Università degli Studi di Genova
Genoa University

Scuola di Scienze sociali
School of Social Sciences

DISFor Dipartimento di Scienze della Formazione

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN SCIENZE DELLA FORMAZIONE PRIMARIA

La narrazione come strumento di co-costruzione di significati matematici. Capitoli aperti: dalla lettura della storia matematica alla scrittura creativa dei bambini.

Relatore: Elisabetta Robotti

Correlatore: Anna Antoniazzi

Candidato: Giulia Iuvara

ANNO ACCADEMICO 2025/2026

A Nora,

che passione e desiderio guidino sempre le tue azioni.

Sommario

Introduzione: insegnare la matematica

Insegnare è un atto di responsabilità. Chi insegna non è chiamato soltanto a trasmettere contenuti: contribuisce a formare il modo in cui una persona vede il mondo, si relaziona con la conoscenza e valuta sé stessa. Un docente non consegna verità già pronte; i suoi studenti, di qualsiasi età, non sono vasi vuoti da riempire. Il suo compito è stimolare processi di pensiero, capacità argomentative, problem solving; sostenere tanto la dimensione cognitiva quanto quella metacognitiva. Ogni scelta didattica, ogni parola, ogni reazione può lasciare una traccia nell'autostima, nella curiosità, nel coraggio di provare.

Insegnare nella scuola primaria lo è in misura ancora maggiore, perché significa incontrare esseri umani nella loro fase più plastica e ricettiva: quando le esperienze lasciano tracce profonde e durature, quando il rapporto con la conoscenza prende forma per la prima volta, e con essa l'immagine che ciascuno costruisce di sé come persona capace o incapace di apprendere.

Insegnare matematica nella scuola primaria comporta una responsabilità ulteriore. La matematica non è una disciplina come le altre: è un linguaggio, un modo di ragionare, una lente attraverso cui leggere la realtà. Costruire, o danneggiare, il rapporto di un bambino con essa significa influenzare non solo il suo percorso scolastico, ma la sua capacità di orientarsi nel mondo, di affrontare problemi, di sentirsi all'altezza delle sfide della vita. Un rapporto sereno con la matematica può diventare una risorsa permanente; un rapporto conflittuale, al contrario, può diventare fonte di frustrazione, rinuncia, esclusione.

Questo è ciò che è in gioco. I fattori emotivi non sono affatto trascurabili: sono, e devono essere, al centro di qualsiasi seria riflessione in didattica della matematica. Come hanno mostrato Rosetta Zan e Pietro Di Martino attraverso anni di ricerca, il rapporto che uno studente instaura con la disciplina non è riducibile alla sola dimensione cognitiva: è profondamente intrecciato con le emozioni vissute durante le esperienze matematiche, con le credenze maturate sulla propria competenza e sulla natura stessa della matematica, con un atteggiamento complessivo, positivo o negativo, che si consolida nel tempo e orienta, spesso in modo determinante, le scelte formative e professionali future.

Non si tratta solo di trasmettere algoritmi di calcolo o procedure di risoluzione. È necessario, piuttosto, incuriosire, sostenere, concorrere a formare processi di pensiero di tipo logico-matematico. In gioco è l'immagine che un bambino costruisce di sé come apprendente: se si sente capace o inadeguato, se percepisce la disciplina come accessibile o come un terreno riservato ai "bambini portati", se associa all'esperienza matematica emozioni di curiosità e piacere oppure di ansia e rifiuto. Queste rappresentazioni, sedimentate nei primissimi anni di scolarizzazione, tendono a stabilizzarsi e a orientare tutto ciò che verrà dopo.

È questa consapevolezza a costituire il punto di partenza del presente lavoro e la ragione per cui ho scelto di rispondervi attraverso uno strumento concreto: una storia a capitoli aperti che presenta situazioni che si possono leggere attraverso la lente della matematica, pensata per gli insegnanti della scuola primaria, capace di sostenere nei bambini un incontro con la matematica che sia privo di paura, ricco di pensiero, aperto alla discussione. Mi piaceva l'idea che alcune lezioni di matematica iniziassero con la lettura ad alta voce, un gesto che rasserena, che avvicina, per lasciare poi ai bambini reali il compito di aiutare i personaggi nelle sfide proposte. Nei capitoli che seguono illustrerò le ragioni teoriche di questa scelta; prima, però, è necessario chiarire al lettore come questo lavoro è costruito e che cosa si propone di dimostrare.

Il capitolo introduttivo che segue, *Presupposti, domanda di ricerca e obiettivi*, espone l'impianto scientifico del lavoro: la domanda di ricerca, l'ipotesi di partenza, gli obiettivi e il prodotto atteso, il ruolo del quadro teorico e la struttura complessiva della tesi. I primi due capitoli costruiscono i fondamenti teorici: il Capitolo 1 sul versante della didattica della matematica (problem solving, processi, argomentazione, errore, emozioni, attribuzione causale); il Capitolo 2 sul versante narrativo (Bruner, Rodari, la tradizione italiana della narrativa matematica, l'apprendimento cooperativo, l'effetto Zeigarnik). Il Capitolo 3, il cuore del lavoro, presenta il volume *Storie di numeri, storie di amici (e qualche guaio)*: le scelte narrative e didattiche, gli obiettivi di competenza, le undici storie che lo compongono dove in ogni capitolo ci sono i suggerimenti per l'uso del volume da parte degli insegnanti, infine la raccolta dei risultati della sperimentazione condotta in classe.

Capitolo introduttivo. Presupposti, domanda di ricerca e obiettivi

La matematica è una delle discipline che più divide: chi la ama e chi la teme, chi la ricorda come un territorio ludico e familiare e chi come una fonte duratura di ansia e rinuncia. Questa polarizzazione non è casuale né inevitabile. La ricerca in didattica della matematica ha documentato con crescente sistematicità come il rapporto che ogni individuo costruisce con la disciplina affondi le radici nelle primissime esperienze scolastiche, già nei primi anni della scuola primaria (Di Martino & Zan, 2010). Non è la matematica in sé a generare rifiuto: è il modo in cui viene insegnata, vissuta, valutata. Questo capitolo espone l'impianto scientifico del lavoro, articolando i presupposti da cui muove, la domanda a cui intende rispondere, l'ipotesi che guida la ricerca, gli obiettivi che si propone di raggiungere e il prodotto che ne costituisce il risultato principale.

0.1 Il presupposto: il rapporto tra emozioni e apprendimento matematico

Il punto di partenza di questo lavoro è una domanda che chiunque insegni matematica nella scuola primaria dovrebbe porsi con serietà: è possibile costruire un contesto di apprendimento in cui i bambini incontrino la matematica senza paura, in cui l'errore non sia una condanna ma un'occasione, in cui il pensiero e processo sia più valorizzato del risultato, e in cui la disciplina venga percepita come uno strumento per agire nel mondo, e non come un insieme di regole da eseguire correttamente?

La risposta a questa domanda deve prendere le mosse da ciò che la ricerca sa sul ruolo delle emozioni nell'apprendimento matematico. La ricerca italiana di Pietro Di Martino e Rosetta Zan ha prodotto, a partire dall'analisi di oltre milleseicento temi autobiografici raccolti da studenti di ogni ordine e grado, un quadro tanto sistematico quanto illuminante. L'atteggiamento verso la matematica che uno studente costruisce nel proprio percorso scolastico si struttura secondo tre dimensioni interconnesse: la dimensione emozionale, che nei casi negativi va dal semplice "non mi piace" fino all'"odio" dichiarato; il senso di autoefficacia, ovvero la percezione soggettiva di riuscire o non riuscire nella disciplina; e la visione della matematica, cioè le convinzioni profonde su cosa essa sia e su come funzioni. Queste tre dimensioni si influenzano reciprocamente in modo dinamico e bidirezionale, costruendo nel tempo un profilo di atteggiamento che può cristallizzarsi precocemente e diventare profezia autorealizzante, come nel caso di Azzurra, bambina di terza media che, già alle elementari, aveva deciso che "la matematica non faceva per lei" sulla base di poche esperienze negative, senza che nessun adulto avesse saputo interrompere quel circolo.

Ciò che rende questa diagnosi particolarmente urgente, e direttamente rilevante per il presente lavoro, è che il processo si avvia nella scuola primaria, esattamente nella fascia di età a cui questo volume è rivolto. Le radici affondano nei primi anni di scolarizzazione, quando le esperienze lasciano tracce affettive profonde e le rappresentazioni di sé come apprendenti prendono forma per la prima volta. L'immagine che un bambino costruisce di sé come "capace" o "incapace" in matematica, formatasi entro i primi anni di scuola, tende a permanere e a orientare tutto ciò che verrà dopo, compresi gli orientamenti formativi e professionali futuri.

A questo quadro si aggiunge, con forza ulteriore, l'evidenza più recente sul divario di genere. Lo studio pubblicato su *Nature* nel giugno 2025, basato sull'analisi di quasi tre milioni di bambini francesi, ma non abbiamo motivo di credere possa essere diverso se considerassimo bambini italiani, ha dimostrato che alla scuola dell'infanzia non esistono differenze significative tra maschi e femmine nelle competenze matematiche. Il divario compare dopo pochi mesi di scolarizzazione e si allarga progressivamente: non è un dato biologico, è un prodotto dell'ambiente scolastico, delle sue pratiche competitive e orientate alla performance, del tipo di contesto che genera o sopprime l'ansia matematica. Il dato italiano, con 13 punti di distacco nei risultati delle performance dei maschi rispetto a quelli delle femmine, nei test INVALSI al termine del ciclo primario, è tra i più preoccupanti in Europa. Costruire ambienti di apprendimento matematico che non producano questo divario è una responsabilità pedagogica centrale per chiunque lavori con bambini di questa età, una questione di equità.

È questa consapevolezza a costituire il punto di partenza del presente lavoro, non un'intuizione estetica sulla bellezza delle storie, non una preferenza metodologica per l'approccio narrativo, ma la presa d'atto di un problema documentato e la ricerca di una risposta concreta, fondata, riproducibile nelle classi reali.

0.2 La domanda di ricerca

La domanda di ricerca che orienta questa tesi è la seguente: la narrazione, e in particolare il formato del racconto a capitoli aperti, lasciati volutamente irrisolti, può costituire uno strumento efficace per sostenere l'apprendimento della matematica nella scuola primaria, favorendo al contempo un atteggiamento positivo verso la disciplina e lo sviluppo di competenze autentiche di problem solving e argomentazione?

La domanda nasce dall'incrocio di due ordini di osservazioni che la ricerca ha elaborato separatamente e che questo lavoro prova a mettere in relazione sistematica.

Il primo riguarda ciò che la ricerca didattica sa sull'insegnamento tradizionale della matematica. Un approccio centrato sulla trasmissione di procedure, sulla correttezza del risultato e sulla velocità di esecuzione produce sistematicamente studenti che associano la matematica all'ansia, all'inadeguatezza, alla rinuncia (Zan, 2007; Di Martino & Zan, 2011). La distinzione di Skemp tra comprensione strumentale e comprensione relazionale ne chiarisce i perché: un insegnamento che privilegia il "fare" rispetto al "capire" forma esecutori competenti in situazioni già note, ma incapaci di trasferire le proprie conoscenze a contesti nuovi. Il problema autentico di Pólya, quello in cui il percorso risolutivo non è immediatamente disponibile e deve essere costruito, è sistematicamente assente dalla pratica didattica ordinaria, sostituito da esercizi mascherati da problemi in cui la soluzione consiste nell'applicare la procedura giusta ai pochi numeri presenti nel testo. Quando il bambino non sa qual è la procedura giusta, sbaglia, e impara che sbagliare è pericoloso, di conseguenza smette di provare.

Il secondo ordine di osservazioni riguarda le potenzialità della narrazione come strumento cognitivo. La tradizione teorica che va da Bruner a Rodari, da Lolli a Millán Gasca, suggerisce che la modalità narrativa non sia semplicemente una cornice motivazionale, un modo per rendere la matematica più piacevole, ma una struttura profonda del pensiero che può attivare comprensione autentica, sostenere l'elaborazione emotiva dell'errore e favorire la costruzione sociale del significato. Bruner ha mostrato che la narrazione non viene dopo la comprensione per comunicarla: viene prima, come struttura che rende la comprensione possibile. Rodari ha dimostrato, con gli strumenti del poeta e del maestro elementare, che le strutture matematiche abitano già le storie, e che la matematica può generare storie con la stessa naturalezza con cui le storie possono contenere matematica. L'effetto Zeigarnik, documentato dalla psicologia cognitiva già nel 1927, mostra che una storia deliberatamente incompiuta genera una tensione cognitiva verso la chiusura che motiva intrinsecamente l'impegno, molto più efficacemente di qualsiasi ricompensa esterna.

La domanda di ricerca mette queste due osservazioni in relazione, chiedendo se la seconda possa rispondere concretamente ai problemi sollevati dalla prima. Non in astratto, non in teoria, ma in una classe reale, con bambini reali, attraverso uno strumento che un insegnante possa effettivamente usare.

0.3 L'ipotesi di partenza

L'ipotesi di partenza è che la risposta alla domanda di ricerca sia affermativa: che la narrazione sia uno strumento cognitivamente strutturante, capace di attivare modalità di pensiero più profonde e di modificare il clima affettivo con cui i bambini si avvicinano alla disciplina matematica.

Questa ipotesi si fonda su una convergenza di tradizioni teoriche che il lavoro si propone di articolare in modo coerente, mostrando come ciascuna di esse contribuisca a spiegare uno degli effetti attesi del formato narrativo cooperativo.

La distinzione brunneriana tra modalità paradigmatica e modalità narrativa del pensiero suggerisce che la narrazione non venga dopo la comprensione per comunicarla, ma prima, come struttura che la rende possibile. Offrire prima la storia e poi il problema è il riconoscimento che la mente umana, specialmente nella prima infanzia, si sviluppa a partire dalla modalità narrativa, e che chiedere a un bambino di otto anni di affrontare un problema in forma puramente paradigmatica, dati, operazione, risultato, significa chiedergli di operare con la modalità meno naturale senza il sostegno di quella più naturale.

La didattica della matematica di Rosetta Zan e Pietro Di Martino dimostra che il blocco di fronte al problema è spesso emotivo prima che cognitivo, e che modificare il contesto affettivo in cui si incontra la matematica ha effetti reali e misurabili sulle prestazioni e sull'atteggiamento. Il formato cooperativo, in cui la posta in gioco è la storia e non il voto, abbassa la soglia di ansia e distribuisce il rischio dell'esposizione individuale, creando le condizioni perché i bambini più fragili possano contribuire senza il timore di sbagliare davanti a tutti.

La teoria narrativa di Rodari mostra che storie e matematica condividono strutture logiche profonde, e che la loro integrazione non è una semplificazione ma una fedeltà epistemologica alla natura di entrambe le discipline. Lolli ha formalizzato questa intuizione dimostrando che ogni dimostrazione matematica ha la struttura di un racconto di viaggio. Proporre la matematica attraverso storie non è dunque una scorciatoia: è un modo di insegnarla per come essa realmente funziona.

La ricerca sull'argomentazione di Morselli e Bartolini Bussi documenta come il confronto collettivo su problemi aperti produca comprensione autentica e formi competenze che travalicano la disciplina. La discussione matematica polifonica che si genera quando un gruppo di bambini lavora insieme per chiudere un capitolo non è solo più efficace del lavoro individuale: è cognitivamente diversa, perché produce forme di ragionamento che nessun singolo membro del gruppo avrebbe potuto costruire da solo.

Infine, la prospettiva metacognitiva aperta da Sternberg sull'intelligenza triarchica chiarisce perché il formato narrativo sia strutturalmente più equo di quello tradizionale: sollecitando il pensiero analitico, quello creativo e quello pratico in momenti distinti e riconoscibili della stessa attività, garantisce che ogni bambino, qualunque sia il suo stile cognitivo prevalente, trovi uno spazio in cui portare un contributo autentico e visibile al gruppo.

L'ipotesi è dunque che un volume di storie matematiche a capitoli aperti, in cui la chiusura narrativa è affidata ai bambini riuniti in gruppi cooperativi, possa agire simultaneamente su tutti e tre i poli del modello TMA: modificando la visione della matematica, da insieme di regole da eseguire a strumento per agire nel mondo; sostenendo il senso di autoefficacia, attraverso il lavoro cooperativo e la distribuzione del rischio dell'esposizione individuale; e trasformando la dimensione emotiva, abbassando la posta in gioco valutativa e rendendo l'errore parte legittima dell'esplorazione narrativa.

0.4 L'obiettivo della tesi

L'obiettivo della tesi è produrre uno strumento concreto e utilizzabile dagli insegnanti: una storia suddivisa in capitoli aperti, pensata per bambini di 8–10 anni della scuola primaria, in cui contenuti matematici autentici emergono come necessità interna alla trama e la cui chiusura narrativa è affidata ai bambini stessi, riuniti in gruppi cooperativi.

L'obiettivo non è quindi teorico nel senso di astratto. La riflessione teorica, estesa e documentata, è il mezzo, non il fine. Il fine è verificare se un certo formato didattico, la storia a capitoli aperti, sia in grado di produrre gli effetti che l'ipotesi attribuisce alla narrazione, e di farlo in condizioni riproducibili nelle classi reali, con insegnanti reali, senza richiedere risorse straordinarie né competenze specialistiche che la maggior parte dei docenti della scuola primaria non possiede. La verifica di questa efficacia avviene attraverso la sperimentazione condotta in una classe di scuola primaria, i cui risultati sono raccolti nel capitolo conclusivo del lavoro.

L'obiettivo è anche, necessariamente, rispondere in modo strutturale alle asimmetrie che la ricerca ha documentato. Un insegnamento che fa leva su un solo tipo di pensiero, quello analitico e procedurale, esclude sistematicamente tutti i bambini il cui profilo cognitivo privilegia altre forme di elaborazione. Un insegnamento che non tiene conto del ruolo delle emozioni e dell'autoefficacia produce i profili di atteggiamento negativo verso la matematica che Zan e Di Martino hanno descritto. Un insegnamento che non crea spazio per l'argomentazione e la discussione collettiva priva i bambini dell'unica pratica che trasforma il pensiero individuale in comprensione autentica. Il volume che questo lavoro produce intende rispondere a tutte e tre queste asimmetrie, non separatamente, ma attraverso un formato unico che le affronta simultaneamente.

L'obiettivo è anche, implicitamente, offrire un contributo alla riflessione sull'insegnamento della matematica nella scuola primaria italiana: mostrare che è possibile progettare esperienze in cui il pensiero matematico autentico e il piacere del racconto si alimentino reciprocamente, e che questa non è una possibilità riservata a classi particolari o a insegnanti eccezionali, ma una proposta fondata, replicabile, coerente con le Indicazioni Nazionali 2025 e con la ricerca internazionale più aggiornata.

0.5 Il prodotto atteso: il volume narrativo

Il prodotto principale di questo lavoro è il volume *Storie di numeri, storie di amici (e qualche guaio)*, composto da undici capitoli aperti, ciascuno costruito attorno a un contenuto matematico: dalle operazioni aritmetiche alle misure di spazio, dalle proporzioni all'early algebra.

La storia ha tre personaggi principali, Amina, Ravi e Leila, e attraverso la loro vita quotidiana si affrontano situazioni in cui la matematica emerge non come esercizio da svolgere, ma come necessità concreta: serve per risolvere un problema reale, serve per orientarsi nel mondo, per cucinare, per costruire, per capire. I bambini lettori non sono chiamati a calcolare: sono chiamati a pensare, a discutere, ad argomentare, a decidere insieme come andare avanti.

La scelta della protagonista non è casuale. Amina è una bambina di nove anni, appassionata di matematica, convinta che essa sia "una chiave magica che apre porte verso mondi fantastici". Questa scelta risponde a un'evidenza scientifica precisa: le bambine che crescono in ambienti scolastici competitivi e orientati alla performance sviluppano precocemente un'associazione automatica tra matematica e identità maschile, molto prima di esserne consapevoli. Vedere riflessa nella storia una protagonista femminile che ama la matematica e la vive come avventura intellettuale non è un gesto simbolico: è un intervento didattico documentato, coerente con le evidenze più recenti sul divario di genere nel primo ciclo. Gli altri due personaggi offrono altre e diverse possibilità per riconoscere qualcosa di sé, Ravi è un bambino molto intelligente ma spesso di distrae e vaga nei suoi mondi immaginari, Leila vive invece la matematica come una costrizione, ci rimanda quella difficoltà che molti bambini esperiscono per tutta la vita di fronte alla disciplina matematica.

La struttura a capitoli aperti è il dispositivo didattico centrale. Ogni capitolo si chiude nel momento di massima tensione narrativa e matematica, affidando ai bambini la responsabilità del finale. Questo dispositivo, fondato sull'effetto Zeigarnik e sulla teoria brunneriana della modalità narrativa, genera una motivazione intrinseca che precede e sostiene l'impegno matematico: il bambino non affronta il problema perché è stato assegnato, ma perché la storia lo aspetta. La posta in gioco non è il voto, è la coerenza narrativa, e questo cambiamento di contesto trasforma radicalmente il significato dell'errore: non più prova di inadeguatezza, ma segnale che quella strada non portava al finale giusto e che occorre cercarne un'altra.

Il volume non è dunque un accessorio della tesi: ne è il prodotto principale, il punto in cui la riflessione teorica prende forma concreta e verificabile. Ogni scelta narrativa, la struttura a capitoli aperti, i personaggi ricorrenti, i problemi senza soluzione unica, la protagonista bambina, il lavoro cooperativo come modalità di chiusura, non è una scelta estetica: è una scelta didattica, ciascuna giustificata dal quadro teorico costruito nei capitoli precedenti e verificabile attraverso la sperimentazione.

0.6 Il ruolo del quadro teorico

Il quadro teorico costruito nei primi due capitoli è lo strumento che permette di rispondere alla domanda di ricerca sulla base dell'ipotesi formulata. Comprendere come la ricerca italiana e internazionale descrive il rapporto tra emozioni e apprendimento matematico, tra problem solving e argomentazione, tra narrazione e costruzione del significato, è indispensabile per giustificare le scelte che hanno guidato la costruzione del volume.

Perché le storie sono strutturate in un certo modo? Perché i problemi non hanno un'unica soluzione? Perché il finale è affidato ai bambini e non fornito dall'autrice? Perché il lavoro è cooperativo? Perché la protagonista è una bambina? Perché ogni storia mobilita tre tipi di pensiero diversi? Ogni scelta narrativa ha una ragione didattica, e ogni ragione didattica affonda le radici in quel quadro teorico. I capitoli teorici non descrivono la tesi: la rendono leggibile. Senza di essi, il volume sarebbe un prodotto editoriale come molti altri; con essi, diventa una proposta didattica fondata, le cui scelte possono essere discusse, verificate, replicate o contestate.

Questo significa anche che la lettura del quadro teorico non è autonoma rispetto al volume: ogni concetto introdotto, il TMA di Zan e Di Martino, le euristiche di Pólya, la comprensione relazionale di Skemp, la modalità narrativa di Bruner, l'effetto Zeigarnik, il contratto didattico di Brousseau, la Zona di Sviluppo Prossimale di Vygotskij, la teoria delle forme mentis di Dweck, l'intelligenza triarchica di Sternberg, è presente perché spiega qualcosa di specifico nelle storie. Il lettore che volesse capire perché *Storie di numeri* è strutturato come è strutturato troverà nel quadro teorico non una rassegna della letteratura, ma una risposta articolata e puntuale.

Va detto esplicitamente che i riferimenti teorici di questo lavoro non appartengono a un'unica tradizione disciplinare. La didattica della matematica, la psicologia dell'educazione, la teoria della narrazione, la pedagogia cooperativa, la psicologia cognitiva e la ricerca sulla metacognizione convergono qui su un obiettivo comune. Questa trasversalità è la forma necessaria per restituire la complessità dell'apprendimento reale, in cui il cognitivo, l'emotivo, il sociale e il narrativo non sono mai separati.

0.7 Struttura del lavoro

Il lavoro si articola in quattro capitoli, oltre a questo capitolo introduttivo.

Il **Capitolo 1** costruisce il quadro teorico sul versante della didattica della matematica. Il filo che lo percorre è la domanda su cosa significhi davvero imparare la matematica, e su quali condizioni rendano questo apprendimento autentico e duraturo. I riferimenti principali sono: il problema autentico nella tradizione di Pólya e Pellerey, con la distinzione tra esercizio e problema e la centralità delle quattro fasi del processo risolutivo; la comprensione relazionale di Skemp, contrapposta a quella strumentale, come obiettivo autentico dell'educazione matematica; le competenze argomentative nella tradizione italiana di Morselli e Bartolini Bussi, con particolare attenzione al ruolo della discussione matematica polifonica nella costruzione collettiva del sapere; il ruolo dell'errore come risorsa cognitiva, nel solco epistemologico di Popper e nella valorizzazione didattica di Zan; la dimensione emotiva e affettiva dell'apprendimento matematico attraverso il modello TMA di Di Martino e Zan; le teorie dell'attribuzione causale di Weiner e dei profili attributivi di De Beni e Moè; la teoria delle forme mentis di Dweck, con le sue implicazioni dirette per il tipo di feedback e il tipo di contesto che la scuola costruisce.

Il **Capitolo 2** costruisce il quadro teorico sul versante narrativo. Il punto di partenza è la *Grammatica della fantasia* di Rodari, non come semplice omaggio a un classico della letteratura per l'infanzia, ma come testo di epistemologia dell'educazione che anticipa con il linguaggio del poeta intuizioni che la ricerca ha poi formalizzato. A questo si aggiunge la distinzione brunneriana tra modalità paradigmatica e modalità narrativa del pensiero, che giustifica teoricamente la scelta di offrire prima la storia e poi il problema. Seguono la tradizione italiana della narrativa matematica documentata da Lolli, Millán Gasca e Cerasoli; il fondamento cooperativo nella prospettiva di Vygotskij e nella tradizione del Movimento di Cooperazione Educativa con Lodi e Ciari; la situazione a-didattica di Brousseau come descrizione teorica di ciò che il capitolo aperto crea; l'effetto Zeigarnik come meccanismo psicologico alla base della scelta strutturale del capitolo sospeso; e le Indicazioni Nazionali 2025, che offrono al progetto una cornice curricolare esplicitamente favorevole.

