fasi precedenti, con il busto che si porta in una posizione più eretta, e la banda $\pm\sigma$ che risulta più ampia mostra una maggiore variabilità nell'oscillazione del tronco, tipica di una pedalata in piedi in cui il corpo partecipa alla generazione di coppia.

L'anca mostra un'escursione angolare sensibilmente maggiore rispetto alle fasi precedenti con anche valori minimo più bassi ($< 60^\circ$), questo riflette la necessità di estenderla maggiormente durante la spinta.

Il ginocchio è l'articolazione che mostra la variazione maggiore, l'escursione angolare aumenta con il minimo che si avvicina a 20° di flessione. Questo comportamento è classico della pedalata in piedi dove la gamba risulta quasi completamente estesa. Inoltre il valore minimo proprio come nel caso dell'anca risulta spostato oltre il PMI, a causa dello spostamento in avanti del baricentro del corpo.

La caviglia mostra un andamento qualitativamente simile alle fasi precedenti, pur con una banda più ampia che riflette il maggior movimento del piede in assenza del vincolo della sella.

L'angolo di abduzione-adduzione dell'anca mostra l'escursione più ampia tra tutte le fasi analizzate, il profilo mostra un andamento simile alle fasi precedenti ma con il minimo spostato dopo al PMI.

Fase D - Discesa con pedalata.

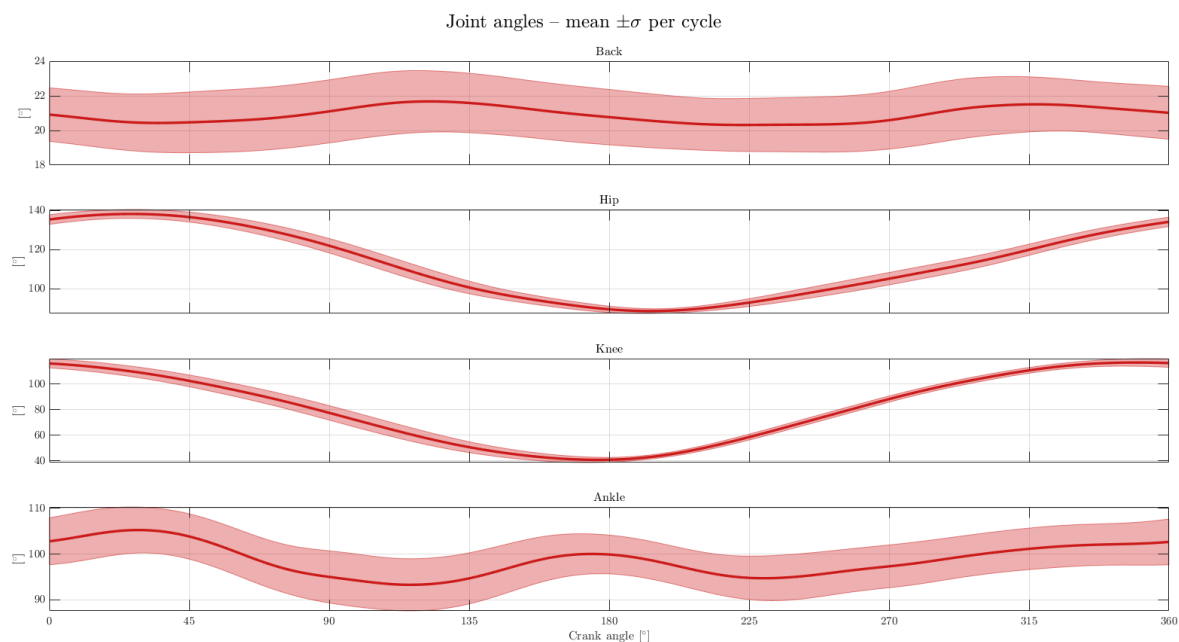


Figura 9.11: Fase D — profilo medio $\pm \sigma$ di schiena, anca, ginocchio e caviglia in funzione dell'angolo di pedivella. Condizione: discesa con pedalata.

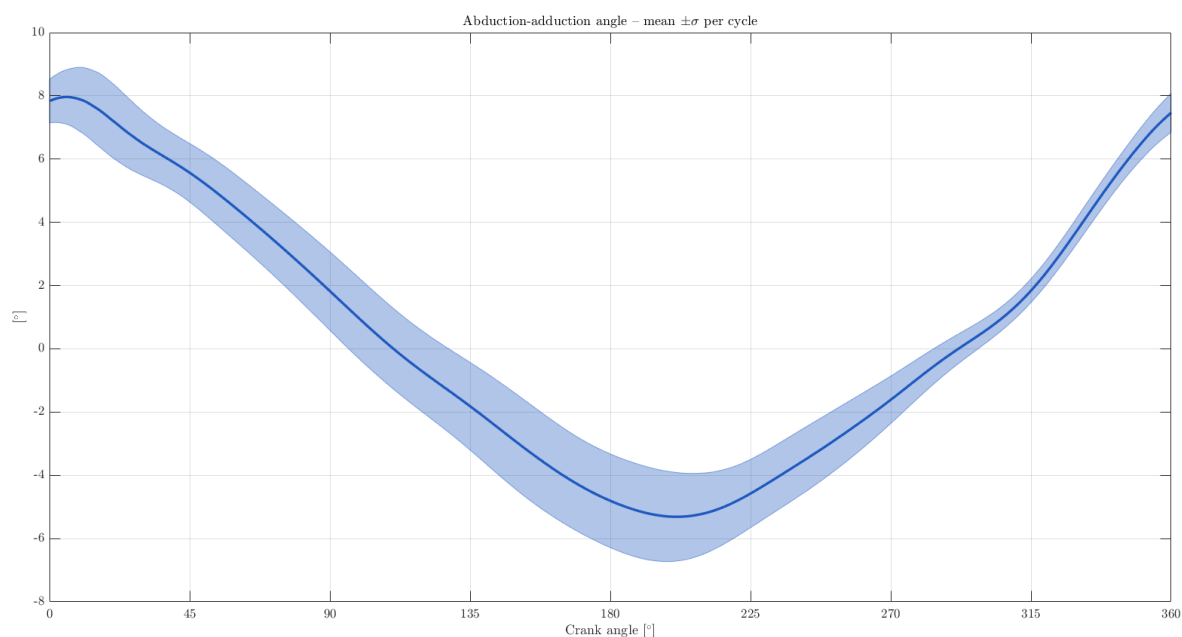


Figura 9.12: Fase D — angolo di abduzione-adduzione dell'anca: profilo medio $\pm \sigma$ in funzione dell'angolo di pedivella. Condizione: discesa con pedalata.

La fase D presenta il profilo cinematico caratteristico della discesa, con alcune differenze rispetto alle fasi precedenti.

Presenta un valore medio di schiena leggermente maggiore rispetto alle fasi in pianura, gesto atteso a causa di un aggiustamento in funzione di pendenza e velocità.

L'anca e il ginocchio hanno andamento molto regolare e simile alla fase di pianura. La caviglia presenta invece una banda più ampia rispetto alle fasi A ed E, coerente con la minore sollecitazione muscolare in discesa che lascia maggiore libertà di movimento.

L'angolo di abduzione-adduzione mostra invece in questa fase il comportamento più distintivo, con un andamento estremamente regolare (parabolico) e una escursione elevata da circa $+8^\circ$ a un minimo di -5° .

Fase E - Pianura rientro.

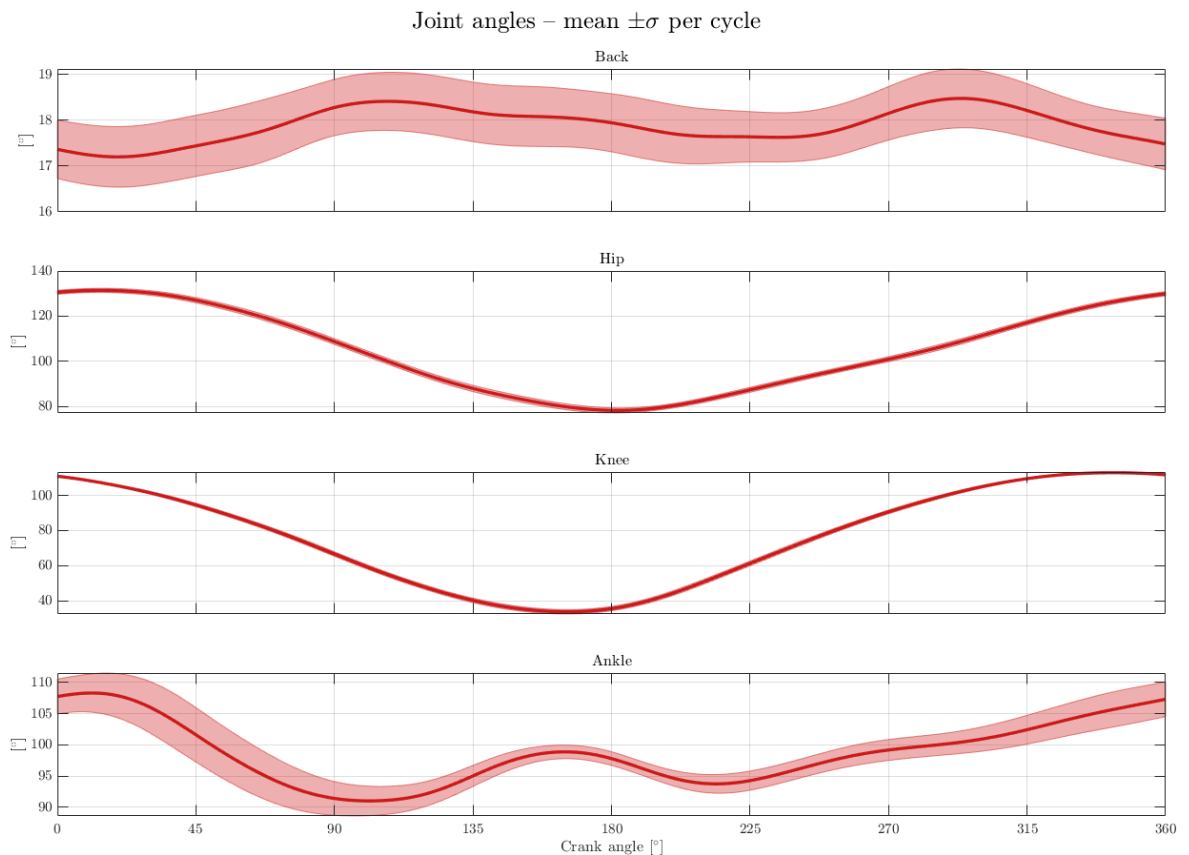


Figura 9.13: Fase E — profilo medio $\pm \sigma$ di schiena, anca, ginocchio e caviglia in funzione dell'angolo di pedivella. Condizione: rientro in pianura.

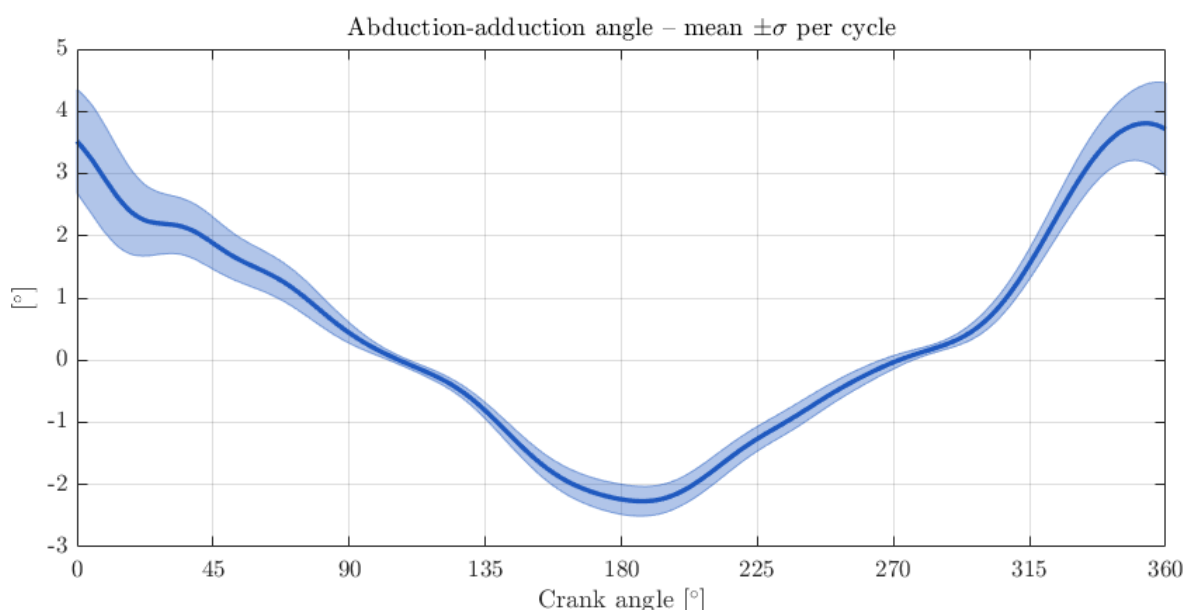


Figura 9.14: Fase E — angolo di abduzione-adduzione dell'anca: profilo medio $\pm\sigma$ in funzione dell'angolo di pedivella. Condizione: rientro in pianura.

La fase E è eseguita in pianura al rientro dal percorso, in condizioni cinematicamente equivalenti alla fase A. I profili articolari mostrano un andamento regolare e analogo a quanto già visto nelle fasi precedenti. L'angolo di abduzione-adduzione mostra un andamento con banda stretta e uniforme lungo il ciclo.

Riepilogo finale.

La Tabella 9.1 riporta i valori medi e la deviazione standard degli angoli articolari calcolati per le diverse fasi analizzate.

Tabella 9.1: Valori medi $\pm$ deviazione standard degli angoli articolari nelle cinque fasi analizzate.

Articolazione	Fase A <i>pianura</i>	Fase B <i>salita sed.</i>	Fase B2 <i>salita in piedi</i>	Fase D <i>discesa</i>	Fase E <i>rientro</i>
Schiena [°]	16,6 $\pm$ 2,1	18,3 $\pm$ 1,6	14,3 $\pm$ 2,3	20,3 $\pm$ 1,9	17,0 $\pm$ 2,0
Anca [°]	103,2 $\pm$ 19,0	103,0 $\pm$ 18,2	70,8 $\pm$ 18,6	111,3 $\pm$ 18,2	99,6 $\pm$ 20,9
Ginocchio [°]	72,5 $\pm$ 29,7	74,8 $\pm$ 28,5	63,9 $\pm$ 29,5	77,2 $\pm$ 28,4	73,8 $\pm$ 28,9
Caviglia [°]	95,9 $\pm$ 6,5	87,7 $\pm$ 6,2	89,8 $\pm$ 10,1	96,5 $\pm$ 5,8	98,6 $\pm$ 6,6
Ab-add. anca [°]	0,3 $\pm$ 2,1	0,8 $\pm$ 1,7	-0,5 $\pm$ 1,6	-0,8 $\pm$ 2,7	0,4 $\pm$ 1,9

La Tabella 9.1 consente un confronto preliminare tra le condizioni analizzate. Il dato più rilevante riguarda l'anca: il valore medio tende a diminuire di molto nella fase B2 come già visto nell'analisi precedente, e raggiunge il valore più alto nella fase di discesa. Le fasi di pianura mostrano valori simili su tutte le articolazioni, a indicare una buona riproducibilità del gesto.

La caviglia è l'unica che mostra una differenza apprezzabile tra le fasi di salita e quelle di pianura, suggerendo una maggiore planti-flessione con la salita (soprattutto nella fase da seduto).

L'angolo di abduzione-adduzione rimane prossimo a zero in tutte le condizioni, senza bias sistematici verso una delle due condizioni.

La Tabella 9.2 riporta la deviazione standard media tra i cicli $\bar{\sigma}$, calcolata sulla griglia di 30 cicli analizzati per ciascuna fase nelle sezioni precedenti. Questa analisi è necessaria vista la differenza di scala tra le varie articolazioni, che non permette di identificare l'effettiva variabilità puramente dalle figure. A differenza della deviazione standard riportata in Tabella 9.1, che include l'intera escursione angolare del ciclo, questo valore quantifica esclusivamente la variabilità nella ripetizione del gesto, fornendo un indice di riproducibilità del pattern cinematico.

I valori confermano quanto osservato visivamente nei grafici: le fasi B2 e D presentano le dispersioni più elevate su tutte le articolazioni, per la prima l'effetto è probabilmente legato alla variabilità del gesto in piedi, mentre per la fase in discesa questo può essere dovuto al minor sforzo esercitato e alla variabilità del gesto della pedalata durante la discesa. Le fasi di pianura A ed E mostrano valori contenuti e simili tra loro, a conferma della buona riproducibilità del gesto. L'angolo di abduzione-adduzione presenta in tutte le fasi una dispersione inter-ciclo con massimo di $1,0^\circ$, indicando come nonostante si abbia un diverso comportamento dell'anca tra le varie fasi queste presentino una buona riproducibilità.

Tabella 9.2: Deviazione standard media inter-ciclo $\bar{\sigma}$ degli angoli articolari sui cicli analizzati per ciascuna fase.

Articolazione	Fase A	Fase B	Fase B2	Fase D	Fase E
	<i>pianura</i>	<i>salita sed.</i>	<i>salita in piedi</i>	<i>discesa</i>	<i>rientro</i>
Schiena [$^\circ$]	1,4	0,9	1,5	1,7	0,6
Anca [$^\circ$]	1,0	1,5	3,2	2,7	1,2
Ginocchio [$^\circ$]	1,0	1,7	4,3	3,4	1,1
Caviglia [$^\circ$]	1,8	2,0	3,8	4,9	2,3
Ab-add. anca [$^\circ$]	0,2	0,3	0,7	1,0	0,3

9.1.2 Studio cadenza

La cadenza di pedalata rappresenta l'unica grandezza che può essere confrontata con una stima esterna derivante dal computer di bordo, e costituisce quindi l'unico riferimento esterno disponibile per la validazione. La metodologia di stima è già stata descritta nel capitolo d'implementazione.

La Figura 9.15 mostra la velocità angolare istante per istante della pedivella espressa in *rad/s* e in *rpm* nella finestra temporale selezionata per l'analisi dell'angolo di pedivella. Il segnale grezzo mostra una variabilità intra-ciclo marcata: questo comportamento è atteso in quanto la velocità angolare non è costante nell'arco del ciclo di pedalata.

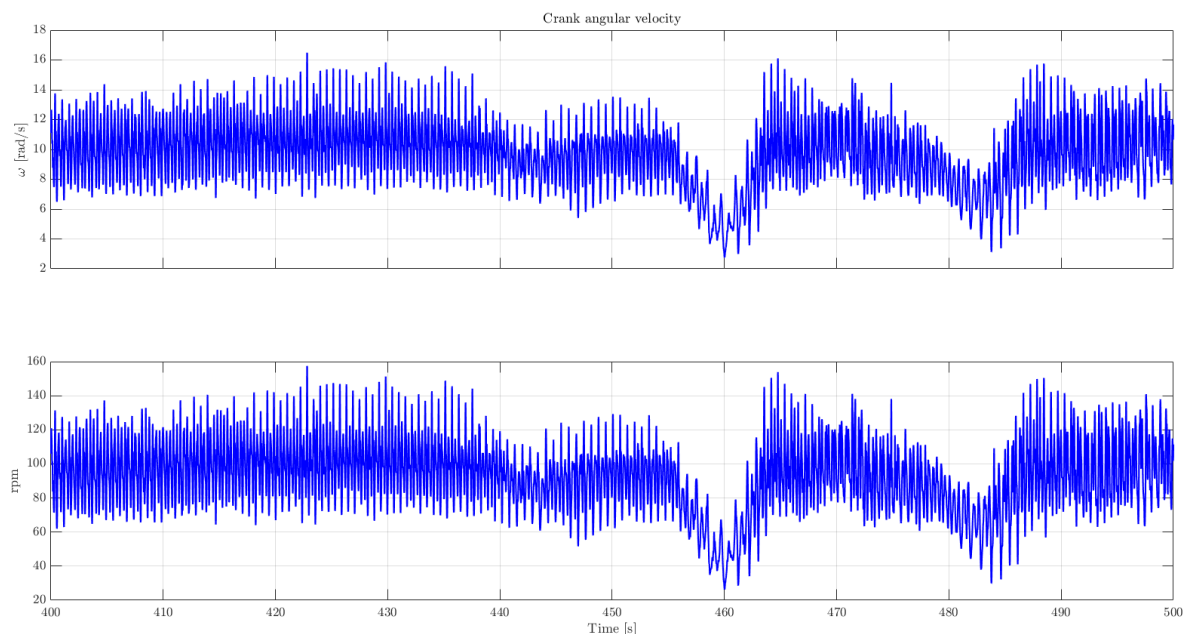


Figura 9.15: Fase A — velocità angolare istantanea della pedivella in rad/s (pannello superiore) e in rpm (pannello inferiore) in funzione del tempo. La variabilità intra-ciclo riflette la natura non uniforme della velocità di rotazione della pedivella durante la pedalata.

La Figura 9.16 mostra il profilo medio $\pm\sigma$ della cadenza in funzione dell'angolo di pedivella. L'andamento sottolinea la variazione di velocità nelle varie fasi di pedalata. Con accelerazione nelle fasi di spinta e rallentamento in prossimità di punto morto superiore e inferiore, dove la coppia è minima.

