

DISFOR Dipartimento di Scienze della Formazione

CORSO DI LAUREA IN SCIENZE DELLA FORMAZIONE PRIMARIA

Math stories: esplorare il potenziale dello storytelling interattivo
nell'apprendimento della matematica

Relatore: Prof.ssa Marzia Garzetti

Correlatore: Prof.ssa Francesca Morselli

Correlatore: Prof. Michael Schlauch

Candidato: Erika Minetto

ANNO ACCADEMICO 2023/2024

Sommario

INTRODUZIONE	4
CAPITOLO 1 - QUADRO TEORICO	5
1.1 - STORYTELLING	5
1.2 - STORYTELLING IN MATEMATICA	8
1.3 - PROBLEM SOLVING E PROBLEM POSING	13
1.4 - PROBLEMI NARRATIVI	16
1.4.1 - PROBLEM SOLVING E PROBLEM POSING IN RELAZIONE AI PROBLEMI NARRATIVI.....	22
1.5 - FANTASTINOMIO	23
1.5.1 - PROGETTAZIONE DEL FANTASTINOMIO.....	24
1.5.2 - PERSONALIZZAZIONE DEL FANTASTINOMIO.....	25
1.5.3 - RISULTATI DELLA RICERCA MEKIDS.....	26
CAPITOLO 2 - IL PROGETTO DI RICERCA	28
2.1 - OBIETTIVI E DOMANDE DI RICERCA	28
2.2 - METODOLOGIA	29
2.3 - DESCRIZIONE DELLA RICERCA	30
2.3.1 - PRIMO INCONTRO	32
2.3.2 - SECONDO INCONTRO.....	35
2.3.3 - TERMINE FASE PREPARATORIA.....	38
2.3.4 - TERZO INCONTRO	39
2.3.5 - QUARTO INCONTRO.....	40
2.3.6 - QUINTO INCONTRO.....	41

CAPITOLO 3 - ANALISI DEI DATI	43
3.1 - PRIMO INCONTRO	43
3.2 - SECONDO INCONTRO.....	63
3.3 - ANALISI DEGLI ELEMENTI CREATI	77
3.4 - TERZO E QUARTO INCONTRO.....	80
3.4.1 - SCELTA DEGLI ELEMENTI NEL MATENOMIO	123
3.5 - QUINTO INCONTRO	125
CAPITOLO 4 - DISCUSSIONE DEI DATI	137
4.1 - PROGETTAZIONE.....	137
4.1.1 - PROBLEMI A RICALCO	137
4.1.2 - FEEDBACK SUI PROBLEMI NARRATIVI.....	138
4.1.3 - COINVOLGIMENTO DEI PARTECIPANTI	139
4.1.4 - CONFRONTO DELLE STRATEGIE RISOLUTIVE.....	140
4.2 - EVOLUZIONE DEI PROBLEMI A SEGUITO DELLA DISCUSSIONE	141
4.3 - CARATTERISTICHE DEI PROBLEMI NARRATIVI	142
4.4 - CATEGORIE DA INSERIRE NEL MATENOMIO	144
4.5 - IMMAGINI CREATE.....	145
4.6 - SCELTA DEGLI ELEMENTI DURANTE L'USO DEL MATENOMIO	146
4.7 - ADATTAMENTO DEL FANTASTINOMIO	147
CAPITOLO 5 - CONCLUSIONI	149
BIBLIOGRAFIA	151
RINGRAZIAMENTI	154

INTRODUZIONE

Questo studio nasce dall'intenzione di esplorare la forte potenzialità del digital storytelling nell'insegnamento della matematica. In particolare, l'attenzione si è concentrata sulla progettazione di un'attività che, attraverso l'uso di un software per lo storytelling, favorisca lo sviluppo di competenze narrative e matematiche.

La ricerca si propone di indagare gli esiti, previsti e imprevisti, derivanti dall'integrazione del Fantastinomio, uno strumento digitale per lo storytelling, con la matematica attraverso l'utilizzo dei problemi narrativi.

L'obiettivo duplice è, da un lato, esplorare le potenzialità di utilizzo del software nella didattica della matematica e, dall'altro, promuovere una visione positiva della matematica e potenziare le abilità di problem solving attraverso l'impiego di metodologie didattiche attive e l'uso dei *problemi a righe*.