Il **Capitolo 3** presenta il volume stesso: le scelte narrative e didattiche che lo hanno guidato, tra cui la dimensione metacognitiva che emerge dalla scelta di sollecitare simultaneamente pensiero analitico, creativo e pratico in ogni storia; gli obiettivi di competenza attesi nel quadro delle Indicazioni Nazionali 2025; e le undici storie che compongono la narrazione, con le ragioni specifiche di ciascuna scelta di contenuto matematico. Il paragrafo 3.5 raccoglie i risultati della sperimentazione condotta in classe e le indicazioni metodologiche per l’uso del volume da parte degli insegnanti, chiudendo il cerchio tra l’ipotesi formulata, lo strumento prodotto e la sua verifica nella pratica reale.

Cap. 1 Riferimenti teorici in didattica della matematica

La ricerca in didattica della matematica ha conosciuto, negli ultimi decenni, un significativo ampliamento del proprio orizzonte di indagine, estendendosi oltre i confini tradizionali dei processi cognitivi per abbracciare la dimensione affettiva dell'apprendimento. In questo quadro, il contributo teorico di Rosetta Zan e Pietro Di Martino dell'Università di Pisa rappresenta un punto di riferimento fondamentale per la comprensione del ruolo che emozioni, credenze e atteggiamenti rivestono nel determinare il successo o l'insuccesso degli studenti nel confrontarsi con la disciplina matematica.

Il costrutto di atteggiamento verso la matematica, così come riformulato da Di Martino e Zan (2010) nel modello tridimensionale TMA (Tri-dimensional Model for Attitude), costituisce uno degli strumenti concettuali attorno al quale si articola il presente lavoro. Secondo tale modello, l'atteggiamento non è riducibile a una semplice valutazione affettiva, ma si struttura secondo tre componenti interconnesse: la visione della matematica, le proprie opinioni e convinzioni legate alla disciplina; la competenza emotiva, ossia l'insieme delle emozioni positive o negative associate all'esperienza matematica, e la percezione che lo studente ha della propria competenza nell'affrontare questa disciplina, in altre parole il suo senso di autoefficacia. L'interazione dinamica tra queste dimensioni configura un profilo affettivo individuale che influenza in modo determinante le strategie di apprendimento e le aspettative di riuscita.

Tale prospettiva si rivela di particolare rilevanza pedagogica se applicata al contesto della scuola primaria, dove si gettano le fondamenta non solo delle competenze matematiche di base, ma anche delle rappresentazioni che i bambini costruiscono attorno alla disciplina e a sé stessi come apprendenti. Le prime esperienze scolastiche con i numeri, con le operazioni e con la risoluzione di problemi lasciano tracce affettive profonde: il senso di inadeguatezza, l'ansia matematica, le convinzioni sul talento innato come condizione necessaria per il successo, non sono idee "innate", le si imparano ma possono cristallizzarsi precocemente e condizionare l'intero percorso formativo dello studente. (Io e la matematica. Il mio rapporto con la matematica (dalle elementari a oggi). De Martino, Zan, 2005; 2010)

Un insegnante di matematica oltre al sapere teorico legato alla disciplina deve porsi la domanda su quali strategie didattiche possano favorire lo sviluppo di un atteggiamento positivo verso la disciplina.

Per costruire un rapporto sereno con la matematica occorre avere qualche accortezza metodologica, avere alcuni punti fermi su cui costruire le fondamenta di un processo di insegnamento-apprendimento che vada oltre algoritmi e procedure standardizzate.

1.1 I problemi

"Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta ma non sa come raggiungerla." (Duncker, 1935)

Questa la definizione fornita da Karl Duncker (1935) uno psicologo della Gestalt, una definizione semplice quanto illuminante, utile sia a comprendere cosa sia un problema sia a mettere in luce cosa un problema non è. Come ben argomenta Rosetta Zan in "Problemi per crescere" (Zan, 2020) un problema ha tre dimensioni: quella della soggettività che sta ad indicare il fatto che una data situazione può rappresentare un problema per qualcuno ma non per altri; la dimensione della *motivazione* nella quale un problema di per se deve rappresentare un evento da risolvere nella motivazione di chi lo affronta, che deve avere quindi uno scopo da perseguire e raggiungere; infine la dimensione *temporale*, un evento può rappresentare un problema in un dato arco temporale e può non esserlo in un'altra circostanza. Questo già ci fa capire quanto sia complesso e delicato pensare, selezionare e/o scrivere dei problemi che abbiano significato.

Il contributo di George Pólya (1887–1985), matematico ungherese che insegnò per decenni alla Stanford University, è molto fertile per qualsiasi riflessione contemporanea su cosa significhi affrontare un problema matematico autentico. Il suo testo *Come risolvere i problemi di matematica. Logica ed euristica nel metodo matematico*, pubblicato per la prima volta nel 1945 con il titolo *How to Solve It* e tradotto in italiano solo nel 1967, rappresenta il primo tentativo sistematico e organico di spostare l'attenzione dalla matematica come prodotto, insieme di risultati da trasmettere, alla matematica come processo: un insieme, quindi, di atti mentali da comprendere, guidare e insegnare.

Il punto di partenza di Pólya è una distinzione che sembra ovvia ma che la pratica didattica ordinaria quasi mai rispetta: la differenza tra esercizio e problema. Un esercizio richiede l'applicazione di una procedura già nota in una situazione riconoscibile; un problema autentico, invece, è una situazione in cui il percorso risolutivo non è immediatamente disponibile e deve essere costruito. L'autore sfrutta le proprie competenze ed esperienze di matematico per arrivare a individuare i processi mentali tipici del buon solutore quando è di fronte a un problema, e l'attenzione alle domande che il buon solutore si pone in modo naturale lo portano a evidenziare una serie di strategie generali e potenti, euristiche, che a suo parere possono e devono essere insegnate all'allievo.

Il modello che Pólya propone articola il processo risolutivo in quattro fasi strutturalmente distinte. La prima, *capire il problema*, la più decisiva, per ovvie ragioni: prima di qualsiasi calcolo, il risolutore deve costruire una rappresentazione interna della situazione, identificare cosa è noto e cosa è cercato, distinguere i dati pertinenti da quelli irrilevanti. Le domande guida che Pólya propone, "Puoi ridirlo con parole tue?", "Puoi disegnarlo?", "Quali condizioni devono essere soddisfatte?", sono gli attivatori cognitivi: servono a costruire quella rappresentazione della struttura matematica sottostante senza la quale qualsiasi procedura è cieca. La seconda fase, *ideare un piano*, è quella in cui le euristiche entrano in gioco: lavorare a ritroso dalla soluzione attesa, semplificare il problema, cercare un problema analogo già risolto in precedenza, introdurre un elemento ausiliario che renda visibile la struttura nascosta. La terza fase, *eseguire il piano*, è la più breve e, in senso stretto, la meno formativa: è la traduzione in calcolo di quanto le due fasi precedenti hanno reso possibile. La quarta fase, *guardare indietro*, è quella che Pólya considera più preziosa sul piano educativo: non si tratta solo di verificare la correttezza del risultato, ma di chiedersi se il metodo usato è generalizzabile, se esiste una strada più elegante, cosa questo problema ha insegnato per quelli futuri. È in questa fase che Pólya invita a cercare quegli aspetti del problema in questione che possono essere utili per i problemi futuri, mettendo in evidenza lo schema generale che sta dietro la situazione concreta presente.

Il secondo pilastro del modello póliano è la centralità della domanda come strumento didattico. Pólya insiste sul fatto che l'insegnante non deve mostrare la soluzione, nemmeno una soluzione elegante: deve porre domande che guidino l'allievo a costruire il proprio piano. Il miglior modo per imparare qualsiasi cosa è di scoprirla da soli, e il compito dell'insegnante è creare le condizioni perché questa scoperta avvenga, non abbreviarla. Questo principio implica una postura didattica radicalmente diversa da quella trasmissiva: l'insegnante che mostra come si risolve un problema, per quanto chiaramente, priva l'allievo dell'unica esperienza che conta, quella del pensiero in azione di fronte all'ignoto, che costituisce, di fatto, il pensiero matematico in senso stretto.

Va riconosciuto, con l'onestà critica che la ricerca successiva impone, che il modello póliano ha mostrato i propri limiti quando confrontato con la pratica reale delle classi. Sapere che esiste l'euristica "lavora a ritroso" non equivale a saperla attivare nel momento giusto: la selezione della strategia appropriata richiede non solo conoscenza metacognitiva ma anche disponibilità emotiva all'esplorazione, senso di autoefficacia e una visione della matematica come territorio esplorabile anziché come insieme di regole da applicare. Questi aspetti, che Pólya lascia sullo sfondo, sono stati al centro della ricerca italiana di Zan e Di Martino, che ha documentato come il blocco di fronte al problema sia spesso emotivo prima che cognitivo (Zan, 2007; Di Martino & Zan, 2011). I due modelli non si contraddicono: Pólya descrive il processo di pensiero del buon risolutore; Zan spiega perché tanti allievi non riescono ad attivarlo.

Un ultimo contributo necessario al lavoro di tesi è quello che ci viene offerto da Michele Pellerey, matematico e pedagogista salesiano, ordinario di Didattica Generale all'Università Pontificia Salesiana di Roma e che si colloca in continuità con la riflessione póliana, arricchendola di una prospettiva epistemologica più ampia In *Per un insegnamento della matematica dal volto umano* (SEI, 1983) e nel successivo *Progettazione didattica* (SEI, 1987), Pellerey elabora una proposta che va al di là della metodologia risolutiva per investire la questione di fondo: *cosa significa fare matematica*, e di conseguenza *cosa dovrebbe significare insegnarla*.

Il nucleo della sua posizione è epistemologico prima che didattico. Lo sviluppo del sapere matematico, inteso sia come patrimonio consolidato dell'umanità, sia come patrimonio stabilmente posseduto dal singolo, si basa essenzialmente sull'emergere di congetture che intendono rispondere a un qualche gruppo di problemi rilevanti e significativi. Una congettura è un'affermazione che appare ragionevole e che fornisce spiegazioni o soluzioni plausibili a una qualche questione, ma il cui valore di verità non può dirsi definitivamente acquisito. La matematica, in questa prospettiva, non è un edificio di certezze da trasmettere ma un processo vivo di congettura, verifica e revisione esattamente la struttura che un problema autentico mette in moto nel bambino che lo affronta.

Da questa posizione epistemologica discende direttamente la proposta didattica. Proponendo una matematica "per problemi" è possibile migliorare la competenza degli alunni inerente il problem solving e motivarli, facendo loro vedere i processi che portano a costruire la disciplina matematica. L'*approccio per problemi* di Pellerey non è dunque una tecnica motivazionale, un modo per rendere la matematica più piacevole, ma una fedeltà epistemologica: insegnare matematica attraverso i problemi significa insegnare matematica per come la matematica realmente funziona, ovvero come risposta a domande aperte, non come applicazione di procedure chiuse.

Sul piano metodologico, Pellerey distingue tra metodo progressivo e metodo regressivo. Il metodo progressivo è il metodo classico applicato per ricavare formule o dimostrare teoremi: consiste nel prendere in esame le ipotesi e, partendo da esse, effettuare una successione ordinata di ragionamenti coerenti per pervenire alla tesi. In contrapposizione, il metodo regressivo consiste nel procedimento a ritroso: partire dai dati finali per conseguire il risultato iniziale. Questa valorizzazione del metodo regressivo si connette direttamente all'euristica póliana del "lavorare a ritroso", ma la radica in una visione più ampia: non è solo una strategia utile, è il rispecchiamento fedele di come i matematici realmente pensano quando affrontano problemi nuovi. Il libro a capitoli aperti struttura ogni enigma in modo che il bambino sia naturalmente spinto verso il ragionamento regressivo: sa dove la storia deve arrivare, il finale deve avere senso, e deve costruire all'indietro il percorso matematico che lo rende possibile.

Tutta questa analisi è fondamentale per capire che l'attività su ciò che viene chiamato (impropriamente) problema è di solito risolto nella manipolazione dei pochi numeri inseriti in un paio di righe di narrazione. In tal caso, quindi il problema diviene un esercizio nel quale è possibile utilizzare un pensiero procedurale ed esecutivo, si conoscono alcune strade possibili (di solito legate alle 4 operazioni) si conosce la meta bisogna solo applicare la procedura corretta. Nei problemi invece non si conoscono strade a priori, non si hanno procedure da ripetere serve un pensiero complesso e strategico, ma, questo, è l'unico modo per lavorare realmente su abilità e competenze.

"Qual è il modo migliore per imparare a risolvere problemi? Affrontare problemi." (Halmos 1975, p.470).

Proprio come nei problemi reali della vita, quelli che propongo, in continuità con la letteratura scientifica che in questo lavoro illustro, non forniscono solo i dati necessari alla risoluzione e, ancor più, non è prevista un'unica soluzione possibile, al contrario i bambini devono affrontare scelte che talvolta riguardano il campo etico e morale, non basta manipolare numeri attraverso le operazioni, serve un pensiero di tipo strategico.

Avrò modo in seguito di parlare più diffusamente delle Indicazioni nazionali del 2025 basti qui riportare la prima competenza attesa al termine della classe quinta del ciclo della primaria: "Applicare il pensiero logico per porre e risolvere problemi matematici di adeguata complessità, descrivendo e discutendo le strategie risolutive adottate e valutando soluzioni alternative.” Questo mio lavoro risponde quindi anche alla richiesta ministeriale.

1.2 Attenzione ai processi e non (solo) ai prodotti.

Una delle questioni più decisive per chiunque progetti un percorso di educazione matematica riguarda la priorità da attribuire ai processi rispetto ai prodotti.

È necessario prendere le mosse da quali sono i nostri obiettivi didattici: il nostro lavoro è volto a fare in modo che il bambino conosca regole a memoria e sappia applicarle? Certo, probabilmente per alcuni elementi è necessario. Trovo, comunque in linea con tutta le teorie citate in questo lavoro che il bambino debba essere sostenuto nel percorso che lo porterà prima a produrre pensiero, congetture, esplorazioni e poi a saperle comunicare, motivare e discutere. Quindi non cosa il bambino sa eseguire, ma come pensa quando affronta una situazione (matematica) nuova. Questa distinzione, apparentemente metodologica, è in realtà profondamente epistemologica, riguarda cioè cosa si intende per conoscenza matematica autentica, e trova la sua formulazione teorica anche nel lavoro di Richard R. Skemp.

Nel breve ma denso articolo “Relational Understanding and Instrumental Understanding”, pubblicato nel 1976 sulla rivista *Mathematics Teaching*, Skemp identifica due forme radicalmente diverse di comprensione matematica che, pur circolando sotto lo stesso nome, designano esperienze cognitive profondamente differenti. La comprensione strumentale corrisponde al sapere le regole senza le ragioni, mentre la comprensione relazionale corrisponde al sapere sia cosa fare sia perché. La prima produce esecutori: soggetti capaci di applicare una procedura corretta in una situazione già riconoscibile. La seconda produce pensatori: soggetti capaci di costruire nuove connessioni, adattare le proprie conoscenze a situazioni inedite, e giustificare ogni passaggio non perché lo ricordano ma perché lo capiscono (Skemp R. 1976.)

La comprensione strumentale non è priva di vantaggi apparenti, e Skemp è equo nel riconoscerli: la comprensione strumentale offre ricompense immediate e più evidenti, risposte corrette, ed è solitamente più facile da acquisire, fornendo risultati più rapidamente rispetto alla matematica relazionale. È precisamente per questo che la scuola tende a privilegiarla sistematicamente: produce risultati misurabili a breve termine, è più semplice da insegnare e più immediata da valutare. Il prezzo di questa scelta, tuttavia, è alto: una conoscenza strumentale rimane ancorata alla situazione in cui è stata acquisita e non trasferisce. Il bambino che sa calcolare il perimetro di un rettangolo applicando la formula memorizzata si blocca non appena la situazione cambia forma, contesto o formulazione. La comprensione relazionale, al contrario, è più adattabile a compiti nuovi e più facile da ricordare nel lungo periodo: vedere le formule come parti di un tutto connesso le rende più stabili nella memoria di quanto non siano le regole isolate. Inoltre, la comprensione relazionale permette agli studenti di estendere il proprio schema verso nuove aree in modo più organico, e può costituire un obiettivo in sé, indipendentemente dall'applicazione immediata.

Il formato del volume qui proposto è progettato strutturalmente per favorire la comprensione relazionale a scapito di quella strumentale. Un bambino che affronta un problema embedded in una narrazione aperta non può limitarsi ad applicare una procedura già vista: deve capire *perché* certi elementi della storia sono matematicamente rilevanti, *quale* struttura li connette, e *come* la soluzione si giustifica all'interno della trama. La verifica della comprensione non avviene attraverso il controllo formale del calcolo, ma attraverso la coerenza narrativa: una risposta strumentalmente corretta ma relazionalmente vuota non chiude il capitolo, non rende la storia sensata. In questo senso, la logica della narrazione stessa funge da ambiente di valutazione della comprensione relazionale, rendendo visibile e praticabile, nelle classi reali, ciò che Skemp indicava come obiettivo autentico dell'educazione matematica.

1.3 Importanza delle competenze argomentative

Se la priorità accordata ai processi rispetto ai prodotti, fondata, come si è visto, sulla distinzione skempiana tra comprensione relazionale e strumentale, costituisce il principio orientativo dell'educazione matematica autentica, essa rimane tuttavia incompleta senza una risposta alla domanda che naturalmente ne consegue: attraverso quale pratica concreta i processi di pensiero diventano visibili, condivisibili e valutabili? La risposta che la ricerca didattica italiana offre in modo convergente è una sola: l'argomentazione.

Un insegnamento centrato sui processi invece che sui prodotti, che valorizza il ruolo dell'errore e del tempo e restituisce ai problemi il loro ruolo cruciale, rende l'attività con la matematica una palestra incredibile anche per imparare a gestire le proprie emozioni, a riflettere prima di agire, ad argomentare le proprie posizioni, a rispettare le opinioni dell'altro, ad affrontare situazioni nuove con fiducia, a interpretare e superare eventuali fallimenti, ad assumersi responsabilità, a conquistare autonomia, tutto in un contesto protetto com'è quello della classe. In questa riflessione di Rosetta Zan, l'argomentazione non è una competenza aggiuntiva che si coltiva a parte: è la forma stessa che assumono i processi matematici quando si dispiegano in un contesto sociale. Argomentare significa rendere il proprio pensiero pubblico, sottoporlo al giudizio della comunità, difenderlo con ragioni e modificarlo di fronte a ragioni migliori, che è esattamente ciò che accade quando un gruppo di bambini lavora insieme per completare un capitolo aperto.

Zan è esplicita nel rivendicare la centralità dell'argomentazione come tratto distintivo della tradizione matematica italiana, e nel difenderla da una deriva che la renderebbe invisibile. Un aspetto positivo nella tradizione italiana è l'attenzione agli aspetti teorici della matematica, in particolare all'argomentazione e alla dimostrazione. È una tradizione che va salvaguardata, naturalmente ripensandola e rivitalizzandola anche alla luce dei risultati della ricerca didattica e delle Indicazioni Nazionali: il ruolo dell'argomentazione per l'educazione a una cittadinanza consapevole è cruciale. L'affermazione merita attenzione: Zan non dice che l'argomentazione serve a imparare meglio la matematica, lo dice anche, ma il punto è un altro. Dice che l'argomentazione matematica forma il cittadino: forma la capacità di sostenere una posizione con ragioni, di ascoltare opinioni diverse dalle proprie, di modificare il proprio punto di vista sulla base dell'evidenza. Si tratta di una competenza che travalica la disciplina e investe la formazione della persona in senso pieno.

Cosa sono, più precisamente, le competenze argomentative in matematica? Il nucleo di processo "argomentare e congetturare" caratterizza le attività che preparano alla dimostrazione, ossia a una delle attività che contraddistinguono il pensiero matematico maturo. Si considerano quei processi eminentemente discorsivi che concernono il pensiero matematico: essi risultano da un intreccio dialettico tra rappresentazioni simboliche, come ad esempio i segni dell'aritmetica, le figure della geometria, e le attività discorsive. Argomentare in matematica non significa dunque semplicemente spiegare come si è arrivati a un risultato: significa costruire una catena di ragioni che giustifichi ogni passaggio, anticipare obiezioni, distinguere ciò che si sa con certezza da ciò che si congettura, e comunicare tutto questo in un linguaggio che il gruppo possa controllare collettivamente. È un processo che richiede contemporaneamente padronanza concettuale, consapevolezza metacognitiva e competenza linguistica, tre dimensioni che la didattica tradizionale orientata ai prodotti tende a tenere separate e che l'argomentazione invece integra naturalmente. Rosetta Zan in maniera magistrale arriva anche a decifrare nel dettaglio quali devono essere gli aspetti legati al lavoro dell'insegnante che rendono possibile la formazione di competenze argomentative negli studenti (Zan, 2019), primariamente per rendere possibile la verbalizzazione del proprio pensiero ci deve essere un ambiente predisposto all'ascolto realmente interessato, l'insegnante non deve ascoltare per valutare (solo) la correttezza o meno delle elucubrazioni, deve ascoltare sinceramente incuriosito dalla parola degli studenti, questo aspetto è tutt'altro che scontato se consideriamo la normale comunicazione top-down che avviene tra adulti e bambini. L'insegnante deve essere in grado nell'ascolto di sospendere il giudizio, valorizzando pensieri divergenti e diversi, non ci deve essere la sensazione di dover dire la cosa giusta!

Un contributo teorico, rigoroso su questo versante imprescindibile è quello di Francesca Morselli (Università di Genova), che ha sistematizzato la ricerca italiana sull'argomentazione matematica nel primo ciclo mostrando come essa non sia una competenza che si acquisisce dopo aver imparato i contenuti, ma una pratica che li costruisce dall'interno. Problem solving e argomentazione sono competenze fondamentali che l'educazione matematica dovrebbe contribuire a sviluppare. La promozione di un approccio per problemi e all'argomentazione in matematica è un obiettivo educativo di molti standard internazionali. L'attenzione al problem solving e ai processi argomentativi in classe non è solo un'occasione di formazione per gli allievi, ma un importante strumento per gli insegnanti per meglio interpretare eventuali difficoltà dei propri allievi. L’argomentazione, in questa prospettiva, è doppiamente preziosa: forma il bambino e informa l’insegnante.

Un altro imprescindibile contributo sul rapporto tra argomentazione, interazione sociale e costruzione del sapere matematico è quello di Maria G. Bartolini Bussi, professoressa di Didattica della Matematica all’Università di Modena e Reggio Emilia e membro del comitato esecutivo dell’International Commission on Mathematical Instruction (ICMI). La sua ricerca, sviluppata in una prospettiva esplicitamente vygotskiana, con accento sulla costruzione sociale del sapere e sulla mediazione semiotica attraverso artefatti culturali, offre un quadro teorico articolato per descrivere come l’argomentazione in classe produca conoscenza matematica autentica.

Il nucleo della proposta di Bartolini Bussi è il concetto di discussione matematica, elaborato nel volume fondativo *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica* (Bartolini Bussi, Boni & Ferri, 1995, Modena: CDE), primo risultato di un progetto di ricerca sulla discussione matematica nella scuola dell’obbligo curato dal Nucleo di Ricerca in Storia e Didattica della Matematica dell’Università di Modena. La discussione matematica non è sinonimo di conversazione in classe né di confronto libero di opinioni: è una forma strutturata di interazione verbale con caratteristiche precise. La discussione matematica è una polifonia di voci articolate su un oggetto matematico, che è uno degli oggetti-motivi dell’attività di insegnamento-apprendimento. Il termine “polifonia” è scelto con cura: non c’è una voce dominante che trasmette verità alle altre, ma un intreccio di voci parziali che, nel loro confronto, costruiscono progressivamente un significato condiviso più ricco di quello che ciascuna voce possedeva prima di entrare nella discussione.

In questo schema, l'argomentazione non è un esercizio formale applicato a contenuti già acquisiti: è il processo attraverso cui i contenuti stessi si formano, si precisano e si consolidano nel confronto tra punti di vista diversi. Il bambino che argomenta la propria soluzione davanti al gruppo non sta semplicemente "comunicando" qualcosa che già sa: sta costruendo, nel momento stesso del dire, una comprensione più profonda di ciò che pensava di sapere.

Il quadro teorico in cui questa proposta si inserisce è esplicitamente vygotskiano, con accento sulla costruzione sociale del sapere e sulla mediazione semiotica realizzata attraverso artefatti culturali: la dimensione sociale è determinata dal ricorso alla discussione matematica orchestrata dall'insegnante. Il ruolo dell'insegnante, in questo modello, è cruciale ma radicalmente diverso da quello trasmissivo: non fornisce risposte ma orchestra voci, garantisce che ogni posizione venga ascoltata, pone domande che costringono alla precisione, e guida la convergenza verso un significato condiviso senza imporla dall'esterno.

La connessione con la costruzione del sapere scientifico nella comunità dei ricercatori è in Bartolini Bussi esplicita e strutturale. L'insegnante può inserire in modo esplicito il processo della classe nel processo storico di costruzione del sapere matematico, con una forte identificazione culturale. La classe che discute e argomenta replica la struttura epistemologica fondamentale della scienza, congettura, argomentazione, confutazione, revisione e convergenza verso risultati condivisi. I bambini che lavorano in gruppo su un capitolo aperto, discutono le soluzioni proposte, chiedono conto dei passaggi e accettano o rifiutano risposte sulla base di ragioni condivise, stanno praticando esattamente questa forma di costruzione collettiva del sapere. La narrazione, in questo quadro, fornisce il *campo di esperienza*, il contesto culturalmente ricco e semanticamente coerente, all'interno del quale la discussione matematica può dispiegarsi in modo autentico.