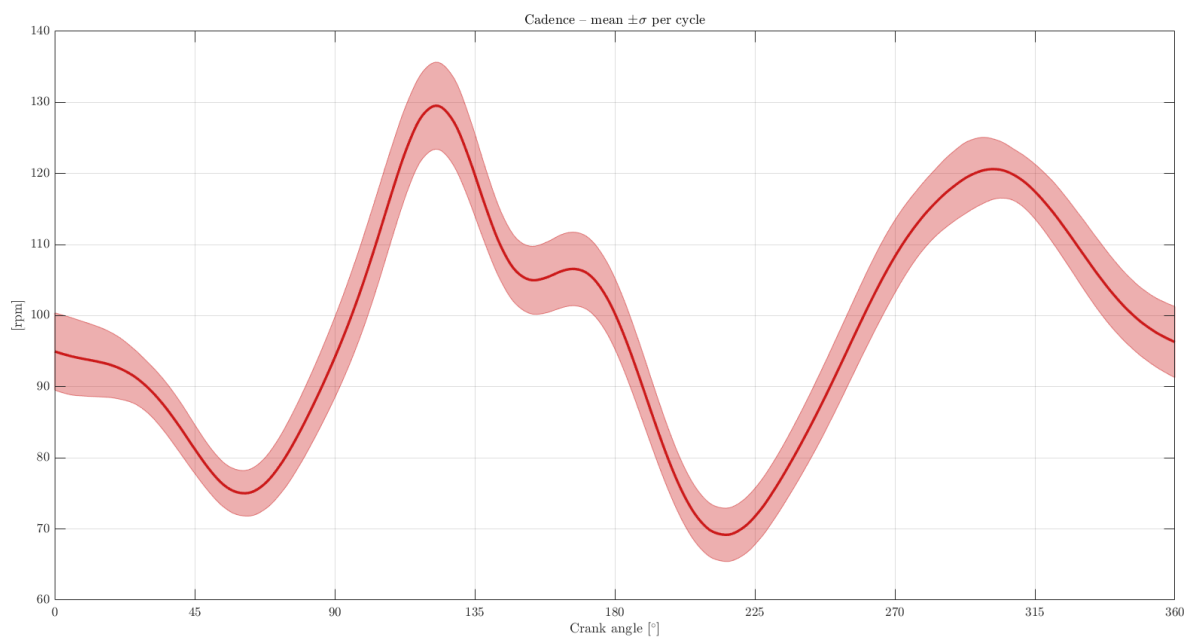


Figura 9.16: Fase A — profilo medio $\pm\sigma$ della cadenza in funzione dell'angolo di pedivella.

Per il confronto con il computer di bordo, che fornisce la cadenza media a 1Hz , la stima IMU istantanea viene mediata tramite una media mobile con finestra di 1s , così da renderle comparabili. La Figura 9.17 sovrappone il segnale grezzo, la media mobile e il dato del computer nella stessa finestra temporale.

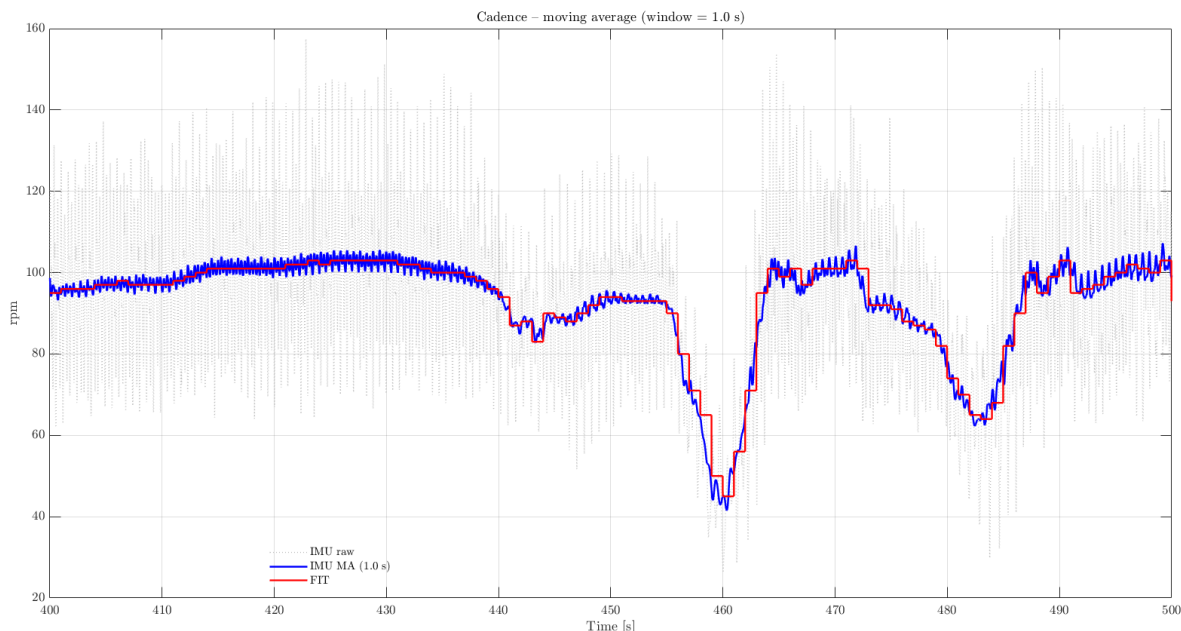


Figura 9.17: Fase A — confronto tra la cadenza IMU grezza (grigio), la media mobile IMU con finestra $1,0\text{s}$ (blu) e la cadenza del ciclocomputer FIT a 1Hz (rosso).

La media mobile segue fedelmente l'andamento del ciclocomputer per tutta la durata del segnale, incluse le rapide variazioni di cadenza che si osservano attorno a 460s , dove entrambi i segnali registrano un calo marcato e una successiva risalita.

Osservando il confronto su quattro intervalli da 100s ciascuno per una delle quattro distinte fasi, e mostrando valore medio e deviazione standard si ottiene la seguente tabella:

Tabella 9.3: Confronto cadenza IMU (media mobile 1s) vs ciclocomputer nelle quattro fasi analizzate.

Fase	Cadenza media [rpm]	Std cadenza [rpm]	Bias IMU–FIT [rpm]	Std errore [rpm]
A — pianura	89,7	17,9	0,01	2,11
B — salita seduto	81,8	19,9	−0,13	2,58
B2 — salita in piedi	61,6	27,6	0,08	2,80
D — discesa	101,5	33,0	−0,09	3,81
E — rientro pianura	89,7	18,2	−0,11	2,06

I dati confermano la coerenza tra cadenza calcolata e stimata dal ciclocomputer in tutte le condizioni analizzate. Si nota inoltre come le fasi con maggiori deviazioni standard, sia per la media che per l'errore di stima siano B2 e D, cioè quelle con anche maggiore variabilità nello stile di pedalata.

Bisogna ovviamente ricordarsi però del limite di questo approccio per il calcolo della cadenza legato all'analisi numerica dei risultati IMU che può causare problemi in caso di elevata variabilità della pedalata, con pause, rallentamenti eccessivi o cadenze troppo elevate.

9.2 Confronti diretti

In questa sezione vengono confrontati direttamente i profili delle varie fasi del giro all'aperto, e questi vengono ulteriormente comparati con i dati IMU del sistema Opto2DMA (Prova 1 e Prova 2), così da verificare le similitudini in un range simile di potenza sviluppata.

Per farlo i profili medi degli angoli articolari in funzione dell'angolo di pedivella vengono sovrapposti e ne vengono quantificati gli scostamenti, in maniera tale da avere un primo confronto visivo e uno analitico.

9.2.1 Fase A vs Fase B - pianura vs salita

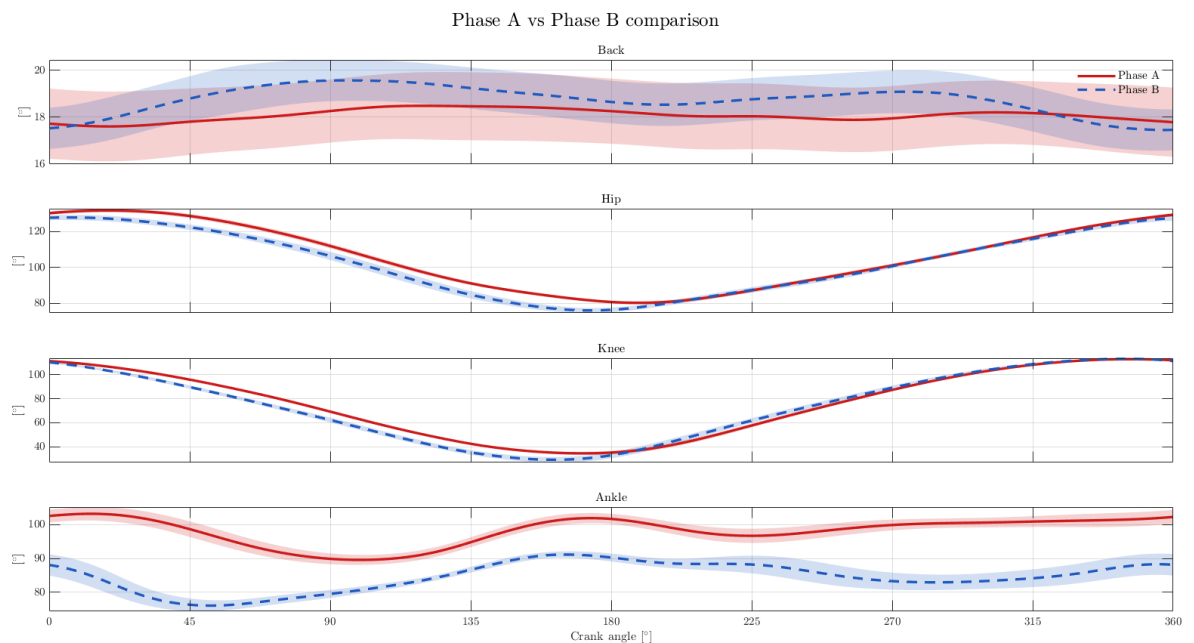


Figura 9.18: Confronto dei profili medi $\pm\sigma$ di schiena, anca, ginocchio e caviglia tra Fase A (pianura, linea continua rossa) e Fase B (salita seduto, linea tratteggiata blu) in funzione dell'angolo di pedivella.

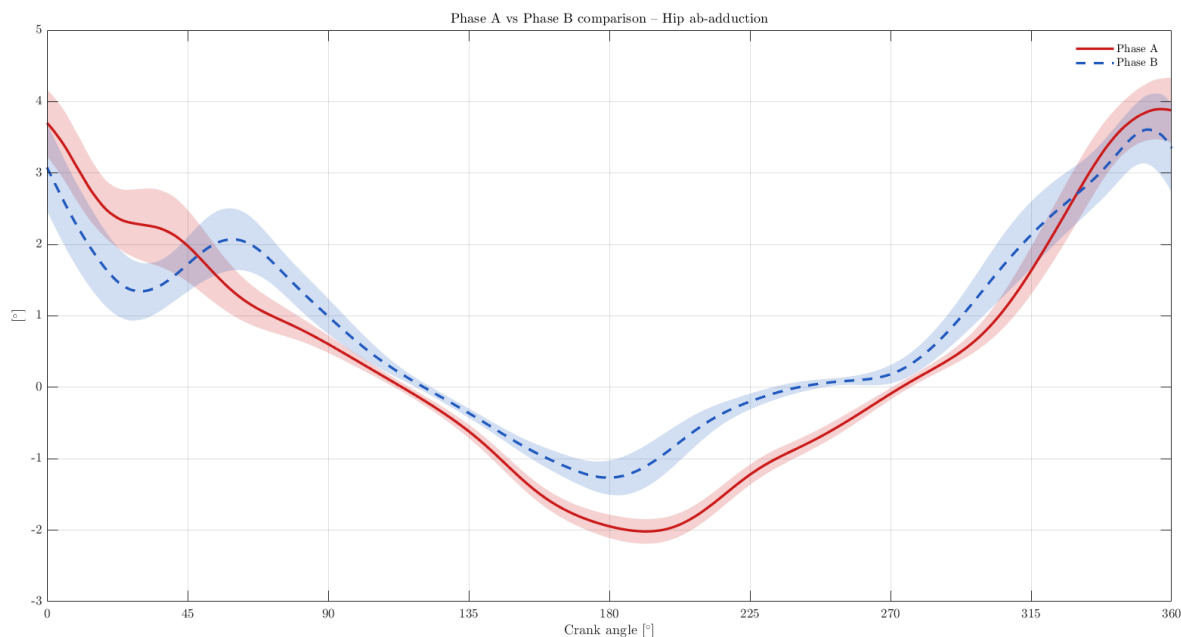


Figura 9.19: Confronto dell'angolo di abduzione-adduzione dell'anca tra Fase A e Fase B.

Tabella 9.4: Scostamenti medi tra Fase A e Fase B.

Articolazione	Bias [°]	Max $ \Delta $ [°]
Schiena	-0,7	1,4
Anca	+3,2	6,9
Ginocchio	+2,1	7,4
Caviglia	+13,7	23,3
Ab-add. anca	-0,3	1,2

Il confronto diretto tra fase di pianura e fase di salita da seduto evidenzia come l'andamento degli angoli articolari sia qualitativamente simile, con l'eccezione della caviglia.

Schiena e ab-adduzione dell'anca risultano praticamente invariate tra le due condizioni, con differenza media minore di $0,7^\circ$ e scostamento massimo inferiore a $1,5^\circ$.

Anca e ginocchio mostrano differenze limitate con le curve praticamente sovrapponibili in forma e nelle escursioni angolari, indicando che la cinematica di tali articolazioni non subisce una variazione sostanziale al cambiare della pendenza se lo stile di pedalata non varia.

La caviglia è l'articolazione che subisce la variazione più marcata: il profilo B è traslato verso valori inferiori rispetto alla fase A, con un bias di $13,7^\circ$ e uno scostamento massimo di $23,3^\circ$. Questo indica una maggiore plantaflessione che può essere legata alla variazione di pendenza e all'aumento di potenza sviluppata con anche diminuzione della cadenza media.

9.2.2 Fase A vs Fase D — pianura vs discesa

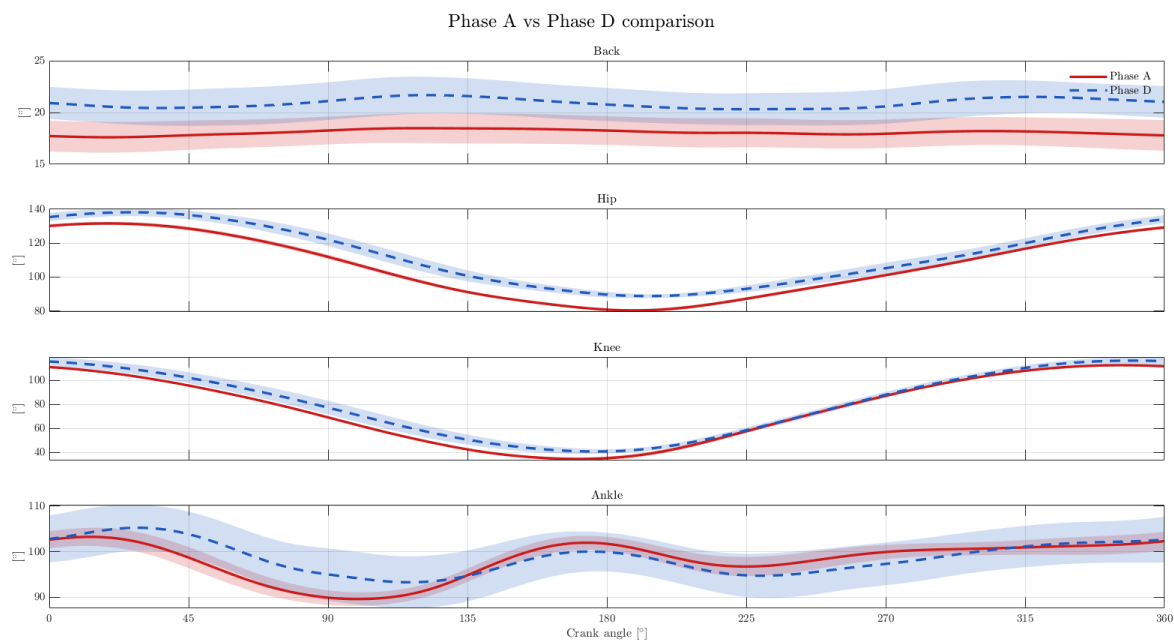


Figura 9.20: Confronto dei profili medi $\pm\sigma$ di schiena, anca, ginocchio e caviglia tra Fase A (pianura, linea continua rossa) e Fase D (discesa, linea tratteggiata blu) in funzione dell'angolo di pedivella.

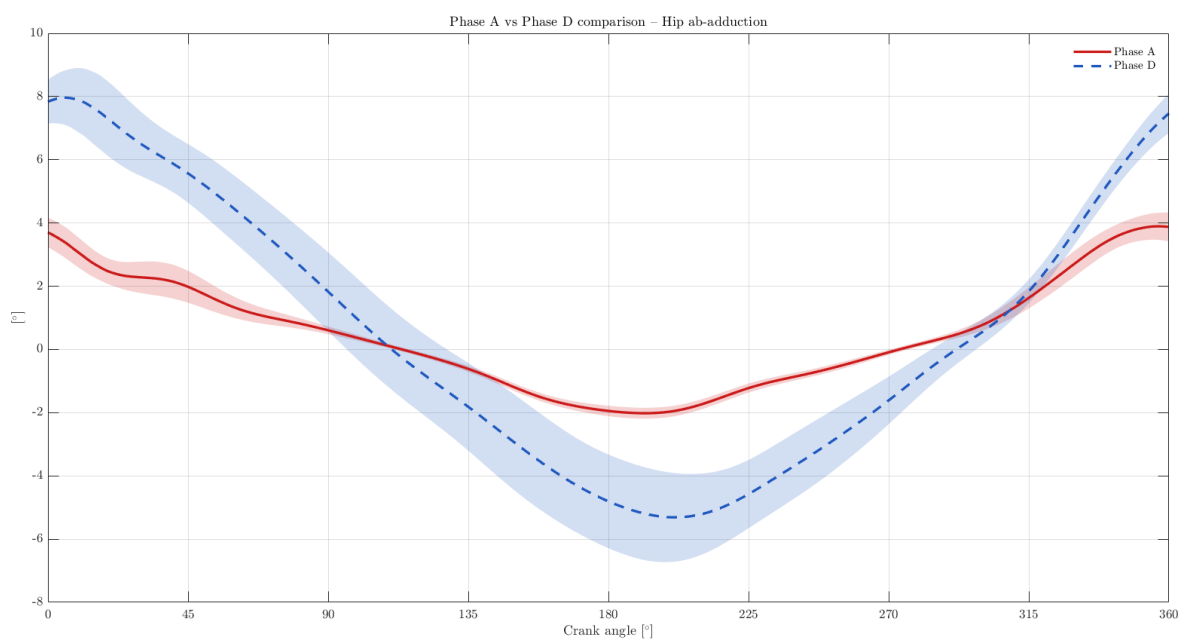


Figura 9.21: Confronto dell'angolo di abduzione-adduzione dell'anca tra Fase A e Fase D.

Tabella 9.5: Scostamenti medi tra Fase A e Fase D.

Articolazione	Bias [°]	Max $ \Delta $ [°]
Schiena	-2,8	3,4
Anca	-6,9	10,2
Ginocchio	-4,6	8,4
Caviglia	-0,6	5,7
Ab-add. anca	0,0	4,9

Il confronto mostra delle differenze moderate sulle varie articolazioni, con la caviglia che ha andamento medio praticamente invariato, ma una maggiore variabilità intra-ciclo, la quale può essere legata alla minore potenza sviluppata e alla maggiore cadenza media di pedalata.

La schiena presenta un bias di $-2,8^\circ$, indicando una postura del tronco leggermente più inclinata. L'anca invece presenta il bias più elevato ($-6,9^\circ$) con uno scostamento massimo di $10,2^\circ$, quindi una posizione mediamente più raccolta durante il ciclo.

Il ginocchio mantiene la stessa forma tra le due fasi che però risultano sfasate, con la discesa che è traslata verso valori superiori nella fase di spinta.

L'angolo di abduzione-adduzione presenta un bias nullo, ma come si vede dall'andamento questo ha in realtà grosse differenze, soprattutto a livello di escursione, con un massimo scostamento tra i due di $4,9^\circ$.

9.2.3 Fase A vs Fase E — riproducibilità

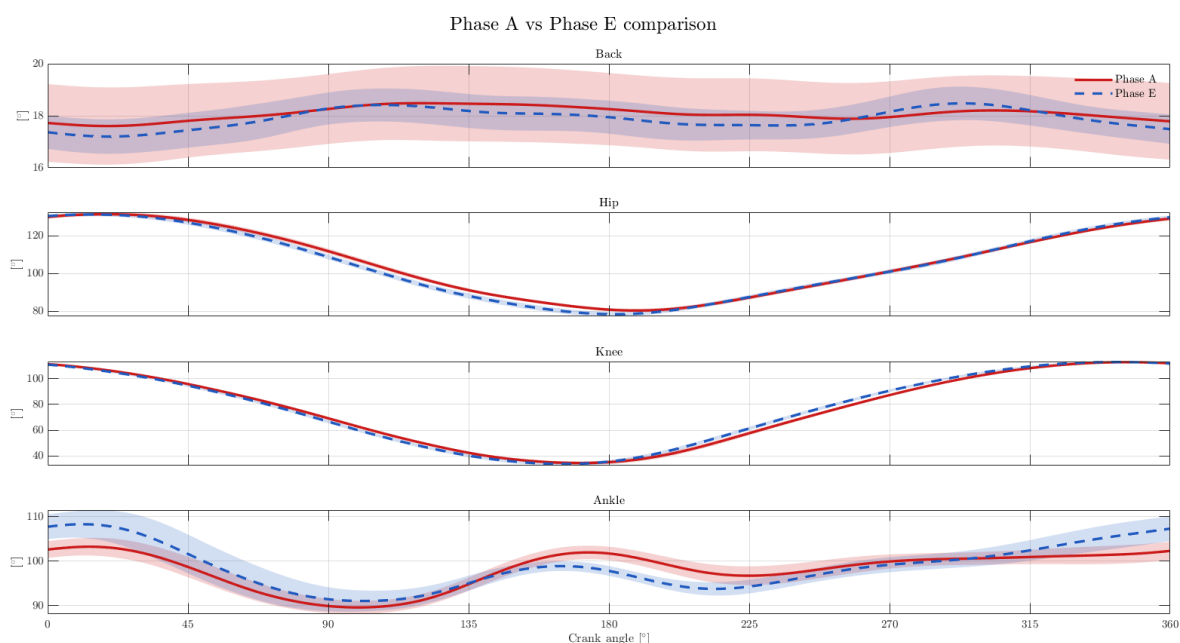


Figura 9.22: Confronto dei profili medi $\pm\sigma$ di schiena, anca, ginocchio e caviglia tra Fase A (pianura iniziale, linea continua rossa) e Fase E (rientro in pianura, linea tratteggiata blu) in funzione dell'angolo di pedivella.