La tesi è articolata in cinque capitoli. Nel primo capitolo viene fornito un quadro teorico sugli argomenti principali dello studio: lo storytelling, la sua applicazione in ambito matematico, il problem solving e il problem posing, i problemi narrativi e il software Fantastinomio, strumento centrale del progetto. Il secondo capitolo descrive la progettazione, includendo la metodologia di ricerca adottata, il contesto in cui si inserisce la progettazione e le scelte progettuali effettuate. Il terzo capitolo si concentra sull'analisi dei dati raccolti, i quali vengono discussi e commentati nel quarto capitolo. Il quinto capitolo, infine, presenta una riflessione complessiva sui risultati più rilevanti, con il fine di rispondere alla domanda di ricerca che ha orientato le scelte metodologiche e progettuali adottate durante il percorso.

CAPITOLO 1 - QUADRO TEORICO

1.1 - STORYTELLING

Già a partire dalla tenera età le storie si pongono come forma di comunicazione e rappresentazione della conoscenza in ogni cultura (Dettori & Giannetti, 2006). Come evidenzia Bruner (1991), strutturano l'esperienza e la costruzione della realtà umana.

Secondo Bruner, una narrazione è costituita da una determinata sequenza di eventi, stati mentali e avvenimenti nei quali gli esseri umani sono coinvolti come personaggi o attori. Tuttavia, tali elementi non hanno vita o significato propri, bensì è la loro collocazione all'interno di una sequenza, trama o fabula a delinearne il significato.

La narrativa gioca dunque un ruolo fondamentale nella costruzione di significato e per questo motivo può delinarsi come un importante strumento nell'apprendimento.

Bruner (1991), non ci offre solo una sua definizione di narrativa. Sostiene che, essendo uno strumento cognitivo, essa segua dei principi. Nello specifico, ne identifica dieci:

1. Diacronia narrativa: gli eventi che si sviluppano in un racconto progrediscono nel corso del tempo
2. Particolarità: gli eventi sono dettagliati e circostanziati piuttosto che generali
3. Implicazione degli stati intenzionali: gli eventi narrati hanno un impatto su pensieri, convinzioni e desideri dei personaggi
4. Componibilità ermeneutica: il racconto di una storia e la sua comprensione dipendono dalla capacità umana di elaborare la conoscenza in modo interpretativo
5. Canonicità e rottura: una storia è degna di essere raccontata nel momento in cui viola lo schema canonico implicito

6. Referenzialità: presenza di riferimenti ad elementi esterni alla storia, inventati o reali
7. Genericità: le convenzioni e i generi ci predispongono ad usare la nostra mente e sensibilità in modi particolari, influenzando il modo in cui interpretiamo una storia
8. Normatività: una rottura presuppone una norma; quindi, le narrazioni sono legate alla legittimità culturale
9. Sensibilità al contesto e negoziabilità: la dipendenza dal contesto delle narrazioni permette la negoziazione culturale
10. Accrescimento narrativo: le narrazioni possono accumularsi in culture di larga scala, tradizioni o versioni del mondo

Questi principi suggeriscono come le storie possano facilitare l'acquisizione e la comprensione di concetti grazie all'associazione con esperienze familiari e significative.

Un efficace strumento didattico è lo storytelling: si tratta della costruzione di narrazioni strutturate partendo da semplici sequenze di elementi. L'impiego in ambiente didattico facilita l'acquisizione e il consolidamento delle abilità linguistiche di base, ovvero lettura, scrittura, ascolto e parlato, promuovendo una comprensione più profonda, e quindi più duratura, delle informazioni.

L'impiego della narrativa come strumento didattico determina la creazione di un ambiente di apprendimento narrativo, caratterizzato da tre dimensioni principali: il ruolo dello studente rispetto alla narrazione, l'approccio didattico adottato e i mezzi tecnologici impiegati. In base alle scelte di progettazione rispetto a ciascuna dimensione, si delineano diverse tipologie di ambienti che differiscono molto tra loro (Dettori & Giannetti, 2006).