La classe che argomenta non sta imitando la scienza: sta facendo scienza, a scala appropriata alla propria età e alle proprie conoscenze. Il libro a capitoli aperti progetta deliberatamente questo spazio: ogni enigma irrisolto è una congettura che aspetta di essere verificata, ogni soluzione proposta dal gruppo deve essere argomentata per essere accettata dalla storia, e la storia stessa, con la sua coerenza narrativa interna, funge da sistema di validazione collettiva delle risposte. La narrazione diventa, in questo senso, il milieu in cui si esercita l'argomentazione matematica autentica.

Nei miei capitoli la maestra non spiega: pone domande, lascia aperto, invita. "Tocca a voi concludere la storia" è una scelta didattica che richiama direttamente questo approccio, vicino anche al *Math Talk* e alla didattica dell'argomentazione.

1.4 L'errore

Dopo tutte queste premesse teoriche risulta evidente quanto nell'ottica del sostegno e della formazione di un pensiero matematico che passi attraverso reali problem solving, dove non c'è un'unica soluzione, dove l'importanza viene data al processo più che al prodotto e dove le competenze argomentative fioriscono in uno spazio non giudicante l'errore non può che essere inteso e quindi vissuto, piuttosto, come un'occasione.

Nella pratica didattica ordinaria, spesso, l'errore occupa una posizione paradossale: è al tempo stesso inevitabile e inaccettabile. Il disagio che molti bambini vivono con la matematica già a livello di scuola primaria è legato a un'esperienza con questa disciplina in cui errore e lentezza sono considerati indicatori di fallimento, e quindi vanno assolutamente evitati. Questa percezione, documentata da Zan attraverso anni di raccolta di testimonianze dirette degli allievi italiani, non è un capriccio emotivo né una fragilità individuale: è la risposta razionale di bambini che hanno imparato, attraverso l'esperienza scolastica concreta, che sbagliare in matematica ha conseguenze negative e che la velocità della risposta corretta è l'unica valuta riconosciuta. Perché errore e lentezza in matematica vengono visti come indicatori di fallimento? Di fronte a un problema, cioè a una situazione nuova che non sappiamo a priori come risolvere, non è naturale fare errori, provare una strada e poi renderci conto che non funziona, e tornare indietro e cercare una nuova strada? Il fatto che errore e lentezza vengano visti come indicatori di fallimento discende da una visione estremamente riduttiva e distorta della matematica, che non dà sufficiente spazio ai processi tipici della disciplina: affrontare problemi, comprenderli, esplorare, congetturare, argomentare le congetture fatte, attivare continuamente processi di controllo. E tutto questo richiede tempo, e comporta errori.

La diagnosi di Zan è netta: il problema non risiede nell'errore in sé, ma nella visione della matematica che lo trasforma in fallimento. Una disciplina concepita come insieme di regole da applicare correttamente e velocemente produce necessariamente un'intolleranza verso l'errore, perché l'errore è lì l'unica evidenza visibile dell'inadeguatezza. Una disciplina concepita invece come esplorazione di strutture, costruzione di congetture e percorso verso la comprensione, ovvero una disciplina insegnata valorizzando i processi rispetto ai prodotti, restituisce all'errore il suo ruolo epistemologicamente corretto: quello di segnale informativo sul percorso di pensiero, non di giudizio sul valore della persona. Il punto centrale risulta la rivalutazione dell'errore: l'errore non deve essere visto come una colpa, ma come una parte naturale del processo di apprendimento. Insegnare matematica dovrebbe significare stimolare il ragionamento lasciando spazio alla creatività e alla sperimentazione. Gli studenti devono sentirsi liberi di provare, sbagliare e tornare indietro per riprovare, senza paura di essere giudicati.

Questa posizione didattica trova il suo fondamento epistemologico nel pensiero di Karl Raimund Popper. In *Congetture e confutazioni. Lo sviluppo della conoscenza scientifica* (Il Mulino, 1972, edizione originale 1963), Popper elabora una visione della conoscenza scientifica in cui l'errore non è un incidente da evitare ma il motore stesso del progresso: la scienza procede per congetture e confutazioni, ovvero per tentativi ed errori, c'è qualcosa di creativo nell'elaborazione di una teoria scientifica, che va oltre l'esperienza interpretandola, creando una nuova concezione rispetto alle osservazioni fatte che devono essere spiegate. Il principio di falsificabilità che Popper pone al centro della sua epistemologia, una teoria è scientifica solo se è esposta alla possibilità di essere smentita, implica che l'errore, inteso come confutazione di una congettura, non sia un fallimento ma una conquista: esso elimina una strada sbagliata, riduce lo spazio dell'ignoto e orienta la ricerca verso ipotesi più adeguate. L'inconfutabilità di una teoria non è un pregio, bensì un difetto. Ogni controllo genuino di una teoria è un tentativo di falsificarla o di confutarla. Detto in termini didattici: una classe in cui non si sbaglia mai non sta imparando, sta eseguendo.

La connessione tra l'epistemologia popperiana e la didattica della matematica è diretta e strutturale, non metaforica. Quando un bambino affronta un problema matematico autentico, il suo processo cognitivo replica fedelmente il ciclo popperiano: formula una congettura sulla struttura del problema, la mette alla prova, incontra una confutazione, l'errore, e sulla base di essa costruisce una congettura più raffinata. Un insegnamento centrato sui processi invece che sui prodotti, che valorizza il ruolo dell'errore e del tempo e restituisce ai problemi il loro ruolo cruciale, rende l'attività con la matematica una palestra anche per imparare a gestire le proprie emozioni, a riflettere prima di agire, ad argomentare le proprie posizioni, a rispettare le opinioni dell'altro, ad affrontare situazioni nuove con fiducia, a interpretare e superare eventuali fallimenti, ad assumersi responsabilità, a conquistare autonomia, tutto in un contesto protetto com'è quello della classe.

Connesso a questo è il concetto di contratto didattico: D'Amore e Fandiño Pinilla, in *Gli effetti del contratto didattico in aula* (Pitagora, 2006), mostrano come i bambini tendano a comportarsi secondo le aspettative percepite dell'insegnante piuttosto che secondo ragionamenti autentici. Il formato narrativo cooperativo rompe questo contratto tradizionale: non c'è una risposta "attesa", c'è una storia da completare, e il gruppo ha autentica responsabilità della soluzione.

Il formato del presente volume è progettato per creare esattamente questo contesto protetto. Il bambino che lavora in gruppo su un capitolo aperto non è esposto al giudizio individuale dell'errore: la posta in gioco è la storia, non il voto. Quando una soluzione proposta non funziona, quando non rende il capitolo coerente, l'errore non è una condanna ma un'informazione narrativa: quella strada non porta al finale giusto, occorre cercarne un'altra. La storia stessa svolge la funzione che Popper attribuisce all'esperimento: è il milieu che confuta le congetture inadeguate e orienta verso quelle più robuste, senza che nessuno debba pronunciare un giudizio esterno. L'errore diventa, nel formato narrativo cooperativo, esattamente ciò che dovrebbe essere in qualsiasi contesto di apprendimento autentico: non un fallimento da nascondere, ma una congettura provvisoria che la storia ha appena confutato, e che invita a ricominciare a pensare.

1.5 Il ruolo delle emozioni e dell'autoefficacia

Comprendere perché un bambino si blocca davanti a un problema matematico richiede di guardare oltre la dimensione cognitiva. La ricerca di Pietro Di Martino e Rosetta Zan ha prodotto il contributo italiano più sistematico e empiricamente fondato su questo tema, elaborando un modello teorico che ha cambiato il modo in cui la ricerca didattica italiana interpreta le difficoltà in matematica.

A partire dall'analisi di oltre 1600 temi autobiografici raccolti da studenti di ogni ordine e grado sul tema "Io e la matematica: il mio rapporto con la matematica", Di Martino e Zan hanno individuato che l'atteggiamento verso la matematica che uno studente costruisce nel suo percorso scolastico viene descritto attraverso tre dimensioni: la dimensione emozionale, che nei casi negativi va dal semplice "non mi piace" fino a "la odio". il senso di autoefficacia, ovvero la percezione di riuscire o non riuscire, e la visione della matematica, cioè le convinzioni profonde su cosa sia e come funzioni la disciplina. Queste tre dimensioni non sono indipendenti: si influenzano reciprocamente in modo dinamico e bidirezionale, costruendo nel tempo un *profilo di atteggiamento* verso la matematica che può essere positivo o negativo in modi molto diversi tra loro. Questa multidimensionalità dell'atteggiamento rende riduttiva la semplice dicotomia positivo/negativo, e suggerisce piuttosto di considerare profili diversi di atteggiamento negativo a seconda delle dimensioni maggiormente implicate. (Di Martino, Zan 2010)

Il caso di Azzurra, bambina di terza media analizzata nel corpus di Zan, illustra con precisione il meccanismo: alle elementari si accorse di non essere brava e chiuse così il suo rapporto con la disciplina, dicendo che la matematica non faceva per lei. Non è ignoranza, non è mancanza di capacità: è una decisione identitaria presa in età precoce, sulla base di poche esperienze negative, che si cristallizza e diventa profezia autorealizzante. Questo atteggiamento sarà positivo solo se le emozioni positive sono associate a una visione adeguata e non distorta della matematica e a un adeguato senso di autoefficacia. La sensazione di "potercela fare" passa dalla semplice produzione di un risultato giusto alla consapevolezza di poter pensare.

Questo processo si avvia precocemente e i fattori emotivi possono rappresentare un vero e proprio ostacolo nel processo di apprendimento della matematica già a partire dai primi anni della scuola primaria. Non si tratta di un problema che compare nella scuola secondaria: le radici affondano proprio nella fascia di età in cui si frequenta la scuola primaria. Attraverso l'attività con i problemi si sviluppano competenze e l'allievo può percepire la matematica come disciplina di idee, ragionamenti, creatività, comunicazione, collaborazione e spirito critico, promuovendo così un'adeguata visione della matematica e un adeguato senso di autoefficacia.

La narrazione proposta in questo volume narrazione che affonda le radici su questi riferimenti teorici risponde direttamente a questa diagnosi su tutti e tre i poli del modello. Sul polo emozionale: la storia abbassa la posta in gioco, si lavora per completare un racconto, non guardando alla valutazione, riducendo l'ansia e rendendo l'errore parte legittima dell'esplorazione narrativa. Sul polo del senso di autoefficacia: il lavoro cooperativo distribuisce il rischio dell'esposizione individuale e permette a ciascun bambino di contribuire con i propri punti di forza, aumentando la probabilità di sperimentare quel senso di competenza che Zan identifica come condizione necessaria per un atteggiamento positivo. Sul polo della visione della matematica: la storia veicola implicitamente una visione della matematica come strumento per agire nel mondo, per risolvere problemi reali, per completare narrazioni, esattamente l'opposto di quella visione come "insieme di regole e calcoli" che, documentano Di Martino e Zan, è alla base dei profili di atteggiamento più negativi.

1.6 Attribuzione causale e teorie del successo

Comprendere perché un bambino rinuncia alla matematica, non la evita semplicemente, ma smette di credere di poterla imparare, richiede di attraversare un livello ulteriore rispetto a quello emotivo già descritto da Zan e Di Martino. Richiede di capire come il bambino interpreta le cause dei propri successi e dei propri fallimenti, e quali conseguenze queste interpretazioni producono sul comportamento futuro. È questo il territorio della teoria dell'attribuzione causale, elaborata da Bernard Weiner a partire dagli anni Settanta e diventata uno dei riferimenti più solidi della psicologia dell'educazione.

Il modello di Weiner (1985) identifica tre dimensioni lungo le quali ogni individuo interpreta le cause dei propri esiti: il locus, interno o esterno, a seconda che la causa sia percepita come dentro o fuori di sé; la stabilità, quanto la causa è considerata duratura nel tempo; la controllabilità, quanto la causa è percepita come modificabile dalla propria azione. Le tre dimensioni delle attribuzioni causali permettono di rintracciare tipologie di cause ricorrenti di successi e fallimenti, e il rapporto tra emozioni e locus of control può essere estrinsecato nei termini per cui se i successi sono attribuiti a cause interne, ciò incrementa la stima di sé. Il problema più grave in ambito scolastico si verifica quando il fallimento viene attribuito a cause interne, stabili e incontrollabili, ovvero quando il bambino interpreta il proprio insuccesso matematico come prova di una incapacità costitutiva, permanente e non modificabile: "non sono portato per la matematica". Se l'attribuzione di un successo è rivolta a sé, genera una positiva autostima e di conseguenza fiducia e soddisfazione; se invece tale attribuzione a sé riguarda un fallimento, genera disistima e quindi depressione e senso di colpa. Questo stile attributivo è particolarmente insidioso perché si autoalimenta: ogni nuovo insuccesso conferma la convinzione, ogni successo viene attribuito a cause esterne e instabili, la fortuna, la facilità del compito, e non modifica l'immagine di sé.

La ricerca italiana di De Beni e Moè (Ravazzolo, De Beni & Moè, 2005) ha tradotto queste categorie in cinque profili attributivi osservabili nelle classi della scuola primaria, tra cui il profilo "depresso", in cui l'insuccesso è attribuito alle proprie incapacità con atteggiamento tendenzialmente rinunciatario, e il profilo "pedina", in cui tutto è determinato da cause esterne e il bambino conserva tuttavia la capacità percepita di modificare la situazione. Questi profili sono strumenti preziosi per l'insegnante che vuole capire non solo *quanto* un bambino fatica, ma *come* interpreta la propria fatica, perché è questa interpretazione, non la fatica in sé, a determinare se il bambino continuerà a provarci o smetterà.

Il contributo che ha rinnovato più profondamente questo campo negli ultimi decenni è quello di Carol Dweck, psicologa della Stanford University, con la teoria delle forme mentis, *mindset* nella denominazione originale. In *Teorie del sé* (Erickson, 2000) e nel successivo *Mindset. Cambiare forma mentis per raggiungere il successo* (Franco Angeli, 2017), Dweck dimostra empiricamente che gli individui si dividono tra chi possiede una forma mentis statica, chi crede che l'intelligenza e le capacità siano tratti fissi e immutabili, e chi possiede una forma mentis dinamica, chi crede che capacità e intelligenza possano svilupparsi con impegno, strategie e pratica deliberata. L'intelligenza, le qualità e le attitudini di base, i punti di debolezza, gli interessi e la stessa forma mentis con cui vediamo noi e il mondo non sono da considerare come elementi ereditari e immutabili, ma possono essere modificati col tempo e con l'impegno. Le conseguenze didattiche di questa distinzione sono radicali: chi ha una forma mentis statica tende a evitare le sfide per non rischiare di apparire incapace, interpreta l'errore come conferma della propria inadeguatezza e abbandona al primo ostacolo. Chi ha una forma mentis dinamica accoglie le sfide come occasioni di crescita, interpreta l'errore come informazione utile e persiste di fronte alla difficoltà. Nel mondo della mentalità di crescita, il fallimento non è il contrario del successo: ne è una componente essenziale.

L'implicazione più importante per la riguarda il tipo di feedback che l'ambiente scolastico fornisce. Lodare i bambini per la loro intelligenza può essere più dannoso che utile: li incoraggia a mantenere un'immagine di competenza piuttosto che a esplorare e crescere. La lode efficace si concentra sul processo: lo sforzo, la strategia, il miglioramento, la persistenza. "Hai lavorato davvero duramente per questo problema" è più potente di "Sei un genio della matematica". Questo principio investe direttamente la questione della valutazione: un sistema che premia esclusivamente il risultato corretto, e lo premia velocemente, rinforza la forma mentis statica e penalizza i bambini che hanno bisogno di più tempo, di più tentativi, di più errori per costruire comprensione autentica.

È qui che le tre dimensioni teoriche del presente paragrafo convergono in una proposta unitaria. La visione distorta della matematica, come insieme di regole da applicare velocemente e correttamente, produce attribuzioni interne stabili in caso di fallimento e scoraggia l'esplorazione. Il senso di autoefficacia compromesso blocca l'attivazione delle strategie cognitive anche nei bambini che le posseggono. L'ossessione valutativa, il primato del voto sul processo, rinforza la forma mentis statica e trasforma ogni problema matematico in una prova di valore personale anziché in un'occasione di pensiero. Il formato del presente volume interviene su tutti e tre i livelli simultaneamente: propone la matematica embedded in una storia autentica modificando la visione della disciplina, affida la risoluzione a un gruppo cooperativo, distribuendo il rischio dell'esposizione individuale e sostenendo il senso di autoefficacia, e rimuove la valutazione dal centro dell'esperienza, restituendo al processo il suo primato sul prodotto.

Cap. 2 Riferimenti teorici sul piano narrativo.

Il volume che questo testo accompagna si configura come un esperimento narrativo-didattico fondato su una scelta strutturale precisa: dieci capitoli che presentano altrettanti contenuti matematici attraverso situazioni problematiche deliberatamente lasciate irrisolte. La chiusura narrativa è affidata ai lettori reali, bambini di 8–10 anni, che, riuniti in gruppi all'interno delle proprie classi, devono risolvere gli enigmi per completare la storia. Questa scelta affonda le radici in una pluralità di tradizioni teoriche che la giustificano e la sostanziano. Provo qui a ricostruirne il fondamento, articolando le connessioni tra teoria della narrazione, didattica della matematica, psicologia cognitiva e teorie dell'apprendimento cooperativo.

2.1 La narrazione come modalità cognitiva.

In una trattazione sulla narrazione per bambini e sull'atto del creare letteratura per bambini non posso che prendere le mosse da uno dei più importanti scrittore per l'infanzia, il Maestro Gianni Rodari. La *Grammatica della fantasia. Introduzione all'arte di inventare storie* (Rodari, 1973), unico testo teorico organico della sua produzione, nato dalle conversazioni con le insegnanti di Reggio Emilia nel marzo 1972, non è soltanto un manuale di creatività narrativa. È un testo di epistemologia dell'educazione che anticipa, con il linguaggio del maestro elementare e dello scrittore, alcune delle intuizioni che la ricerca didattica avrebbe formalizzato decenni dopo.

L'affermazione più nota, contenuta nel capitolo 44, è spesso citata come ornamento retorico senza comprenderne la portata: "Le fiabe servono alla matematica come la matematica serve alle fiabe. Servono alla poesia, alla musica, all'utopia, all'impegno politico: insomma, all'uomo intero, e non solo al fantasticatore." Rodari non sta dicendo qualcosa di poeticamente vago. Sta enunciando un principio epistemologico preciso: la mente non opera per compartimenti disciplinari separati, e qualsiasi progetto educativo che isoli la matematica dalla narrazione, o viceversa, produce una mutilazione cognitiva. La frase si chiude, non a caso, con la parola "uomo intero": l'obiettivo dichiarato è la formazione integrale, non l'efficienza disciplinare.

Ma la *Grammatica* va ben oltre questa affermazione generale. Nel capitolo 37, intitolato significativamente "La matematica delle storie", Rodari si occupa di mostrare come le strutture logico-matematiche ricorrano frequentemente nelle trame delle storie. L'operazione intellettuale che compie è duplice e simmetrica, e vale la pena seguirla nel dettaglio perché è esattamente la stessa che il presente volume mette in pratica.

Il primo movimento è quello che va dalla storia alla matematica: Rodari apre il capitolo 37 traducendo la celebre fiaba di Andersen in termini insiemistici: la novella del Brutto anatroccolo, cioè del cigno capitato per errore in un branco di anatre, diventa "l'avventura di un elemento A, capitato per errore nell'insieme degli elementi B, che non trova pace fino a quando non rientra nel suo insieme naturale, quello degli elementi A". Il bambino che ha vissuto emotivamente quella storia ha già, senza saperlo, introiettato il concetto di insieme, di appartenenza e di alterità insiemistica. La struttura matematica era nella fiaba: occorreva solo renderla visibile.

Il secondo movimento è quello opposto, che va dalla matematica alla storia: nel capitolo "La matematica delle storie" si capisce che è lecito partire da un ragionamento per trovare una favola, utilizzare una struttura logica per un'invenzione della fantasia. Rodari lo dimostra con esempi concreti e deliziosi. Tra i concetti che possono animare la logica di una storia c'è perfino la proprietà commutativa: una storia in cui un poveretto, dovendo prendere il tram numero tre e poi il tram numero uno, immagina di risparmiare un biglietto prendendo invece il tram numero quattro, potrà aiutare i bambini a distinguere tra addizioni corrette e addizioni impossibili. Oppure, come annota ancora nel capitolo 37, un direttore didattico di Perugia che chiede agli scolari di prima classe "Tu hai un fratello?" e poi "E tuo fratello ha un fratello?", ricevendo la risposta decisa "No" nove volte su dieci, sta in realtà esplorando la proprietà simmetrica delle relazioni tra insiemi: se a è fratello di b, allora b è fratello di a. Il bambino non lo sa, ma lo ha vissuto, e quella struttura è ormai parte di lui.

Questo doppio movimento, storie che contengono matematica, e matematica che genera storie, è la struttura profonda del volume che qui si presenta. Ogni capitolo aperto incarna esattamente questa bidirezionalità: la storia porta il bambino dentro una struttura matematica senza nominarla, e la soluzione matematica diventa il gesto narrativo che chiude la trama.

C'è un aspetto ulteriore della riflessione rodariana che merita attenzione specifica, ed è il suo rapporto con l'errore come strumento cognitivo. Il capitolo sull'errore creativo è dedicato alle potenzialità creative e pedagogico-didattiche dell'errore: secondo Rodari, in ogni errore riposa la possibilità di una storia. In didattica della matematica questo principio ha conseguenze dirette: il bambino che sbaglia la strada verso la soluzione non sta fallendo, sta esplorando. Il formato narrativo del libro amplifica questa disposizione: poiché la posta in gioco è la storia, non il voto, l'errore perde la sua valenza punitiva e diventa parte legittima del processo. Rodari progetta strade nuove dell'apprendimento perché ritiene non esista opposizione fra fantasia e realtà, ma che la fantasia sia uno strumento per conoscere la realtà e indagarla per poterla migliorare.

Va infine sottolineato il contesto in cui la *Grammatica* nacque: non in uno studio universitario, ma in una settimana di lavoro con insegnanti di scuola dell'infanzia e primaria a Reggio Emilia, in cui Rodari sperimentava le sue tecniche direttamente con bambini reali. Il nucleo originario dei brevi saggi raccolti nel volume è del 1940; la data della prima edizione einaudiana è il 1972. Sono passati oltre ottant'anni dai primi appunti, ma il libro è rimasto vivo e la sua carica ancora attiva. Questa radice nella pratica scolastica concreta, non nella teoria astratta, è ciò che rende Rodari un riferimento non solo culturale ma metodologico: le sue intuizioni erano già state testate nelle classi prima di diventare teoria.

La *Grammatica della fantasia* si conclude, nella sua appendice di schede, con una sezione intitolata simmetricamente "Le storie della matematica", in cui Rodari indica come i giochi inventati dai matematici per esplorare i loro territori abbiano molti punti in comune con le fiction narrative, portando come esempio il Game of Life di John Horton Conway, e concludendo che la matematica stessa ha una struttura narrativa. È l'intuizione che Gabriele Lolli avrebbe sviluppato sistematicamente quarantacinque anni dopo in *Matematica come narrazione* (Il Mulino, 2018).

Sul piano filosofico e matematico, il contributo più rigoroso all'intersezione tra narrazione e matematica è quello di Gabriele Lolli, già professore di Logica Matematica all'Università di Torino e di Filosofia della Matematica alla Scuola Normale Superiore di Pisa. Nel suo *Matematica come narrazione* (2018, Il Mulino), Lolli mostra come i matematici non seguano il metodo "scolastico" per creare nuova conoscenza, e che ogni dimostrazione può essere letta come racconto di un viaggio in un paese sconosciuto, alla ricerca di nuove strade di collegamento. La tesi di Lolli, che la struttura narrativa non è estranea alla matematica ma ne è una forma naturale di organizzazione del senso, ha conseguenze didattiche dirette: se anche la matematica dei matematici è narrativa nella sua forma profonda, proporre ai bambini la matematica attraverso storie non è una semplificazione, ma una fedeltà alla natura della disciplina stessa.

Rodari, nella stessa *Grammatica della fantasia*, aveva dedicato un capitolo specifico che intitola "Le storie della matematica", in cui esplorava esattamente questo nesso e forniva all'insegnante strumenti creativi per costruire situazioni narrative in cui i problemi matematici emergessero come necessità interne alla trama, non come esercizi sovrapposti.

Ana Millán Gasca, professoressa ordinaria di Matematiche complementari all'Università Roma Tre e responsabile del Laboratorio di Matematica per la Formazione Primaria, offre un altro contributo fondamentale. Nel suo *Numeri e forme. Didattica della matematica con i bambini* (2016, Zanichelli, con Giorgio Israel), e nell'articolo "Storia e racconto nella Matematica della scuola primaria: basi didattiche e sequenza operativa" (*Annali online della Didattica e della Formazione Docente*, 2017), Millán Gasca documenta sperimentazioni condotte in classi italiane della scuola primaria in cui la storia, presentata come racconto e attraverso la mimesi, viene usata come vettore autentico di contenuto matematico per bambini dai 6 ai 10 anni. I risultati riguardanti comprensione e coinvolgimento sono consistenti con l'ipotesi che la narrazione non sia solo motivante ma cognitivamente strutturante.

La tradizione italiana di narrativa matematica per bambini trova una delle sue espressioni più riuscite nel lavoro di Anna Cerasoli, autrice per Editoriale Scienza di una collana di libri, tra cui *I magnifici dieci*, *Che numero!* e *Il teorema del pappagallo*, in cui contenuti matematici autentici sono incorporati in narrazioni per bambini e ragazzi con cura sia letteraria che didattica. Il lavoro di Cerasoli merita di essere riconosciuto come testimonianza concreta che il progetto di unire matematica e narrazione in modo non banale, senza ridurre la prima a pretesto per la seconda, né la seconda a cornice decorativa per la prima, è praticabile, desiderabile e apprezzato dai lettori reali. Il presente volume si colloca consapevolmente in questa tradizione, con la specificità aggiuntiva di affidare ai bambini stessi la chiusura della storia: non solo lettori di una narrazione matematica, ma autori della sua conclusione.