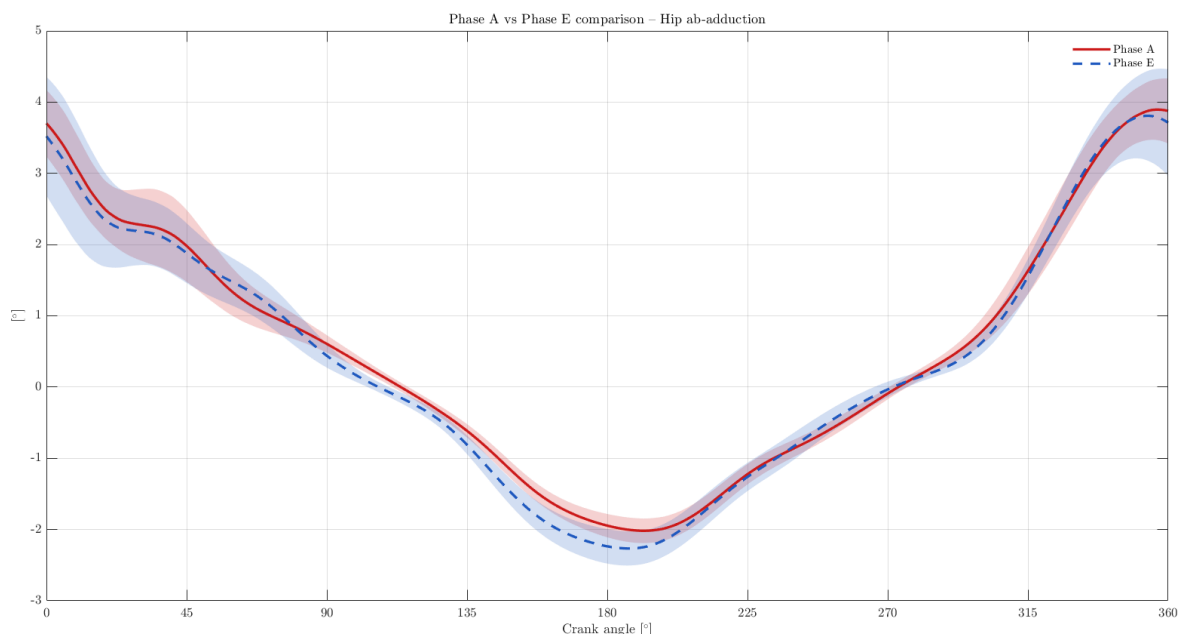


Figura 9.23: Confronto dell'angolo di abduzione-adduzione dell'anca tra Fase A e Fase E.

Tabella 9.6: Scostamenti medi tra Fase A e Fase E.

Articolazione	Bias [°]	Max $ \Delta $ [°]
Schiena	+0,2	0,4
Anca	+1,1	3,3
Ginocchio	-0,3	3,9
Caviglia	-0,5	5,2
Ab-add. anca	+0,1	0,3

Il confronto tra Fase A e Fase E costituisce il test di riproducibilità della sessione: entrambe sono eseguite in pianura a condizioni cinematicamente equivalenti, con cadenza media praticamente identica.

I risultati mostrano un accordo eccellente su tutte le articolazioni, schiena e ab-adduzione mostrano differenze medie rispettivamente di $0,2^\circ$ e $0,1^\circ$ con scostamenti massimi di $0,4^\circ$ e $0,3^\circ$, cioè valori trascurabili rispetto alla risoluzione del sistema. Anca, ginocchio e caviglia mostrano bias contenuti e scostamenti massimi entro i $5,2^\circ$ con le curve praticamente sovrapposte per l'intera durata del ciclo.

I risultati confermano che la cinematica della pedalata si mantiene stabile durante l'intera sessione quando le condizioni sono equivalenti, e che il sistema IMU è in grado di rilevare questa stabilità modo consistente.

9.2.4 Fase B vs Fase B2 — salita seduto vs in piedi

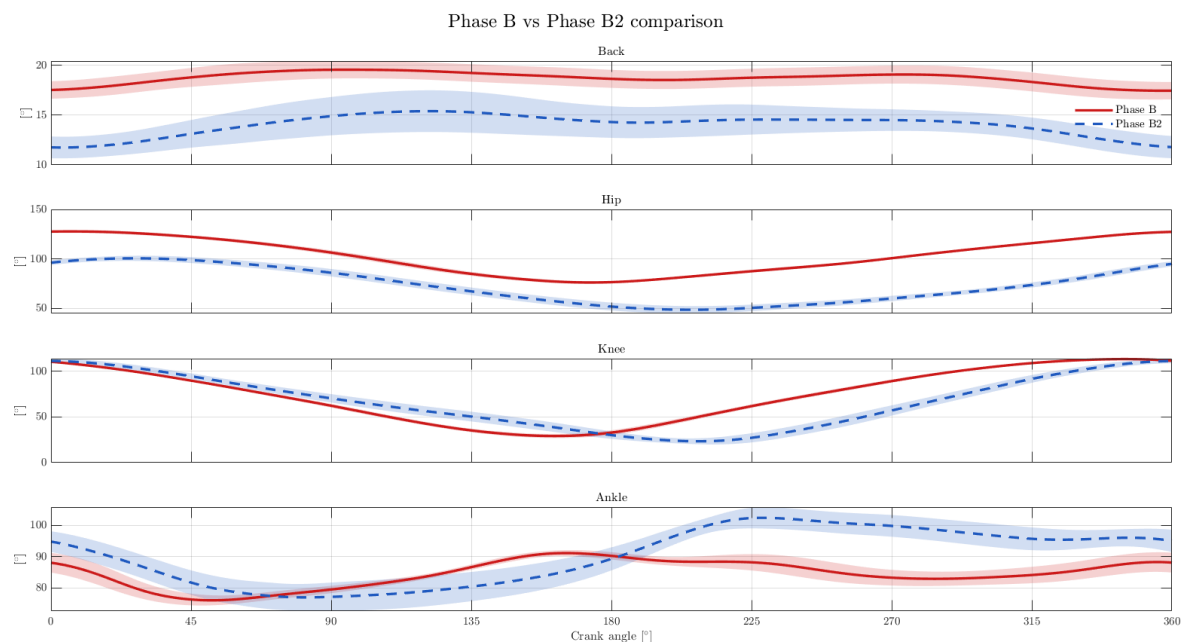


Figura 9.24: Confronto dei profili medi $\pm\sigma$ di schiena, anca, ginocchio e caviglia tra Fase B (salita seduto, linea continua rossa) e Fase B2 (salita in piedi, linea tratteggiata blu) in funzione dell'angolo di pedivella.

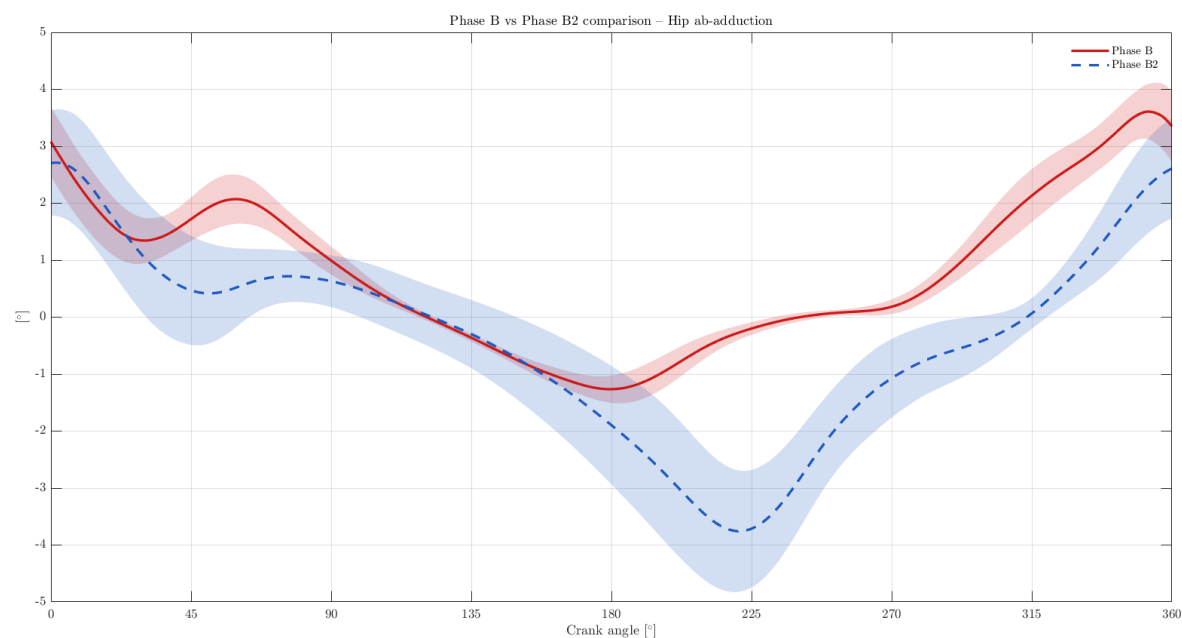


Figura 9.25: Confronto dell'angolo di abduzione-adduzione dell'anca tra Fase B e Fase B2.

Tabella 9.7: Scostamenti medi tra Fase B e Fase B2.

Articolazione	Bias [°]	Max Δ [°]
Schiena	+4,7	5,9
Anca	+29,9	43,0
Ginocchio	+7,3	35,9
Caviglia	-5,7	16,7
Ab-add. anca	+1,2	3,5

Il confronto tra salita seduto e salita in piedi è quello che produce le differenze più marcate proprio come ci aspettavamo.

La schiena mostra un bias di +4,7°, in Fase B2 il busto si porta in posizione più eretta, con valori medi sensibilmente inferiori rispetto alla salita da seduto.

L'anca è l'articolazione che vede le variazioni maggiori, il bias di +29,9° e lo scostamento massimo di 43,0° riflettono la drastica riduzione dell'angolo di flessione nella Fase B2, dove la gamba deve estendersi molto di più in assenza del supporto da parte della sella.

Il ginocchio mostra un bias contenuto ma uno scostamento massimo elevato (35,9°): le due curve risultano sfasate con raggiungimento del valore minimo dopo al PMI per la Fase B2.

La caviglia mostra un bias negativo, indicando che in Fase B2 i valori medi sono superiori rispetto a B, con il profilo quindi traslato verso una maggiore dorsiflessione.

Per finire l'angolo di abduzione-adduzione mostra in Fase B2 un'escursione più ampia e un minimo spostato verso la fase di risalita.

9.2.5 Fase A outdoor vs Prova 1 Opto2DMA - appoggio basso

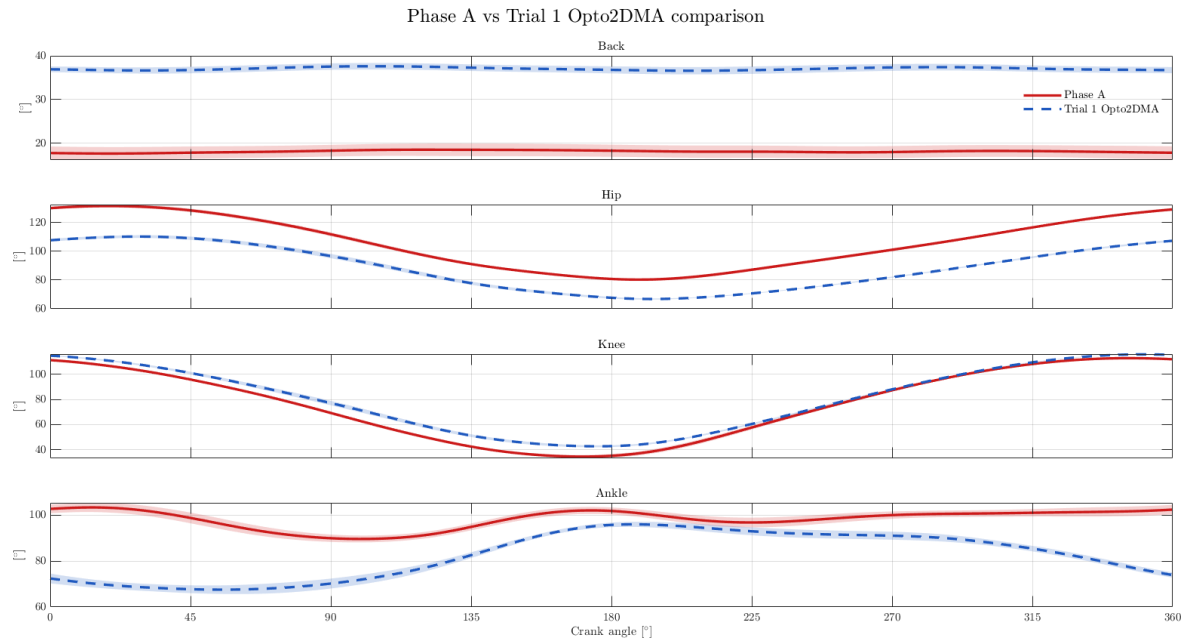


Figura 9.26: Confronto dei profili medi $\pm\sigma$ di schiena, anca, ginocchio e caviglia tra Fase A outdoor (linea continua rossa) e Prova 1 Opto2DMA in laboratorio (linea tratteggiata blu) in funzione dell'angolo di pedivella.

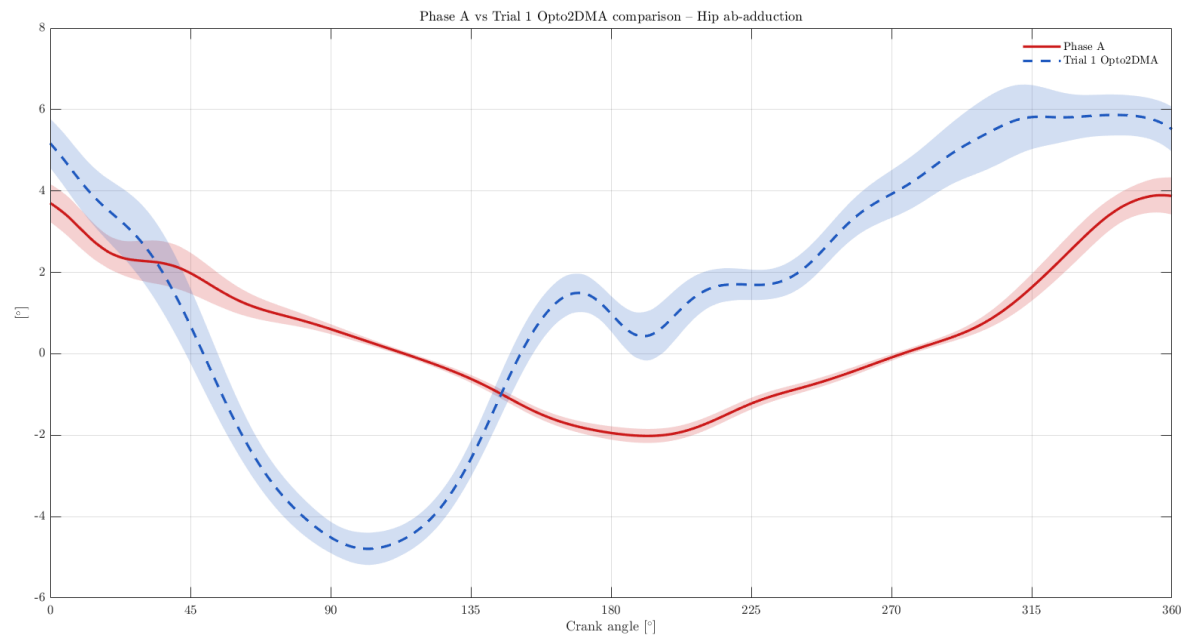


Figura 9.27: Confronto dell'angolo di abduzione-adduzione dell'anca tra Fase A outdoor e Prova 1 Opto2DMA.

Tabella 9.8: Scostamenti medi tra Fase A outdoor e Prova 1 Opto2DMA.

Articolazione	Bias [°]	Max $ \Delta $ [°]
Schiena	-19,0	19,4
Anca	+17,4	22,4
Ginocchio	-4,7	8,9
Caviglia	+15,8	33,7
Ab-add. anca	-1,0	5,2

Questo confronto mostra il diverso andamento della cinematica tra Fase A e la Prova 1 eseguita in ambito professionale, con potenze simili a quelle sviluppate all'esterno ($\approx 150W$) e con cadenza della prova in laboratorio di circa 80rpm.

La schiena mostra il bias più elevato, con la Prova 1 che presenta un'inclinazione del tronco maggiore, rispetto alla fase A. Questa differenza può essere dovuta a diversi fattori, come il posizionamento del sensore e la diversa posizione in sella, legata per esempio all'appoggio sul manubrio.

L'anca presenta un bias di segno opposto ma dello stesso ordine di grandezza, anche questo riconducibile agli stessi fattori.

Il ginocchio è l'articolazione che mostra il migliore accordo tra le due condizioni, con un bias di $-4,7^\circ$ e uno scostamento massimo di $8,9^\circ$, probabilmente dovuto a differenze tra le bici utilizzate anche a parità di atleta.

La caviglia tuttavia mostra invece bias e scostamento massimo elevati, riflettendo un diverso stile di pedalata tra le due condizioni.

Anche l'angolo di abduzione-adduzione pur restando nello stesso range di oscillazione mostra uno scostamento anche nella forma tra le due prove.

9.2.6 Fase A outdoor vs Prova 2 Opto2DMA - appoggio alto

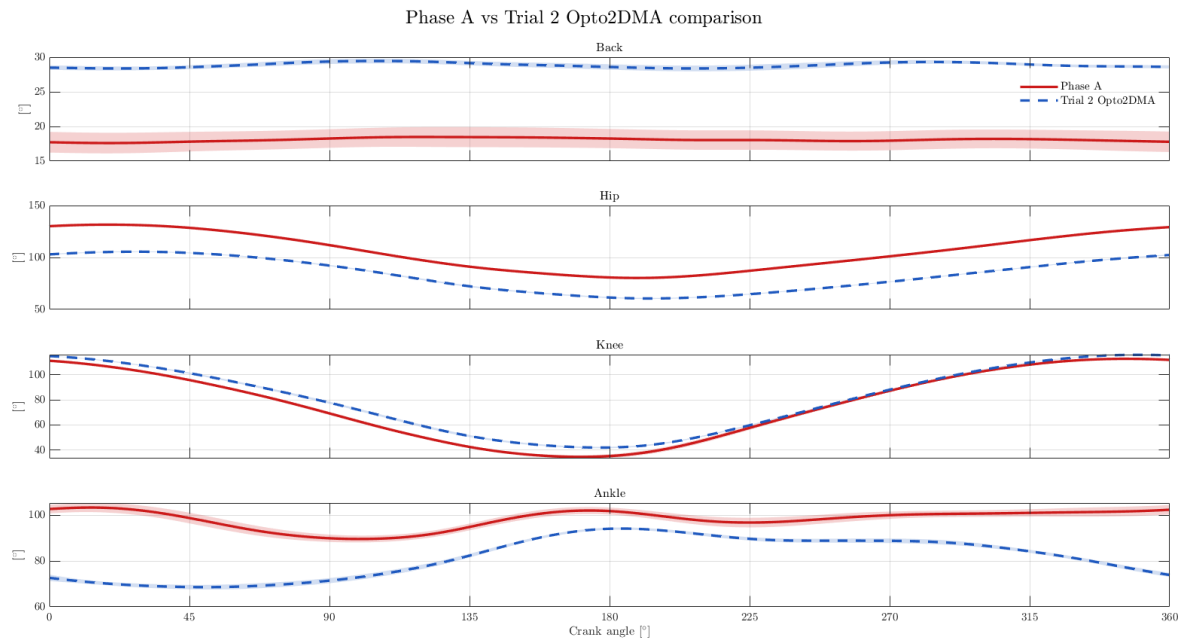


Figura 9.28: Confronto dei profili medi $\pm\sigma$ di schiena, anca, ginocchio e caviglia tra Fase A outdoor (linea continua rossa) e Prova 2 Opto2DMA in laboratorio (linea tratteggiata blu) in funzione dell'angolo di pedivella.

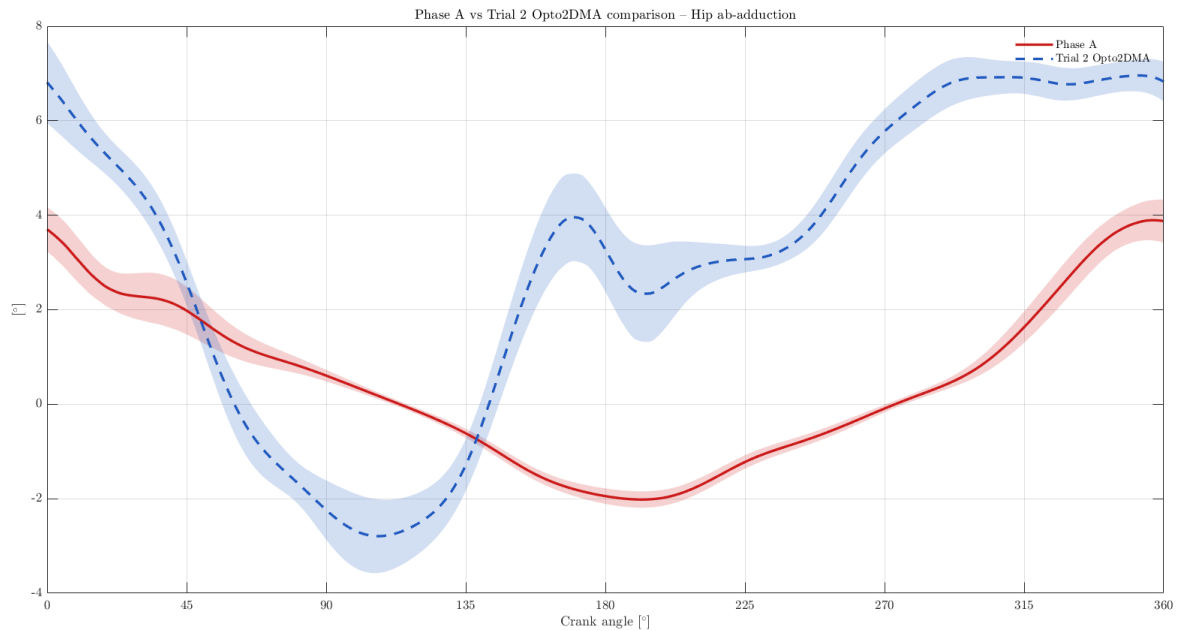


Figura 9.29: Confronto dell'angolo di abduzione-adduzione dell'anca tra Fase A outdoor e Prova 2 Opto2DMA.

Tabella 9.9: Scostamenti medi tra Fase A outdoor e Prova 2 Opto2DMA.

Articolazione	Bias [°]	Max $ \Delta $ [°]
Schiena	-10,8	11,3
Anca	+22,7	27,1
Ginocchio	-4,8	9,3
Caviglia	+16,6	33,1
Ab-add. anca	-2,6	6,3

Il confronto produce risultati simili a quelli rispetto alla Prova 1, confermando quindi la presenza di una differenza di base tra le due prove (outdoor-laboratorio).

Anche per la Prova 2, potenza media è pari 150W e la cadenza media è di 81rpm.