Lo studente può interagire con la narrativa in diversi modi, può essere: creatore, narratore, partecipante o fruitore della storia. Ciascuno di questi, sviluppa abilità cognitive diverse, come la creatività, la comprensione o la capacità di sintesi. Nel ruolo di creatore, ad esempio, lo studente è sollecitato a ideare e sviluppare una trama originale, mentre nel ruolo di narratore è coinvolta la capacità di comunicare in modo efficace contenuti creati da altri.

Con approccio didattico, invece, si intende la metodologia che struttura l'ambiente di apprendimento come, ad esempio, la collaborazione o il role play. Questi approcci consentono una personalizzazione del processo formativo, promuovendo lo scambio di idee, piuttosto che le competenze sociali o la partecipazione attiva.

Infine, l'impiego di strumenti tecnologici amplia le potenzialità educative dell'esperienza narrativa. L'integrazione della narrazione con l'uso di tecnologie digitali, nota come digital storytelling, permette la creazione di contenuti narrativi coinvolgenti e promuove lo sviluppo di competenze narrative e digitali.

Il digital storytelling, quindi, struttura un ambiente di apprendimento complesso e flessibile, capace di rispondere a diverse esigenze formative, stimolando nello studente un apprendimento partecipativo ed implementando creatività, collaborazione e competenze digitali.

Il moderno digital storytelling sfrutta le potenzialità delle tecnologie digitali per raccontare storie in modo creativo e coinvolgente, in linea con l'approccio educativo di Gianni Rodari, uno dei più grandi maestri della letteratura per l'infanzia. Rodari considerava lo storytelling un potente strumento educativo e creativo, capace di creare legami significativi con il mondo e di stimolare l'esplorazione di nuove idee, di sollecitare la riflessione e promuovere la fantasia.

L'autore ha sviluppato un metodo che, basandosi su una visione creativa dell'errore, trova anche in un elemento apparentemente illogico uno stimolante spunto narrativo. Questo approccio è chiaramente visibile nella sua "Grammatica della fantasia" (Rodari, 1973), nella quale presenta diversi strumenti narrativi capaci di attivare un processo creativo in modo ludico e coinvolgente. Tra questi, troviamo le fiabe a ricalco, una tecnica che consiste nel prendere una narrazione conosciuta e rielaborarla, modificando gli elementi chiave quali personaggi, ambientazioni o sviluppi narrativi. L'obiettivo è stimolare la fantasia dei bambini incoraggiandoli ad esplorare diverse possibilità creative partendo da narrazioni familiari. Attraverso il ricalco, partendo da una narrazione se ne ottiene una nuova, più o meno riconoscibile in base a quanti e quali elementi vengono modificati. Partendo dalla trama della favola originale, questa viene ridotta attraverso l'inserimento di variabili, ovvero al posto degli elementi chiave vengono inserite delle lettere, che, successivamente, vengono sostituite con elementi nuovi. Si tratta di un approccio che promuove l'apprendimento attivo attraverso il quale gli studenti creano contenuti che riflettono la loro personalità e il loro modo di vedere il mondo.

1.2 - STORYTELLING IN MATEMATICA

La narrazione si presenta come uno strumento estremamente versatile, che può essere utilizzato per collegare conoscenze provenienti da ambiti diversi; per questo si presta all'integrazione di diverse materie favorendo la creazione di un curriculum trasversale (Zazkis & Liljedahl, 2019).

Dal momento che lo storytelling si presenta come un mezzo capace di attivare l'immaginazione, il suo utilizzo in matematica permette di generare un apprendimento

più significativo. Incoraggia infatti una modalità di apprendimento sia cognitiva che emotiva, permettendo agli studenti di creare un legame con i concetti matematici vissuti attraverso il racconto, facilitandone la memorizzazione e la generalizzazione.

Inoltre, consente di collegare i concetti astratti, propri della matematica, a contesti concreti e significativi per lo studente. Si tratta di un aspetto estremamente interessante, dal momento che per molti studenti i concetti formali e simbolici appaiono lontani dalla loro quotidianità (Roberts & Stylianides, 2013). Presentarli in un contesto narrativo facilita il coinvolgimento emotivo e la comprensione concettuale, inserendo gli oggetti matematici nel contesto esperienziale degli studenti e permettendo di rappresentare visivamente e verbalmente idee astratte. Un esempio pratico: attraverso una narrazione che parla di due personaggi che devono dividersi equamente delle risorse è possibile illustrare il concetto astratto di divisione o di parità tramite una situazione concreta.