2.2 Bruner e la duplicità del pensiero

Uno dei fondamenti teorici più utili a giustificare la scelta narrativa del presente volume è la distinzione elaborata da Jerome Bruner (1915–2016), psicologo statunitense tra i più influenti del Novecento, nel volume *Actual Minds, Possible Worlds* (1986; trad. it. *La mente a più dimensioni*, Laterza, 1988). Bruner vi propone una delle intuizioni più fecondi della psicologia dell'educazione contemporanea: esistono due modalità fondamentali del pensiero umano, la modalità paradigmatica e la modalità narrativa. La modalità paradigmatica della cognizione ha come obiettivo la razionalizzazione del flusso dell'esperienza, mentre la modalità narrativa permette di affrontare una pluralità di ricostruzioni e rappresentazioni del mondo reale.

Queste due modalità non sono semplicemente due stili cognitivi alternativi: sono strutturalmente diverse nei loro obiettivi e nel tipo di realtà che producono. La modalità paradigmatica, tipica del pensiero scientifico e logico-formale, procede per categorie, inferenze, verifiche di verità e falsità: il suo obiettivo è la certezza, la generalizzazione, la legge che vale indipendentemente dal contesto e dal soggetto che la enuncia. La modalità narrativa funziona in modo radicalmente diverso: è basata sul criterio della verosimiglianza e presenta le caratteristiche del racconto, tramite il quale è possibile ricondurre a unitarietà e dare senso alle vicende personali. Non si chiede se qualcosa è vero o falso in senso logico, ma se è coerente, plausibile, significativo, se "suona bene" come racconto. I suoi criteri sono l'intenzione, il contesto, il conflitto, la risoluzione.

Ciò che rende questa distinzione così rilevante per la didattica è la sua asimmetria culturale. Bruner sostiene che le scuole devono coltivare la propria capacità narrativa, svilupparla, smetterla di darla per scontata. La scuola tradizionale ha storicamente privilegiato la modalità paradigmatica, quella delle dimostrazioni, delle definizioni, delle procedure, trattando la modalità narrativa come un ornamento, un momento di pausa, qualcosa di accessorio rispetto all'apprendimento "vero". Questo squilibrio è particolarmente grave nell'insegnamento della matematica, disciplina percepita come il territorio per eccellenza del pensiero paradigmatico, in cui la narrazione sembra non avere diritto di cittadinanza.

Bruner contesta questa separazione alla radice. È grazie ai racconti messi a disposizione dalla cultura che si apprende e si arricchisce l'esperienza. La narrazione è quindi la modalità conoscitiva per eccellenza perché non è solo ricostruzione a posteriori dell'esperienza ma fornisce a questa il suo tessuto, ovvero i format e gli schemi dell'esperienza stessa, ed è quindi fondamentale per l'atto della costruzione di significato. Detto altrimenti: la narrazione non viene *dopo* la comprensione per comunicarla, viene *prima*, come struttura che rende possibile la comprensione stessa. Un bambino che ascolta una storia in cui il problema matematico emerge come necessità interna alla trama non sta semplicemente "motivando" un contenuto già formato: sta costruendo, attraverso la modalità narrativa, le condizioni cognitive perché la modalità paradigmatica possa poi entrare in azione.

Questa tesi trova ulteriore sviluppo nei volumi successivi. In *Acts of Meaning* (1990; trad. it. *La ricerca del significato*, Bollati Boringhieri, 1992), Bruner approfondisce il ruolo della narrazione nella costruzione del Sé e dell'identità: le narrazioni non sono semplici rappresentazioni, ma modi di essere nel mondo; esse strutturano l'esperienza e l'interpretazione della realtà. In *The Culture of Education* (1996; trad. it. *La cultura dell'educazione*, Feltrinelli, 2000), la prospettiva diventa esplicitamente pedagogica: Bruner descrive una scuola in cui il pensiero narrativo e il pensiero paradigmatico si alimentano reciprocamente, in cui la storia e la dimostrazione non sono nemici ma partners cognitivi. Il dono più grande che uno scrittore possa fare al suo lettore consiste nell'aiutarlo a diventare anch'egli scrittore. Tradotto in termini didattici: il dono più grande che un libro matematico possa fare a un bambino è di renderlo non solo risolutore del problema ma anche autore del finale, che è esattamente ciò che il presente volume gli chiede di essere.

Al contrario delle scelte disciplinari e istituzionali che separano le due modalità in materie distinte, italiano da una parte, matematica dall'altra, per i bambini la modalità narrativa è primaria e più accessibile. Non perché siano "meno capaci" di pensiero formale, ma perché la mente umana si sviluppa storicamente e, se vogliamo, ontogeneticamente a partire dalla narrazione. Chiedere a un bambino di 8 anni di affrontare un problema matematico in forma puramente paradigmatica, dati, operazione, risultato, significa chiedergli di operare con la modalità meno naturale senza il sostegno di quella più naturale. Il libro a capitoli aperti inverte questa gerarchia: offre prima la storia, poi il problema; prima la modalità narrativa, poi quella paradigmatica. Non perché la seconda sia meno importante, è precisamente l'obiettivo, ma perché la prima è la via più diretta per arrivarci.

2.3 Apprendimento cooperativo: Vygotskij e la pedagogia italiana

Lev Vygotskij, attraverso le sue opere principali (*Il processo cognitivo*, Boringhieri, 1980; *Pensiero e linguaggio*, Laterza, 1990), offre il fondamento teorico per la dimensione cooperativa del progetto. Il concetto di Zona di Sviluppo Prossimale, lo spazio tra ciò che il bambino sa fare da solo e ciò che può fare con la guida di pari più capaci o di adulti, è qui rilevante in una forma specifica: la narrazione crea il contesto di senso e motivazione, il gruppo fornisce l'impalcatura (*scaffolding*) cognitiva e sociale per superare il limite individuale. I problemi dei capitoli sono deliberatamente calibrati in modo che la ZSP del gruppo sia più ampia di quella di qualsiasi singolo membro: nessun bambino può risolvere l'enigma da solo con facilità, ma il gruppo, con la sua varietà di prospettive, stili cognitivi e competenze, può farlo. Il lavoro cooperativo non è dunque un espediente organizzativo: è la condizione strutturale che rende possibile l'apprendimento autentico.

Va sottolineata una specificità del modello vygotskijano che lo distingue da una semplice valorizzazione del lavoro di gruppo: per Vygotskij lo sviluppo delle funzioni cognitive superiori è intrinsecamente sociale prima di essere individuale. Il bambino non pensa prima da solo e poi condivide il pensiero con gli altri: impara a pensare attraverso l'interazione con gli altri, interiorizzando progressivamente le strutture del dialogo collettivo come strumenti del proprio pensiero individuale. In questo senso il gruppo che lavora su un capitolo aperto non è solo più efficace del singolo: è cognitivamente diverso dal singolo, perché produce forme di ragionamento che nessuno dei suoi membri avrebbe potuto costruire da solo.

Questa prospettiva teorica trova una radice italiana profonda e autentica nella tradizione del Movimento di Cooperazione Educativa (MCE), che rappresenta la più significativa esperienza italiana di pedagogia cooperativa del Novecento e che ancora oggi costituisce un riferimento vivo per chi voglia pensare la scuola come spazio di costruzione collettiva del sapere.

Il MCE nasce in Italia il 4 novembre 1951, a Fano, nella casa della maestra Anna Marcucci Fantini, sulla scia del pensiero pedagogico e sociale di Célestin ed Elise Freinet. Il gruppo fondatore, Giuseppe Tamagnini, Aldo Pettini, Anna Marcucci Fantini, a cui si aggiunsero progressivamente Bruno Ciari, Mario Lodi, Raffaele Laporta e molti altri, partiva da una convinzione radicale: non si è trattato solo dell'introduzione di alcune tecniche didattiche, ma di dare vita a un movimento di ricerca che ponesse al centro del processo educativo i soggetti, per costruire le condizioni di un'educazione popolare in quanto garanzia di rinnovamento civile e democratico. La cooperazione non era, per il MCE, una metodologia tra le altre: era una visione del mondo applicata alla classe, la convinzione che imparare insieme fosse non solo più efficace ma più giusto, più coerente con i valori di una scuola democratica.

Le tecniche cooperative sviluppate dal MCE, il testo libero, il giornalino di classe, la corrispondenza interscolastica, l'assemblea di classe, il calcolo vivente, avevano tutte in comune un tratto strutturale: sono strumenti in grado di mobilitare i soggetti, il loro desiderio e la loro responsabilità nell'apprendimento e nella partecipazione alla vita collettiva della classe, attraverso un'attenta e rigorosa organizzazione degli spazi e delle relazioni. Il "calcolo vivente" di Freinet, in cui i problemi matematici nascevano dall'esperienza diretta della classe, dall'orto scolastico, dal mercato del paese, dalle misurazioni concrete, anticipa di decenni la ricerca sul problem solving in contesto autentico. Non è un caso che questa tecnica si chiami "vivente": la matematica vive quando è radicata nella vita, quando il problema ha una ragione vera di essere risolto.

Mario Lodi e Bruno Ciari sono stati, e restano ancor oggi, un riferimento fondante per la riflessione pedagogica e per l'orientamento alle politiche scolastiche. Nella proposta pedagogico-didattica di Lodi e Ciari, come di tutto il MCE, sono centrali le tecniche didattiche cooperative. Bruno Ciari, in *Le nuove tecniche didattiche* (1961), sostiene che le tecniche cooperative non si riducono all'uso di uno strumento, la tipografia, il giornalino, la corrispondenza, ma valgono in quanto realizzano un insieme di rapporti sociali che implicano una determinata concezione del mondo e dell'educazione (Ciari, 2012). Mario Lodi, maestro elementare in un piccolo paese del cremonese, scrisse *Il paese sbagliato* (Einaudi, 1970) e *C'è speranza se questo accade al giovedì* (Einaudi, 1972) per documentare la pratica quotidiana di una classe in cui i bambini erano i veri protagonisti del sapere: costruivano testi, discutevano, argomentavano, si correggevano a vicenda. Le sue classi sono l'esempio più compiuto, in Italia, di ciò che Vygotskij aveva teorizzato: una ZSP collettiva in cui il gruppo rendeva possibile ciò che il singolo non avrebbe potuto.

Quando una classe si divide in gruppi per completare un capitolo, quando discute le soluzioni trovate, quando argomenta perché una risposta è coerente con la storia e un'altra non lo è, sta facendo esattamente ciò che Lodi, Ciari e il MCE hanno insegnato: sta realizzando quei rapporti sociali che implicano una determinata concezione del mondo, una concezione in cui il sapere si costruisce insieme, non si riceve dall'alto.

2.4 L’effetto Zeigarnik e la tensione cognitiva del capitolo sospeso

Un fondamento che sostiene la struttura narrativa del volume in campo psicologico è l’effetto Zeigarnik, documentato dalla psicologa sovietica Bluma Zeigarnik nel 1927 attraverso una serie di esperimenti ormai classici nella letteratura della psicologia cognitiva. Zeigarnik dimostrò che i compiti interrotti o incompleti vengono ricordati significativamente meglio rispetto a quelli portati a termine: il sistema cognitivo, di fronte a una situazione aperta, mantiene attiva una tensione verso la chiusura, investendo risorse attentive e mnemoniche superiori a quelle dedicate alle situazioni già risolte (Zeigarnik, 1927). Questo meccanismo, ben noto nella narratologia popolare sotto il nome di *cliffhanger*, non è un artificio retorico ma un fatto psicologico: la mente non abbandona ciò che non ha ancora concluso.

La sua rilevanza per il presente volume è strutturale. Ogni capitolo si chiude deliberatamente senza soluzione: la storia si interrompe nel momento di massima tensione narrativa e matematica, e la chiusura è affidata al gruppo di bambini che la legge. Questo dispositivo non è pensato per creare suspense fine a sé stessa, è pensato per generare una motivazione intrinseca autentica che precede e sostiene l’impegno matematico, anziché seguirlo come ricompensa esterna. Il bambino non affronta il problema perché l’insegnante lo ha assegnato: lo affronta perché la storia lo aspetta, perché la tensione cognitiva verso la chiusura è già attiva, perché Amina e i suoi amici sono rimasti sospesi in un momento che richiede una risposta.

Questo meccanismo si connette direttamente al modello tridimensionale dell’atteggiamento elaborato da Di Martino e Zan (2010): la tensione zeigarnikiana agisce sul polo emozionale, trasformando l’ansia anticipatoria in curiosità narrativa, e sul polo della visione della matematica. presentando la disciplina non come serie di esercizi da completare ma come strumento necessario per fare qualcosa che si vuole davvero fare. Come ha mostrato Dweck (2017), la motivazione intrinseca è la condizione che favorisce la forma mentis dinamica: quando un bambino affronta un problema perché lo vuole risolvere, non perché teme le conseguenze del non risolverlo, è più disposto a persistere di fronte alla difficoltà, ad accogliere l'errore come informazione e a cercare strategie alternative. Il capitolo aperto crea esattamente questo contesto: non c'è un voto che attende al termine, c'è una storia che aspetta di essere completata.

Va sottolineato che la tensione verso la chiusura non opera solo a livello individuale ma anche, e forse soprattutto, a livello collettivo. Quando la classe intera ha ascoltato lo stesso capitolo, si trova nella stessa condizione di apertura: tutti condividono la stessa tensione irrisolta, tutti hanno interesse alla soluzione, tutti partecipano alla stessa situazione a-didattica nel senso brousseauano del termine (Brousseau, 2008). Questo crea le condizioni ottimali per quella discussione matematica polifonica teorizzata da Bartolini Bussi (1995): non è l'insegnante a porre il problema, è la storia stessa ad averlo posto, e il gruppo si raccoglie intorno ad esso con una motivazione che non ha bisogno di essere costruita artificialmente dall'esterno.

C'è infine una dimensione di questo meccanismo che merita attenzione specifica in relazione al divario di genere documentato da Martinot et al. (2025): la tensione zeigarnikiana generata da una storia, con personaggi, relazioni, emozioni, è una forma di coinvolgimento che non privilegia stili cognitivi tradizionalmente associati ai maschi, come la velocità e la competizione, ma valorizza la capacità di stare nella complessità narrativa, di leggere le relazioni tra elementi, di costruire significato in modo collaborativo. Non è casuale che la protagonista di questo volume sia una bambina: Amina incarna, sul piano narrativo, la stessa proposta epistemica che il volume fa sul piano didattico, che la matematica non sia una prova di velocità e correttezza, ma un'avventura di senso che vale la pena di completare.

2.5 Collocazione nel quadro curricolare: le Indicazioni Nazionali 2025

Il volume si inserisce con piena coerenza nel quadro normativo più recente. Le nuove Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione, adottate con Decreto Ministeriale n. 221 del 9 dicembre 2025 e pubblicate in Gazzetta Ufficiale il 27 gennaio 2026, rappresentano un aggiornamento profondo rispetto al documento del 2012 e offrono al progetto narrativo-matematico qui presentato una cornice istituzionale eccezionalmente favorevole.

Sul versante della matematica, le nuove Indicazioni compiono tre scelte rilevanti per il presente lavoro. In primo luogo, si conferma il problem solving come competenza trasversale che attraversa i nuclei della disciplina perché mette in gioco ragionamento, creatività e pianificazione del percorso risolutivo. In secondo luogo, si rafforza la modellizzazione di situazioni reali, vista come processo completo: tradurre un problema in un modello, risolverlo e poi interpretare criticamente la soluzione nel contesto. Si sottolinea con maggiore chiarezza l'importanza della storia della matematica e il suo legame con culture e civiltà, utile per contrastare l'idea di disciplina statica e per motivare attraverso narrazioni, biografie e bisogni reali. In terzo luogo, le nuove Indicazioni evidenziano la necessità di superare gli stereotipi legati alla matematica, affermando che essa rappresenta non solo un insieme di contenuti e procedure, ma anche una forma di pensiero che abitua alunne e alunni a osservare, descrivere e interpretare la realtà.

Sul versante metodologico, la novità più significativa per il progetto è la centralità attribuita all'approccio laboratoriale. Le Indicazioni 2025 descrivono un approccio in cui l'alunno non è fruitore passivo di informazioni, ma soggetto attivo, che formula le proprie congetture, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, raccoglie dati, costruisce significati, trae conclusioni, in un'ottica interdisciplinare e collaborativa. Il libro a capitoli aperti incarna esattamente questo modello: il bambino non riceve una soluzione da memorizzare ma è chiamato a costruirla, in gruppo, all'interno di un contesto narrativo che rende il problema autentico e la soluzione necessaria.

Sul versante interdisciplinare, le nuove Indicazioni sottolineano la necessità di partire dalla realtà e dall'esperienza dell'alunno per giungere alla teoria, affermando che le STEM diventano un vero e proprio "laboratorio di idee" dove gli studenti sperimentano la conoscenza in modo concreto e attivo: formulano congetture, progettano, discutono, argomentano. Il raccordo tra area STEM e area linguistico-narrativa, che è il cuore strutturale del volume, trova così legittimazione esplicita nel documento curricolare, che afferma come "l'istruzione ed educazione matematica, scientifica e tecnologica, arricchite da un approccio integrato e interdisciplinare, rappresentano una risorsa strategica per perseguire l'obiettivo di formare cittadini in grado di leggere e orientarsi nella complessità e di progettare il futuro".

Cap. 3 Costruire la narrazione matematica

3.1 Le scelte narrative

Amina, la protagonista

La scelta di affidare il ruolo di protagonista, appassionata della matematica, a una bambina, Amina, di 9 anni, che sogna di diventare scienziata e considera la matematica "una chiave magica che apre porte verso mondi fantastici", non è una scelta estetica né puramente narrativa. È una scelta che risponde a un'evidenza scientifica documentata e di straordinaria portata.

Lo studio più ampio mai condotto sull'origine del divario di genere in matematica, pubblicato su *Nature* nel giugno 2025, ha analizzato quasi tre milioni di bambini e bambine francesi nel corso di quattro coorti consecutive (Martinot et al., 2025). I risultati sono inequivocabili: all'ingresso a scuola non ci sono differenze significative tra maschi e femmine. Dopo appena 4 mesi, però, il quadro cambia: i maschi cominciano a prevalere nei punteggi alti, e il divario si allarga dopo un anno con un effetto statisticamente forte. La scoperta più rilevante dal punto di vista didattico è che il divario non è biologico né legato a una predisposizione innata: è generato dalla scuola stessa, dalle sue pratiche e dai suoi ambienti. La matematica è spesso proposta in modo competitivo, a tempo, e orientato alla performance, e questo tipo di contesto genera maggiore ansia nelle bambine. Durante la pandemia, quando le scuole erano meno frequentate, il divario si è paradossalmente ridotto, ulteriore conferma che è l'esposizione a certi ambienti scolastici, non la biologia, a produrlo.

Il dato italiano è ancora più preoccupante. Le ricercatrici Laura Palmerio ed Elisa Caponera dell'INVALSI definiscono il dato italiano "un triste primato", sottolineando che non solo lo scarto è il più ampio tra i Paesi analizzati dallo studio IEA-TIMSS 2023, ma non tende a diminuire nel tempo. Al quinto anno delle scuole primarie il divario di genere in matematica raggiunge l'ampiezza massima con 13 punti di distacco tra i punteggi medi di bambini e bambine nei test INVALSI. Non si tratta di un gap che si forma nella scuola secondaria: si sedimenta nel ciclo primario, esattamente nella fascia d'età a cui questo libro è rivolto.

Le cause sono molteplici e intrecciate. Sebbene i bambini di 6 anni non manifestino ancora consapevolezza esplicita dello stereotipo "i maschi sono bravi in matematica, le femmine no", le bambine mostrano già a quell'età associazioni automatiche in linea con questo stereotipo, misurabili attraverso il Child-IAT, mentre i bambini non le mostrano. Lo stereotipo viene acquisito prima di essere consapevolmente conosciuto, il che significa che agisce prima che qualsiasi intervento educativo esplicito possa contrastarlo. A questo si aggiunge l'effetto degli insegnanti: l'ansia per la matematica riduce le risorse cognitive, influisce sulla memoria e sulle capacità di risoluzione dei problemi, impattando negativamente sul rendimento. Acuisce inoltre la paura di sbagliare. Alcuni studi mostrano che l'ansia dell'insegnante può trasmettersi alle alunne, peggiorandone i risultati.

La buona notizia, e la ragione per cui l'impostazione di questo libro rappresenta una possibile risposta concreta al problema, è che il divario non è inevitabile e può essere ridotto in tempi brevi. Un esperimento condotto in Italia dall'Università di Torino ha mostrato che insegnare matematica in piccoli gruppi cooperativi invece che con test a tempo individuali riduce il divario di genere del 40%. Le bambine migliorano, e i bambini non ne risentono. Quando l'insegnamento si focalizza sulla risoluzione di problemi, coinvolgendo gli studenti in discussioni, il divario di genere può ridursi.

Il formato del presente volume risponde punto per punto a queste indicazioni: nessuna competizione, nessun tempo, nessuna performance individuale. Un gruppo cooperativo, una storia come contesto autentico, un problema che richiede discussione e argomentazione collettiva. Amina è la protagonista di queste storie perché le bambine di 8–10 anni che le leggeranno hanno bisogno di vedere riflessa nella narrazione una versione di sé stesse che ama la matematica, la trova meravigliosa, e la vive come uno strumento di esplorazione del mondo, non come una prova da superare.

Gli argomenti

La selezione degli undici contenuti matematici che strutturano il volume risponde a tre criteri simultanei e convergenti: la coerenza con il curricolo della scuola primaria, la terza e la quarta in particolare, pur con la flessibilità già discussa, la progressione logica interna alla disciplina, che va dalla necessità dei numeri come strumento di misura e comunicazione fino alle prime forme di pensiero algebrico, e la convinzione che ciascuno di questi argomenti meriti un trattamento narrativo e problematico proprio perché nella pratica didattica ordinaria tende ad essere ridotto a procedura meccanica, privato del senso che lo rende comprensibile e memorabile.

I capitoli sono pensati come unità autonome, ciascuno funziona indipendentemente dagli altri, e l'insegnante può scegliere di utilizzarli in qualsiasi ordine senza perdere coerenza narrativa o matematica, ma insieme costruiscono un panorama intenzionalmente ampio della matematica del primo ciclo, che attraversa i nuclei tematici delle Indicazioni Nazionali 2025 senza limitarsi a uno solo.

Il primo capitolo, sui **numeri come necessità**, non dà per scontato ciò che di solito la scuola assume come già noto: che i numeri esistano, che servano, che il loro uso sia inevitabile. Partire dal sogno di Amina in un mondo senza numeri significa fare esattamente ciò che Rodari suggeriva, usare la storia per far sentire la mancanza di qualcosa prima di insegnarlo, e risponde a un obiettivo che le Indicazioni Nazionali 2025 esplicitano con chiarezza: la matematica non è un insieme di regole date, è una risposta a bisogni reali dell'umanità.

Il capitolo sui **numeri romani** non è un contenuto accessorio né un omaggio alla storia: è uno strumento epistemologico. Presentare un sistema di notazione alternativo al nostro è il modo più efficace per rendere visibile ciò che nel sistema decimale posizionale è così familiare da essere invisibile, il valore posizionale delle cifre, la necessità dello zero, la potenza della notazione che usiamo ogni giorno senza sapere perché funzioni. Come ha mostrato Lolli (2018), comprendere una struttura matematica significa spesso poterla confrontare con un'altra: i numeri romani sono lo specchio che rende visibile il nostro sistema.

Lo **zero** merita un capitolo autonomo perché è il concetto più frainteso dell'aritmetica elementare. Viene introdotto precocemente come "niente", definizione che ne tradisce la natura, e poi riappare come segnaposto nell'algoritmo della moltiplicazione in una forma puramente meccanica che pochi bambini capiscono davvero. Dedicargli una storia significa restituirgli la dignità di concetto fondante: senza lo zero il sistema posizionale collassa, e questa verità può essere scoperta dai bambini attraverso l'esperienza diretta, non trasmessa come regola da memorizzare.

Le **quattro operazioni** occupano quattro capitoli distinti, addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione, non perché siano quattro algoritmi separati da esercitare, ma perché ciascuna ha una struttura semantica propria che la rende adatta a classi diverse di situazioni reali. Come ha documentato la ricerca di Zan e Di Martino (2019), i bambini che affrontano le operazioni esclusivamente come procedure algoritmiche faticano a riconoscere quale operazione usare in un problema autentico, perché non hanno mai costruito il significato dell'operazione stessa. Ogni capitolo presenta l'operazione non come calcolo da eseguire ma come strumento per rispondere a una domanda reale che emerge dalla storia, e questo è precisamente il passaggio dalla comprensione strumentale alla comprensione relazionale teorizzata da Skemp (1976).

Il capitolo sulle **misure e lo spazio** risponde a un nucleo delle Indicazioni Nazionali 2025 spesso trascurato a favore del calcolo numerico: quello di Spazio e figure. La stima delle distanze, l'unità di misura come convenzione sociale, l'orientamento nello spazio fisico sono forme di matematica incarnata, radicata nel corpo e nell'esperienza diretta del mondo, che Amina e i suoi amici praticano naturalmente nei loro pomeriggi al parco. Sono anche, come ha mostrato la ricerca di Millán Gasca (2016), le forme di matematica in cui le bambine mostrano maggiore confidenza e minore ansia, il che le rende un terreno prezioso per costruire autoefficacia prima di affrontare contenuti percepiti come più ostici.

Le **proporzioni** sono il ponte tra il pensiero aritmetico e il pensiero funzionale. Presentarle attraverso una ricetta, la torta della nonna Dina, con i suoi vasetti come unità di misura, non è solo una scelta narrativa: è una scelta didattica precisa. La ricetta è il contesto proporzionale più naturale e culturalmente radicato che esiste, quello in cui il ragionamento "se raddoppio le persone devo raddoppiare gli ingredienti" emerge spontaneamente senza bisogno di formule. È l'avvio al pensiero funzionale che le Indicazioni Nazionali 2025 collocano come obiettivo del primo ciclo nell'area della relazione tra grandezze.