La schiena presenta un bias di $-10,8^\circ$, minore rispetto alla Prova 1: con l'appoggio alto il tronco si inclina meno in avanti rispetto all'appoggio basso della prova precedente.

Anca e caviglia mantengono bias elevati e analoghi a quelli della Prova 1, confermando che queste articolazioni riflettono differenze strutturali tra sessione outdoor e laboratorio. Il ginocchio invece mantiene anche in questo caso un andamento molto simile tra i due, pur avendo lo scostamento massimo sempre di circa 9° .

L'angolo di abduzione-adduzione mostra un andamento diverso rispetto alla fase all'aperto con escursione più ampia per quasi tutto il ciclo, accompagnata da una banda più larga rispetto alla Prova 1.

9.2.7 Effetto della posizione di appoggio

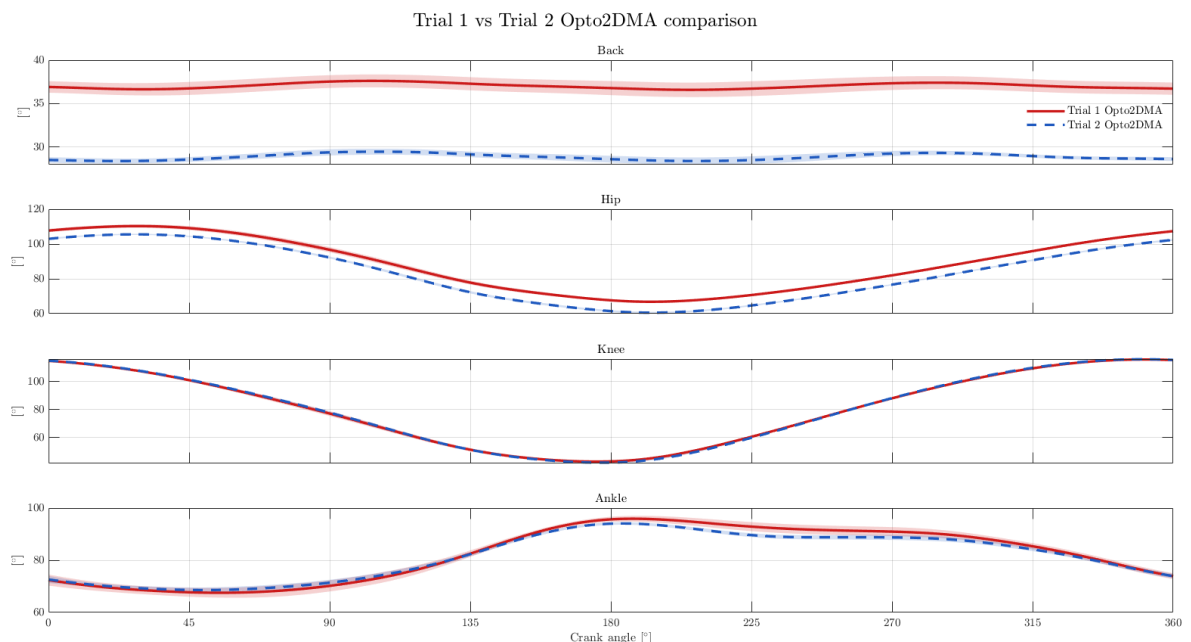


Figura 9.30: Confronto dei profili medi $\pm\sigma$ tra Prova 1 (appoggio basso, linea continua rossa) e Prova 2 (appoggio alto, linea tratteggiata blu).

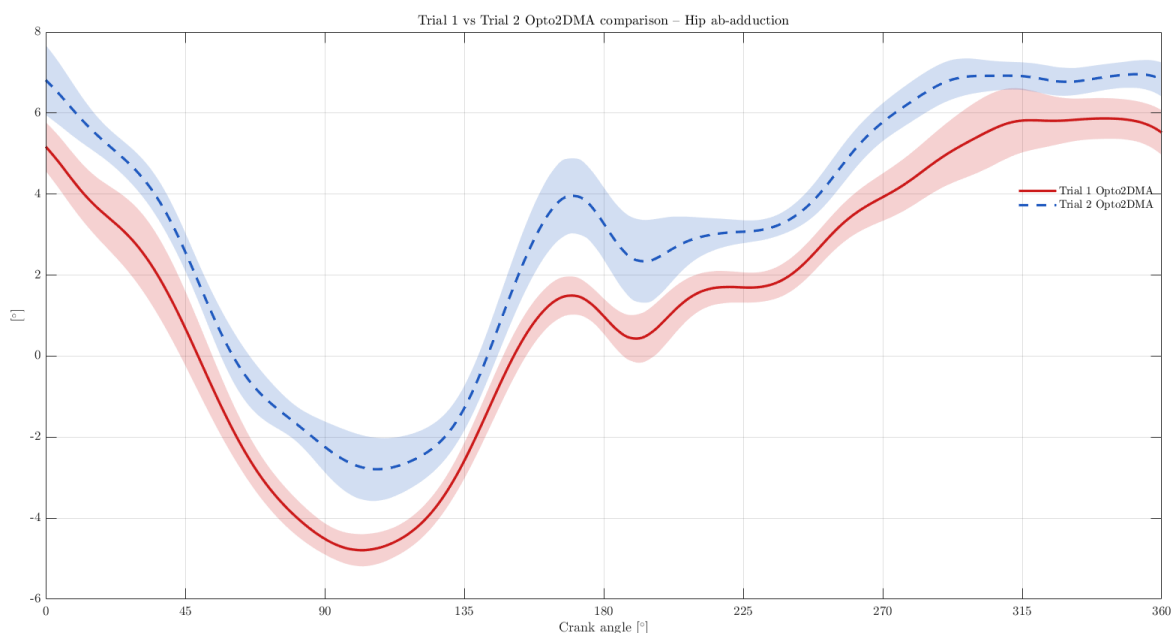


Figura 9.31: Confronto dell'angolo di abduzione-adduzione dell'anca tra Prova 1 e Prova 2.

Tabella 9.10: Scostamenti medi tra Prova 1 (appoggio basso) e Prova 2 (appoggio alto).

Articolazione	Bias [°]	Max $ \Delta $ [°]
Schiena	+8,2	8,4
Anca	+5,3	6,3
Ginocchio	0,0	1,1
Caviglia	+0,8	3,3
Ab-add. anca	-1,7	2,5

Confrontando le due prove di laboratorio, la posizione di appoggio influenza prevalentemente la schiena, il cui bias si riduce di circa 8° passando dall'appoggio basso a quello alto. Anca, ginocchio e caviglia risultano invece poco sensibili a questa variazione, confermando che la cinematica degli arti inferiori dipende dalla posizione in sella.

9.2.8 Considerazioni conclusive sui confronti

I confronti presentati permettono di trarre qualche importante conclusione riguardo lo studio della cinematica della pedalata.

Il primo risultato rilevante riguarda la **riproducibilità**, il confronto tra Fase A ed E mostra come il pattern cinematico si mantenga stabile per l'intera durata della sessione outdoor (circa 1h) quando le condizioni di pedalata sono equivalenti, con scostamenti massimi inferiori a 5,2°. Questo conferma che il sistema IMU è in grado di rilevare in modo consistente la cinematica durante una prova sul campo anche di elevata durata rispetto alle prove di laboratorio.

Il secondo risultato riguarda l'**effetto della condizione di pedalata**. Il confronto tra le diverse fasi outdoor evidenzia come le condizioni di pedalata abbiano effetto significativo

sulla cinematica, portando anche ad elevate variazioni sugli andamenti degli angoli articolari. La pedalata in piedi (B2), modifica il pattern di tutte le articolazioni, con scostamenti massimi tra B e B2 di 43° all'anca e 35,9° al ginocchio. La salita da seduti (B) produce invece differenze moderate e localizzate prevalentemente sulla caviglia, probabilmente legate alla maggiore potenza sviluppata.

Il terzo risultato, e forse il più significativo dal punto di vista applicativo, riguarda il **confronto tra sessione outdoor e laboratorio**. Nonostante le condizioni di potenza sviluppata e cadenza siano comparabili, le differenze cinematiche osservate, in particolare per quanto riguarda gli andamenti più che gli scostamenti, riflettono una reale diversità nella postura e nello stile di pedalata tra le due condizioni: la bicicletta, il posizionamento, il tipo di sforzo e l'ambiente esterno modificano il gesto, soprattutto per quanto riguarda l'articolazione della caviglia. Consideriamo anche l'oscillazione laterale della bicicletta che non è replicabile in laboratorio nella maggior parte dei casi.

Questi risultati suggeriscono che per un'analisi biomeccanica completa finalizzata al bike fitting, una sessione sul campo, offre un feedback più aderente alle condizioni reali rispetto a una prova in laboratorio. Avere quindi a disposizione un sistema non vincolato ad un luogo e indossabile, rappresenta un vantaggio rispetto ai sistemi optoelettronici tradizionali.

10. Dinamica inversa

Dopo aver studiato approfonditamente la cinematica della pedalata, si passa in questo capitolo ad analizzare le coppie in gioco alle articolazioni, dipendenti in maniera diretta dal carico esterno e dalle componenti inerziali di ciascun segmento in movimento.

La metodologia adottata, descritta nel Paragrafo 7.5.4, si basa sulla stima delle forze al pedale partendo dalla digitalizzazione di curve trovate in letteratura, grazie alle quali si estrapola il valore effettivo della forza efficace della singola gamba e da questa le componenti F_x e F_y applicate poi al piede. Queste forze assieme alla cinematica completa vengono passate ai due modelli, Simulink e OpenSim, per l'analisi di dinamica inversa.

10.1 Modello di dinamica inversa

10.1.1 Modello Simulink

Il modello Simulink, descritto al Paragrafo 7.5.5, è presentato nelle figure successive, che ne illustrano rispettivamente lo schema a blocchi, il sottosistema di applicazione della forza al piede e la visualizzazione tridimensionale della catena cinematica durante la simulazione.

La Figura 10.1 illustra lo schema del modello Simscape Multibody, si notano i blocchi di input, che forniscono a ciascun giunto i segnali temporali di posizione, velocità e accelerazione angolare ricavati dalla cinematica IMU. Il blocco *PELVISABSOLUTE* fornisce l'orientamento assoluto del bacino nel riferimento globale. I blocchi di uscita invece raccolgono i momenti articolari netti che confronteremo con il sistema OpenSim.

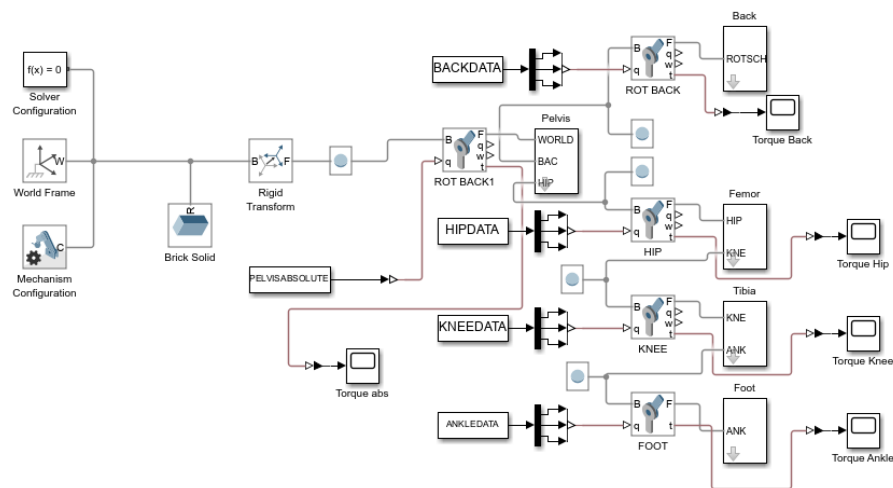


Figura 10.1: Schema a blocchi del modello Simscape Multibody. I segnali cinematici IMU vengono forniti a ciascun giunto tramite i blocchi di ingresso; i momenti articolari netti sono estratti dai blocchi di uscita.

La Figura 10.2 mostra il dettaglio del sottosistema piede, nel quale oltre alla modellazione del segmento viene applicata la forza, con le due componenti applicate e riferite al sistema mondo.

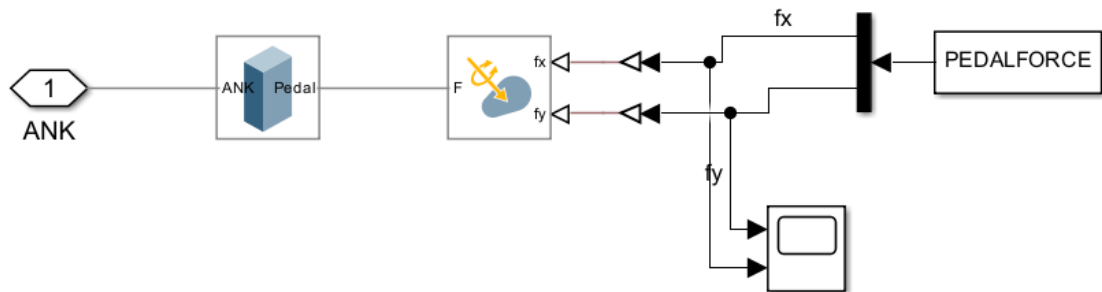


Figura 10.2: Sottosistema piede con modellazione e applicazione delle forze.

Per finire, la Figura 10.3 mostra la visualizzazione tridimensionale della catena cinematica di Simulink, durante l'analisi.

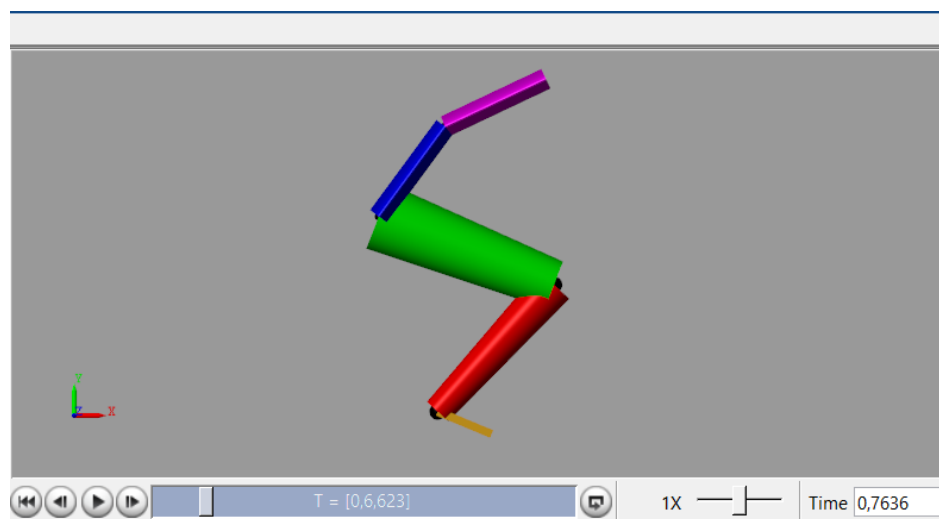


Figura 10.3: Visualizzazione della catena cinematica nel *Mechanics Explorer* di Simulink. Sono visibili i cinque segmenti rigidi (schiena, bacino, femore, tibia, piede) nella configurazione simulata.

10.1.2 Modello OpenSim

In parallelo al modello Simulink, la dinamica inversa viene condotta su OpenSim 4.5 adottando il modello muscoloscheletrico *Leg6Dof9Musc*, il quale è stato scalato manualmente per renderlo coerente con le dimensioni e proprietà di massa del nostro soggetto ottenute dalle tavole antropometriche. Il modello scalato è mostrato in Figura 10.4.

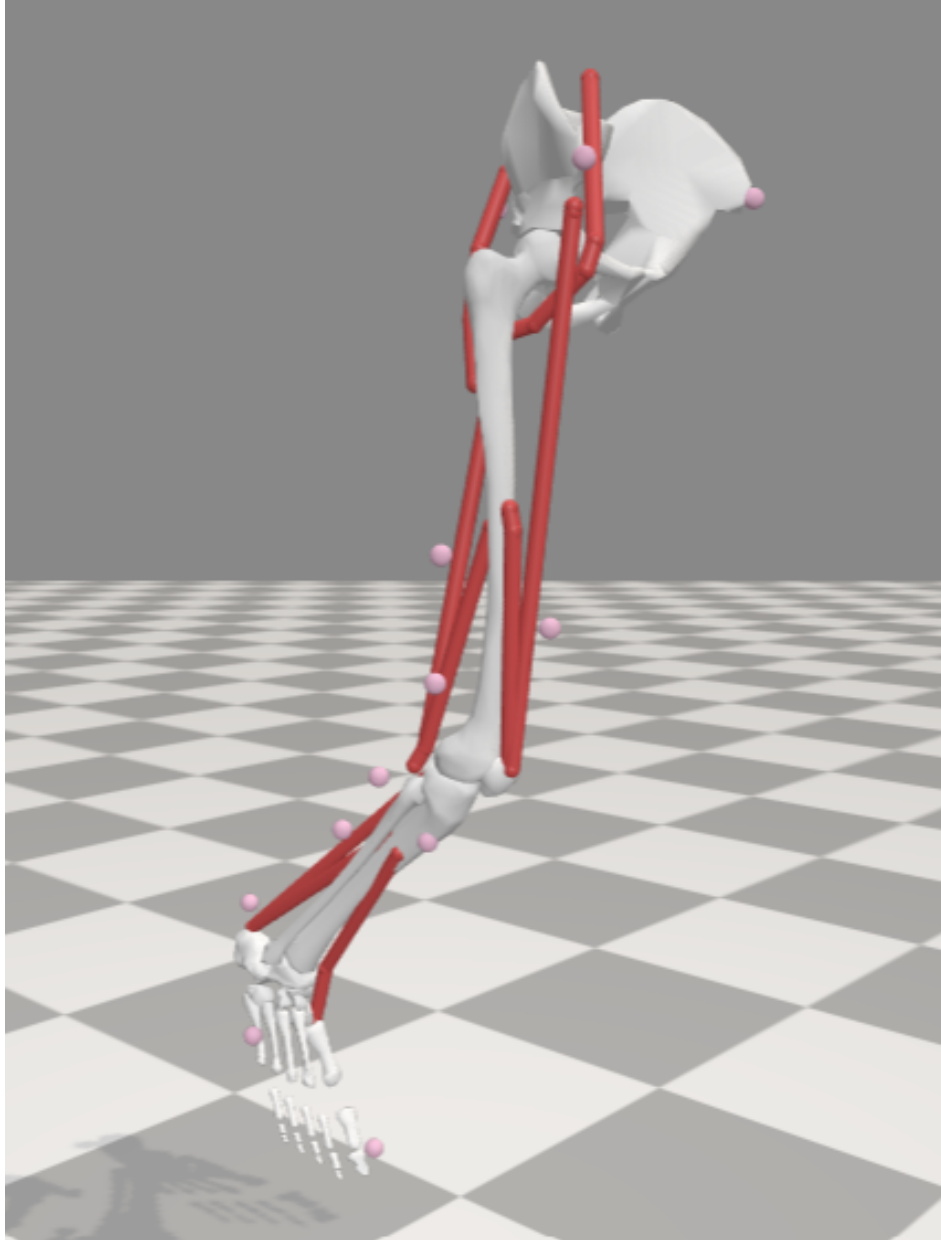


Figura 10.4: Modello muscoloscheletrico *Leg6Dof9Musc* scalato alle dimensioni del soggetto in OpenSim 4.5. In rosso sono visibili i nove elementi muscolari del modello.

Il modello *Leg6Dof9Musc* è definito da sei gradi di libertà: tre riferiti al bacino (*pelvis_tilt*, *pelvis_tx*, *pelvis_ty*) e tre riferiti alla catena dell'arto inferiore destro (*hip_flexion_r*, *knee_angle_r*, *ankle_angle_r*). I nove elementi muscolari, visibili in rosso in Figura 10.4, sono raggruppabili in: estensori (*glut_max2_r*, *rect_fem_r*, *vas_int_r*), flessori (*bifemlh_r*, *bifemsh_r*, *psaos_r*) e muscoli della caviglia (*med_gas_r*, *soleus_r*, *tib_ant_r*). Limitando il confronto architetturale alla catena inferiore, i due modelli condividono la stessa struttura cinematica essenziale, rappresentata da tre giunti rotoidali in serie per anca, ginocchio e caviglia. I tre gradi di libertà legati al bacino non trovano corrispondenza in Simulink, dove il suo orientamento è gestito tramite *PELVISABSOLUTE*.

Per finire, a differenza del modello Simulink, che restituisce esclusivamente i momenti articolari, OpenSim, come anticipato al Paragrafo 6.4.3, lavora piuttosto sulle forze muscolari che generano tali momenti. Attraverso un'operazione detta di ottimizzazione statica è possibile determinare i livelli di attivazione delle fibre dei nove muscoli presenti.

10.2 Segnali in ingresso ai modelli

I modelli di dinamica inversa creati richiedono in ingresso la cinematica completa del sistema e la stima delle forze esterne, di conseguenza: segnale temporale di angolo, velocità, accelerazione e forza.

Gli angoli articolari derivano direttamente dall'analisi cinematica sviluppata, mentre velocità e accelerazioni devono essere ancora calcolati in maniera numerica a partire dagli angoli stessi, questo è stato fatto tramite due approcci alternativi.

10.2.1 Velocità e accelerazioni angolari

Il primo approccio utilizza la funzione *difwin* (differenze finite a finestra mobile), seguita da un filtro Butterworth del secondo ordine con frequenza di taglio 15Hz , applicato tramite *filtfilt*, ovvero con doppio passaggio da sinistra a destra e da destra a sinistra, annullando così lo sfasamento introdotto dal filtro numerico.