Infine, attraverso le narrazioni è possibile mostrare agli studenti come la matematica sia nata proprio dalle esigenze quotidiane dell'uomo, per risolvere problemi reali e rispondere a domande fondamentali, avvicinandoli così ad una materia spesso percepita come arida e puramente tecnica.

L'impiego della narrazione nella didattica della matematica permette quindi di integrare i concetti matematici in contesti significativi per gli studenti e di stimolare la riflessione.

In quanto storie, le narrazioni in matematica presentano gli stessi elementi generali che, se adattati al contesto, conferiscono all'esperienza un valore aggiunto, rendendo l'ambiente di apprendimento significativo e coinvolgente. Nel seguito si presenta ciascuno di essi separatamente.

TRAMA

Si tratta di un elemento strutturale che guida e mantiene l'attenzione del lettore o dell'ascoltatore, provoca in esso domande e ne stimola il coinvolgimento; è associato alla diacronia narrativa di Bruner (1991) descritta nella sezione precedente. In ambito educativo, può essere sfruttata per stimolare l'interesse degli studenti e per indirizzare la loro attenzione su specifici contenuti. È opportuno costruire la trama in modo che la matematica sia parte integrante della storia e non solo un elemento aggiuntivo in chiusura. Questo approccio permette di catturare l'attenzione degli studenti sulla disciplina, evidenziandone il legame con la realtà. Se per il fruitore della storia la trama si presenta come il filo che lo guida, per il narratore è lo strumento che permette di concentrare l'attenzione su un aspetto piuttosto che su un altro attraverso il modo in cui viene progettata.

CONFLITTO

Il conflitto rappresenta un elemento centrale nella narrazione, poiché permette di guidarla e di mantenere viva l'attenzione del lettore. Questo aspetto è legato all'implicazione degli stati intenzionali e alla normatività di Bruner (1991) descritte nella sezione precedente. Si configura come una tensione tra due elementi opposti che si sviluppa nel corso del racconto per poi risolversi. Un conflitto efficace si basa sul contrasto tra due elementi opposti. Nella costruzione della trama, il narratore orienta il lettore ad allinearsi con uno dei due poli del conflitto attraverso la scelta delle qualità opposte messe in evidenza. È importante non vilificare mai il personaggio con cui si vuole che il lettore si allinei. In una narrazione matematica, il conflitto può riguardare, oltre che le interazioni tra i personaggi, anche il contrasto tra soluzioni opposte o diverse modalità di affrontare un problema. Dal momento che ci si aspetta che al termine della storia il conflitto venga risolto, lasciarlo aperto facilita il passaggio dall'ascolto all'azione: il conflitto viene risolto quando emerge una soluzione matematica soddisfacente. Questo

approccio rende la matematica un campo dinamico e pieno di sfide, anziché una disciplina da apprendere passivamente.

IMMAGINI

Giocano un ruolo fondamentale nella costruzione di una buona narrazione poiché permettono di catturare l'attenzione degli ascoltatori e di attivarne l'immaginazione, legandosi alla particolarità identificata da Bruner (1991), descritta nella sezione precedente. Sebbene in matematica non sempre siano utili per la trasmissione dei contenuti, sono un potente strumento per rendere la storia interessante da ascoltare tramite l'aggiunta di colore e drammaticità a dettagli apparentemente insignificanti, che si intrecciano con la narrazione. Se utilizzate correttamente rendono i dettagli della storia più significativi, trasformando la sequenza di fatti in un racconto coinvolgente ed emozionante.

In sintesi, non solo arricchiscono il contenuto, ma mantengono alta l'attenzione degli studenti e ne stimolano la curiosità, permettendo loro di relazionarsi meglio con il contenuto matematico veicolato dalla narrazione.

SIGNIFICATO UMANO

Il significato umano è l'elemento che permette agli studenti di vedere la connessione della matematica con l'esperienza personale e non solo come un insieme di regole astratte. Questo aspetto della narrazione è strettamente legato alla referenzialità di Bruner (1991), descritta nella sezione precedente. All'interno di una narrazione, il significato umano emerge quando la matematica è presentata come una risposta a sfide, problemi concreti o per trovare soluzioni a necessità pratiche. Questo approccio permette di percepirla come un prodotto di ingegno, passione, speranza e necessità, facendone cogliere l'effetto tangibile sulla realtà.