L'**early algebra** occupa l'ultimo capitolo non perché sia il più difficile ma perché è il più avanzato concettualmente, il salto qualitativo dal ragionamento su numeri specifici al ragionamento su quantità sconosciute. La macchia che copre parte di un elenco non introduce la x: introduce il gesto mentale di trattare ciò che non si sa come qualcosa su cui si può comunque ragionare. Il bambino non viene invitato a "fare algebra" ma a completare un enigma proposto dalla vita reale, e l'algebra emerge come necessità interna alla situazione (Brousseau, 2008). Questa scelta risponde a un orientamento preciso delle Indicazioni Nazionali 2025, che collocano l'avvio al pensiero algebrico già nel primo ciclo come preparazione indispensabile al curricolo della scuola secondaria.

Come si usa il libro.

Il volume è progettato per essere uno strumento di classe, non che non possa essere utilizzato dalle famiglie o in lavoro individuale, ma è pensato per essere utilizzato in gruppo. Il suo contesto naturale è, quindi, la scuola, e il suo protagonista collettivo è il gruppo, la classe intera, con le sue voci diverse, i suoi stili di apprendimento, le sue velocità. Per tutti i riferimenti emotivi e affettivi, legati all'approccio con la disciplina matematica, che ho illustrato nel cap.1 di questo mio lavoro, ho pensato che fosse, magari non rivoluzionario ma, comunque, molto interessante che una volta ogni tanto la lezione di matematica iniziasse con un "andiamo avanti con la nostra storia…" da parte dell'insegnante.

L'uso previsto si articola in una sequenza metodologica precisa. L'insegnante legge il capitolo ad alta voce e ne proietta alcune parti sulla LIM, in particolare i passaggi che contengono la situazione problematica e la sfida aperta, creando uno spazio di ascolto condiviso in cui la storia appartiene a tutti prima ancora che il lavoro matematico inizi. La lettura ad alta voce non è una modalità semplificata né un espediente per i lettori più fragili: è una scelta deliberata che restituisce alla narrazione la sua dimensione orale e collettiva, quella in cui Rodari riconosceva il luogo originario dell'invenzione e del pensiero condiviso (Rodari, 1973).

Dopo la lettura, la classe si divide in gruppi misti per affrontare la sfida lasciata aperta dal capitolo. La composizione mista, per genere, per livello, per stile cognitivo, non è un dettaglio organizzativo ma una scelta epistemologica: come ha documentato la ricerca sull'interdipendenza positiva (Johnson & Johnson, 2009) e come confermano le evidenze più recenti sul divario di genere in matematica (Martinot et al., 2025; Di Tommaso et al., 2024), i contesti cooperativi non competitivi producono risultati migliori per tutti i bambini, e in modo particolare per le bambine, riducendo l'ansia matematica e aumentando il senso di autoefficacia. Il gruppo lavora sul problema: discute, congettura, argomenta, sbaglia, riprova. Il processo è più importante del prodotto, in piena coerenza con la distinzione skempiana tra comprensione relazionale e strumentale (Skemp, 1976) e con la valorizzazione dell'errore come risorsa cognitiva (Zan, 2021; Popper, 1972).

La struttura del volume prevede 11 capitoli, pensati per scandire l'intero anno scolastico con una cadenza approssimativa di un capitolo ogni 3 settimane. Ogni capitolo è una lezione, o più precisamente, un'unità di senso narrativo e matematico, che si chiude con una sfida aperta e si riapre nella classe che la affronta. Questo ritmo non è casuale: lascia il tempo necessario perché la storia sedimenti, perché i bambini ci tornino sopra nei giorni successivi, per non limitare troppo il percorso annuale pensato dall'insegnante.

Il volume è pensato principalmente per le classi **terza e quarta** della scuola primaria, ma non è vincolato a un anno specifico. Le Indicazioni Nazionali per il curricolo del primo ciclo (MIM, 2025) lasciano deliberatamente ampio margine agli insegnanti nella scelta di quando e come affrontare i contenuti matematici necessari a perseguire le competenze e gli obiettivi fissati: non esiste un'unica sequenza obbligata, e insegnanti diversi costruiscono percorsi diversi a seconda del profilo della loro classe, dei tempi di apprendimento, delle connessioni interdisciplinari che intendono privilegiare. Il libro si inserisce in questo spazio di autonomia progettuale: l'insegnante è il primo lettore critico del testo, colui o colei che decide se un capitolo sia adatto alla propria classe in un determinato momento dell'anno, se anticiparlo, posticiparlo o usarlo come punto di arrivo di un percorso già avviato con altri strumenti. Non si esclude, inoltre, che alcuni capitoli possano trovare collocazione naturale anche in classi seconda o quinta, a seconda di come è stato impostato il lavoro negli anni precedenti.

Al termine del lavoro cooperativo, l'insegnante dispone di due opzioni ugualmente valide per chiudere il capitolo, e la scelta tra le due dipende dal profilo della classe, dal tempo disponibile e dall'obiettivo prevalente di quella lezione. La prima opzione è che ogni gruppo scriva autonomamente la propria versione della parte finale del capitolo: la soluzione matematica trovata dal gruppo diventa il finale narrativo che quel gruppo costruisce, e la classe si ritrova con versioni diverse della stessa storia, un esercizio straordinariamente ricco sia sul piano matematico che su quello linguistico e argomentativo, in cui confrontare le soluzioni significa confrontare i ragionamenti. La seconda opzione è raccogliere il lavoro di tutti i gruppi in una discussione collettiva, fare emergere le soluzioni attraverso il confronto, praticando quella discussione matematica polifonica teorizzata da Bartolini Bussi (1995), e costruire insieme, come classe intera, la chiusura del capitolo. In entrambi i casi, la storia non appartiene all'autrice: appartiene alla classe che l'ha completata. Si potrebbe ragionare sul raccogliere tutti i possibili finali scritti dalle classi che lavoreranno con questo testo, per mostrare quante possibili soluzioni ci siano e per creare una comunità di ricerca attorno a questa modalità di lavoro.

L'interdisciplinarietà

Vale infine la pena esplicitare la dimensione interdisciplinare del volume, che emerge con chiarezza proprio nelle due opzioni con cui si chiude ogni lezione. Quando ogni gruppo scrive autonomamente la propria versione del finale, o quando la classe costruisce insieme la chiusura del capitolo attraverso la discussione collettiva, non si sta facendo solo matematica: si sta facendo italiano. La scrittura del finale richiede comprensione del testo narrativo letto, coerenza con i personaggi e la trama, scelte lessicali precise, capacità di tradurre un ragionamento matematico in linguaggio narrativo. Sono competenze che le Indicazioni Nazionali 2025 collocano esplicitamente tra gli obiettivi di italiano: la riscrittura a partire da un testo-modello, la produzione di testi vincolati da una struttura preesistente, la scrittura cooperativa come pratica che sviluppa simultaneamente pensiero logico e competenza linguistica (MIM, 2025). In questo senso il volume non è trasversale per scelta metodologica dell'insegnante: è interdisciplinare per costruzione, perché la storia e il problema matematico sono progettati in modo che l'uno non possa essere risolto senza l'altro, e che la soluzione matematica non possa essere comunicata senza le risorse della lingua.

3.2 Lavorare sugli aspetti metacognitivi

Un aspetto che vale la pena rendere esplicito, alla luce del quadro metacognitivo che orienta la didattica contemporanea, è che il volume *Storie di numeri, storie di amici (e qualche guaio)* non sollecita un solo tipo di pensiero: ne mobilita, per costruzione, tre.

Nella riflessione di Robert Sternberg sull'intelligenza triarchica, il pensiero si articola in tre forme interconnesse: il pensiero analitico, che scompone, confronta, esamina e spiega le ragioni; il pensiero creativo, fondato su immaginazione, intuizione e capacità di proporre soluzioni originali; il pensiero pratico, orientato all'applicazione concreta delle conoscenze per risolvere problemi reali. La didattica tradizionale, come ha ampiamente documentato la ricerca sulla metacognizione, tende a privilegiare quasi esclusivamente il pensiero analitico, lasciando scarsamente esercitati gli altri due. Il grado più alto di competenza, si raggiunge quando tutte e tre le forme vengono sviluppate in modo sinergico, poiché è nell'equilibrio tra queste modalità di elaborazione dell'informazione che si determina la più funzionale capacità di adattamento e interazione con l'ambiente. Un insegnamento che faccia leva su una sola intelligenza non è solo parziale: è strutturalmente escludente, perché penalizza sistematicamente quei bambini il cui profilo cognitivo e il cui stile di apprendimento divergono da quello analitico e verbale che la scuola tradizionalmente premia.

Il formato narrativo a capitoli aperti risponde precisamente a questa esigenza, e lo fa in modo non episodico ma strutturale: ciascuna delle undici storie del volume è progettata in modo che tutti e tre i tipi di pensiero vengano convocati, in momenti distinti e riconoscibili.

Il pensiero analitico viene attivato ogni volta che i bambini devono comprendere la struttura matematica del problema embedded nella storia: identificare le informazioni rilevanti, ragionare sulle relazioni tra i dati, valutare la coerenza delle soluzioni proposte, spiegare al gruppo perché una certa strada funziona e un’altra no. Sono le operazioni che Sternberg associa al pensiero analitico: scomporre, confrontare, esaminare nei dettagli, esprimere valutazioni, spiegare le cause, e che nella tradizione della didattica della matematica italiana corrispondono esattamente a quelle competenze argomentative che Zan, Morselli e Bartolini Bussi individuano come il cuore dell'educazione matematica autentica.

Il pensiero creativo entra in gioco nel momento più decisivo e originale del format: la scrittura del finale. I bambini non hanno una risposta attesa da riprodurre, devono immaginare come la storia potrebbe concludersi in modo narrativamente coerente e matematicamente corretto, inventare soluzioni originali, ipotizzare scenari che gli altri gruppi non hanno ancora esplorato. È il pensiero dell'immaginazione e della scoperta, quello che sollecita intuizione e proposta, e che nella pratica didattica ordinaria trova raramente spazio nell'ora di matematica. Qui, al contrario, è la condizione stessa per chiudere il capitolo.

Il pensiero pratico, infine, è la condizione strutturale di ogni storia del volume: la matematica emerge sempre come risposta a un bisogno concreto dei personaggi, come strumento per agire nel mondo, non come esercizio astratto da risolvere in isolamento. I bambini applicano le proprie competenze in una situazione che ha senso, con uno scopo visibile, che mette alla prova la loro capacità di leggere adeguatamente i bisogni, di comprendere quali iniziative siano adeguate e quali no, di implementare un piano operativo per risolvere un problema reale. È esattamente ciò che le Indicazioni Nazionali 2025 chiedono quando parlano di "modellizzare e affrontare situazioni della realtà quotidiana dimostrando di saper utilizzare strumenti matematici."

Va sottolineato, infine, che questa triplice sollecitazione cognitiva non riguarda solo il bambino come individuo: riguarda la classe come comunità di apprendimento. Il lavoro cooperativo a gruppi misti, per livello e per stile cognitivo, garantisce che i diversi tipi di pensiero siano presenti e valorizzati collettivamente. Il bambino con uno stile più intuitivo e creativo porta al gruppo qualcosa che il pensiero sistematico e analitico del compagno non avrebbe prodotto da solo, e viceversa. In questo senso il volume non si limita a esercitare le tre forme di pensiero: crea le condizioni perché i bambini le riconoscano, le apprezzino l'una nell'altra, e imparino a vederle come risorse complementari, non come gerarchia in cui una vale più delle altre.

3.3 Competenze e obiettivi

INDICAZIONI NAZIONALI 2025

MATEMATICA

COMPETENZE AL TERMINE DELLA CLASSE QUINTA

- Applicare il pensiero logico per porre e risolvere problemi matematici di adeguata complessità, descrivendo e discutendo le strategie risolutive adottate e valutando soluzioni alternative.
- Modellizzare e affrontare situazioni non troppo complesse della realtà quotidiana dimostrando di saper utilizzare strumenti matematici.
- Leggere e comprendere testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.
- Muoversi con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e saper valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice
- Formulare giudizi e prendere decisioni raccogliendo e selezionando dati per ottenere informazioni, costruendo rappresentazioni di dati attraverso tabelle e grafici e ricavando informazioni dalla lettura di dati rappresentati.
- Riconoscere e quantificare, in casi semplici, situazioni di incertezza.
- Rappresentare la struttura di un problema con tabelle e grafici.

- Costruire ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista degli altri.
- Sviluppare un atteggiamento positivo nei confronti della Matematica, attraverso esperienze significative, che hanno permesso di intuire come gli strumenti matematici appresi siano utili per operare nella realtà.
- Scoprire e comprendere come la Matematica si sia sviluppata in relazione alle diverse culture e civiltà.

OBIETTIVI SPECIFICI DI APPRENDIMENTO AL TERMINE DELLA CLASSE QUINTA

Numeri

- Eseguire le quattro operazioni con sicurezza valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice.
- Eseguire la divisione con resto fra numeri naturali e individua multipli e sottomultipli di un numero.
- Stimare il risultato di un'operazione.
- Interpretare i numeri interi negativi in contesti concreti.

Spazio e figure

- Descrivere e classificare figure geometriche individuando elementi significativi e simmetrie.
- Riprodurre una figura piana descritta utilizzando strumenti opportuni (carta a quadretti, riga e compasso, squadre, software).
- Costruire e utilizzare modelli geometrici nel piano e nello spazio per supportare la visualizzazione.

- Utilizzare e distinguere i concetti di parallelismo, perpendicolarità, orizzontalità e verticalità.
- Riprodurre in scala una figura assegnata con strumenti opportuni

Relazioni, dati e previsioni

- Rappresentare relazioni e dati e utilizzare diverse rappresentazioni per ricavare dati.
- Utilizza le principali unità di misura per lunghezze, angoli, aree, volumi/capacità, intervalli temporali, masse, pesi per effettuare misure e stime.
- Passare da un'unità di misura a un'altra, limitatamente alle unità di uso più comune, anche nel contesto del sistema monetario.

3.4 Storie di numeri, storie di amici (e qualche guaio).

1 I numeri come necessità

"La scomparsa dei numeri: sogno o incubo?"

Amina è una bambina di 9 anni, ha una passione per le storie, adora quelle che uniscono matematica e avventura. Sogna di diventare una scienziata o un'ingegnera perché per lei la matematica è come una chiave magica che apre porte verso mondi fantastici e soluzioni sorprendenti. Indossa spesso un piccolo ciondolo a forma di stella, regalo di sua nonna, che le ricorda di credere sempre in sé stessa. Spesso quando si arrovella ci giocherella e lo strofina. A volte pensa che possa essere un oggetto magico.

Amina quella sera non voleva proprio andare a dormire. Continuava a pensare a un uccellino con le ali variopinte che aveva osservato a lungo, come fa sempre quando qualcosa attira la sua attenzione. Amina conosce tutti gli uccellini che volavano intorno a casa sua, ma quello non lo aveva mai visto, così continuava a pensarci e il sonno non arrivava. Continuava ad alzarsi dal letto per andare in bagno o per bere un po' d'acqua, leggeva un po' il libro preso in prestito dalla biblioteca, insomma ogni scusa era buona per temporeggiare, finché ad un tratto si accorse che dall'orologio di camera sua erano scomparsi i numeri! D'improvviso si trovò in una piazza piena di altri bambini che giocavano a palla, lungo la strada adiacente passavano gli autobus, ma era impossibile capire dove andassero perché non avevano i numeri che indicassero il loro tragitto. Avrebbe voluto comprare una bottiglietta d'acqua ma nessun numero poteva indicarle il costo e quindi se avesse monetine a sufficienza per comprarla; insomma era stata catapultata in un mondo senza numeri!

Iniziò a preoccuparsi. Come avrebbe potuto tornare a casa? Non c'erano i civici sui portoni. I bambini non potevano dividersi nelle classi perché non c'era più differenza tra le prime, le seconde, le terze e così via. Nessuno vinceva più dei premi perché nelle gare non c'era nessuna classifica, non essendoci i numeri e nessuno poteva neppure sperare di vincere alla lotteria senza i numeri che potessero identificare il biglietto vincente. Quando si trovò a pensare di non ricordare più quanti anni avesse si svegliò di soprassalto. Per fortuna era solo un sogno! Guardandosi attorno notò subito che l'orologio aveva ancora tutti i suoi rassicuranti numeri e sulla parete di fianco c'erano segnate le sue altezze con le relative misurazioni, anno per anno. Fiuuuu!

Arrivata a scuola sentiva ancora la stessa inquietante sensazione di smarrimento che aveva avuto in sogno. Anche se a volte si sente insicura, specialmente quando deve affrontare qualcosa di difficile o sconosciuto, Amina non si lascia scoraggiare facilmente.

La sua pazienza è una delle sue qualità più forti: sa che con calma e perseveranza può arrivare lontano. Quando si blocca, invece di arrendersi, si prende una pausa, respira profondamente e poi riprova con più determinazione.

Amina è anche molto empatica e attenta agli altri. Ama ascoltare i suoi amici e cerca sempre di aiutarli, soprattutto se hanno bisogno di incoraggiamento o di un punto di vista diverso, ma questa volta era lei ad aver bisogno di loro!

Al momento della ricreazione, mentre tutti si avventano sulle rispettive merende, Amina corre da Ravi e Leila, i suoi due super amici, quegli amici di cui hai bisogno quando vuoi condividere pensieri, enigmi, inquietudini.

Ravi ha un sorriso contagioso e un atteggiamento positivo che ispira i suoi compagni a provare cose nuove senza paura di sbagliare, è quel tipo di amico che trasforma ogni sfida in un'avventura divertente e la sua curiosità lo porta spesso a scoprire dettagli sorprendenti che gli altri non notano, poi spesso si distrae e la sua mente vola in luoghi lontani ed è difficile seguirlo.

Leila ha una mente molto acuta e una grande curiosità, ma quando si tratta di matematica sente spesso un'ombra di paura e insicurezza che la blocca. Non perché non sia capace: al contrario, Leila capisce i concetti. Tuttavia, la matematica le sembra a volte un mondo complicato e misterioso, pieno di regole e numeri che la mettono ansia. Quando deve affrontare un problema matematico, il suo cuore accelera e la sua mente si riempie di dubbi, come se non fosse mai abbastanza preparata. Nonostante questo, Leila non si arrende facilmente, cerca di affrontare la sua paura con coraggio, anche se a volte vorrebbe solo scappare. Ora Amina ha bisogno della tenacia e della perseveranza che lei sa trasmetterle!

"Ravi, Leila ho fatto un sogno terribile, dovete aiutarmi!"

Ravi alzò lo sguardo mentre stava addentando un grosso panino che solo a vederlo faceva venire l'acquolina in bocca!

Amina raccontò del suo sogno, senza numeri.

"Beh per qualcuno un mondo senza numeri non sarebbe certo stato un incubo!" disse Ravi provocando una risata sonora di Leila "ma capisco che per un'appassionata di matematica come te dev'essere stato davvero brutto!" Ravi cercava di strappare un sorriso ad Amina, ma non fu così facile quella volta. "Sai che un tempo i numeri non esistevano davvero? Quello che ci sembra familiare in realtà esiste, così come lo conosciamo, solo da pochi secoli!"

Subito dopo aver parlato con i suoi amici, Amina era più tranquilla, ma negli occhi conservava uno sguardo pensieroso. Notando il turbamento della sua amica Leila suggerì: "Perché non ne parliamo con la maestra magari ci aiuterà!". Leila è bravissima nel chiedere aiuto, lei ama quando qualcuno le spiega le cose con calma, usando esempi semplici e storie che la aiutano a capire meglio. È una qualità che rafforza molto l'amicizia tra lei e Amina, perché aiuta sempre la comunicazione tra loro e con gli altri.

Nel frattempo, la ricreazione era finita e per un caso del destino di lì a pochi secondi sarebbe iniziata matematica, anche se ad Amina piaceva credere che le coincidenze fortunate accadessero grazie al suo ciondolo magico.

Amina, ascoltando il consiglio dell'amica, alzò la mano e raccontò alla maestra e agli altri compagni del suo sogno, a quel punto voleva vederci chiaro! La maestra, con un gran sorriso, disse che era molto bello provare a pensare insieme ai numeri e a tutti i "servizi" che svolgono per noi! Infatti, non servono solo a contare, servono a "etichettare" gli oggetti, come ad esempio gli autobus, servono a dare un ordine ai portoni lungo le strade o in una classifica e non per ultimo servono a fare i calcoli.

“Grazie Amina di aver voluto condividere il tuo sogno, mi offre l’opportunità di raccontarvi la storia de “La grande invenzione di Bubal”, me l’ha raccontata Anna Cersasoli una grande scrittrice. Una bambina di nome Bubal visse tanti, tanti, tanti, tanti anni fa, così tanti che i numeri non esistevano ancora in nessuna forma. Un giorno il suo papà si trovò a partire per qualche giorno insieme al fratello maggiore e affidò proprio alla bambina il compito di badare al gregge di pecore. Bubal era molto emozionata per la responsabilità affidatale dal padre e avrebbe fatto di tutto per portare a termine il suo compito nel migliore dei modi. Il primo giorno aprì il recinto degli animali e le pecore uscirono felici, pronte per brucare un po’ d’erba per colazione. Le pecore erano tante, ma fuori dal recinto molte colline si susseguivano garantendo alle pecore una ricca colazione. Prima del tramonto le pecore iniziarono a tornare, e Bubal aprì il recinto per offrire alle pecore il riparo per la notte, ne rientrarono tante, ma Bubal a quel punto si incupì perché un pensiero le saltò alla mente come una lancia: come poteva essere davvero sicura che tutte le pecore fossero tornate?”

Qui la maestra rimase in silenzio, tutti i bambini della classe pendevano dalle sue labbra…ma sarete proprio voi a concludere la storia!

____

____

____

____

(Suggerimento per l'insegnante: questo capitolo non introduce un algoritmo né una procedura: introduce la domanda che si pone prima di tutto il resto, ovvero a cosa servono i numeri. L’obiettivo non è che i bambini diano una risposta corretta ma che esplorino le funzioni del numero nella vita quotidiana: contare, ordinare, etichettare, misurare, calcolare. Il sogno di Amina è il dispositivo narrativo che rende questa domanda urgente e personale. Prima di raccogliere le soluzioni dei gruppi, vale la pena fare una prima raccolta libera in plenaria: "in quali momenti del sogno Amina era in difficoltà, e perché?" Le risposte dei bambini mapperanno spontaneamente le diverse funzioni del numero senza che l'insegnante debba nominarle esplicitamente. Il finale da scrivere, come fa Bubal a sapere se tutte le pecore sono tornate, ammette soluzioni molto diverse: segni sulla sabbia, pietre, tacche su un bastone, corrispondenza biunivoca. Non esiste una risposta unica, e questo è intenzionale. Il confronto tra le soluzioni dei gruppi è il momento più ricco: fa emergere l'idea che contare è una convenzione, non una necessità naturale, e che l'umanità ha trovato strade diverse per rispondere allo stesso bisogno. Si collega direttamente agli obiettivi delle Indicazioni Nazionali 2025 sul nucleo Numeri: comprendere il significato dei numeri e i modi per rappresentarli.)

BOX **Cap. 1**

Lo sapevi? La parola "calcolo" viene da... sasso!

In latino *calculus* significava proprio "sassolino". Gli antichi romani usavano i sassolini per contare, li spostavano su tavole scanalate come se fossero un abaco. Quindi la prossima volta che fai un calcolo difficile, ricordati che i tuoi antenati avrebbero risolto lo stesso problema raccogliendo sassi per terra. Molto meno pratico di una matita, decisamente più scenografico.

Ma i romani non erano i soli ad avere idee creative per contare: gli uomini preistorici **intagliavano tacche sulle ossa**, gli Inca usavano i **quipu**: cordini annodati di lana colorata in cui il numero e la posizione dei nodi indicavano quantità diverse, i babilonesi usavano **tavolette di argilla** su cui premevano un bastoncino per lasciare segni cuneiformi. Insomma, contare è un bisogno antico quanto l'umanità. Il modo cambia, il bisogno no.

---

2 Diverse notazioni: I numeri romani.

"Uno speciale ritrovamento"

L'autunno era quasi arrivato e con lui il tempo dei vestiti pesanti. Amina odiava doversi vestire con giacche e maglie, si sentiva costretta e infastidita, però sapeva che quella era anche una stagione felice, perché la natura si colorava di tante sfumature di verde, rosso, arancione e marrone.

"Possiamo andare a fare una passeggiata nel bosco, mamma?" Amina aveva voglia di andare in collina, in un bosco non lontano, per vedere tutte le foglie colorate. La mamma decise di accontentarla.

"Potremmo andare al paese della zia Clotilde, te lo ricordi? C'è un bel bosco pieno di alberi, chissà quanti colori!".

"Chiediamo anche a Ravi e Leila? Magari anche loro avrebbero voglia di venire!" disse Amina. La mamma di Amina chiamò le altre famiglie e i genitori di Ravi accettarono di buon grado, il papà purtroppo doveva lavorare ma la mamma poteva portare Ravi!

"Evviva!" esclamò Amina.

I genitori di Leila invece dissero che quella domenica avevano un altro impegno. "Mamma, senza Leila non sarà la stessa cosa" disse Amina tristemente.

Anche Rosella, la mamma di Amina, credeva che Leila non potesse mancare, così il giorno dopo parlò con la mamma di Leila, Sofia, aspettando che la loro classe uscisse da scuola. Sofia le confidò che sua madre, la nonna di Leila, non stava bene, era molto malata da tempo. Il momento che tutta la famiglia stava attraversando era molto difficile. Proprio quella domenica sarebbe voluta andare a trovarla perché era l'unico giorno in cui non avrebbe lavorato.

"Anche Leila è molto triste per la nonna, ma in ogni caso dovrà venire con me perché non so proprio come fare altrimenti", disse Sofia.