La Figura 10.5 mostra le velocità angolari delle quattro articolazioni calcolate con questo approccio, confrontando il segnale grezzo con quello filtrato (riferimento alla Prova 1 Opto2DMA)

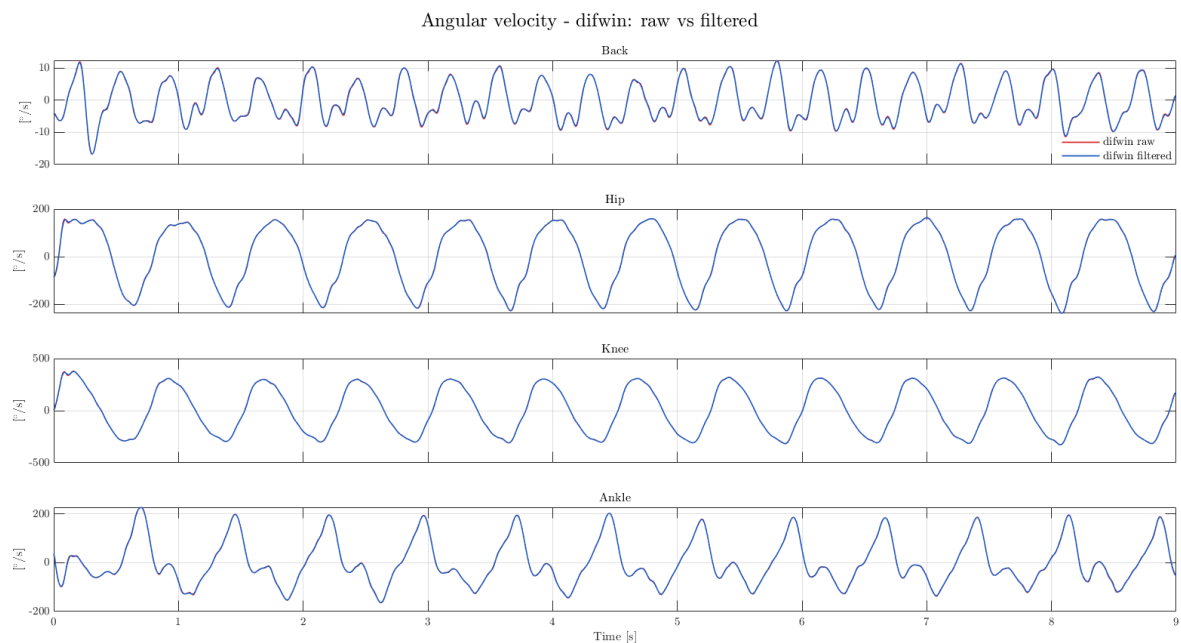


Figura 10.5: Velocità angolari delle quattro articolazioni calcolate con *difwin*: segnale grezzo (rosso) e segnale filtrato con Butterworth 15 Hz (blu).

Dalla figura si nota come il segnale grezzo e quello filtrato risultino pressoché sovrapposti. Per quantificare meglio lo scostamento, la Figura 10.6 mostra la differenza puntuale, che

come si nota è di ordine di grandezza minore rispetto al segnale stesso e quindi difficilmente visibile.

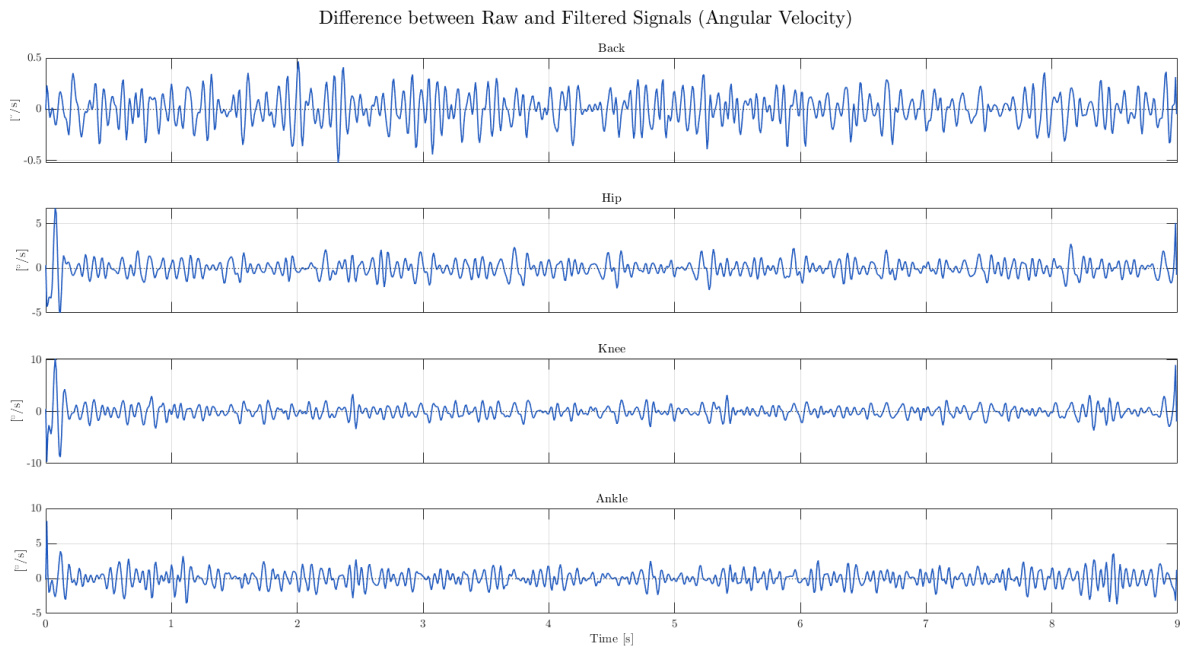


Figura 10.6: Differenza puntuale tra segnale grezzo e filtrato per la velocità angolare delle quattro articolazioni.

Lo stesso tipo di confronto è stato fatto per le accelerazioni angolari, ottenute applicando di nuovo *difwin* alla velocità grezza e filtrandone il risultato.

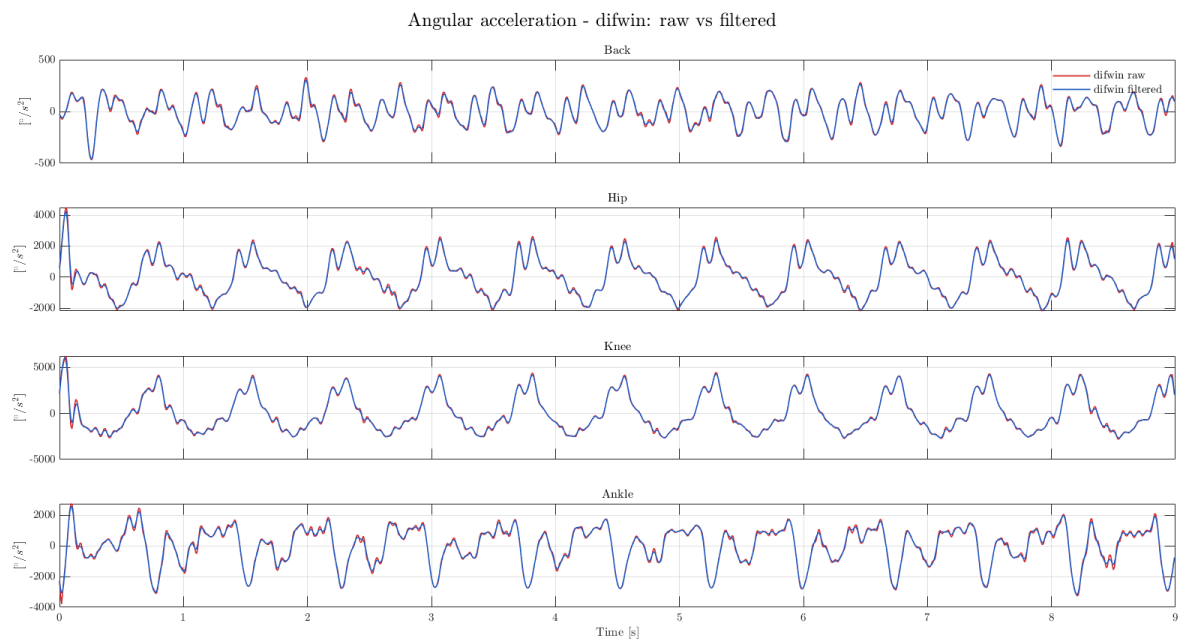


Figura 10.7: Accelerazioni angolari delle quattro articolazioni calcolate con *difwin*: segnale grezzo (rosso) e segnale filtrato (blu).

Anche per l'accelerazione, la differenza puntuale tra segnale grezzo e filtrato (Figura 10.8) risulta presente ma di ordine di grandezza minore rispetto ai valori effettivi e quindi poco visibile con una sovrapposizione.

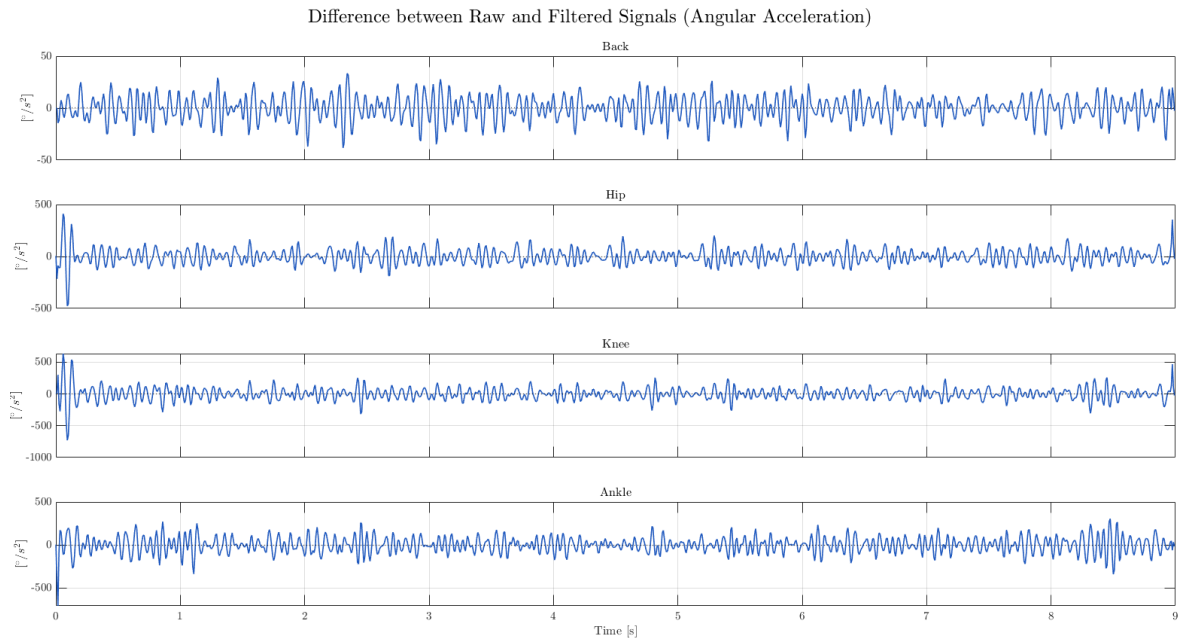


Figura 10.8: Differenza puntuale tra segnale grezzo e filtrato per l'accelerazione angolare delle quattro articolazioni.

Il secondo approccio utilizza invece Savitzky–Golay ($SG_{win}= 11$ e $SG_{ord}= 4$), che stima velocità e accelerazioni angolari direttamente dagli angoli in un unico passaggio. Il metodo si basa sul calcolo, su una finestra mobile di lunghezza definita, del polinomio interpolante i punti della finestra; il campione centrale viene sostituito con il valore assunto dal polinomio in quel punto. Allo stesso modo, velocità e accelerazione angolare si ottengono valutando, nel campione centrale, rispettivamente la derivata prima e seconda del polinomio approssimante.

Nel caso in esame la finestra è composta da 11 punti, corrispondenti a circa $0,092s$ per una frequenza di campionamento $f_s = 120Hz$, con ordine polinomiale pari a 4, filtraggio coerente con il precedente.

Le Figure 10.9 e 10.10 mostrano il confronto tra i due metodi.

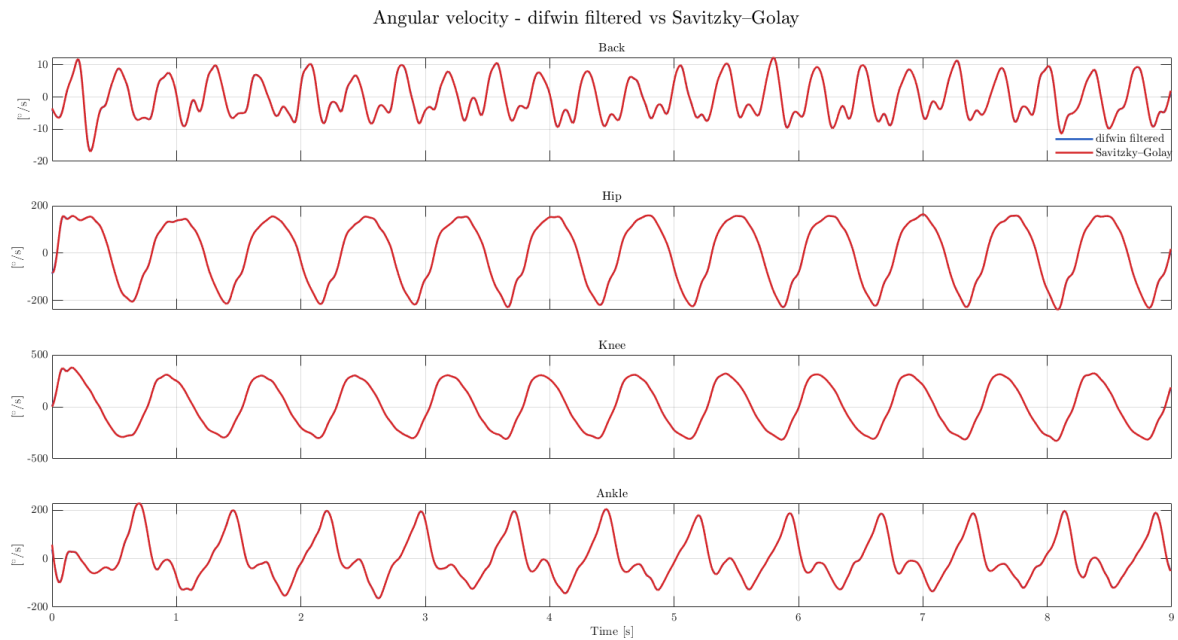


Figura 10.9: Confronto tra velocità angolari calcolate con *difwin* filtrato (blu) e con Savitzky-Golay (rosso).

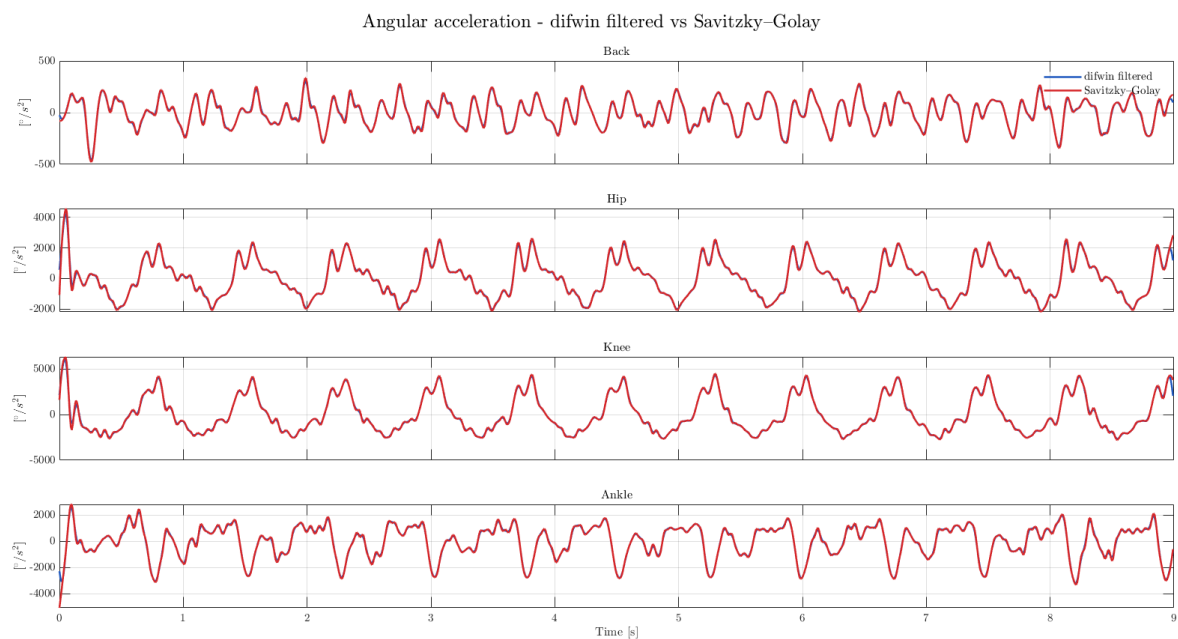


Figura 10.10: Confronto tra accelerazioni angolari calcolate con *difwin* filtrato (blu) e con Savitzky-Golay (rosso).

Come si osserva dalle figure, i due metodi producono risultati visivamente identici per il segnale analizzato. La scelta di SG come ingresso al modello ricade sulla semplicità di implementazione, senza il doppio passaggio di derivazione e sulla coerenza con l'utilizzo già fatto per altri studi durante lo sviluppo del lavoro.

10.2.2 Forza applicata

Una volta definita la cinematica in ingresso al modello, il tassello mancante riguarda le forze in gioco durante l'esercizio. Per definirle, non essendo disponibile un pedale strumentato nella configurazione sperimentale (come già spiegato al Paragrafo 7.5.4), viene adottata una strategia alternativa, partendo da grafici derivati dalla letteratura. Per prima cosa si è digitalizzato l'andamento della coppia e delle due componenti di forza (x e y), la coppia è stata poi utilizzata per estrapolare l'andamento della singola gamba e riscalarlo in funzione di quella generata durante la prova (l'uscita del sensore a disposizione rappresenta la coppia sviluppata da entrambe le gambe). Una volta riscalata la coppia, grazie alle curve digitalizzate si sono ricavate le singole componenti come da Figura 10.11.

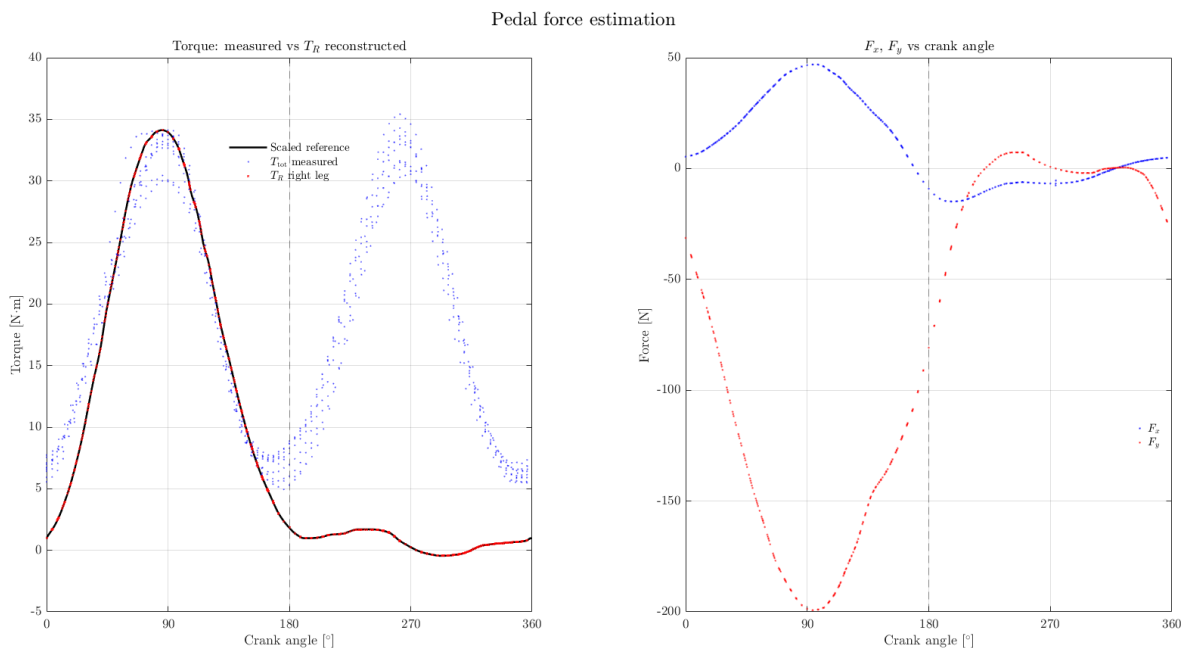


Figura 10.11: A sinistra l'andamento della coppia scalata per la singola gamba destra (in rosso), in nero il riferimento scalato e in blu l'andamento completo. Sulla destra le due componenti di forza estratte.

Le componenti F_x e F_y rappresentano le forze applicate dal piede sul pedale. Sarà quindi necessario invertirne la direzione per l'analisi.

Va sottolineato che le curve di riferimento di Kautz et al. (1991) sono ottenute da uno studio a cadenza di circa 90rpm e una potenza sviluppata di circa 400W, superiore a quella della prova analizzata (≈ 150 W a 80rpm). Questa differenza rappresenta una limitazione del metodo, infatti, è noto dalla letteratura che il profilo di coppia sul giro, e quindi quello di forza, variano in funzione sia della potenza espressa che della cadenza.

10.3 Momenti articolari

I risultati presentati in questa sezione fanno riferimento alle prime due prove dello studio Opto2DMA (T5, appoggio basso e appoggio alto) già introdotte nel capitolo relativo alla validazione e utilizzate come condizione di riferimento per l'analisi dinamica, viste le limitate differenze tra le sessioni in laboratorio.

10.3.1 Confronto Simulink vs OpenSim

La Figura 10.12 mostra l'andamento dei momenti articolari netti nel tempo, ottenuti dai due diversi modelli per l'intera durata della Prova 1.

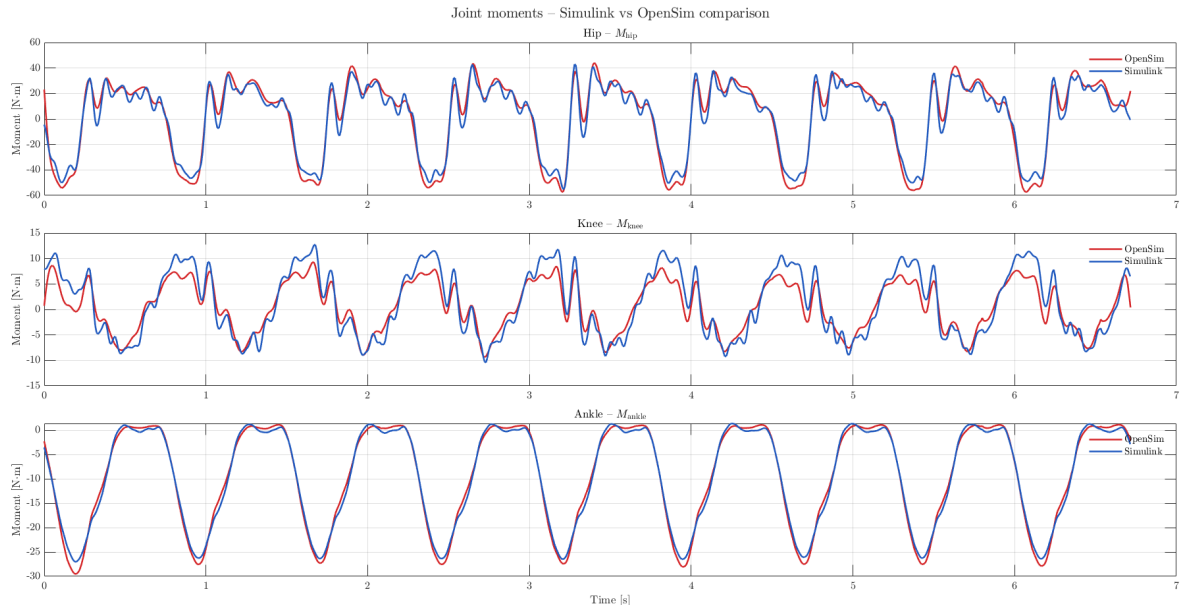


Figura 10.12: Prova 1 — momenti articolari netti all'anca, al ginocchio e alla caviglia in funzione del tempo: confronto tra modello Simulink (blu) e modello OpenSim (rosso).