Quando la matematica entra a far parte di una narrazione che mostra come questa emerga da un'esperienza di vita, gli studenti sono più motivati ad impararla e il suo significato umano permette di sviluppare con essa un legame emotivo, migliorandone la comprensione e la memorizzazione a lungo termine.

SENSO DI MERAVIGLIA

Il senso di meraviglia rappresenta una reazione emotiva a ciò che di straordinario abbiamo davanti, stimolando immaginazione e curiosità. Si tratta quindi di un motore per l'indagine intellettuale, dal momento che spinge a riflettere sul perché delle cose. Questo aspetto richiama la componibilità ermeneutica identificata da Bruner (1991) e descritta nella sezione precedente.

Evidenziare la meraviglia durante l'insegnamento della matematica consente agli alunni di collocarla in un contesto più ampio e coinvolgente, permettendo loro di vederla in una luce nuova. Inoltre, evidenzia la flessibilità e l'utilità dei concetti matematici.

UMORISMO

Si tratta di un elemento dalla duplice importanza: da una parte rende la storia coinvolgente attraverso elementi che catturano l'attenzione, dall'altra rende i contenuti più memorabili grazie al suo impatto emotivo; anch'esso legato alla componibilità ermeneutica di Bruner (1991). Se usato nel modo giusto, l'umorismo può focalizzare l'attenzione sul contenuto matematico, ridurre la tensione e mantenere alta l'attenzione.

PATTERN

I pattern sono schemi o modelli ricorrenti, che si presentano come elemento centrale nella matematica e potente strumento narrativo nell'insegnamento di questa disciplina. Questo elemento è strettamente legato ai criteri di normatività e canonicità e

rottura di Bruner (1991) descritti nella sezione precedente. Inoltre, la ricerca ha evidenziato che i bambini hanno una naturale predisposizione alla ricerca e al riconoscimento di schemi ricorrenti. Possono quindi essere utilizzati per diversi scopi nell'insegnamento della matematica, dall'introduzione di nuovi argomenti alla spiegazione di concetti complessi.

In conclusione, l'utilizzo dello storytelling in matematica, oltre a supportare la memoria e la motivazione, permette di introdurre e fare esperienza di oggetti matematici nuovi coinvolgendo gli studenti nella loro attribuzione di significato. Permette inoltre di aggiungere un elemento umano a questa materia che spesso viene percepita come arida e di favorire lo sviluppo di un ambiente di apprendimento attivo.

1.3 - PROBLEM SOLVING E PROBLEM POSING

Lo storytelling si pone come terreno ideale per integrare problem solving e problem posing. La narrazione rappresenta il contesto ideale per proporre agli studenti problemi significativi, dando un senso concreto e personale ai concetti matematici, stimolando il pensiero critico.

Il problem solving viene definito in molti modi diversi. Dall'autore Alan H. Schoenfeld, per esempio, è visto come un'attività nella quale si combinano conoscenze matematiche e strategie cognitive per affrontare situazioni nuove (Schoenfeld, 1985). L'autore effettua un'analisi approfondita delle competenze cognitive coinvolte, dal momento che si tratta di un'attività complessa che coinvolge fattori diversi. Tra queste riconosce in primo luogo le conoscenze matematiche, la cui comprensione profonda è cruciale per poter riconoscere quali utilizzare in ciascuna situazione. Inoltre, riprendendo l'approccio euristico di Polya, approfondisce le strategie specifiche necessarie per

esplorare e risolvere i problemi matematici. Queste aiutano a suddividere e affrontare situazioni non familiari per formulare ipotesi che portino alla soluzione. Riconosce poi la metacognizione come elemento fondamentale: procedere pianificando, monitorando e verificando permette di avere controllo sugli errori e di evitare percorsi non produttivi. Sottolinea infine come convinzioni e atteggiamenti influenzino profondamente l'approccio al problem solving e identifica la gestione del tempo e delle risorse come un fattore chiave.