Senza doverci riflettere molto, Rosella replicò: "Mi dispiace tanto per tua mamma, spero tanto guarisca e vi auguro tutto il meglio, domenica pensavamo di fare una passeggiata nei boschi con i ragazzi, se per te va bene Leila potrebbe venire con noi e tu potresti occuparti di tua madre con tranquillità. Se pensi che a Leila possa fare bene per noi sarebbe un piacere enorme!".

La mamma di Leila sorrise.

"Si mi sembra una buona idea, Leila si merita una domenica felice!".

Arrivò la domenica della gita e i bambini erano emozionatissimi e molto felici di essere insieme! Vedevano tanti colori, sentivano profumi e odori, toccarono un'infinità di cortecce tutte diverse tra loro, ascoltavano suoni strani di uccellini sconosciuti, Amina ne conosceva tanti ma non tutti! Scoprirono il bosco d'autunno con tutti i 5 sensi, era davvero bellissimo! Ravi indossava, come sempre, il suo zainetto colorato pieno di piccoli oggetti e strumenti, pronto a usarli per mettere in pratica le sue idee geniali o per giocarci in caso di momenti noiosi. Leila aveva con sé un piccolo quaderno dove scriveva disegnava e annotava le sue idee, questo la faceva sentire più sicura e inoltre vorrebbe poi leggere a sua nonna i suoi pensieri su ciò che ha visto per farle fare un giro nella natura anche solo con il pensiero! Leila sogna di poter usare la sua intelligenza per aiutare gli altri, umani e animali!

Camminarono a lungo finché all'improvviso, tra gli alberi, trovarono un piccolo edificio di mattoni. Sembrava abbandonato! L'ideale per una bella avventura del mistero! La porta era aperta, entrarono e subito capirono che non si trattava di una semplice casa ma che conteneva scaffali e scaffali di libri. Doveva trattarsi di una biblioteca o forse di un archivio! Un tempo i boschi erano abitati e frequentati, ora non più e sono rimasti soli ed abbandonati, ma Amina, Ravi e Leila, con la loro curiosità, erano pronti a sentire le storie che quel bosco e quell'edificio volevano raccontare!

I tre si avventurarono tra gli scaffali scricchiolanti e i corridoi semi-illuminati dalla luce flebile che filtrava nel bosco. Ravi prese dal suo zainetto iper-accessoriato una torcia che si rivelò molto utile a vedere più chiaramente. Amina, che era rimasta leggermente indietro, urtò per sbaglio un'antica armatura e qualcosa cadde con un tonfo.

"Cos'è stato!" urlò Ravi girandosi verso di lei e avvicinandosi. Con la torcia illuminò una scatola di metallo arrugginita e coperta di ragnatele e da una polvere secolare.

"Una capsula del tempo!" esclamò Leila.

Lei ama leggere storie, esplorare nuovi argomenti, imparare cose diverse e di recente aveva letto un libro che parlava proprio di capsule del tempo.

I tre amici aprirono lentamente la scatola. Al suo interno trovarono delle tavolette incise con simboli misteriosi e indecifrabili. Scrutando meglio, ritrovarono anche alcuni piccoli oggetti con segni antichi.

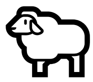
"Non ho mai visto questi simboli", disse Ravi con meraviglia.

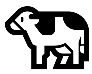
"Forse custodiscono segreti dimenticati da tempo" mormorò Leila.

Iniziarono a confrontare i simboli, cercando di decifrare il messaggio nascosto negli oggetti. Ogni piccola scoperta li avvicinava sempre più a un segreto antico forse quanto il tempo.

Guardarono attentamente la tavoletta e decifrarono:

Commercium

Marco XV 

Augusto IV 

Amina disse: “Che strani nomi per una pecora e una mucca!”.

“Quale pecora?”, chiese Ravi, che era distratto: la sua mente corre veloce da un’idea all’altra e talvolta fatica a concentrarsi su un solo compito per molto tempo.

“Guarda bene Ravi! Ma a che stai pensando?”, disse Leila.

“Avete ragione, scusate amiche, torno qui con voi. Anche con la mente...”, rispose Ravi sorridendo. Poi notò che quel titolo: “commercium” poteva essere utile a capire di che si trattava… tocca a voi capire

(Suggerimento per l'insegnante: l'obiettivo di questo capitolo non è imparare a leggere e scrivere i numeri romani come sistema alternativo, ma usarli come specchio per rendere visibile ciò che nel sistema decimale posizionale è così familiare da essere invisibile. La tavoletta con "Marco XV pecore, Augusto IV mucche" pone una sfida a due livelli: il primo è decifrare i simboli, il secondo è capire cosa rappresenta il documento, ovvero una transazione commerciale. I gruppi lavoreranno probabilmente in ordine inverso: il titolo "Commercium" e i nomi propri suggeriscono uno scambio, e questa intuizione narrativa guiderà la decodifica matematica. È un esempio concreto di comprensione relazionale nel senso di Skemp: i bambini non applicano una regola ma costruiscono significato da più indizi simultanei. Vale la pena, nella fase di condivisione, chiedere a ciascun gruppo come è arrivato alla soluzione, non solo qual è la soluzione: il percorso di ragionamento è più formativo del risultato. Un'estensione possibile per i gruppi più veloci: provare a scrivere altri numeri in codice romano o utilizzarli per compiere operazioni e notare quando il sistema diventa scomodo, il confronto con il nostro sistema posizionale emerge naturalmente.)

Box Cap. 2 — La capsula del tempo.

Lo sapevi? Le capsule del tempo esistono davvero!

Una capsula del tempo è un contenitore, può essere una scatola di metallo, un vaso di ceramica, persino un edificio murato, in cui si nascondono oggetti, lettere, fotografie o documenti che raccontano la vita di un certo periodo. L'idea è semplice e un po' magica: qualcuno li nasconde oggi perché qualcun altro li trovi in futuro, magari tra 10, 50 o 100 anni.

La capsula del tempo più famosa del mondo è stata murata nel 1940 a New York, sotto l'Esposizione Universale, con dentro una macchina fotografica, semi di grano, un microfono e persino un cappello. Era destinata ad essere aperta nel 6939. Sì, avete letto bene: **nel 6939**.

Anche voi potreste farne una! Cosa mettereste dentro per raccontare la vostra vita a qualcuno che la aprirà tra cent'anni? Cosa vorreste che sapesse di voi?

3 Il sistema posizionale e lo zero.

“Le mele per la Signora Patrizia”

Il giorno seguente, quando il nonno di Amina andò a prenderla a scuola, lei con orgoglio gli fece vedere subito la grande scoperta del giorno prima, convinta che il nonno sarebbe rimasto colpito dal disegno e dalla trascrizione della tavoletta misteriosa. Invece fu lei a meravigliarsi quando il nonno disse: “Oh i numeri romani, pensa che la mia maestra tutti i giorni ci faceva scrivere la data proprio con i numeri romani! A voi no?”

“Ma nonno, siamo nel 2025, oggi non usiamo più i numeri romani, tu allora sei davvero vecchissimo!”.

Il nonno fece una faccia offesa, ma poi scoppiò a ridere.

“Si tesoro, hai proprio ragione!”. Poi continuò “Un tempo i numeri venivano usati per appuntare gli scambi commerciali, qui probabilmente Marco aveva dato 15 pecore in cambio delle 4 mucche di Augusto. Non si sa bene perché usassero quei simboli però la V è la forma della mano, l’hai notato? la X è la forma di due mani una sopra all’altra, poi c’era il cento, il mille e così via. Era un sistema interessante! Solo per scrivere i numeri serviva già aver imparato somma e differenza, nei numeri romani c’è il + e il -!”.

“Nonno io poi sono andata a cercare come si scrivesse lo zero ma non l’ho trovato da nessuna parte!”.

“Certo che non l’hai trovato, i romani non lo utilizzavano, pensa che lo zero è dovuto nascere tre volte prima di riuscire ad affermarsi, nonostante fosse un personaggio grandioso, per ben due volte fu abbandonato e dimenticato! Non come quei personaggi che piacciono a voi nel giorno d’oggi come li chiamate? Influenze? Quelli che fanno un video azzeccato e diventano subito famosi”.

“Ma nonno, quelli sono gli influencer!”.

“I veri influencer in questa storia sono stati gli indiani, loro sì che si sono affermati con i loro numeri in tutto il mondo!”, replicò il nonno.

Tornati a casa il nonno stava preparando la cena e canticchiava sottovoce come sempre. Amina era seduta al tavolo della cucina a fare i compiti, ma ogni tanto alzava gli occhi e lo guardava muoversi tra i fornelli con quella sua calma che a lei piaceva tanto.

“Nonno, quante polpette stai facendo?”.

“Tu quante ne vorresti?”.

“Tante”.

“Risposta molto precisa” disse il nonno ridendo. “Ne faccio 24. Va bene?”.

“Benissimo. Ma per due giorni?”.

“Per due giorni”.

Amina abbassò gli occhi sui compiti e poi li rialzò. “Nonno ma 24 polpette per due giorni significa 12 polpette al giorno. Siamo in tre. Fanno 4 a testa. È giusto?”.

Il nonno si girò verso di lei con la faccia soddisfatta: “Ecco il mio modo preferito di fare matematica!”.

Tornò ai fornelli e dopo un po' disse: "Sai che domani viene la signora Patrizia a comprare le mele?".

Il nonno aveva un piccolo frutteto dietro casa, poche piante ma cariche di deliziosi prodotti, ogni autunno la signora Patrizia, una signora molto precisa che teneva un quaderno dei conti con la copertina di cuoio, veniva a comprare le mele per fare la gelatina di mele cotogne.

"Quante ne porta via?" chiese Amina.

"Dipende dall'anno. Quest'anno ho contato le cassette, ne ho 23. Ogni cassetta contiene 12 mele."

Amina prese un foglio. Le piaceva fare i calcoli con carta e matita, come le aveva insegnato il nonno. Scrisse:

2 3 x

1 2 =

_____

"Nonno posso usare il tuo tavolo?".

"Puoi usare tutta la cucina".

Amina iniziò a moltiplicare. Prima 2x3 e 2x2:

2 3 x

1 2 =

_____

4 6

Poi doveva moltiplicare l'1 x il 23 ma quell'1 non era un'unità, era una decina. Amina si fermò un secondo con la matita in aria.

Si ricordava che la maestra aveva detto una cosa precisa: quando moltiplichi per la cifra delle decine devi andare a capo e mettere uno zero prima di scrivere il risultato, lo aveva chiamato zero segnaposto. Lo aveva fatto tante volte. Ma quella volta, chissà perché, le venne voglia di capire davvero perché quello zero era lì.

Provò a scrivere senza:

```
  2 3 x
  1 2 =
______
  4 6
  2 3
______
  6 9
```

Guardò il risultato. 69. Le sembrava poco per 23 cassette di mele. Molto poco.

Andò dal nonno. "Nonno, 23 cassette da 12 mele ciascuna, secondo te quante mele sono?"

Il nonno spense il fuoco sotto la pentola e ci pensò su un momento. "Più di duecento, direi. Forse quasi trecento."

Amina tornò al tavolo e guardò il suo 69. Qualcosa non andava.

Tornata a sedere, riprese la matita, e ricominciò a ragionare da capo.

“Nonno” chiamò dopo qualche minuto “quando moltiplico il 23 per 1 devo aggiungere lo 0 segnaposto giusto?

“Giusto” disse il nonno dalla cucina.

“Quindi sto moltiplicando 23 per 10. E 23 per 10 fa 230. Non 23.”

“Giusto.”

“Infatti 230 si scrive con uno zero in fondo.”

“Giusto.”

Amina riscrisse tutto:

2 3 x

1 2 =

―――

4 6

2 3 0

―――

2 7 6

Molto meglio. Molto più vicino a quello che aveva detto il nonno.

Si alzò e andò in cucina con il foglio in mano. “Nonno guarda. Senza lo zero viene 69. Con lo zero viene 276. Lo zero non è lì per caso, ma perché è lì?”

Il nonno prese il foglio, lo guardò un momento, poi lo posò sul tavolo e disse una cosa sola:

“Quando lo avrai capito, lo saprai davvero.”

Quella sera Amina chiamò Ravi e Leila e mandò loro una e-mail con una foto del suo foglio con i due calcoli, quello sbagliato e quello giusto, e scrisse:

“Guardate cosa succede se togliete lo zero segnaposto. Provate con altri numeri. Trovatene uno in cui la differenza è ancora più grande.”

Tocca a voi. Provate a fare una moltiplicazione a due cifre per due cifre togliendo lo zero segnaposto e poi rimettendolo. Cosa cambia? Riuscite a spiegare con parole vostre perché quello zero deve stare lì?

____

____

____

____

(Suggerimento per l’insegnante: l’obiettivo non è eseguire correttamente l’algoritmo, quello i bambini lo sanno già fare. L’obiettivo è capire il perché dello zero segnaposto: quella cifra delle decine vale dieci volte di più, e lo zero materializza questo salto di valore posizionale. Il confronto tra il calcolo sbagliato e quello giusto è il cuore della sfida. Gruppi diversi possono scegliere moltiplicazioni diverse e confrontare i risultati: la differenza tra il risultato sbagliato e quello giusto cresce al crescere dei numeri, e questa scoperta è matematicamente ricca. Il ragionamento di Amina, “sto moltiplicando per 10, non per 1”, è il modello di pensiero che si vuole attivare.)

Box Cap. 3

Lo sapevi? Lo zero è stato inventato tre volte... e due volte dimenticato!

Lo zero sembra ovvio, no? È lì, tranquillo, alla fine dei numeri tondi, innocente come se ci fosse sempre stato. Invece la sua storia è una delle più avventurose della matematica.

I Babilonesi avevano qualcosa che gli assomigliava, ma lo usavano solo come segnaposto, tipo "qui non c'è niente", e poi se ne dimenticarono. I Maya lo reinventarono dall'altra parte del mondo, in modo completamente indipendente, e anche loro alla fine lo abbandonarono. Ci vollero gli indiani, intorno al V secolo d.C., per capire che lo zero non era solo "niente": era un numero vero nel sistema posizionale, con cui si poteva calcolare, sommare, moltiplicare. Da lì, attraverso i matematici arabi, arrivò in Europa, dove all'inizio non fu affatto ben accolto. In alcune città fu addirittura **vietato**, perché i mercanti non si fidavano di un numero che non rappresentava nulla di concreto.

4 La somma in un problema

"Una partita difficile"

Era una di quelle mattine d'inverno con il cielo grigio e una coltre di nuvole sempre sull'orlo di far scrosciare un acquazzone, l'aria era umida e fredda. Dentro alla classe si stava bene, per fortuna, ma la poca luce rendeva Amina assonnata e stanca, la maestra parlava ma lei avrebbe solo voluto dormire, ad un tratto bussarono alla porta. Entrarono 3 bambine della quinta, dissero che stavano aiutando la maestra di scienze motorie ad organizzare il torneo di pallavolo, ci voleva proprio qualcosa che la svegliasse! Lei amava la PALLAVOLO!

Così chiese subito alle ragazze se avessero bisogno di un aiuto per raccogliere le adesioni, Leila non perse l'occasione ed entusiasta annunciò: "Anch'io vorrei aiutarvi!". Le ragazze si accordarono che Amina e Leila avrebbero chiesto alle classi terze, mentre loro avrebbero chiesto alle restanti quarte e quinte. La maestra felice della loro voglia di fare un lavoro extra le accontentò dicendo che le avrebbe accompagnate durante la ricreazione, Amina e Leila sarebbero volute andare subito, il loro piano funzionò solo in parte! Comunque, questo intervento permise a Leila di seguire la lezione con più attenzione!

All'uscita si misero d'accordo con le ragazze di quinta di vedersi il giorno dopo in Villa (un parco dove in molti passavano i pomeriggi dopo la scuola) così da comunicarsi le adesioni per ogni classe.

In 3A vogliono partecipare 7 bambini, in 4A 9 in 4B 6 in 5A in 7 in 5B in 11 e nella loro classe in 9. Mentre stanno iniziando a fare i conti arriva un bambino di 5° A e dice che vorrebbe aggiungersi. In campo si sta in 6 in quanti conviene dividere le squadre? Conviene considerare un bambino in più per squadra in caso di assenti? Miste per età?

Tocca a voi snodare la matassa!

___

___

___

___

(Suggerimento per l'insegnante: questo è il capitolo con il maggiore potenziale di pensiero divergente dell'intero volume, e va gestito valorizzando esplicitamente questa

caratteristica. Non esiste una soluzione unica: i gruppi possono decidere di fare squadre da 6, da 7, da 8, di prevedere riserve, di mescolare le età o di tenerle separate, e tutte queste scelte sono matematicamente legittime purché siano argomentate. L'obiettivo non è trovare il numero giusto di squadre ma ragionare su cosa rende una divisione equa e funzionale in un contesto reale. Prima di lavorare sui numeri, vale la pena che ogni gruppo discuta i criteri: cosa significa fare squadre equilibrate? Solo il numero conta, o anche l'età, la bravura, l'amicizia? Questa discussione è già matematica, perché introduce l'idea che i problemi reali hanno vincoli multipli e che scegliere quali vincoli rispettare è parte della soluzione. La fase di confronto tra i gruppi sarà probabilmente vivace: gruppi diversi avranno fatto scelte diverse, e difendere la propria soluzione davanti agli altri è esattamente la competenza argomentativa che le Indicazioni Nazionali 2025 indicano come obiettivo trasversale.)

Box Cap. 4

Lo sapevi? La pallavolo è piena di matematica nascosta!

In una partita di pallavolo si gioca in sei contro sei. Ma perché sei? Perché è il numero che rende il campo equilibrato, né troppo affollato né troppo vuoto. I progettisti del gioco, quando lo inventarono nel 1895, ci pensarono a lungo prima di sceglierlo.

Ma la matematica nella pallavolo non finisce qui. Durante la partita ogni squadra ruota: quando conquista il servizio, tutti i giocatori si spostano di una posizione in senso orario. Sei giocatori, sei posizioni, sei rotazioni prima di tornare al punto di partenza. È un cerchio perfetto.

E i punteggi? Un set si vince a 25 punti, ma solo se si ha almeno 2 punti di vantaggio sull'avversario. Quindi tecnicamente un set potrebbe durare... per sempre, all'infinito!

5 La sottrazione in un problema

"Un regalo per Rosa"

"Ah che meraviglia l'addizione!". Cesare, il nonno di Amina, stava sonnecchiando sul divano e sorrideva beato quando disse queste parole, dal nulla. Amina si avvicinò per capire meglio, e il nonno continuò: "Il più è proprio un buon amico, solo i buoni amici aggiungono, loro aggiungono sempre, sorrisi, idee, consigli, abbracci, gli amici danno se sono buoni amici".

Amina ci pensò un po' su. Non voleva svegliare il nonno, lei sapeva che ogni tanto il nonno rifletteva a voce alta e non sempre amava essere disturbato in quei momenti.

Effettivamente nei problemi che potevano essere risolti con addizioni c'era sempre qualcosa di bello perché c'erano quantità da mettere insieme o che si aggiungevano a quantità precedenti, qualcosa che aumentava, avevano un dolce sapore i problemi che poi dovevano essere risolti con l'addizione! Amina lasciò il nonno sonnecchiare e andò a scuola.

Quel pomeriggio, Amina, Ravi e Leila avevano un grande progetto, il giorno prima avevano scoperto che la collaboratrice, Rosa, presto sarebbe andata in pensione. Al momento della scoperta, ci rimasero molto male, le erano molto affezionati. Tanti ricordi erano legati a Rosa; quando a Ravi era uscito il sangue dal naso era stata lei ad aiutarlo, quando Amina si sentiva la febbre era Rosa a misurargliela, ogni giorno era lei ad accoglierli con un bel sorriso e per chi voleva era sempre pronto il suo caldo abbraccio.

In quel momento erano un po' tristi, ma decisero di lasciarsi alle spalle la malinconia e architettare qualcosa di bello proprio per Rosa! L'idea era quella di raccogliere dei soldi per farle un regalo speciale, così tutta la classe si mise d'accordo e ciascuno il giorno dopo avrebbe portato qualche monetina.

Durante la ricreazione presero un barattolo dai materiali di recupero, lo colorarono e incollarono un'etichetta con scritto bello grande: **"Un regalo per Rosa".** Amina corse subito ai ripari: "Ma no! Non scrivete per chi è altrimenti perdiamo l'effetto sorpresa!".

"Hai ragione Amina, presto cancelliamo!", disse Ravi.

Il cartello divenne "un regalo per…●", e fu sistemato sul banco dell'ingresso.

"Ognuno può mettere quello che vuole," disse Amina sorridendo, "anche solo una moneta".

Il giorno dopo, durante la ricreazione, notarono con piacere che tutti i bambini della classe parteciparono alla raccolta con entusiasmo: qualcuno portò 1 euro, altri 50 centesimi, alcuni addirittura 2 euro e ai bambini si aggiunsero anche le maestre.

Alla fine della giornata, Ravi contò con molta attenzione tutte le monete. "Abbiamo raccolto 63 euro e 50 centesimi".

"Wow! Possiamo comprare un sacco di cose!" esclamò Leila.

Ma cosa? Quanto costano le cose? Non ne avevano idea! Serviva un gruppetto che andasse in giro per i negozi a chiedere i prezzi dei possibili regali. Così, usciti da scuola, si fecero accompagnare nel quartiere. Proprio davanti alla scuola c'erano un fioraio, un supermercato e non lontano una libreria.

Scoprirono che:

Un mazzo di fiori costa **18,50 €**

Una scatola di cioccolatini **12,50 €**

Il libro appena uscito della sua scrittrice preferita costa **22 €**

Che altro potrebbero comprare avendo 63 euro e 50 centesimi?

Il giorno della festa, tutti firmarono il biglietto e abbracciarono con affetto la signora Rosa, che si commosse fino alle lacrime.
Avevano imparato che ogni volta che si spende un po', i numeri scendono, ma quello che cresce, quando si fa qualcosa con il cuore, è la **felicità.**

(Suggerimento per l'insegnante: il contesto emotivo di questo capitolo, raccogliere soldi per fare un regalo a qualcuno che si vuole bene, è scelto deliberatamente per dare alla sottrazione un significato concreto e motivato. Spendere significa sottrarre e ogni scelta di acquisto ha conseguenze sul budget disponibile. L'obiettivo matematico è duplice: da un lato eseguire sottrazioni con i decimali in un contesto autentico, dall'altro ragionare su combinazioni di acquisti possibili con un budget dato. I gruppi possono arrivare a soluzioni molto diverse: chi compra solo il mazzo di fiori, chi combina cioccolatini e libro, chi cerca di spendere il più possibile avvicinandosi al totale senza superarlo. Vale la pena chiedere a ogni gruppo non solo cosa ha scelto ma quanto è rimasto e se con il resto si poteva aggiungere qualcosa. Questo secondo livello, ottimizzare il budget, introduce informalmente il ragionamento combinatorio).

Box **Cap. 5**

Lo sapevi? Prima dei soldi si usavano le mucche!

Prima che esistessero le monete, le persone scambiavano direttamente le cose: se avevi bisogno di grano e tu avevi delle pecore, trovavi qualcuno che volesse le tue pecore e ti desse il suo grano. Semplice, no? Non proprio, perché cosa succedeva se tu volevi il grano ma il contadino non voleva le tue pecore? Oppure se una mucca valeva troppo rispetto a quello che dovevi comprare? Come davi il resto?

Per risolvere questi problemi l'umanità ha inventato oggetti che tutti accettassero come "valore": conchiglie, blocchi di tè pressato, pezzi di metallo, sale.

La parola "salario" viene proprio da "sale", perché i soldati romani venivano pagati in parte con il sale, che era preziosissimo, il perché dovrai trovarlo da solo!

6 La moltiplicazione in un problema

"Le attacchiamo insieme?"

Una sera, all'ora di andare a dormire, Amina sentì il nonno canticchiare sotto la doccia, così si avvicinò alla porta chiusa per ascoltare meglio.

"Na na na na se il più è il grande amico Na na na il meno è l'abile ladro, na na na il meno toglie, toglie sempre! Se entra in gioco lui le quantità diminuiscono iuiuiuiu".

Il nonno talvolta era davvero strano e non sempre si poteva capire bene il suo pensiero, Amina doveva andare a dormire e continuò, un po' perplessa, verso la sua stanza.

Il giorno seguente, Ravi arrivò a scuola con un sorriso splendente. Erano ancora nel cortile, godendosi quel momento magico in cui ci si incontra ma ancora non si entra a scuola, è un momento che ad Amina piace tanto, si può ancora fare chiasso, ridere e scherzare, ci si può raccontare le avventure del giorno precedente o lamentarsi di quanto sia stato difficile alzarsi dal letto ed uscire dalle coperte, insomma era un momento tutto loro ed era bellissimo iniziare così la giornata!

Il grande sorriso smagliante di Ravi calamitò le sue amiche.

"Ehi Ravi buongiorno! Dalla tua faccia sembra proprio sia un ottimo giorno", disse Amina.

"Ragazze, mi hanno regalato un nuovo album di figurine ed è bellissimo!", rispose Ravi.

Leila e Amina sapevano che a Ravi piacevano un sacco le collezioni, faceva erbari, collezionava conchiglie e anche sassolini colorati.

"E' un album di figurine che rappresentano la nostra città ma ambientato nel passato, nel secolo scorso!"

"Parla di numeri?" chiese Amina.

Ravi e Leila la guardarono con leggero sgomento, "No Amina parla di storia! La mia grande passione!".

Durante l'intervallo Ravi mostrò alle sue amiche l'album e anche altri compagni incuriositi si fermarono a guardarlo con loro, così Ravi, considerata la situazione e l'interesse dei suoi compagni, prese una decisione molto difficile. Nonostante la passione per la nuova collezione, sentiva che più forte era il bene che voleva ai suoi compagni e pensò "ok lo faccio!". Raccontò ai suoi amici cosa fosse quell'album e disse loro che, se avessero voluto, quello sarebbe potuto essere l'album di classe, avrebbero potuto giocarci tutti insieme così da avere più figurine e poter più facilmente completare la raccolta.

Tutti erano entusiasti dell'idea e ne parlarono con la maestra.