I due modelli mostrano un accordo elevato su tutte e tre le articolazioni, sia in termini di forma che di ampiezza dei picchi, con la periodicità del ciclo di pedalata facilmente riconoscibile dal grafico.

Il momento all'anca presenta il profilo più articolato, con un picco positivo nella fase di salita, pari a circa $45Nm$ e invece un valore minimo nella fase di estensione pari a $-50Nm$ (momento in estensione negativo come da convenzione).

Il momento alla caviglia mostra l'accordo migliore tra i due modelli, visto che si trova alla base della catena cinematica, questo andamento è caratterizzato da un solo picco pari a circa $-28Nm$ corrispondente alla plantar flessione necessaria nella fase di spinta.

Le principali differenze tra i due si trovano nel momento riguardante il ginocchio, dove l'ampiezza del modello Simulink risulta maggiore nella fase di spinta, come è facilmente osservabile in Figura 10.13. Questa differenza è attribuibile alla modellazione del ginocchio: nel modello Simulink questo viene trattato come una semplice coppia rotoidale, ma nel modello OpenSim, invece, il giunto femoro-tibiale è trattato come *custom joint*, per il quale sono imposte delle traslazioni del centro di rotazione in funzione dell'angolo di flessione dell'articolazione. Questo modello è biomeccanicamente più realistico, pur introducendo una complessità difficilmente gestibile attraverso giunti meccanici standard di Simscape. Tale variazione del centro di rotazione modifica il braccio relativo alla coppia sviluppata rispetto al modello Simulink.

In Figura 10.13 sono presentati gli andamenti in funzione dell'angolo di pedivella, qui si nota meglio il suddetto effetto, visto che nelle fasi a forza pressochè nulla (superato il PMI), i due andamenti ora dominati dalla parte dinamica risultano praticamente sovrapposti.

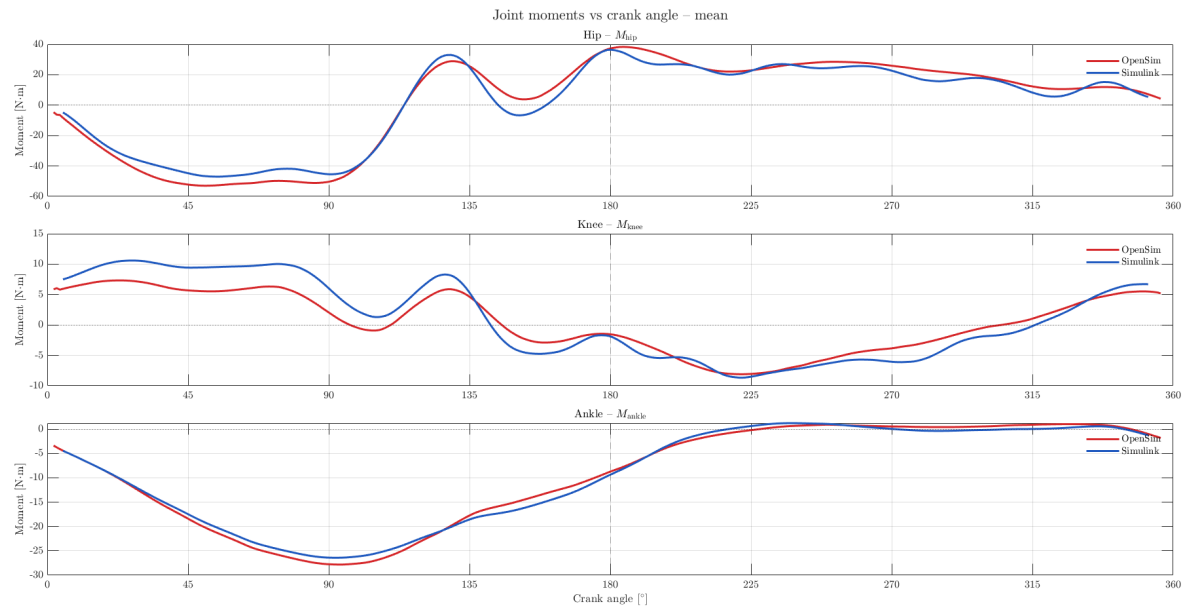


Figura 10.13: Prova 1 — profilo medio dei momenti articolari netti all'anca, al ginocchio e alla caviglia in funzione dell'angolo di pedivella: confronto tra modello Simulink (blu) e modello OpenSim (rosso).

A questa differenza strutturale si aggiunge un fattore legato alle condizioni della prova analizzata, considerando infatti i risultati riportati nello studio di Barratt et al. (2016), si notano valori sensibilmente maggiori rispetto a quelli del nostro studio. Questo deriva sicuramente dalla potenza in gioco (circa 150W nella Prova 1 rispetto ai 240W di Barratt). Inoltre per Barratt l'andamento del ginocchio risulta molto più fluido, indicando il minore effetto della componente inerziale nonostante la cadenza sia simile.

Osservando infatti l'accelerazione angolare del ginocchio si notano i due picchi che caratterizzano poi gli andamenti del momento articolare, i picchi dell'ordine di $5000^\circ/s^2$, corrispondenti a circa 87 rad/s^2 , moltiplicati per il momento di inerzia della tibia porta a $\approx 4 \text{ Nm}$, una frazione non trascurabile del momento totale netto al ginocchio. Questo spiega come a potenze più basse si abbiano andamenti più oscillatori, visto che la componente dinamica rappresenta un'elevata percentuale del totale.

Un ulteriore fonte a supporto di questa interpretazione è Fregly et al. (2000), questo studio mostra come l'inerzia effettiva del sistema di trasmissione di un cicloergometro da laboratorio è sensibilmente inferiore rispetto a quella di una bicicletta su strada ($I_{\text{eff}} \approx 23,5\text{--}167,1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, a seconda del rapporto di trasmissione). Una minore inerzia del sistema di trasmissione comporta, a parità di coppia applicata, accelerazioni angolari maggiori del sistema pedivella-gamba, amplificando ulteriormente il peso del termine dinamico.

10.3.2 Attivazioni muscolari

L'ottimizzazione statica condotta su OpenSim restituisce per ciascun istante del ciclo le attivazioni dei nove muscoli del modello *Leg6Dof9Musc*, elencati in Tabella 10.1 insieme alla loro funzione principale. Le Figure 10.14, 10.15 e 10.16 mostrano le attivazioni in funzione dell'angolo di pedivella, divise in tre gruppi diversi: estensori, flessori di ginocchio/anca e muscoli della caviglia.

Tabella 10.1: Muscoli del modello *Leg6Dof9Musc*: nome anatomico, funzione principale e articolazioni attraversate.

Nome in codice	Nome anatomico	Funzione principale	Articolazioni
<i>glut_max2_r</i>	Grande gluteo	Estensore d'anca	Anca
<i>rect_fem_r</i>	Retto femorale	Flessore d'anca, estensore di ginocchio	Anca, ginocchio
<i>vas_int_r</i>	Vasto intermedio	Estensore di ginocchio	Ginocchio
<i>bifemlh_r</i>	Bicipite femorale, capo lungo	Estensore d'anca, flessore di ginocchio	Anca, ginocchio
<i>bifemsh_r</i>	Bicipite femorale, capo breve	Flessore di ginocchio	Ginocchio
<i>psoas_r</i>	Ileopsoas	Flessore d'anca	Anca
<i>med_gas_r</i>	Gastrocnemio mediale	Flessore di ginocchio, flessore plantare	Ginocchio, caviglia
<i>soleus_r</i>	Soleo	Flessore plantare	Caviglia
<i>tib_ant_r</i>	Tibiale anteriore	Flessore dorsale	Caviglia

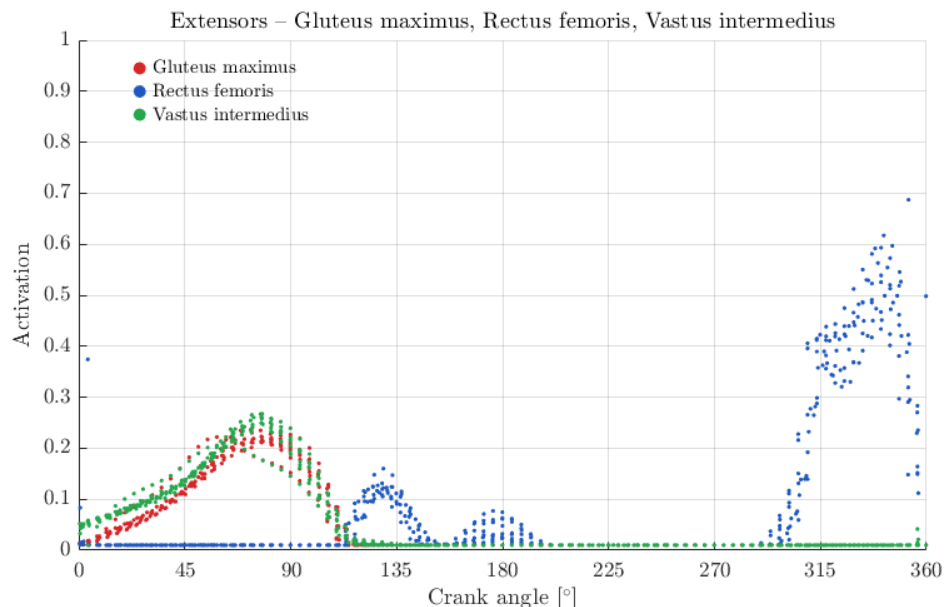


Figura 10.14: Prova 1 — attivazione dei muscoli estensori (grande gluteo, retto femorale e vasto intermedio) in funzione dell'angolo di pedivella.

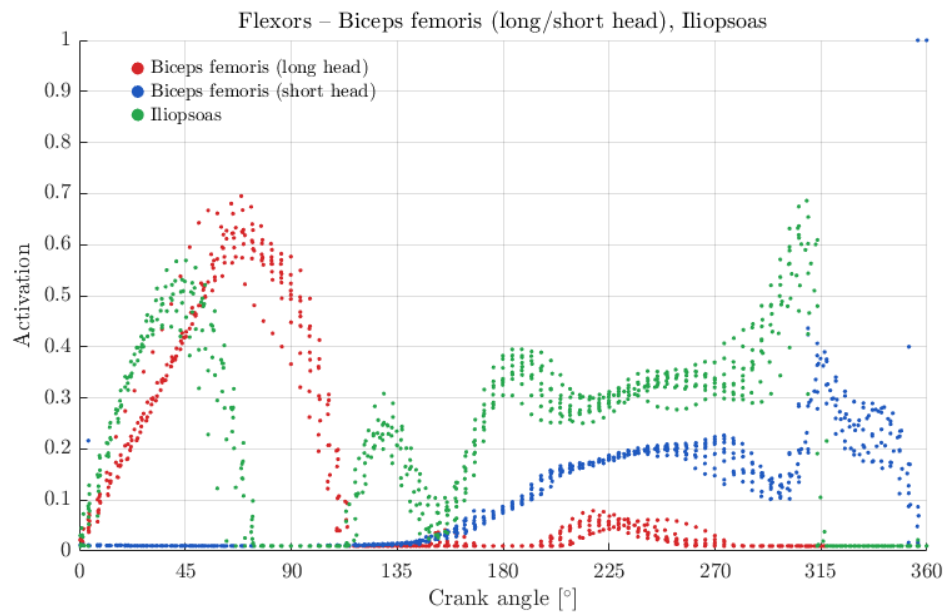


Figura 10.15: Prova 1 — attivazione dei muscoli flessori (bicipite femorale capo lungo, breve e ileopsoas) in funzione dell'angolo di pedivella.

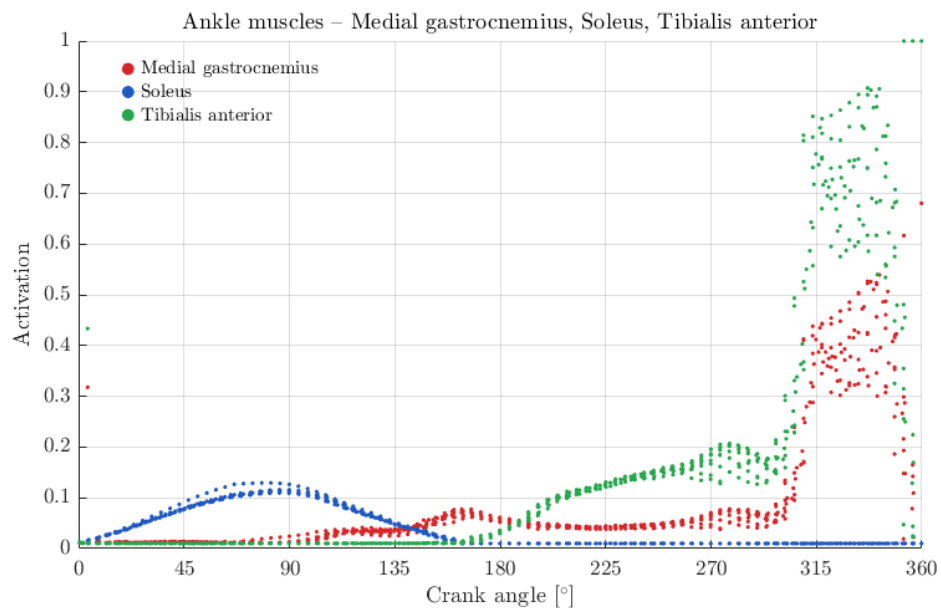


Figura 10.16: Prova 1 — attivazione dei muscoli della caviglia (gastrocnemio mediale, soleo e tibiale anteriore) in funzione dell'angolo di pedivella.

Il gruppo degli estensori mostra un'attivazione molto stabile nella fase iniziale, con picco attorno a $60 \div 90^\circ$, in piena corrispondenza con la fase di spinta. Questo è coerente con quanto ci si aspetta nella fase di estensione della gamba. Il retto femorale mostra un secondo picco ancora più marcato nella fase finale verso il punto morto superiore.

Il comportamento dei flessori (Figura 10.15) mostra per ileopsoas e capo lungo del bicipite femorale, un picco iniziale e marcato nella fase di spinta e successivamente, sempre per l'ileopsoas e per il capo breve del bicipite femorale un secondo picco nella fase di recupero.

I muscoli della caviglia (Figura 10.16) mostrano il gastrocnemio mediale e soleo con un picco contenuto in fase di spinta, mentre il tibiale anteriore mostra un comportamento anomalo nella fase di risalita, con valori che raggiungono quasi $0,7 \div 0,8$, comportamento non coerente con quanto atteso nella pedalata ma probabilmente legato alla modellazione.

La concentrazione degli effetti anomali di attivazione si trova nella fase finale del ciclo e sui muscoli con funzione di sollevamento dell'arto, questo è legato alle limitazioni del modello dinamico utilizzato.

10.3.3 Confronto con Prova 2 (appoggio alto)

Per verificare l'eventuale effetto della variazione di appoggio durante la pedalata, si confrontano in questa sezione i momenti articolari netti della Prova 2 (T5, appoggio alto). Le due prove condividono cadenza e potenza sviluppata, e differiscono per la sola posizione di appoggio sul manubrio, che causa, come già emerso in fase di confronto, un bias sistematico sulla schiena e sull'anca, con minori scostamenti trascurabili su ginocchio e caviglia.

La dinamica inversa è stata condotta con medesima metodologia e modelli già descritti per la Prova 1. La Figura 10.17 mostra il profilo medio dei momenti articolari netti al variare dell'angolo di pedivella per la Prova 2.

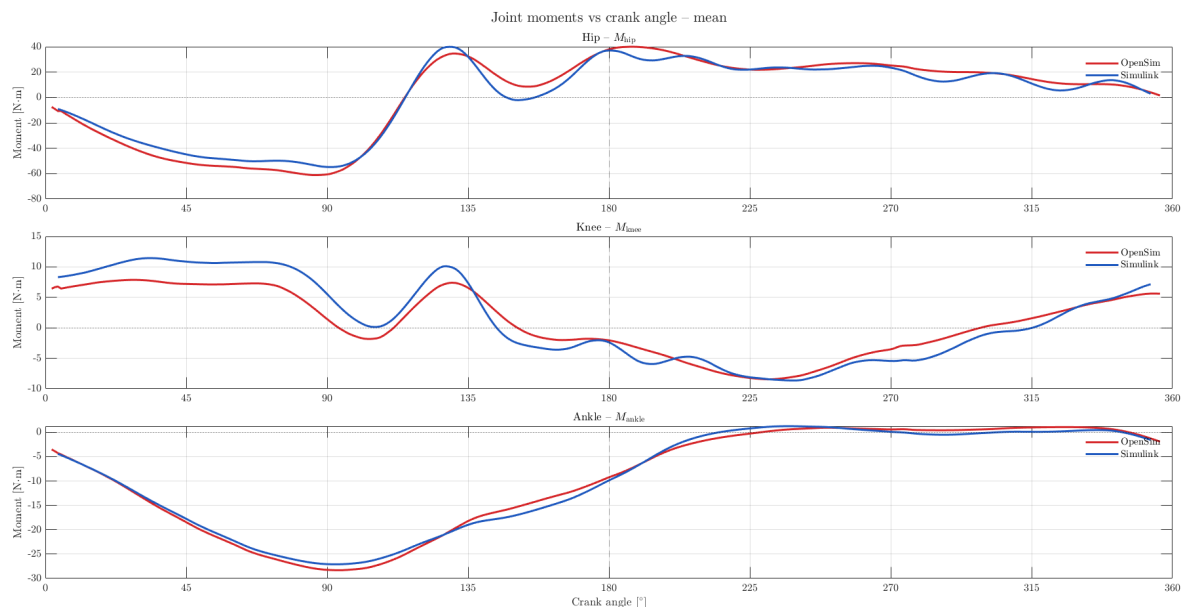


Figura 10.17: Prova 2 — profilo medio dei momenti articolari netti all'anca, al ginocchio e alla caviglia in funzione dell'angolo di pedivella: confronto tra modello Simulink (blu) e modello OpenSim (rosso).

Come si vede dai grafici gli andamenti di ginocchio e caviglia sono pressoché sovrapponibili con quelli della Prova 1, sia in forma che in ampiezza, tuttavia, l'anca invece mostra un'ampiezza maggiore in questo caso. Con riferimento al modello Simulink, il picco negativo

osservato nella fase di estensione passa da circa $-45Nm$ a $-55Nm$, mentre il picco positivo da circa $35Nm$ a $40Nm$ per la Prova 2.

Questa variazione è coerente con quanto visto nel confronto cinematico: il tronco maggiormente inclinato, dovuto al differente appoggio, si traduce in una differente cinematica dell'anca che si ripercuote sul momento articolare calcolato. Ginocchio e caviglia non essendo interessati da variazioni significative restano congruenti tra le due prove.

Per quanto riguarda le attivazioni muscolari ottenute per la Prova 2, queste presentano qualitativamente lo stesso andamento già descritto dalla Prova 1, incluso il comportamento anomalo finale per il tibiale anteriore. L'unica variazione sostanziale si vede nel gruppo dei flessori, dove il picco del capo lungo del bicipite femorale risulta leggermente anticipato e di maggiore ampiezza.

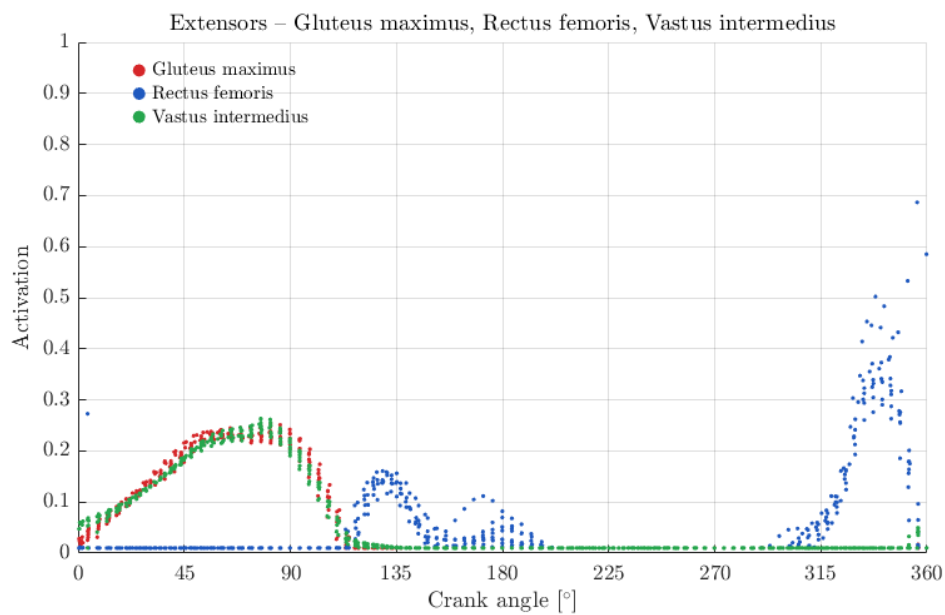


Figura 10.18: Prova 2 — attivazione dei muscoli estensori (grande gluteo, retto femorale e vasto intermedio) in funzione dell'angolo di pedivella.