George Polya pone l'accento sulle strategie specifiche necessarie per cercare la soluzione ad un problema ignoto (Polya, 1945). Individua quattro fasi del problem solving: comprensione del problema, durante la quale è importante capire qual è la richiesta, esaminare le informazioni utili esplicite e implicite ed esplorare le possibili rappresentazioni, pianificazione della strategia, durante la quale occorre considerare metodi già messi in atto nella soluzione di altri problemi per cercare eventuali analogie e decidere un piano d'azione, esecuzione del piano, durante la quale mettere in atto i passaggi pianificati in precedenza pur rimanendo flessibili alla possibilità di tornare alla fase di pianificazione in caso di errori, e infine la revisione del lavoro, per il controllo della correttezza della soluzione. A guidare ciascuna di queste fasi sono le domande euristiche, introdotte dall'autore come uno strumento che guida il pensiero durante la risoluzione del problema. Pur non fornendo risposte dirette stimolano il pensiero critico e l'individuazione di approcci utili, rendendo esplicito il processo e favorendo creatività e autonomia. Polya sottolinea l'importanza di affiancare l'utilizzo di analogie tra problemi nella ricerca della soluzione a creatività e flessibilità, per adattare il proprio approccio in base alla situazione.

Edward Thorndike vede il problem solving come un processo di apprendimento basato su tentativi ed errori, nel quale l'esperienza pratica assume un ruolo fondamentale

(Thorndike, 1913). Sostiene che la sperimentazione di diversi tentativi per trovare la soluzione corretta rafforza le connessioni tra stimoli e risposte facilitando la risoluzione di problemi simili in futuro. Inoltre, sottolinea l'importanza di affrontare direttamente i problemi per imparare a risolverli perché le competenze di problem solving per essere sviluppate devono essere vissute nella pratica, applicando le conoscenze in contesti concreti. Infine, ritiene che le abilità apprese in un determinato ambito sono difficilmente trasferibili in altri, per questo è necessario insegnare a risolvere problemi in contesti diversi affinché le competenze risultino trasferibili.

Gli approcci sopra riportati, seppur diversi tra loro, presentano delle analogie: il problem solving è presentato come un processo orientato alla soluzione di situazioni problematiche attraverso l'applicazione combinata di conoscenze, strategie e riflessioni che si presenta come un'opportunità per sviluppare abilità cognitive, metacognizione e logica.

Se inserito in una narrazione matematica, il problem solving emerge in modo naturale attraverso un contesto avvincente e motivante. Il conflitto narrativo trasforma la risoluzione del problema in un atto significativo e coinvolgente.

Una pratica complementare al problem solving è il problem posing, che riguarda invece la modifica o l'elaborazione di nuovi problemi, consentendo agli studenti di esplorare i concetti verificandone la comprensione profonda. Entrambi gli approcci promuovono il pensiero critico e il ragionamento logico, richiedendo una comprensione profonda dei contenuti attraverso una riflessione continua.

Il problem posing si presenta quindi come prosecuzione del problem solving e come naturale estensione dello storytelling: gli studenti non solo risolvono problemi ma sono invitati a elaborarne di nuovi. L'approccio narrativo può essere usato per

immaginare nuove sfide da far vivere ai personaggi, permettendo una grande varietà e collegando la matematica ad altre discipline o alla vita quotidiana.

Questa pratica infatti riguarda l'elaborazione di nuovi problemi, per lo più a partire da una situazione data o da un problema già affrontato (Silver, 1994). Il focus sulla creazione di un nuovo problema incoraggia la comprensione profonda dei concetti e permette di sviluppare la capacità di formulare domande significative. Attraverso l'analisi dei problemi elaborati dagli studenti, è quindi possibile indagarne le conoscenze matematiche e il modo di pensare.

Il problem posing può quindi essere definito come una pratica nella quale vengono creati, modificati o riformulati problemi matematici, per promuovere un ambiente di apprendimento centrato sugli studenti, aumentandone il coinvolgimento (Rosli & Capraro & Capraro, 2014). Questa attività favorisce un apprendimento significativo e duraturo tramite una costruzione del sapere passante attraverso la connessione tra le conoscenze preesistenti e nuove intuizioni. Il fulcro di questa pratica consiste nella costruzione della conoscenza tramite i processi che vanno oltre l'applicazione meccanica delle formule, favorendo una comprensione profonda e coinvolgendo gli studenti nella costruzione del proprio sapere.