"Mi sembra un'ottima idea! Potrete giocarci nell'intervallo e i più appassionati, se vorranno, potranno cercare dei materiali e organizzare una presentazione per i compagni, raccontando come si è trasformata la nostra città nell'ultimo secolo!".

Ravi era emozionatissimo dalla proposta, poteva fare il maestro per una lezione e per di più sul suo argomento preferito!

Il giorno dopo diversi compagni arrivarono con dei pacchetti di figurine, Amina, Carla e Francesco avevano 3 pacchetti a testa, Nora Pablo e Lia ne avevano 2, Giulia, Irene, Chiara e Viola avevano un pacchetto a testa. Erano felici di poterle attaccare ma era una giornata di sole, nonostante il freddo, e la maestra li portò a fare ricreazione in cortile, per prendere una boccata d'aria e muoversi un po' all'aria aperta. L'album di figurine venne riaperto quindi il giorno dopo, quando anche altri avevano portato dei pacchetti: Giulia, Francesco, Pablo e Nora avevano portato 4 pacchetti a testa, Leila, Amina e Clelia ne avevano portati 2 e Chiara, Elisa e Cecilia ne avevano uno a testa. In ogni pacchetto c'erano 5 figurine. Tutti volevano attaccarle, come fare? Chi le porta le attacca? O le si attacca tutti insieme? Quante figurine hanno da attaccare quel giorno?

____

____

____

____

____

(Suggerimento per l'insegnante: la struttura matematica di questo capitolo è volutamente presentata in due momenti distinti, i pacchetti portati il primo giorno e quelli portati il secondo, per rendere necessaria la moltiplicazione come strumento più efficiente della somma ripetuta. Prima di introdurre i numeri, vale la pena che i gruppi ragionino su come organizzare il conteggio: provare a sommare tutti i pacchetti uno per uno fa sentire concretamente il vantaggio della moltiplicazione. L'obiettivo non è solo calcolare quante figurine ci sono in totale, ma capire perché la moltiplicazione esiste, ovvero come risposta al bisogno di contare gruppi uguali in modo rapido. La domanda narrativa finale, chi attacca le figurine e come, apre uno spazio di ragionamento organizzativo che va oltre il calcolo: i gruppi dovranno decidere un criterio equo, il che richiede di confrontare i contributi di ciascuno e di ragionare sulla proporzionalità in modo informale. Si collega agli obiettivi delle Indicazioni Nazionali 2025 sul nucleo Numeri: comprendere il significato della moltiplicazione e utilizzarla in contesti di risoluzione di problemi.)

Box Cap. 6

Lo sapevi? Completare un album di figurine è un problema matematico!

Hai presente quella sensazione quando apri un pacchetto di figurine e trovi ancora una volta quella che hai già? Non è sfortuna, è matematica.

I matematici hanno studiato questo problema e hanno scoperto una cosa sorprendente: per completare un album da 100 figurine diverse, in media devi comprarne circa 520. Sì, più di cinque volte il numero totale! Il motivo è che all'inizio trovare figurine nuove è facilissimo, ma più ne hai, più diventa difficile pescare proprio quella che manca. Quando ti manca solo l'ultima, la probabilità di trovarla in un pacchetto è 1 su 100, e potresti aspettare molto, molto a lungo.

La soluzione matematicamente più efficiente? Esattamente quella di Ravi: condividere con i compagni e scambiare i doppioni. Gli scambi riducono drasticamente il numero di pacchetti necessari. La cooperazione batte la fortuna, quasi sempre.

7 La divisione in un problema

"Con un'amica è tutto più facile"

Quel pomeriggio Amina era in casa, fuori pioveva, il nonno dormiva la mamma leggeva e papà non era ancora rientrato, lei si annoiava e non sapeva che fare. Guardò per un po' le goccioline di pioggia scorrere verticalmente sui suoi vetri, si domandava tutti i suoi amati uccellini dove si fossero riparati, sperava che nessuno fosse costretto a stare sotto alla pioggia. Andò dalla mamma si sdraiò con lei sul divano e appoggiò la testa sulle sue gambe, la mamma continuava a leggere, pare fosse un libro che l'aveva proprio appassionata, ma iniziò ad accarezzarle i capelli e a giocare con le sue ciocche arrotolandosele nelle dita, finalmente ad Amina venne un'idea "Mamma abbiamo del sale?" la mamma sobbalzò, non si aspettava una domanda così strana "Si certo, a che ti serve?" "Vorrei fare della pasta di sale!", "Certo va bene sai dove trovare il sale e la farina!" Amina aveva deciso di fare delle perline, poi colorarle per fare dei braccialetti. Iniziò ad impastare un bicchiere di sale e uno di farina, piano piano aggiungeva l'acqua sapeva che se ne metteva troppa l'impasto sarebbe diventato troppo liquido e non avrebbe più potuto modellarlo. Tutto ad un tratto suonarono alla porta, la mamma andò ad aprire era Leila, che sorpresa! Abitava molto vicina ad Amina e ogni tanto dopo i compiti passava a trovarla. "Che bello Leila che sei qui! Sono proprio contenta di fare questo lavoro con te se ne hai voglia! Sto facendo un impasto di pasta di sale e vorrei fare tante perline, ma in due ne possiamo fare molte di più!" "Mi sembra un'ottima idea, ti aiuto molto volentieri! Per una volta non hai a che fare con la matematica, quindi, sono molto a mio agio!" le due amiche scoppiarono a ridere…ma come si sa la matematica è ovunque e anche quel giorno era in agguato!

Fecero perline di diverse dimensioni e diverse forme, le immaginavano già colorate ed alcune anche brillantinate ed erano felicissime. Finirono l'impasto e il tavolo era praticamente pieno di perline. Amina disse con un sorriso smagliante e un po' provocatorio, "ora dobbiamo contarle!" Leila alzò gli occhi al cielo "ecco che è arrivata la matematica!". Le perline in effetti erano molte, "…49, 50 e 51. Accipicchia sono molte! che ci facciamo?" "Sarebbe bello fare dei braccialetti per tutti i nostri compagni", in classe erano 22, "oppure dei portachiavi da mettere allo zaino"

Potete decidere voi! Cosa faranno? Un altro impasto per altre perline? Come accontentare tutti i compagni e le compagne senza scontentare nessuno?

____

____

____

____

____

(Suggerimento per l'insegnante: il punto di partenza di questo capitolo è volutamente aperto: 51 perline, 22 compagni, e nessuna consegna rigida su cosa fare. I gruppi dovranno prima decidere cosa vogliono fare, braccialetti, portachiavi, o altro, e poi calcolare se le perline bastano e come distribuirle. Questa sequenza, decidere prima e calcolare dopo, è l'opposto di come la divisione viene di solito presentata a scuola, e avvicina molto di più al modo in cui i problemi reali funzionano. L'obiettivo matematico è esplorare il significato della divisione come distribuzione equa, affrontando anche il tema del resto: 51 non si divide in modo esatto per 22, e questa imperfezione è una risorsa didattica, non un problema da evitare. Cosa si fa con le perline che avanzano? Questa domanda, apparentemente marginale, introduce informalmente il concetto di resto e di approssimazione. I gruppi che decidono di fare un secondo impasto stanno risolvendo il problema in modo diverso, aumentando la quantità invece di distribuire quella disponibile, e questa soluzione è matematicamente interessante quanto le altre.)

Box Cap. 7

Lo sapevi? La pasta di sale ha tremila anni!

La pasta di sale, farina, sale e acqua, è uno dei materiali più antichi che esistano. Gli egizi la usavano per fare offerte agli dèi, i romani per decorare gli altari durante le feste religiose. Nel Medioevo si facevano addirittura sculture elaborate da esporre nei banchetti dei nobili, che venivano ammirate e poi... mangiate.

La ricetta non è cambiata quasi per niente in tremila anni: 2 parti di farina, 1 parte di sale, acqua quanto basta per ottenere un impasto morbido. Il sale serve non solo per indurire ma anche come conservante naturale, gli oggetti finiti, se tenuti all'asciutto, durano anni.

Un consiglio: se volete colorarla, provate ad aggiungete i colori alimentari direttamente nell'impasto prima di modellarlo.

8 Stima misure di spazio (passi piedi, unità di misura, metro)

"Una partita...misurata!"

Usciti da scuola, oggi è una bellissima giornata, non è ancora ufficialmente iniziata la primavera ma si inizia a sentire quell'aria più calda e secca che anticipa la bella stagione. In Villa c'erano proprio tutti, tanti compagni della loro classe ma anche bimbi più grandi e più piccoli non solo della loro scuola. Era il momento di una bella partita a calcio. Andarono nel pratone e Isaia buttò a terra la sua giacca e la sua felpa per fare una porta. Alice stava per fare altrettanto nella parte opposta del pratone quando Ravi disse "Aspettate siete troppo lontani".

I più piccoli lanciarono la palla e iniziarono a giocare ma il campo era irregolare le porte non erano al posto giusto ed erano di forme diverse. Ravi insieme ai bimbi e alle bimbe più grandi erano molto contrariati, non si può giocare in un campo così!

Iniziò, quindi, a camminare lungo i bordi del prato "Ma che fa? Non vuole giocare?" disse Isaia, in più stava camminando in maniera strana, si fermarono presero la palla in mano e andarono a chiedere spiegazioni. "Sto contando quanto è lungo il campo da questa parte per vedere se dall'altra parte ha le stesse dimensioni", Isaia anche se era il più piccolo era molto sveglio e decise di andare dall'altra parte per contare i suoi passi, si incontrarono a metà strada Isaia ha contato 28 passi e Ravi ne ha contati 25, "Bene disse Isaia bisogna ingrandire il vostro campo di 3 passi!" ma non era tutto così semplice…si aprì un dibattito in cui ognuno diceva qualcosa "I passi non vanno bene!" "Provo a contarli io!" "Dobbiamo usare i piedi!" "Prendi quel lungo bastone!" "Qualcuno ha qualcosa da mangiare?" e non si capì più niente.

(Suggerimento per l'insegnante: il cuore didattico di questo capitolo è il conflitto tra misure soggettive, i passi di Ravi e quelli di Isaia non sono uguali, e la necessità di una misura condivisa e oggettiva. L'obiettivo non è arrivare all'unità di misura metro come dato da memorizzare, ma farcelo scoprire come risposta a un problema reale: come facciamo a misurare qualcosa in modo che tutti capiscano la stessa cosa? Il dibattito che si apre nel capitolo, "i passi non vanno bene", "proviamo con i piedi", "prendi quel bastone", può essere riprodotto in classe prima di lavorare sul testo, portando i bambini in cortile a misurare uno spazio con unità di misura diverse e confrontando i risultati. L'esperienza diretta della discrepanza tra misure soggettive è molto più formativa di qualsiasi spiegazione. La fase narrativa serve poi a dare senso a ciò che hanno vissuto: Ravi e Isaia hanno esattamente il loro stesso problema. Si collega agli obiettivi delle Indicazioni Nazionali 2025 sul nucleo Relazioni, dati e previsioni: comprendere il significato di unità di misura e la necessità di convenzioni condivise.)

Box Cap. 8

Prima che esistesse il metro, ogni popolo misurava con quello che aveva a disposizione, il proprio corpo. Il piede romano era lungo circa 29,6 cm, il pollice inglese era la larghezza del pollice di un uomo adulto, il cubito egiziano era la distanza dal gomito alla punta del dito medio.

Il problema è esattamente quello che scoprono Ravi e Isaia: il piede del re non è uguale al piede della contadina. E quando due persone in città diverse costruivano un ponte che doveva incontrarsi a metà, le cose potevano andare molto male.

Il metro fu inventato durante la Rivoluzione Francese, nel 1791, per risolvere questo problema una volta per tutte. Fu definito come un decimilionesimo della distanza dal Polo Nord all'equatore. Oggi è definito in modo ancora più preciso, usando la velocità della luce. Dal piede del re alla velocità della luce: non male come evoluzione.

9 Le indicazioni stradali: costruire una mappa

"Una gita"

Era una di quelle mattine di primavera in cui l'aria è ancora fresca ma il sole scalda già le spalle, e stare in classe sembrava quasi un torto fatto alla giornata. La maestra lo sapeva, lo capiva sempre quando i bambini erano insolitamente distratti e i loro occhi continuavano a scivolare verso le finestre, e quella mattina aveva una sorpresa.

"Oggi andiamo al Parco delle Querce" disse mentre tutti stavano ancora togliendosi i giubbotti. La classe esplose in un brusio di felicità.

Il Parco delle Querce era un'area naturale a pochi chilometri dalla scuola, con sentieri, un laghetto, un vecchio mulino e una torretta di osservazione da cui si poteva vedere tutta la vallata, era un luogo molto piacevole.

Amina era già in piedi. "Maestra ci sono gli uccellini?"

"Moltissimi, Amina. È il periodo del ritorno degli uccelli migratori."

Leila e Ravi si scambiarono uno sguardo, sapevano che se avessero perso Amina nel parco, per ritrovarla sarebbe bastato seguire il verso degli uccellini.

Arrivarono al parco dopo qualche fermata di autobus, all'ingresso c'era una grande bacheca di legno con la mappa dell'area, i sentieri segnati in colori diversi, le distanze indicate in minuti a piedi. La maestra si fermò davanti alla bacheca e disse: "Guardate bene questa mappa. Avete cinque minuti."

I bambini si avvicinarono, la studiarono, la commentarono. Amina individuò subito la torretta di osservazione, era sempre stata la sua meta preferita, da lassù si poteva vedere planare le poiane.

Poi la maestra disse: "Bene. Adesso ci dividiamo in quattro gruppi. Ogni gruppo ha un obiettivo da raggiungere, un luogo specifico del parco. Lo raggiungerete da soli, senza di me, seguendo le indicazioni che vi darò."

Ravi alzò la mano. "Con la mappa?"

"Senza mappa" disse la maestra sorridendo. "Ho scritto le indicazioni su un biglietto. Dovrete seguirle con attenzione."

Amina, Ravi e Leila erano nello stesso gruppo insieme ad altri tre compagni. La maestra consegnò loro il biglietto. Era scritto a mano, con la calligrafia precisa e un po' inclinata della maestra:

Partite dall'ingresso principale del parco. Prendete il sentiero di destra, quello con i sassi bianchi ai lati. Camminate per circa 200 passi. Troverete un bivio: girate a sinistra, verso il laghetto. Superate il ponte di legno. Dopo il ponte andate subito a destra.

Seguite il sentiero in salita per circa 150 passi. Quando vedete una quercia con un tronco doppio, fermatevi. Il vostro obiettivo è lì vicino.

"Sembra facile" disse Ravi guardando il biglietto.

"Sembra" disse Leila con un tono che significava chiaramente che non era d'accordo. "Ma come facciamo a sapere quanti sono "circa 200 passi"? I passi miei e i tuoi non sono uguali."

Ravi si fermò. "Ah."

"E "verso il laghetto", se non si vede il laghetto dal bivio?" continuò Leila.

"E "subito a destra" dopo il ponte, subito quanto?" aggiunse Amina, che stava già leggendo il biglietto per la terza volta.

Il gruppo si guardò. Fuori dal cancello del parco, i sentieri si aprivano davanti a loro in tre direzioni diverse.

"Allora" disse Amina stringendo il ciondolo a forma di stella. "Prima di muoverci, dobbiamo capire bene cosa dice il biglietto. Tutte le parole. Anche quelle che sembrano semplici."

Tocca a voi aiutare il gruppo di Amina. Leggete le indicazioni con attenzione e rispondete: quali parole sono precise e quali sono vaghe? Come fareste a rendere più precise quelle vaghe? Provate a disegnare il percorso su un foglio bianco mentre leggete e poi confrontate il vostro disegno con quello degli altri gruppi. Sono uguali?

____

____

____

____

____

(Suggerimento per l'insegnante: la sfida ha due livelli intrecciati. Il primo è linguistico-matematico: identificare le informazioni precise, destra, sinistra, ponte, bivio, e quelle vaghe o relative, "circa 200 passi", "subito a destra", "verso il laghetto". Il secondo è spaziale: tradurre il testo in rappresentazione grafica, costruendo una mappa a partire dalle parole. Gruppi diversi produrranno mappe diverse, e il confronto tra le mappe è il momento didattico più ricco: fa emergere quali parole del testo erano interpretabili in modi diversi e perché. L'obiettivo non è trovare la mappa "giusta" ma capire che la precisione del linguaggio spaziale è una competenza matematica, e che descrivere un percorso in modo non ambiguo richiede lo stesso rigore di risolvere un problema numerico. Si collega direttamente agli obiettivi delle Indicazioni Nazionali 2025 sul nucleo Spazio e figure: percepire la propria posizione nello spazio, stimare distanze, tradurre descrizioni verbali in rappresentazioni grafiche.)

Box Cap 9

Lo sapevi? Per secoli i navigatori si sono orientati con le stelle?

Prima del GPS, orientarsi era una delle abilità più preziose e difficili che esistessero. I navigatori usavano le stelle, in particolare la Stella Polare, che indica sempre il Nord, e strumenti come il sestante per calcolare la loro posizione in mare aperto, senza nessun punto di riferimento visibile.

Le prime mappe erano disegnate a mano e piene di errori, i cartografi riempivano le zone inesplorate con scritte come *hic sunt leones*, "qui ci sono i leoni", per indicare che lì finiva il mondo conosciuto. Alcune mappe medievali mettevano Gerusalemme al centro del mondo, non perché fosse geograficamente centrale ma perché era il centro del mondo *simbolico* di chi le disegnava.

Oggi Google Maps sa dove sei con un margine di errore di pochi metri. Ma il principio è lo stesso di sempre: capire dove sei rispetto a qualcosa che conosci già.

10 Le proporzioni in una ricetta

"La torta dellanonnaDina"

Amina si svegliò di soprassalto, corse dalla mamma: "Mamma, mamma che giorno è oggi?" "Oggi è il 28 Marzo amore, buongiorno anche a te!" "Scusami mamma hai ragione, buongiorno! Ma dopo domani è il compleanno di Leila…pensavo che sarebbe bello organizzare una festa a sorpresa per lei! In queste settimane è molto triste per la morte della nonna e ha bisogno di noi e di svagarsi un po'!"

"Amore non si può pensare ad un grande progetto prima di fare colazione!" Amina con una cantilena "…E poi la colazione è il pasto più importante della giornata, lo dici sempre mamma!" scoppiarono a ridere!

Arrivata a scuola Amina annunciò la sua idea a Ravi che subito ne fu entusiasta, ed iniziarono a fantasticare sull'organizzazione: "Dopo scuola?" "Si è l'ideale, al parco della villa?" "Perfetto!" "…E se piove?" "No, non pioverà, dai non può piovere il giorno del compleanno di Leila!" "e chi invitiamo?" "inviteremo tutti!" "come tutti???"

Decisero di fare le torte insieme, si videro a casa di Ravi, e decisero di usare una ricetta della nonna di Ravi, la mitica nonna Dina, a casa sua non mancava mai una fetta della sua torta! Lei la chiamava torta dei 7 vasetti ma tutti la conoscevano come la torta dellanonnaDina (si tutto attaccato!).

Ma come si faceva? Che vasetti? Dobbiamo chiamare la nonna! “Pronto? Nonna?” “Chi parla?”, nonna non sente molto bene. Ravi alzò un po’ la voce “Nonna sono Ravi!” “Ciao tesoro, come stai? Dimmi tutto!” “Nonna devi aiutarmi! Ho bisogno la ricetta della tua torta!!” “Ma si è semplicissima! Serve: 1 vasetto di yogurt, lo metti poi va lavato e asciugato per bene prima di riempirlo con gli altri ingredienti! 2 vasetti di zucchero, 1 vasetto di olio di semi.

E non mi ricordo quanti vasetti di farina, aspetta che ci penso!” “Ma nonna se è la torta dei 7 vasetti basta contare quanti vasetti mancano!” “Giusto bravo i conti falli tu che sei bravo! Ah, dimenticavo servono anche 3 uova e una bustina di lievito! Girate bene e infornate, ehi fatelo fare a un adulto, non state a bruciarvi con il forno per favore!!”

Ravi non aveva ancora finito di scrivere che la nonna annunciò “Amore mi suonano alla porta, dev’essere la Pina ti devo salutare!”

Da ogni torta Ravi sapeva perfettamente che poteva ricavare 8 fette grandi o 10 un po’ più piccole, loro avevano invitato almeno 40 bimbi e poi in villa ci sarebbero stati altri bambini e non si potevano certo lasciare senza torta, quindi, dovevano fare almeno 5 o 6 torte. Quanti vasetti servivano per ogni ingrediente?

____

____

____

____

(Suggerimento per l'insegnante: la ricetta dei 7 vasetti è un contesto proporzionale tra i più naturali e culturalmente radicati che esistano. L'obiettivo di questo capitolo è avviare il ragionamento proporzionale, se raddoppio le persone devo raddoppiare gli ingredienti, senza nominare le proporzioni come concetto formale. I gruppi lavoreranno prima sul problema aperto: quanti vasetti mancano nella ricetta della nonna Dina? Questo richiede di ragionare sulla struttura della ricetta come sistema in cui le parti stanno in relazione tra loro. Poi dovranno scalare la ricetta per fare più torte, il che introduce la proporzionalità diretta in modo concreto e motivato. Vale la pena che ogni gruppo espliciti il proprio ragionamento per iscritto o a voce: "abbiamo moltiplicato tutto per 5 perché..." è esattamente il tipo di argomentazione che consolida la comprensione relazionale nel senso di Skemp. Un'estensione possibile: chiedere cosa succederebbe se volessero fare una mezza torta, la proporzione funziona anche al contrario? Questo secondo livello introduce informalmente il concetto di frazione come parte di un tutto.)

Box Cap. 10

Lo sapevi? Le prime ricette della storia non avevano le dosi!

Le ricette scritte esistono da quasi quattromila anni, le più antiche sono state trovate su tavolette di argilla babilonesi e descrivono zuppe e stufati. Ma leggendole oggi si capisce subito un problema: non c'è quasi nessuna dose precisa.

"Aggiungi sale quanto basta", "cuoci finché è pronto", "metti carne a sufficienza, istruzioni che presuppongono che chi cucina sappia già tutto e abbia bisogno solo di un promemoria. Le ricette erano trasmesse oralmente di generazione in generazione, e la scrittura serviva più come aiuto alla memoria che come guida completa.

Il problema delle dosi imprecise è rimasto per secoli: le ricette medievali usavano misure come "una manciata", "un pugno", "quanto ne prende un cucchiaio". Solo nell'Ottocento le ricette cominciarono ad avere grammi e millilitri. La nonna Dina, con i suoi vasetti, si collocherebbe perfettamente nel Medioevo!)

11 L’early algebra: la macchia

“Il gatto pasticcione”

La recita di fine anno si stava avvicinando, mancavano solo 3 settimane il che, nella pratica, significava che da quel momento in poi ogni ricreazione, ogni pomeriggio in villa, ogni momento libero sarebbe stato occupato da discussioni animate su chi faceva cosa.

Lo spettacolo si chiamava *Il mercato delle meraviglie*, un’idea della maestra che piacque subito a tutti, e raccontava di un mercato magico in cui ogni bancarella vendeva qualcosa di impossibile: sogni in barattolo, ricordi in scatola, domande senza risposta. Ogni bambino aveva un ruolo: chi il venditore, chi il cliente, chi il narratore.

Amina era la narratrice, il che la rendeva felicissima e terrorizzata allo stesso tempo. Ravi avrebbe fatto il venditore di invenzioni, “perfetto per me!” aveva detto con il suo sorriso smagliante, e Leila, dopo molte indecisioni, aveva scelto di fare la venditrice di storie, un ruolo in cui doveva stare quasi sempre ferma e parlare sottovoce, il che la rassicurava abbastanza.

L’organizzazione però era complicata. La maestra aveva diviso la classe in tre gruppi che si sarebbero alternati nelle prove: un gruppo recitava, uno preparava le scenografie, uno lavorava ai costumi. Amina, si era offerta di tenere il foglio dei turni, aveva scritto tutto con cura sul suo quaderno verde, poi aveva strappato la pagina e l'aveva attaccata con un pezzetto di nastro adesivo alla porta dell'aula, così tutti potevano vederla.

Il problema era Peppe.

Peppe era il gatto che quando trovava la porta della scuola aperta veniva a farsi un giro nei corridoi, fino a quando non veniva visto da qualche adulto e quindi scacciato, era grigio e bianco, con l'aria sempre un po' saccente di chi sa benissimo di non dover stare lì ma ci sta lo stesso. Quella mattina era riuscito a intrufolarsi di nuovo in corridoio e aveva camminato lungo la parete con quella sua andatura regale, sfregando il fianco contro i muri. Quando era arrivato davanti alla porta dell'aula aveva notato il foglio di Amina, lo aveva annusato con interesse, poi ci aveva strofinato la testa sopra con tanta convinzione che il nastro adesivo aveva ceduto e il foglio era caduto a terra, peccato che poco prima un bambino di prima ci aveva rovesciato un bicchiere d'acqua e il foglio si bagnò.

Amina lo aveva trovato così: bagnato, gonfio, con una grande macchia umida che aveva sbavato l'inchiostro proprio nel punto peggiore.

Quello che si riusciva ancora a leggere era questo:

Turni recita, settimana prossima

Lunedì: gruppo A, [redacted]*, 12 bambini*

Martedì: gruppo B, scenografie, [redacted] *bambini*

Mercoledì: gruppo C, costumi, 9 bambini

Totale bambini: 28

Ravi guardò il foglio e poi guardò Amina. “La macchia ha preso proprio i due dati che servivano.”

“Il nome del gruppo A e quanti sono nel gruppo B” disse Leila annuendo.

“Almeno il totale si legge” disse Amina con un sospiro. Poi si fermò un secondo, con quella espressione che aveva quando un problema stava per diventare interessante invece che soltanto fastidioso. Giocherellò con il ciondolo a forma di stella, lo strofinò piano due volte.

“Aspettate” disse. “Il totale lo so. Il gruppo A e il gruppo C li so. Quindi...”

“...il gruppo B lo si può trovare” disse Leila piano.

“Esatto.”

“E il nome del gruppo A?” chiese Ravi.