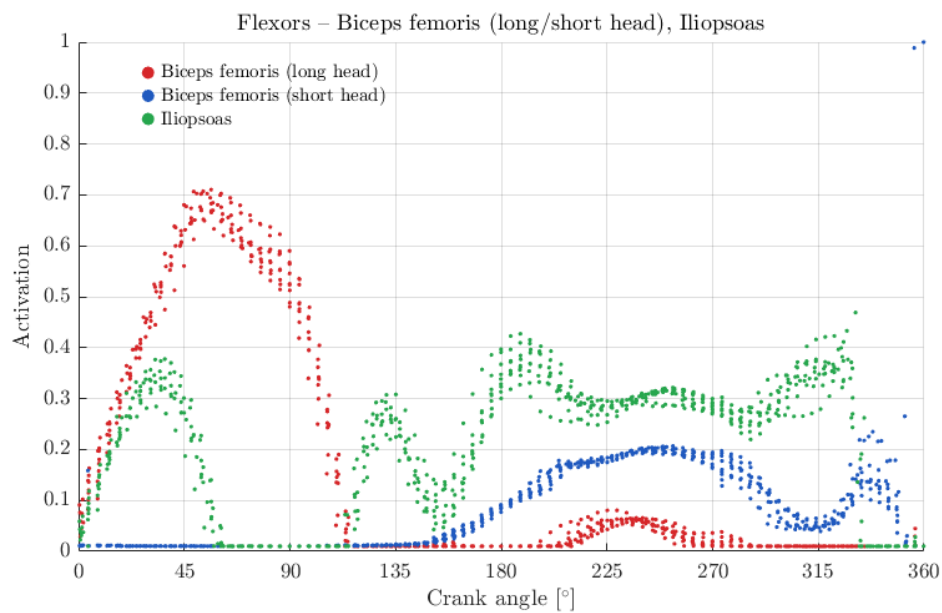


Figura 10.19: Prova 2 — attivazione dei muscoli flessori (bicipite femorale capo lungo, breve e ileopsoas) in funzione dell'angolo di pedivella.

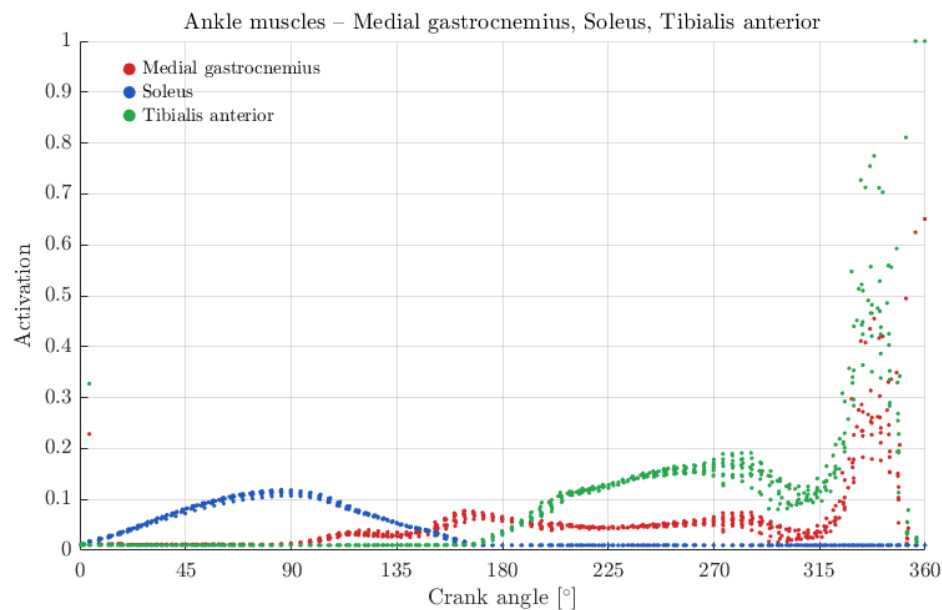


Figura 10.20: Prova 2 — attivazione dei muscoli della caviglia (gastrocnemio mediale, soleo e tibiale anteriore) in funzione dell'angolo di pedivella.

In sintesi il confronto tra le due prove mostra che le differenze introdotte dalla posizione di appoggio sono circoscritte all'articolazione dell'anca e non implicano modifiche al comportamento di ginocchio e caviglia.

10.4 Analisi dinamica inversa per il giro esterno

L'analisi cinematica del giro esterno viene qui estesa alla dinamica inversa, con l'obiettivo di verificare diverse condizioni di pedalata dando una stima dei momenti netti alle articolazioni.

10.4.1 Metodologia

La dinamica inversa è stata condotta allo stesso modo di quanto fatto per le prove di laboratorio, con alcune differenze però legate alla natura dei dati di forza disponibili nello scenario outdoor.

La stima della forza al pedale è stata ottenuta basandosi puramente su un fattore di scala calcolato in funzione della potenza media sviluppata nei cicli analizzati, e andando a scalare le curve del riferimento Kautz et al. (1991). In questo caso infatti l'unica grandezza a nostra disposizione è la potenza campionata a 1Hz mentre nell'analisi di laboratorio era presente la coppia campionata sull'intero ciclo. Ovviamente questa assunzione potrebbe non essere rappresentativa delle condizioni di pedalata su strada e costituisce una limitazione d'analisi.

Per lo stesso motivo, l'ottimizzazione statica non è stata estesa al giro esterno: le incertezze presenti nel modello si sommerebbero qui anche alla limitazione sulla stima della forza, producendo attivazioni muscolari di affidabilità ancora più ridotta, ci limitiamo quindi ai momenti articolari netti.

10.4.2 Fase A

La Fase A, già caratterizzata dal punto di vista cinematico, rappresenta la fase più vicina alle condizioni di laboratorio, nel complesso hanno potenza media paragonabile e cadenza simile.

La finestra presa in analisi per la dinamica inversa considera l'andamento per 10 cicli, con cadenza di circa 90rpm e potenza media di circa 178W, valore paragonabile sia alla media dell'intera fase che alla potenza sviluppata in laboratorio.

La Figura 10.21 mostra le curve di riferimento di Kautz et al. (1991) riscalate secondo il fattore k definito come rapporto tra la potenza media della finestra e il valore di riferimento.

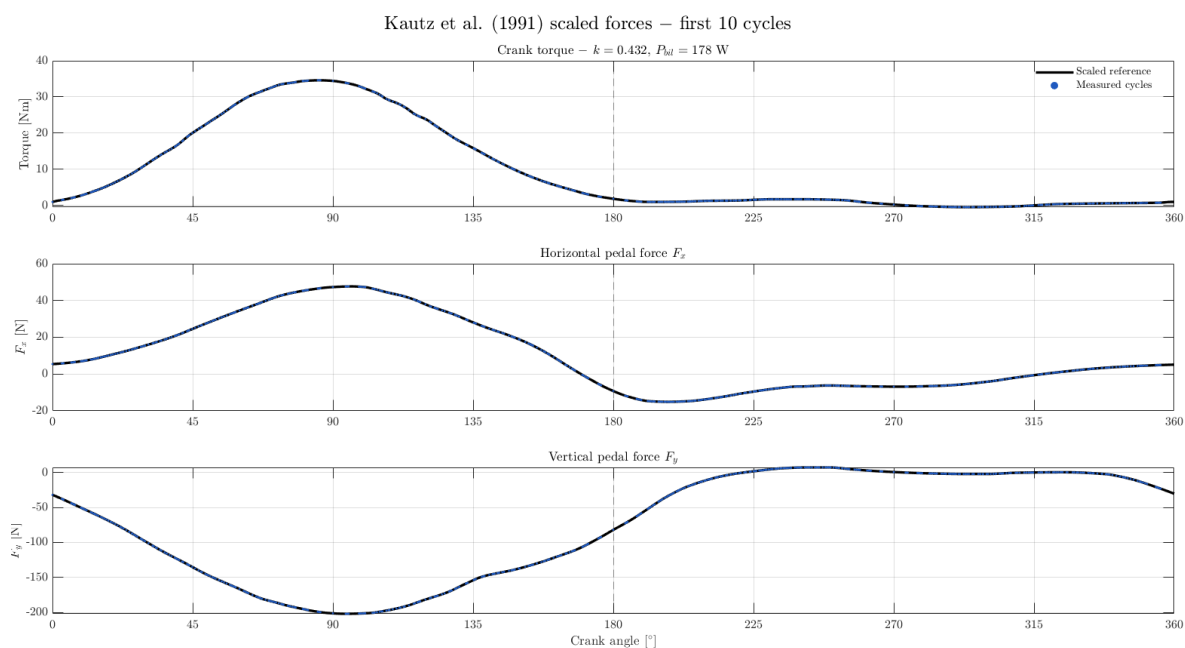


Figura 10.21: Fase A — coppia alla pedivella e componenti di forza al pedale (F_x , F_y) riscalate secondo il fattore $k = 0,432$, ottenuto da una potenza media $P_{bil} = 178$ W, sovrapposte ai valori ricostruiti sui dieci cicli analizzati.

La Figura 10.22 mostra le accelerazioni angolari delle quattro articolazioni calcolate con il metodo di Savitzky-Golay sui dieci cicli della finestra.

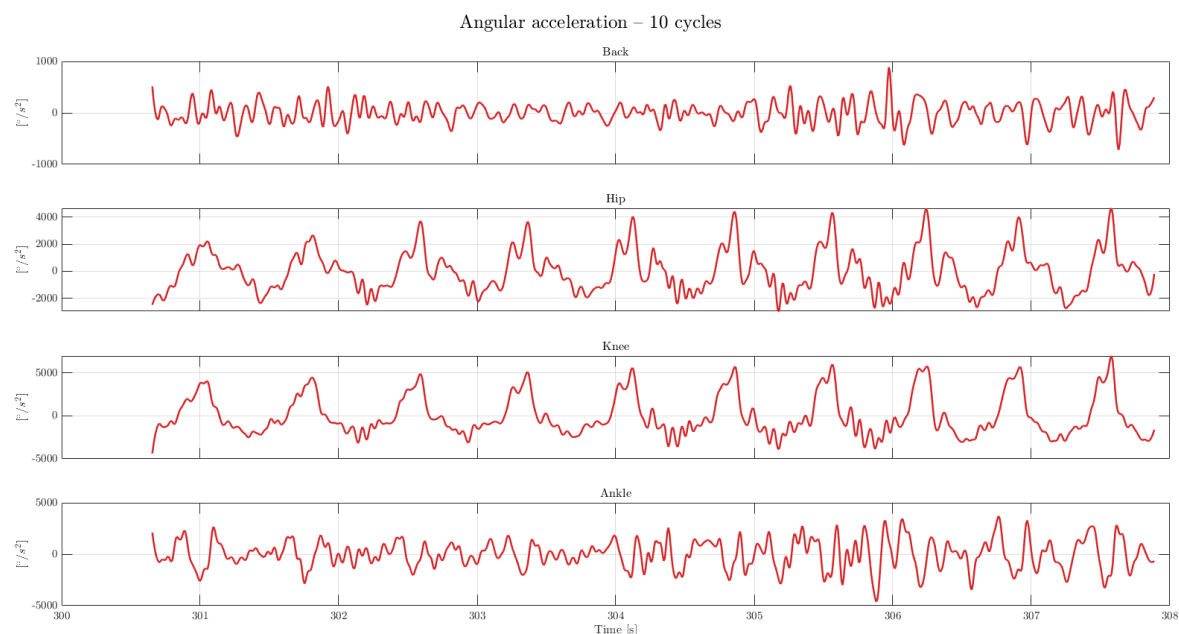


Figura 10.22: Fase A — accelerazioni angolari di schiena, anca, ginocchio e caviglia calcolate con Savitzky-Golay sui dieci cicli della finestra analizzata.

Dalla figura si denotano picchi di analoga ampiezza a quelli visti per la prova di laboratorio, senza una riduzione apprezzabile in ampiezza o andamento, questo implica che anche per la

Fase A la componente inerziale per il momento sarà di grande importanza.

La Figura 10.23 mostra il profilo medio dei momenti articolari netti in funzione dell'angolo di pedivella, ottenuti dai due modelli implementati.

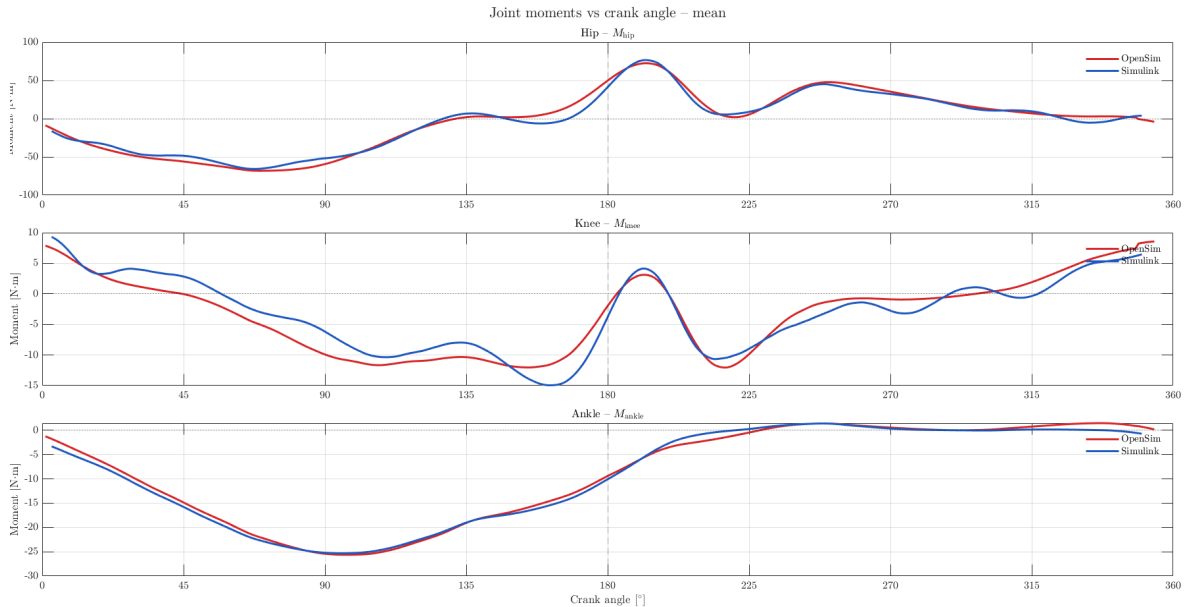


Figura 10.23: Fase A — profilo medio dei momenti articolari netti all'anca, al ginocchio e alla caviglia in funzione dell'angolo di pedivella: confronto tra modello Simulink (blu) e modello OpenSim (rosso).

Il momento al ginocchio mantiene un'ampiezza confrontabile a quella osservata nella prova di laboratorio, mentre il momento all'anca cresce notevolmente pur trattandosi di condizioni simili tra loro: il picco positivo raggiunge circa $75Nm$ contro i $35Nm$ del laboratorio. Questa differenza non è spiegabile con il solo offset di potenza tra le due prove ($\approx 150W$ per il laboratorio e $178W$ medi per i 10 cicli di pedalata), ma è probabilmente legata anche al diverso assetto cinematico, osservato nella sezione di confronto, dove è emerso un bias marcato per l'anca tra le due condizioni ($+17,4^\circ$). La configurazione diversa modifica il braccio delle forze e le componenti inerziali contribuendo a spiegare le diverse ampiezze.

10.4.3 Fase B

A completamento dell'analisi del giro esterno, si riportano i risultati ottenuti per la fase di salita, cioè l'unica disponibile a elevata potenza.

La finestra analizzata presenta una cadenza media di circa 81rpm, inferiore a quella della Fase A e una potenza media di circa 300W, quasi doppia rispetto alla prova in laboratorio.

La Figura 10.24 mostra le accelerazioni angolari sui dieci cicli della finestra analizzata.

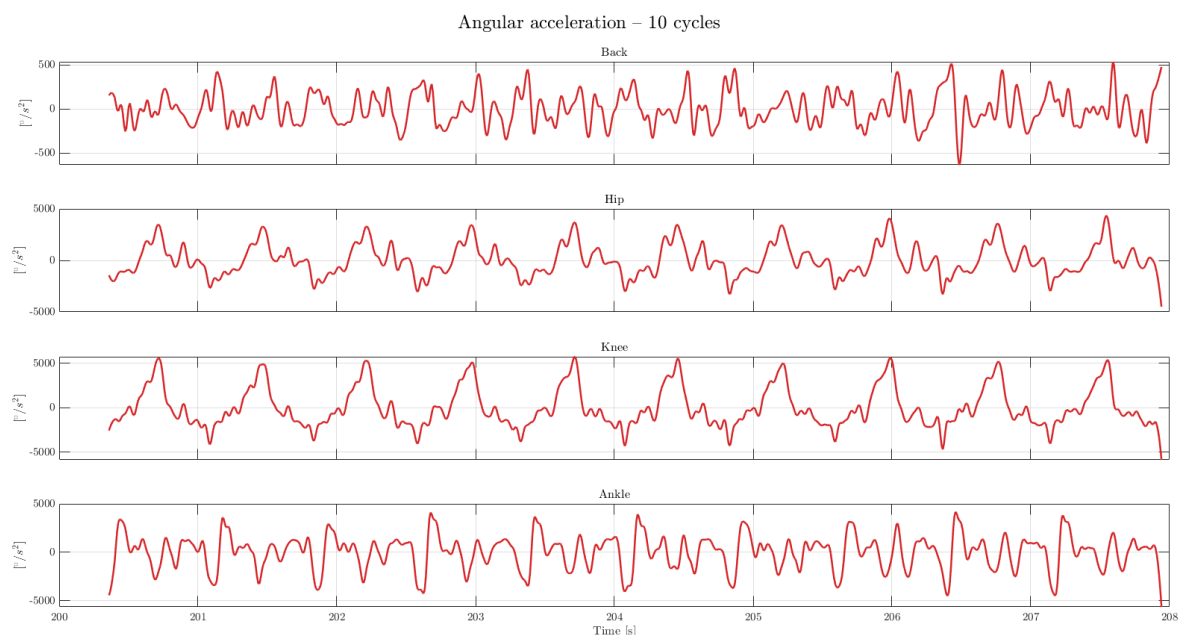


Figura 10.24: Fase B — accelerazioni angolari di schiena, anca, ginocchio e caviglia calcolate con Savitzky-Golay sui dieci cicli della finestra analizzata.

I picchi di accelerazione risultano paragonabili a quanto visto nelle altre prove, nonostante la potenza sia quasi doppia. Questo conferma che la componente dinamica dipende principalmente dalla cadenza media come è plausibile aspettarsi.

La Figura 10.25 mostra il profilo medio dei momenti articolari netti in funzione dell'angolo di pedivella.

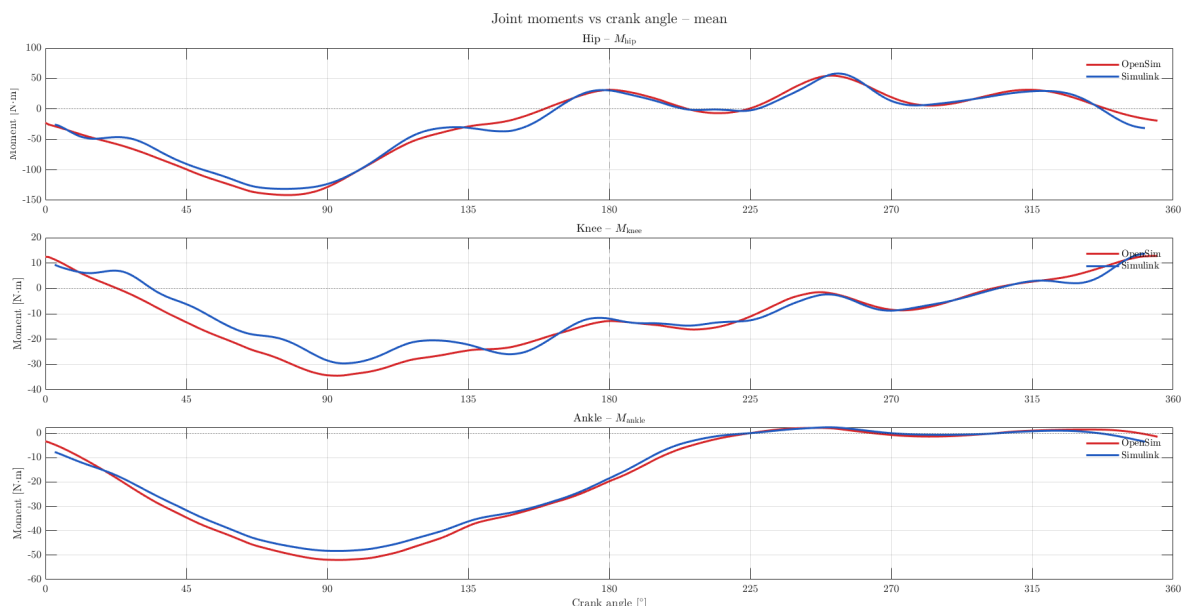


Figura 10.25: Fase B — profilo medio dei momenti articolari netti all'anca, al ginocchio e alla caviglia in funzione dell'angolo di pedivella: confronto tra modello Simulink (blu) e modello OpenSim (rosso).

A differenza dell'accelerazione angolare, i momenti articolari risultano sensibilmente maggiori rispetto alle altre fasi: il momento all'anca raggiunge un minimo di circa $-140Nm$ nella fase di estensione, contro i circa $-65Nm$ della Fase A. Questo incremento è però questa volta facilmente spiegabile con la maggiore potenza che si trova in questa fase di pedalata, a fronte di una componente inerziale che resta praticamente invariata.

Il confronto tra le fasi di pianura e di salita viene condotto sui risultati del modello OpenSim, anziché su quelli del modello Simulink. Come discusso nel Paragrafo 10.3.1, il *custom joint* adottato da OpenSim per il ginocchio, costituisce una rappresentazione più realistica rispetto alla semplice coppia rotoidale. Per questo motivo si ritiene preferibile basare un confronto diretto sui risultati OpenSim.

La Figura 10.26 mostra il profilo medio dei momenti articolari netti per anca, ginocchio e caviglia, sovrapponendo le due fasi.