1.4 - PROBLEMI NARRATIVI

Le Indicazioni Nazionali per il curricolo descrivono il problema matematico come un'occasione per affrontare questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana (MIUR, 2012). La potenzialità dei problemi, se ben presentati e strutturati, risiede nella loro possibilità di promuovere le competenze trasversali, il pensiero critico e la riflessione tramite il legame con il vissuto degli studenti. D'altra parte, alcuni ricercatori sottolineano

come il contesto tipico dei problemi standard presentati nelle scuole non proponga un contesto familiare agli allievi, contenendo dati poco realistici e artificiosi, testi che propongono solo i dati necessari alla risoluzione e domande che prevedono esclusivamente una risposta numerica (Zan, 2016).

Inoltre, a rendere poco efficace lo strumento del problema, vi sono alcune norme che gli insegnanti stabiliscono con la classe, con lo scopo di sostenere gli alunni nella risoluzione, che veicolano un pensiero meccanico piuttosto che divergente (Zan & Fishbein, 1989). Un esempio è la ricerca delle parole chiave; questa strategia porta a cercare l'elemento che suggerisce come risolvere il problema senza ragionare sul testo. Si tratta di una strategia proposta anche da alcuni libri di testo.

L'adozione di queste strategie promuove un'idea distorta del successo in matematica, focalizzando l'attenzione sulla risposta corretta e non sulla motivazione per cui quella risposta è corretta, non richiedendo quindi agli studenti di produrre idee e pensieri significativi. È fondamentale che l'insegnante sia consapevole di questi rischi e si impegni a non proporre attività nelle quali gli alunni imparano a procedere in modo meccanico.

In questo contesto, i problemi narrativi si propongono come una valida risposta per superare le criticità evidenziate in precedenza. Si distinguono dai problemi standard per la possibilità di intrecciare le attività matematiche con un contesto narrativo significativo (Zan, 2012). L'inserimento del problema all'interno della narrazione consente agli studenti di immergersi in essa, invitandoli a riflettere sul problema non solo dal punto di vista del calcolo matematico. La situazione presentata dalla narrazione è dinamica, con eventi connessi da relazioni causali e personaggi con scopi specifici.

Risulta di grande importanza la scelta del testo per garantire l'efficacia della proposta dal punto di vista didattico. Per farlo, l'insegnante può affidarsi ad alcuni criteri quali l'autenticità, l'essere significativo rispetto agli obiettivi matematici, l'adeguata complessità e l'inclusività (Zan, 2016).

Un problema può essere definito autentico quando si lega all'esperienza quotidiana, presentando quindi situazioni realistiche e coerenti con il vissuto e l'immaginario degli studenti (Zan, 2016). Questa caratteristica permette di stabilire una connessione tra la vita reale e la narrazione favorendo il trasferimento delle competenze matematiche apprese alle situazioni quotidiane. Inoltre, l'autenticità del problema permette di superare l'artificiosità del testo, evitando la presenza di dati forzati o irrealistici che potrebbero ridurre la credibilità del problema, promuovendo quindi un approccio più naturale e fluido alla risoluzione.

Inoltre, un problema è significativo rispetto agli obiettivi matematici quando favorisce una visione adeguata della matematica, promuovendola come una disciplina dinamica e interconnessa e non un mero esercizio di calcolo (Zan, 2016). Risulta importante che rafforzi il senso di autoefficacia negli studenti, promuovendone la fiducia nelle proprie capacità. In questo modo, consente di focalizzare l'attenzione sui processi rilevanti quali la comprensione, l'esplorazione e la rappresentazione delle situazioni. Attraverso il problema, gli studenti sono incoraggiati a formulare ipotesi e a sviluppare argomentazioni logiche a loro sostegno, migliorando la capacità di comunicazione dei risultati ottenuti. Infine, un problema significativo deve coinvolgere contenuti matematici pertinenti in modo da permettere agli studenti di applicare i contenuti appresi in contesti sfidanti che stimolano il pensiero critico e la riflessione.

Dall'altra parte, i contenuti proposti devono essere di una difficoltà adeguata affinché il problema risulti impegnativo, e quindi stimolante, ma affrontabile con gli strumenti che gli studenti hanno a disposizione (Zan, 2016). Risulta importante che il testo veicoli un vero problema, una situazione nuova, e non un semplice esercizio meccanico, affinché stimoli la riflessione e l'esplorazione delle conoscenze in contesti non familiari. Perché queste caratteristiche abbiano significato, è indispensabile che il problema sia comprensibile sia dal punto di vista del testo sia dei concetti matematici implicati, in modo da garantire a tutti gli studenti di sentirsi coinvolti.