Amina sorrise. “Be’, se so quanti sono nel gruppo B, e so cosa fanno gli altri due gruppi, forse riesco a ricordare anche quello.”

Ravi aprì lo zainetto e tirò fuori un foglio pulito. “Allora ragioniamoci su.”

Tocca a voi aiutare Amina. Quanti bambini ci sono nel gruppo B? E cosa stava facendo il gruppo A, recitava, preparava le scenografie o lavorava ai costumi?

____

____

(Suggerimento per l'insegnante: la struttura matematica è 12 + ■ + 9 = 28, quindi ■ = 7. È un'equazione elementare affrontabile per tentativi, con la linea dei numeri, o ragionando sulla sottrazione. La seconda domanda, il nome del gruppo A, non ha una soluzione matematica ma logica: se B fa le scenografie e C i costumi, A deve recitare. I due livelli si supportano: trovare il numero sblocca la parola, ma ragionare sulla parola aiuta a verificare il numero.)

Box Cap. 11

Lo sapevi? I messaggi in codice hanno cambiato la storia!

Da sempre gli esseri umani hanno cercato modi per nascondere i messaggi importanti. Giulio Cesare usava un cifrario semplicissimo: spostava ogni lettera dell'alfabeto di tre posizioni, quindi la A diventava D, la B diventava E, e così via. Semplice, ma funzionava!

Durante la Seconda Guerra Mondiale i tedeschi usavano una macchina chiamata Enigma per cifrare i loro messaggi militari. Sembrava indecifrabile. Un gruppo di matematici britannici, tra cui il genio Alan Turing, riuscì a decodificarla, e secondo molti storici questo contribuì a concludere la guerra anni prima.

E tu hai mai provato a scrivere un messaggio segreto con l'inchiostro simpatico? Si fa con il succo di limone: scrivi su un foglio bianco con uno stuzzicadenti o un pennellino sottile, lascia asciugare, e il messaggio sarà invisibile. Per leggerlo basta avvicinare il foglio a una fonte di calore, una lampadina, un termosifone, e le parole appariranno come per magia. Il limone ossida con il calore e scurisce. Magia? No: chimica. Che a volte è la stessa cosa.

3.5 La messa alla prova della narrazione con i bambini

La narrazione è stata testata in una classe quarta della scuola primaria, la stessa in cui lavoro come insegnante di sostegno. I bambini sapevano che stavo scrivendo un libro e questo ha aggiunto una dimensione particolare all'esperienza: erano consapevoli di essere, in un certo senso, i primi lettori e questa consapevolezza ha generato fin dall'inizio un livello di coinvolgimento e responsabilità che difficilmente si ottiene con materiali didattici ordinari.

Sono stati testati due capitoli, il secondo e il quarto, scelti non in sequenza, il che ha permesso di verificare una delle ipotesi progettuali di partenza: i capitoli funzionano anche se letti in ordine non consecutivo, perché la coerenza narrativa regge indipendentemente dalla continuità, e i bambini non hanno avuto difficoltà a entrare nella storia senza aver letto i capitoli precedenti.

La lettura è stata condotta ad alta voce da me e alcune parti sono state proiettate sulla LIM, le sezioni che i bambini avrebbero dovuto tenere a portata di mano durante il lavoro di gruppo. Questa scelta si è rivelata necessaria: con un solo testo disponibile, proiettare le sezioni rilevanti è la condizione perché il lavoro cooperativo possa davvero svolgersi, senza che i gruppi debbano interrompersi per rileggere o ricordare. È un'indicazione metodologica che vale la pena esplicitare per gli insegnanti che utilizzeranno il volume.

La classe è stata divisa in gruppi da cinque persone. Tutti i gruppi hanno lavorato con entusiasmo visibile e hanno prodotto una propria versione della soluzione all'enigma. Nella fase successiva, le soluzioni sono state condivise, discusse e argomentate collettivamente, fino a costruire insieme un finale condiviso. Questo momento, il confronto tra le versioni dei diversi gruppi, è stato il più ricco sul piano didattico: i bambini hanno dovuto spiegare il proprio ragionamento, ascoltare quello degli altri, valutare quale soluzione fosse più coerente con la storia. È esattamente la discussione matematica polifonica teorizzata da Bartolini Bussi (1995) che si è dispiegata in modo del tutto naturale, senza bisogno di sollecitarla esplicitamente.

Al termine della lezione ho chiesto a ciascun bambino una parola come feedback. Le parole restituite erano legate alla curiosità, alla gioia, alla novità: nessun riferimento alla matematica come fatica o come prova, il che, alla luce di tutto il quadro teorico costruito nei capitoli precedenti, non è un dettaglio trascurabile. È la conferma che il formato narrativo cooperativo produce esattamente il clima affettivo che la ricerca di Zan e Di Martino indica come condizione necessaria per un atteggiamento positivo verso la disciplina.

L'esperienza ha restituito anche indicazioni concrete per la versione definitiva del volume: alcune sezioni necessitano di essere progettate fin dall'origine pensando alla proiezione sulla LIM, e la gestione del momento di condivisione finale merita di essere guidata con indicazioni più esplicite per l'insegnante, per valorizzare appieno il potenziale argomentativo che il formato genera. Entrambe le osservazioni sono state integrate nelle note metodologiche dei capitoli coinvolti.

Si tratta naturalmente di una sperimentazione limitata, circoscritta a due capitoli e a un'unica classe, e non ha pretese di validazione empirica sistematica. Quello che offre è qualcosa di diverso e complementare: la conferma, nel vivo di una lezione reale, che le ipotesi teoriche su cui il volume è costruito trovano riscontro nell'esperienza concreta dei bambini.

Conclusioni

Questo lavoro nasce da una domanda concreta: è possibile costruire un incontro con la matematica che sia privo di paura? La risposta che queste pagine hanno cercato di dare non è teorica nel senso di astratta. È uno strumento. Un libro. Undici storie che si interrompono nel momento sbagliato, o forse nel momento giusto, e aspettano che siano i bambini a concluderle.

Il percorso che ha portato a questo libro è stato lungo e, per chi scrive, profondamente formativo. Il quadro teorico costruito nei primi due capitoli è stato il tentativo di capire davvero perché tanti bambini chiudono il rapporto con la matematica già nei primi anni di scuola e cosa si può fare per interrompere quel circolo. La ricerca di Zan e Di Martino ha mostrato che il problema è emotivo prima che cognitivo. Bruner ha mostrato che la narrazione non è un ornamento del pensiero ma una delle sue forme fondamentali. Rodari ha dimostrato, con il linguaggio del maestro elementare, che storie e matematica condividono strutture profonde e che la loro separazione è un'arbitrarietà culturale, non una necessità epistemologica. L'effetto Zeigarnik ha spiegato perché un capitolo lasciato aperto generi una tensione verso la chiusura che nessuna consegna tradizionale riesce a produrre. Dweck ha chiarito che attenzionare il processo invece del risultato è la condizione perché un bambino continui a provarci.

Tutto questo ha trovato forma nel volume *Storie di numeri, storie di amici (e qualche guaio)*. Ogni scelta narrativa, la protagonista bambina appassionata di matematica, i tre personaggi con stili cognitivi ed emotivi diversi, la struttura a capitoli aperti, il lavoro cooperativo come condizione per concludere la storia, è una scelta didattica, giustificata dal quadro teorico e verificabile nella pratica. Senza la ricerca di Zan non ci sarebbe Leila, che vive la matematica come una minaccia e che nel libro trova uno spazio per stare con la propria paura senza esserne sopraffatta. Senza Bruner non ci sarebbero i capitoli aperti. Senza Rodari non ci sarebbero le storie.

C'è però qualcosa che il quadro teorico da solo non riesce a restituire, ed è l'esperienza di chi scrive dall'interno di quel doppio lavoro. Studiare come funziona il pensiero matematico e poi sedersi a costruire una storia sono due gesti che si pensano separati e che invece, in questo progetto, si sono rivelati profondamente intrecciati. La teoria non ha preceduto la scrittura come una mappa precede un viaggio: l'ha attraversata, l'ha corretta, l'ha resa più consapevole. Ogni scena del volume è passata attraverso un filtro che non era solo narrativo ma anche didattico ed etico. Perché Leila ha paura della matematica e non riesce a liberarsene facilmente? Perché la ricerca dice che la paura non si dissolve con una rassicurazione, e che rispettare un bambino significa non semplificare ciò che per lui è davvero difficile. Perché Ravi si distrae e vaga con la mente? Perché i bambini con stili attentivi diversi hanno diritto a vedere riflessa nella storia una versione di sé stessa che non sia un difetto da correggere. Perché Amina è una bambina e ama la matematica con tutta sé stessa? Perché i dati lo chiedono con urgenza, e una storia può fare quello che nessuna spiegazione riesce a fare: far sentire a una bambina di otto anni che quel territorio è anche suo.

Scrivere il volume è stato, in questo senso, un atto di coerenza. Con lo studio, certo, ma anche con una convinzione più personale e più radicata: che il bambino non sia un vaso da riempire ma una persona con idee proprie, valori, paure e risorse. Che rispettarlo significhi progettare esperienze in cui il suo pensiero (qualunque forma abbia, analitica, creativa o pratica, veloce o lenta, sicura o esitante) trovi uno spazio autentico in cui essere esercitato e riconosciuto, io nel mio lavoro voglio ascoltare il loro pensiero, è ciò che mi incuriosisce di più forse. Il formato a capitoli aperti non chiede a tutti la stessa cosa nello stesso momento: chiede a ciascuno quello che sa dare e poi chiede al gruppo di tenere insieme i contributi di tutti. È una struttura che include per costruzione. Questo è il principio che orienta il lavoro di chi scrive anche al di fuori di questa tesi, nella pratica quotidiana come insegnante di sostegno: valorizzare le differenze non è una deroga alla normalità, ma attraversa la forma più alta di progettazione didattica.

La sperimentazione condotta in una classe quarta, la stessa in cui chi scrive lavora ogni giorno, ha confermato quello che il quadro teorico lasciava sperare, e ha aggiunto qualcosa che la teoria da sola non poteva anticipare: la misura concreta di quanto un cambiamento di contesto possa modificare il clima emotivo di una lezione. I bambini hanno lavorato con entusiasmo visibile, hanno prodotto soluzioni diverse, le hanno difese e confrontate. La discussione collettiva che ne è seguita, quella discussione matematica polifonica che Bartolini Bussi descrive come il luogo in cui il sapere si costruisce davvero, è emersa in modo naturale, senza bisogno di sollecitarla dall'esterno. La storia l'aveva già convocata. Le parole restituite dai bambini alla fine della lezione parlavano di curiosità, di gioia, di novità. Nessuno ha parlato di fatica. Nessuno ha parlato di paura. Non è un dato trascurabile: è esattamente la trasformazione che Zan e Di Martino indicano come obiettivo, e che qui si è prodotta non attraverso un intervento diretto sull'atteggiamento ma attraverso una modifica del contesto. La storia ha fatto il lavoro.

La sperimentazione è stata limitata: due capitoli, una sola classe, un contesto specifico. Non ha la pretesa di essere una validazione empirica sistematica e sarebbe disonesto presentarla come tale. Quello che offre è qualcosa di diverso e complementare: la conferma, nel vivo di un pomeriggio di scuola reale, che le ipotesi su cui il volume è costruito reggono al contatto con i bambini veri. È il tipo di verifica che chi scrive pratica anche al di fuori della ricerca accademica: portare le idee a contatto con la realtà, osservare cosa resiste e cosa cede, correggere di conseguenza. La teoria senza questo contatto rischia di restare bella e inapplicata. La pratica senza la teoria rischia di restare efficace ma cieca, incapace di spiegare a sé stessa perché funziona.

Se il volume entrasse nelle scuole e nelle mani degli insegnanti, si aprirebbe una prospettiva che va oltre ciò che questa tesi può contenere. Un approccio come questo, se replicato su larga scala, avrebbe conseguenze che non riguardano solo i singoli bambini ma il modo in cui interi gruppi di studenti si avvicinano alla disciplina. Gli aspetti affettivi che oggi rappresentano uno degli ostacoli più documentati e più difficili da rimuovere, l'ansia matematica, il senso di inadeguatezza, la convinzione precoce di non essere portati, perderebbero terreno in un contesto in cui la posta in gioco non è il voto ma la storia, in cui l'errore è un'informazione narrativa e non una condanna, in cui il gruppo distribuisce il rischio dell'esposizione individuale. La matematica cesserebbe di essere percepita come un insieme di procedure vuote da memorizzare e dimenticare, e diventerebbe quello che è nella sua natura più profonda: uno strumento per leggere il mondo, per risolvere problemi reali, per fare domande sensate a situazioni complesse. È quello che le Indicazioni Nazionali 2025 chiedono. È quello che la ricerca indica come obiettivo da decenni. È, soprattutto, quello che i bambini meritano.

C'è un'ultima cosa che questo lavoro vorrebbe immaginare, e che forse è la più concreta tra tutte le prospettive future. Se il volume fosse pubblicato e utilizzato nelle classi, ogni gruppo di bambini che conclude un capitolo produrrebbe un finale che nessun altro gruppo ha scritto. Le storie di Amina, Ravi e Leila si moltiplicherebbero in centinaia di versioni diverse, ciascuna matematicamente coerente e narrativamente unica. Raccogliere quei finali, attraverso un indirizzo di posta a cui gli insegnanti possano inviarli, significherebbe costruire qualcosa che supera il libro: un archivio vivo di pensiero matematico e narrativo, la dimostrazione tangibile che a un problema autentico non esiste una sola risposta giusta, e che la varietà dei finali non è dispersione ma ricchezza. Significherebbe anche dare avvio a una comunità di insegnanti che condividono non solo uno strumento ma una visione: quella di una scuola in cui la matematica si impara con la stessa naturalezza con cui si ascolta una storia, in cui ogni bambino trova il modo di contribuire, e in cui nessuno decide troppo presto che quel territorio non fa per lui.

È per questo che questa tesi esiste. Non per dimostrare qualcosa in astratto, ma per lasciare qualcosa di concreto e replicabile. Un libro che inizia, e aspetta di vivere narrato dalle tante voci che lo scriveranno.

Bibliografia

Bartolini Bussi, M. G., Boni, M., & Ferri, F. (1995). Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica. Comune di Modena: CDE.

Bartolini Bussi, M. G., Boni, M., Ferri, F., & Garuti, R. (2004). La costruzione del pensiero teorico. Una ricerca sugli ingranaggi nella scuola elementare. L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate, 27(a-b), 413–444.

Bartolini Bussi, M. G. (2008). Matematica: I numeri e lo spazio. Edizioni Junior.

Bartolini Bussi, M. G., Baccaglini-Frank, A., & Ramploud, A. (2013). Aritmetica in pratica. Erickson.

Brousseau, G. (2008). Teoria delle situazioni didattiche (B. D'Amore, Trad. e cura). Pitagora. (Opera originale pubblicata nel 1997)

Bruner, J. S. (1988). *La mente a più dimensioni* (trad. it.). Laterza. (Titolo originale: *Actual Minds, Possible Worlds*, 1986)

Bruner, J. S. (1992). *La ricerca del significato. Per una psicologia culturale* (trad. it.). Bollati Boringhieri. (Titolo originale: *Acts of Meaning*, 1990)

Bruner, J. S. (2000). *La cultura dell'educazione. Nuovi orizzonti per la scuola* (trad. it.). Feltrinelli. (Titolo originale: *The Culture of Education*, 1996)

Cerasoli, A. (vari anni). Collana di narrativa matematica. Editoriale Scienza, Trieste. [Comprende: I magnifici dieci; Che numero!; Il teorema del pappagallo; e altri titoli]

Ciari, B. (2012). Le nuove tecniche didattiche (ed. originale 1961). Edizioni dell'Asino.

Comoglio, M., & Cardoso, M. A. (1996). Insegnare e apprendere in gruppo. Il cooperative learning. LAS, Libreria Ateneo Salesiano.

Contini, D., Di Tommaso, M. L., & Mendolia, S. (2017). The gender gap in mathematics achievement: evidence from Italian data. Economics of Education Review, 58, 32–42. https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2017.03.001

D'Amore, B. (1999). Elementi di didattica della matematica. Pitagora.

D'Amore, B. (2006). Il problema di matematica nella pratica didattica (riedizione aggiornata). Pitagora.

D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2006). Gli effetti del contratto didattico in aula. Pitagora.

D'Amore, B., Asenova, M., Del Zozzo, A., Fandiño Pinilla, M. I., Iori, M., Marazzani, I., Monaco, A., et al. (2022). I problemi di matematica nella scuola primaria tra ricerca didattica e prassi scolastica. Pitagora.

Di Martino, P., & Zan, R. (2010a). "Me and maths": towards a definition of attitude grounded on students' narratives. Journal of Mathematics Teacher Education, 13(1), 27–48. https://doi.org/10.1007/s10857-009-9134-z

Di Martino, P., & Zan, R. (2010b). Sviluppare un atteggiamento positivo verso la matematica: dalle buone intenzioni alle buone pratiche. In R. Biagioli & T. Zappaterra (Eds.), La scuola primaria. Soggetti, contesti, metodologie e didattiche (pp. 115–138). La Nuova Italia.

Di Martino, P., & Zan, R. (2011). Attitude towards mathematics: A bridge between beliefs and emotions. ZDM, Mathematics Education, 43(4), 471–482. https://doi.org/10.1007/s11858-011-0309-6

Di Martino, P., & Zan, R. (2019). Problemi al centro. Matematica senza paura. Giunti Scuola.

Di Paola, B. (2007). La narrazione in matematica nell'insegnamento/apprendimento in situazione di plurilinguismo. Quaderni di Ricerca in Didattica, 17, G.R.I.M., Università di Palermo.

Di Tommaso, M. L., Mendolia, S., & Contini, D. (2024). Tackling the gender gap in mathematics with active learning methodologies. Economics of Education Review, 100, 102538. https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2024.102538

Duncker, K. (1935). Zur Psychologie des produktiven Denkens. Springer. [Ed. it.: La psicologia del pensiero produttivo. Giunti, 1969]

Dweck, C. S. (2000). Teorie del sé. Intelligenza, motivazione, personalità e sviluppo (M. Spinelli, Trad.). Erickson. (Opera originale pubblicata nel 1999)

Dweck, C. S. (2017). Mindset. Cambiare forma mentis per raggiungere il successo (P. Crimini & E. Tomassucci, Trad.). Franco Angeli. (Opera originale pubblicata nel 2006)

Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Holubec, E. J. (1996). Apprendimento cooperativo in classe. Migliorare il clima emotivo e il rendimento (C. Munaro, Trad.). Erickson. (Opera originale pubblicata nel 1994)

Lakatos, I. (1979). Dimostrazioni e confutazioni. La logica della scoperta matematica (G. Giorello & M. Mondadori, Trad.). Feltrinelli. (Opera originale pubblicata nel 1976)

Lodi, M. (1970). *Il paese sbagliato.* Einaudi.

Lodi, M. (1972). *C'è speranza se questo accade al Giovedì.* Einaudi.

Lolli, G. (2018). Matematica come narrazione. Il Mulino. (Collana "Intersezioni. Raccontare la matematica")

Martinot, P., Colnet, B., Breda, T., Sultan, J., Touitou, L., Huguet, P., Spelke, E., Dehaene-Lambertz, G., Bressoux, P., & Dehaene, S. (2025). Rapid emergence of a maths gender gap in first grade. Nature, 643, 1020–1029. https://doi.org/10.1038/s41586-025-09126-4

Mellin-Olsen, S. (1981). Instrumentalism as an educational concept. Educational Studies in Mathematics, 12(3), 351–367. https://doi.org/10.1007/BF00311065

Millán Gasca, A., & Israel, G. (2012). Pensare in matematica. Zanichelli.

Millán Gasca, A. (2016). Numeri e forme. Didattica della matematica con i bambini. Zanichelli.

Millán Gasca, A. (2017). Storia e racconto nella matematica della scuola primaria: basi didattiche e sequenza operativa. Annali online della Didattica e della Formazione Docente, 9(14).

MIM , Ministero dell'Istruzione e del Merito (2025). Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione. Decreto

Ministeriale n. 221 del 9 dicembre 2025. Gazzetta Ufficiale, Serie Generale n. 21 del 27 gennaio 2026.

Morselli, F. (2022). L'argomentazione per l'avvio al pensiero teorico. Contributo al Convegno UMI-CIIM-AIRDM, Bisceglie. Unione Matematica Italiana. https://umi.dm.unibo.it/wp-content/uploads/2022/10/Morselli-UMI-CIIM-AIRDM-Bisceglie-2022.pdf

Morselli, F., Rosolini, G., & Toffalori, C. (Eds.). (2019). Educare alla razionalità. Tra logica e didattica della matematica. Edizioni dell'Unione Matematica Italiana.

Palmerio, L., & Caponera, E. (2024). Indagine internazionale IEA TIMSS 2023 , Rapporto nazionale. I principali risultati degli studenti italiani. INVALSI. https://serviziostatistico.invalsi.it/wp-content/uploads/2024/12/Rapporto_nazionale_TIMSS_2023.pdf

Pellerey, M. (1983). Per un insegnamento della matematica dal volto umano. Contributi per una didattica della matematica per la scuola media (Collana Scuola viva, n. 11). Società Editrice Internazionale.

Pellerey, M. (1987). Progettazione didattica. Metodi di programmazione educativa scolastica (2ª ed.). Società Editrice Internazionale.

Pólya, G. (2016). Come risolvere i problemi di matematica. Logica ed euristica nel metodo matematico (a cura del Comitato Scientifico UMI-CIIM). UTET Università. (Opera originale pubblicata nel 1945)

Pólya, G. (1970). La scoperta matematica. Capire, imparare e insegnare a risolvere i problemi (Vol. I e II, P. Canetta & C. Canetta, Trad.). Feltrinelli. (Opera originale pubblicata nel 1962–1965)

Popper, K. R. (1972). Congetture e confutazioni. Lo sviluppo della conoscenza scientifica (G. Pancaldi, Trad.). Il Mulino. (Opera originale pubblicata nel 1963)

Popper, K. R. (1998). Logica della scoperta scientifica. Il carattere autocorrettivo della scienza. Einaudi. (Opera originale pubblicata nel 1934)

Ravazzolo, C., De Beni, R., & Moè, A. (2005). Stili attributivi motivazionali: percorsi per migliorare le capacità di apprendimento in bambini dai 4 agli 11 anni. Erickson.

Rizzi, R. (2021). *La cooperazione educativa per una pedagogia popolare.* Edizioni Junior-Spaggiari.

Rodari, G. (1973). Grammatica della fantasia. Introduzione all'arte di inventare storie. Einaudi. [Edizione di riferimento: Einaudi Ragazzi, 2010]

Roghi, V. (2022). *Il passero coraggioso. Cipì, Mario Lodi e la scuola democratica.* Laterza.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. Mathematics Teaching, 77, 20–26.

Skemp, R. R. (1984). Psicologia dell'apprendimento della matematica (A. Acquati, Trad.). Feltrinelli. (Opera originale pubblicata nel 1971)

Tomasetto, C., Galdi, S., & Cadinu, M. (2012). Quando l'implicito precede l'esplicito: gli stereotipi di genere sulla matematica in bambine e bambini di 6 anni. Psicologia Sociale, 7(2), 169–185. https://doi.org/10.1482/37693

Tomasetto, C., Alparone, F. R., & Cadinu, M. (2011). Girls' math performance under stereotype threat: The moderating role of mothers' gender stereotypes.

Developmental Psychology, 47(4), 943–949. https://doi.org/10.1037/a0023domains

Vygotsky, L. S. (1980). Il processo cognitivo. Boringhieri.

Vygotsky, L. S. (1990). Pensiero e linguaggio. Ricerche psicologiche (L. Mecacci, Ed.). Laterza.

Weiner, B. (1985). An attributional theory of achievement motivation and emotion. Psychological Review, 92(4), 548–573. https://doi.org/10.1037/0033-295X.92.4.548

Zan, R. (2007). Difficoltà in matematica. Osservare, interpretare, intervenire. Springer.

Zan, R., & Baccaglini-Frank, A. (2017). Avere successo in matematica. Strategie per l'inclusione e il recupero. UTET Università.

Zan, R. (2021, 25 agosto). Errori, lentezza e tabelline. Maddmaths! https://maddmaths.simai.eu/didattica/errori-lentezza/

Zeigarnik, B. (1927). Das Behalten erledigter und unerledigter Handlungen. Psychologische Forschung, 9, 1–85.

Ringraziamenti

Cinque anni fa non ero quella che sono ora, c'è stata una trasformazione che non potevo in alcun modo immaginare, certo non solo per il mio percorso di studi, ma anche grazie a questo. E se adesso mi domando: "come ho fatto?" la risposta mi è chiara, ho avuto tante persone che mi hanno sostenuta, ispirata, guardata.

Innanzi tutto, la mia famiglia: mia sorella, mia zia, mia nonna e mia mamma, che non c'è più ma c'è sempre e sempre ci sarà. Ognuna, a modo suo, siete state e siete indispensabili.

La mia comunità, la famiglia che nasce dalla scelta reciproca, a chi ha lavorato con me a questo progetto, a Ema e alle sue splendide illustrazioni, a Teddy e ai suoi consigli in falegnameria, ma anche e soprattutto a tutte le zie e gli zii che sono stati con mia figlia durante lezioni, laboratori, tirocini ed esami. In particolare, mio fratello Luca, uno zio straordinario.

La mia compagna di vita Viola senza la quale sarebbe stata impossibile non solo questa tesi ma la mia vita interamente.

Le Prez, le mie socie, Chiara, Cecilia, Clelia, Elisa, Filo, senza di voi questo cammino sarebbe stato tutto di un altro sapore, avete riempito di gioia tutte le fatiche.

Francesco e il nostro amore che mi fa pensare che “un altro mondo è possibile” sotto una nuova luce e prospettiva.

Un grande grazie ai tanti professori che mi hanno ispirata al Disfor in particolare alla professoressa Robotti, che ha creduto in questo progetto e lo ha accompagnato con la stessa cura con cui si accompagna qualcosa che vale la pena far crescere.