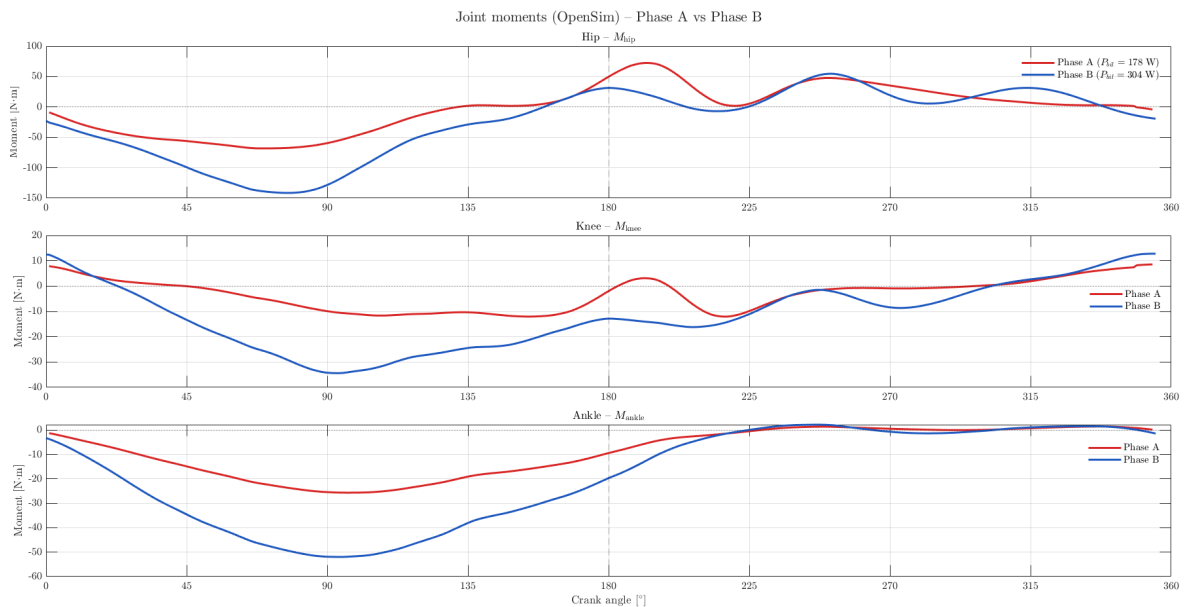


Figura 10.26: Confronto dei momenti articolari netti (OpenSim) tra Fase A ($P_{bil} = 178$ W, rosso) e Fase B ($P_{bil} = 304$ W, blu) in funzione dell'angolo di manovella.

Il confronto conferma quantitativamente quanto osservato in precedenza: l'ampiezza del momento aumenta sensibilmente dalla Fase A alla B per tutte e tre le articolazioni. Il momento all'anca passa da un range di $[-68,2, 72,5]Nm$ in Fase A a $[-141,4, 54,8]Nm$ in Fase B; il momento al ginocchio da $[-12,0, 8,6]Nm$ a $[-34,4, 12,8]Nm$; quella alla caviglia da $[-25,6, 1,5]Nm$ a $[-52,0, 2,2]Nm$. In tutti i casi l'incremento è concentrato prevalentemente nel picco negativo, coerente con l'aumento di forza al pedale legato alla maggiore potenza sviluppata.

10.5 Limitazioni del modello

L'analisi di dinamica inversa e di ottimizzazione statica portata avanti in questo capitolo presenta alcune limitazioni metodologiche che è bene prendere in considerazione.

Modello a singola gamba.

Il modello implementato rappresenta esclusivamente l'arto inferiore destro. Durante la fase di recupero della pedalata, la gamba destra viene in parte sollevata passivamente dalla sinistra, attraverso il vincolo rigido imposto dalla pedivella: la cinematica osservata sulla gamba destra, per quanto correttamente misurata, risulta quindi in parte generata dall'azione della gamba opposta, non dai soli muscoli della gamba modellata. Un modello monolaterale non dispone di alcun canale per rappresentare questo contributo esterno, e deve attribuire tutto lo sforzo ai soli muscoli presenti, sovrastimando per esempio l'attivazione del muscolo tibiale anteriore che spesso raggiunge valori prossimi alla saturazione.

Stima delle forze al pedale.

Come descritto nella sezione di implementazione del modello, le componenti F_x e F_y sono ottenute riscalandolo un'unica forma di riferimento, ricavata da Kautz et al. (1991), in funzione della coppia misurata (per le prove di laboratorio) o della potenza media (per il giro all'esterno). Questo approccio assume implicitamente che la forma del profilo di forza sia indipendente dalla cinematica, dalla posizione in sella, dalle condizioni esterne (pendenza) e dalla cadenza. La dipendenza dalla cadenza, per esempio, è confermata dalla scomposizione del momento articolare in componente statica (derivante dalle forze) e componente dinamica (dovuta all'inerzia) proposta da Hull e Jorge (1985), il quale mostra che a parità di potenza ma con aumento di cadenza (da 63 a 97rpm) raddoppia l'ampiezza del momento cinematico del ginocchio e ne cambia anche la forma. È quindi plausibile che anche il posizionamento in sella e la cinematica abbiano effetti di questo tipo sulla distribuzione dei momenti e quindi anche sulle componenti di forza. Tuttavia non è stata reperibile in letteratura una fonte che mostrasse andamenti diversi e/o utilizzabili per la nostra analisi.

Vincoli del modello OpenSim.

Per ottenere la convergenza dell'ottimizzazione statica è stato necessario bloccare i gradi di libertà del bacino (*pelvis_tilt*, *pelvis_tx*, *pelvis_ty* cioè traslazione e rotazione anteroposteriore del bacino): lasciandole libere l'ottimizzatore non era in grado di risolvere il problema definendo il modello non compatibile per l'ottimizzazione statica. È stata inoltre disattivata la relazione forza-velocità muscolare, che riduce la forza disponibile di un muscolo in funzione della velocità di accorciamento della fibra, con tale relazione attiva alcuni muscoli saturavano subito senza raggiungere una soluzione ammissibile.

Complessivamente, quindi, le attivazioni muscolari ottenute non vanno considerate in termini assoluti, quanto piuttosto in termini relativi di confronto tra situazioni diverse, come prove a diversa potenza o cadenza. Occorre inoltre sottolineare che, in generale, la simulazione delle attivazioni muscolari in gesti dinamici e di una certa complessità non è affatto semplice, ed è soggetta a molteplici errori ed approssimazioni.

Estensione al giro esterno.

L'applicazione della metodologia al giro esterno, introduce un'ulteriore assunzione rispetto al caso di laboratorio: in assenza infatti di una misura di coppia, il fattore di scala applicato al riferimento è ricavato dalla sola potenza mediata. Inoltre considerare l'analisi con vincolo alla traslazione del bacino, rappresenta una forte approssimazione di quella che è invece la dinamica della pedalata all'aperto. Per queste ragioni, come già esposto, l'ottimizzazione statica non è stata eseguita.

11. Sviluppi futuri

Il lavoro svolto in questa tesi ha permesso di valutare il sistema IMU e di impiegarlo per l'analisi biomeccanica della pedalata in maniera completa, sia in laboratorio che sul campo. Sono stati trovati però, durante l'applicazione, alcuni limiti che suggeriscono una direzione per continuare a sviluppare l'analisi.

Strumentazione diretta della forza al pedale.

La limitazione più rilevante che ha caratterizzato lo studio della dinamica inversa è stata proprio la conoscenza degli andamenti di forza che sono stati ricavati dalla letteratura di riferimento. Questi andamenti sono però dipendenti in maniera diretta dall'assetto e dalla cinematica che caratterizza la pedalata, la sola riscalatura dei valori è quindi una approssimazione, visto che la forma è considerata come un parametro fisso di qualsiasi prova.

Modello a doppia gamba.

Il modello muscoloscheletrico utilizzato per l'analisi dinamica considera esclusivamente l'arto inferiore destro, l'eventuale estensione ad un modello bilaterale consentirebbe di analizzare a fondo l'effettiva attivazione muscolare. Per farlo sarebbe necessario utilizzare più sensori così da caratterizzare completamente la cinematica di entrambi gli arti inferiori.

Validazione elettromiografica.

In presenza dei miglioramenti suddetti sarebbe utile sviluppare una validazione elettromiografica completa, con acquisizioni dirette sul soggetto, così da avere un riscontro affidabile riguardo l'attivazione muscolare.

Ampliamento del campione.

L'intera analisi sviluppata in questo lavoro è stata condotta su due soli soggetti (Vicon e Opto2DMA/giro all'aperto). L'estensione a più campioni sia in laboratorio che sul campo permetterebbe di valutare ulteriormente l'affidabilità del sistema e generalizzare i risultati ottenuti, quantificando anche meglio le differenze tra le prove effettuate, in vista di un impiego esteso in ambito biomeccanico.

12. Conclusioni

Questo lavoro di tesi è stato sviluppato con l'obiettivo di realizzare un sistema di analisi biomeccanica utilizzando i sensori IMU Movella DOT, validandone l'accuratezza, con particolare attenzione alla sua applicabilità in ambito di bike fitting. La loro versatilità di utilizzo, non essendo vincolati ad una posizione, rappresenta il vantaggio principale rispetto ai sistemi optoelettronici, e quindi il motivo fondante dello studio.

La validazione condotta, confrontandosi con due diversi sistemi di riferimento optoelettronici (3D e 2D), ha mostrato un'accuratezza elevata dell'intero flusso di analisi implementato, soprattutto nella stima degli angoli articolari degli arti inferiori. Ginocchio e caviglia hanno mostrato un bias minore di $4,3^\circ$ e deviazione standard non superiore a $5,9^\circ$, nel confronto Vicon, mentre nella validazione con il sistema Opto2DMA, il bias rimane entro i $3,5^\circ$ con deviazione standard entro i $2,1^\circ$ su tutte le prove testate. L'anca presenta bias relativamente più alti, ma spesso legati alla diversa modellazione dei sistemi (come visto per il caso Opto2DMA), dove una volta risolto il problema di rappresentazione il bias è sceso drasticamente, arrivando a non superare $1,5^\circ$ in valore assoluto. La schiena si è invece dimostrata l'articolazione più sensibile a scostamenti di validazione e a modellazione del sistema, vista la complessità di analisi di un segmento non rappresentabile come rigido, ma bensì che può assumere diverse configurazioni.

Nel complesso i limiti principali della validazione risiedono quindi sulla calibrazione del sistema (fase fondamentale di qualsiasi analisi), e nella modellazione/rappresentazione del modello, soprattutto per la catena posteriore.

L'ulteriore analisi svolta all'esterno ha permesso di verificare il corretto funzionamento del sistema in un ambiente non vincolato, confermando la possibilità di implementarlo in studi biomeccanici futuri e più completi, che considerino la variabilità di una pedalata reale, non svolta nell'idealità del laboratorio. Inoltre confrontando le varie fasi, si è valutata la riproducibilità del gesto: il confronto tra le fasi di pianura ha registrato scostamenti massimi di $5,2^\circ$ su tutte le articolazioni con massimo bias medio di $1,1^\circ$, mentre i confronti tra fase di pianura e fasi di salita hanno mostrato le differenze cinematiche attese tra una pedalata a basso sforzo e una a potenza maggiore (pianura e salita), così come tra la pedalata seduti e quella in piedi. Inoltre il confronto con le prove svolte in laboratorio ha svelato differenze importanti non solo per quanto riguarda le escursioni ma anche a riguardo degli andamenti dei profili articolari.

Tutto questo suggerisce che l'assetto, l'ambiente e il tipo di sforzo modificano la cinematica della pedalata, e per una messa in sella efficace o per lo studio delle prestazioni, è importante conoscere come questi fattori impattano la pedalata. Si conferma l'utilità di un sistema indossabile, non invasivo, che permette l'analisi di bike fitting in maniera efficace e non vincolata a un luogo.

Per quanto riguarda l'analisi di dinamica inversa, condotta sia per la prova in laboratorio che per il giro esterno, ha permesso di stimare i momenti articolari netti in entrambe le condizioni, e le attivazioni muscolari associate per le prove di laboratorio. I risultati ottenuti hanno presentato il peso non trascurabile della componente inerziale, che resta sostanzialmente invariata tra le prove analizzate, nonostante la variazione di potenza sviluppata. Lo stesso non vale per la componente statica che abbiamo visto avere un effetto molto importante soprattutto a potenze più elevate. Come già detto nei capitoli precedenti però l'approccio sfruttato ha risentito del metodo di stima utilizzato per le componenti di forza, per questo i risultati sono da considerarsi come indicativi più che come effettive stime.

Nel complesso il lavoro svolto conferma che un sistema di sensori IMU, come i Movella DOT, opportunamente validato, costituisce uno strumento accurato per l'analisi cinematica della pedalata, con un vantaggio importante rispetto ai sistemi optoelettronici tradizionali. Inoltre, se accompagnato da una misura adeguata delle forze in gioco, può essere anche utilizzato per svolgere un'analisi di dinamica inversa completa.

Il lavoro di tesi sarà oggetto di un articolo scientifico in ambito internazionale, attualmente in fase di scrittura.

Bibliografia

- Barratt, P. R., Martin, J. C., Elmer, S. J., & Korff, T. (2016). Effects of Pedal Speed and Crank Length on Pedaling Mechanics during Submaximal Cycling. *Medicine & Science in Sports & Exercise*, 48(4), 705–713. <https://doi.org/10.1249/MSS.0000000000000817>
- Bartaguiz, E., Dindorf, C., Dully, J., Becker, S., & Fröhlich, M. (2023). Effects of increasing physical load and fatigue on the biomechanics of elite cyclists. *Scientific Journal of Sport and Performance*, 2(1), 59–69. <https://doi.org/10.55860/NBMD9425>
- Bini, R., & Hume, P. (2014). Effects of saddle height on knee forces of recreational cyclists with and without knee pain. *INTERNATIONAL SPORTMED JOURNAL*, 15, 188–199.
- Bini, R., & Hume, P. (2016). A Comparison of Static and Dynamic Measures of Lower Limb Joint Angles in Cycling: Application to Bicycle Fitting. *Human Movement*, 17, 36–42. <https://doi.org/10.1515/humo-2016-0005>
- Bini, R. R., & Flores Bini, A. (2018). Potential factors associated with knee pain in cyclists: a systematic review. *Open Access Journal of Sports Medicine*, 9, 99–106. <https://doi.org/10.2147/OAJSM.S136653>
- Bini, R. R., Hume, P. A., & Croft, J. L. (2011a). Effects of Bicycle Saddle Height on Knee Injury Risk and Cycling Performance. *Sports Medicine*, 41(6), 463–476. <https://doi.org/10.2165/11588740-000000000-00000>
- Bini, R. R., Hume, P. A., & Croft, J. L. (2011b). Effects of saddle height on pedal force effectiveness. *Procedia Engineering*, 13, 51–55. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2011.05.050>
- Bini, R. R., Hume, P. A., & Croft, J. (2014). Cyclists and triathletes have different body positions on the bicycle. *European Journal of Sport Science*, 14(sup1), S109–S115. <https://doi.org/10.1080/17461391.2011.654269>
- Callaghan, M. J. (2005). Lower body problems and injury in cycling. *Journal of Bodywork and Movement Therapies*, 9(3), 226–236. <https://doi.org/10.1016/j.jbmt.2005.01.007>
- Crenna, F. (2026). Inertial Measurement Units - IMU.
- Flore, C. (s.d.). Analisi Biomeccanica della Pedalata.
- Fonda, B., & Sarabon, N. (2010). Biomechanics of Cycling. *Sport Science Review*, XIX(1-2), 187–210. <https://doi.org/10.2478/v10237-011-0012-0>
- Fregly, B. J., Zajac, F. E., & Dairaghi, C. A. (2000). Bicycle Drive System Dynamics: Theory and Experimental Validation. *Journal of Biomechanical Engineering*, 122(4), 446–452. <https://doi.org/10.1115/1.1286678>
- García-López, J., & Abal del Blanco, P. (2017). Kinematic analysis of bicycle pedalling using 2D and 3D motion capture systems. *Proceedings of the 35th International Conference on Biomechanics in Sports*, 1–4.
- Gnehm, P., Reichenbach, S., Altpeter, E., Widmer, H., & Hoppeler, H. (1997). Influence of different racing positions on metabolic cost in elite cyclists. *Medicine & Science in Sports & Exercise*, 29(6), 818–823. <https://doi.org/10.1097/00005768-199706000-00013>

- Holliday, W., Fisher, J., Theo, R., & Swart, J. (2017). Static versus dynamic kinematics in cyclists: A comparison of goniometer, inclinometer and 3D motion capture. *European Journal of Sport Science*, 17(9), 1129–1142. <https://doi.org/10.1080/17461391.2017.1351580>
- Hull, M., & Jorge, M. (1985). A method for biomechanical analysis of bicycle pedalling. *Journal of Biomechanics*, 18(9), 631–644. [https://doi.org/10.1016/0021-9290\(85\)90019-3](https://doi.org/10.1016/0021-9290(85)90019-3)
- Impellizzeri, F. M., & Marcora, S. M. (2007). The Physiology of Mountain Biking. *Sports Medicine*, 37(1), 59–71. <https://doi.org/10.2165/00007256-200737010-00005>
- Kautz, S. A., Feltner, M. E., Coyle, E. F., & Baylor, A. M. (1991). The Pedaling Technique of Elite Endurance Cyclists: Changes With Increasing Workload at Constant Cadence. *International Journal of Sport Biomechanics*, 7, 29–53.
- Leardini, A., Chiari, L., Della Croce, U., & Cappozzo, A. (2005). Human movement analysis using stereophotogrammetry. Part 3. Soft tissue artifact assessment and compensation. *Gait & Posture*, 21(2), 212–225. <https://doi.org/10.1016/j.gaitpost.2004.05.002>
- Legnani, G., Palmieri, G., & Fassi, I. (2018). *Introduzione alla biomeccanica dello sport*. CittàStudi Edizioni.
- Madgwick, S. O. H. (2010, aprile). *An efficient orientation filter for inertial and inertial/magnetic sensor arrays* (Report) (Report x-io and University of Bristol (UK)). University of Bristol (UK). https://web.enib.fr/~kerhoas/iot/reseau-de-capteurs/carte-imu-mpu9250/documents/INVENSENSE/madgwick_internal_report.pdf
- Martínez, M., & Pérez, M. A. (2025). Biomechanical analysis of knee flexion and saddle height adjustment on knee pain in amateur cyclists. *Journal of Physical Education and Sport*, 25(9), 1953–1959. <https://doi.org/10.7752/jpes.2025.09217>
- Movella Inc. (2023, luglio). *Movella DOT User Manual* [Document XD0502P, Revision A]. Movella Inc. Enschede, The Netherlands. <https://www.movella.com>
- Nazarahari, M., & Rouhani, H. (2021). Sensor fusion algorithms for orientation tracking via magnetic and inertial measurement units: an experimental comparison survey. *Information Fusion*, 76, 8–23. <https://doi.org/10.1016/j.inffus.2021.04.009>
- Nuzzi, C., Ghidelli, M., Luchetti, A., Zanetti, M., Crenna, F., & Lancini, M. (2025). Measurement of Human Body Segment Properties Using Low-Cost RGB-D Cameras. *Sensors*, 25(5), 1515. <https://doi.org/10.3390/s25051515>
- Peveler, W. W., & Green, J. M. (2011). Effects of Saddle Height on Economy and Anaerobic Power in Well-Trained Cyclists. *Journal of Strength & Conditioning Research*, 25(3), 629–633. <https://doi.org/10.1519/JSC.0b013e3181d09e60>
- Priego Quesada, J. I., Perez-Soriano, P., Lucas-Cuevas, A., Salvador-Palmer, R., & Cibrian, R. (2017). Effect of bike-fit in the perception of comfort, fatigue and pain. *Journal of Sports Sciences*, 35(14), 1459–1465. <https://doi.org/10.1080/02640414.2016.1215496>
- Ribera d'Alcalà, E., Voerman, J. A., Konrath, J. M., & Vydhyathan, A. (2023, giugno). *Xsens DOT Wearable Sensor Platform White Paper* (White Paper). Movella Technologies. Enschede, The Netherlands. <https://www.movella.com>
- Rios Soltero, E., Spitas, C., Flipsen, S., & Savelberg, H. (2014). Three ways of assessing the inertial biomechanics of a cyclist's leg. *Procedia Engineering*, 72, 232–237. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.06.041>

- Robertson, D. G. E., Caldwell, G. E., Hamill, J., Kamen, G., & Whittlesey, S. N. (Cur.). (2004). *Research Methods in Biomechanics*. Human Kinetics.
- Salai, M., Brosh, T., Blankstein, A., Oran, A., & Chechik, A. (1999). Effect of changing the saddle angle on the incidence of low back pain in recreational bicyclists. *British Journal of Sports Medicine*, 33(6), 398–400. <https://doi.org/10.1136/bjsm.33.6.398>
- Sayers, M. G., Tweddle, A. L., Every, J., & Wiegand, A. (2012). Changes in drive phase lower limb kinematics during a 60 min cycling time trial. *Journal of Science and Medicine in Sport*, 15(2), 169–174. <https://doi.org/10.1016/j.jsams.2011.09.002>
- Tincknell, M. (2013). quaternion.m: a MATLAB class implementing quaternion mathematics and 3D rotations.
- van der Kruk, E., & Reijne, M. M. (2018). Accuracy of Human Motion Capture Systems for Sport Applications: State-of-the-Art Review. *European Journal of Sport Science*, 18(6), 806–819. <https://doi.org/10.1080/17461391.2018.1463397>
- Vicon Motion Systems Ltd. (n.d.). *Product configurations and software options (Vicon Vantage system)*. Recuperato giugno 18, 2026, da [https://help.vicon.com/space/regs/12885915/Product+configurations+and+software+options+\(Vicon+Vantage+system\)](https://help.vicon.com/space/regs/12885915/Product+configurations+and+software+options+(Vicon+Vantage+system))
- Wade, L., Needham, L., McGuigan, P., & Bilzon, J. (2022). Applications and limitations of current markerless motion capture methods for clinical gait biomechanics. *PeerJ*, 10, e12995. <https://doi.org/10.7717/peerj.12995>
- Windolf, M., Götzen, N., & Morlock, M. (2008). Systematic accuracy and precision analysis of video motion capturing systems—exemplified on the Vicon-460 system. *Journal of Biomechanics*, 41(12), 2776–2780. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2008.06.024>
- Winter, D. A. (2009). *Biomechanics and Motor Control of Human Movement* (4^a ed.). John Wiley & Sons.
- Woodman, O. J. (2007, agosto). *An introduction to inertial navigation* (rapp. tecn. N. UCAM-CL-TR-696). University of Cambridge, Computer Laboratory. <https://www.cl.cam.ac.uk/techreports/UCAM-CL-TR-696.pdf>
- Yazdi, N., Ayazi, F., & Najafi, K. (1998). Micromachined inertial sensors. *Proceedings of the IEEE*, 86(8), 1640–1659. <https://doi.org/10.1109/5.704269>
- Zhang, Z. (2000). A Flexible New Technique for Camera Calibration. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(11), 1330–1334. <https://doi.org/10.1109/34.888718>
- Zhu, J., Ye, Z., Liu, R., & Liu, J. (2026). Inertial measurement units (IMUs) for biomechanical analysis in sport: a review of applications, challenges and future directions. *Sensor Review*, 46(1), 88–104. <https://doi.org/10.1108/SR-04-2025-0261>