Infine, perché il problema sia inclusivo, deve essere accessibile per tutti gli studenti indipendentemente dalle loro conoscenze pregresse e abilità specifiche (Zan, 2016). È necessario che si leghi alle conoscenze del mondo che gli studenti hanno, eliminando barriere che potrebbero inibire la partecipazione attiva di alcuni. È dunque importante che la narrazione permetta l'esplorazione, e quindi la formulazione di ipotesi, la sperimentazione di strategie e la riflessione sui percorsi ideati per la risoluzione. Altro elemento cruciale è la possibilità di diversi approcci risolutivi, affinché venga valorizzata la pluralità dei modi di pensare. Infine, è importante che permetta di trarre valore anche dai processi che non conducono alla soluzione, facendo così sentire valorizzati tutti gli studenti per il contributo dato.

La presenza di questi criteri, però, dipende da due fattori determinanti: il testo e la metodologia adottata dall'insegnante. Risulta infatti fondamentale che il docente adotti una metodologia attiva e partecipativa, favorendo il coinvolgimento degli studenti. Il suo ruolo risulta essere quello di sollecitare e valorizzare i processi cognitivi, favorendone l'argomentazione e la discussione in gruppo. Questo approccio, oltre a incoraggiare la riflessione profonda, permette agli studenti di imparare anche dal dialogo con i compagni. L'insegnante ha quindi il compito di creare un ambiente nel quale l'errore non è temuto

ma vissuto come una risorsa per l'apprendimento. Per renderlo possibile, deve garantire che la difficoltà del problema sia adeguata, in modo che gli studenti possano esplorare diverse strategie risolutive avendo a disposizione il tempo necessario. Un'ulteriore attenzione che l'insegnante deve avere è quella di evitare una valutazione sommativa immediata, permettendo agli studenti la possibilità di esplorare strade alternative anche se non portano direttamente alla soluzione. Dal punto di vista del testo invece deve risultare autentico e coinvolgente, questo significa che non deve presentare elementi che risultino artificiosi e la situazione rappresentata deve essere realistica e comprensibile. Deve, cioè, presentare delle connessioni con il mondo quotidiano degli studenti, ponendoli davanti a una situazione facilmente immaginabile e non troppo complicata.

Un ulteriore elemento di fondamentale importanza risiede nella sua formulazione (Zan, 2016). Infatti, il problema è un particolare tipo di testo che richiede al lettore di compiere un'azione; se lo studente non comprende il testo, il procedimento si interrompe prima di iniziare. Tuttavia, la comprensione non è ostacolata solo dal lessico; in un ambiente collaborativo, infatti, il significato delle parole sconosciute si discute in classe nel momento della lettura. Nella comprensione di un problema entrano in gioco anche altri fattori. Il testo, che è composto dalla presentazione del contesto e dalla domanda, spesso fornisce le informazioni in modo artificioso e, quindi, poco realistico. La costruzione forzata dei dati e la presentazione di contesti non coerenti con l'esperienza quotidiana degli alunni tendono a creare un distacco dalla comprensione genuina. L'artificialità può riguardare anche l'organizzazione del testo; l'inclusione di elementi superflui può rendere il problema confuso e i dati, se troppo distaccati dalla realtà, possono risultare privi di significato.

L'inserimento del problema in un contesto realistico non basta perché questo risulti efficace. Il contesto posto come sfondo al problema può presentare situazioni

diverse. Quando questa è statica, senza legami di causalità e in assenza di personaggi animati da scopi, si tratta di una formulazione descrittiva (Zan, 2016). Il testo è ridotto ad un elenco di informazioni relative alla situazione descritta, la cui comprensione non influisce sulla comprensione delle altre. Quando invece la situazione è dinamica, con eventi legati da temporalità e causalità e personaggi mossi dall'intenzionalità di raggiungere uno scopo, la formulazione è narrativa e ricorda una vera e propria storia, in cui la comprensione di un'informazione favorisce la comprensione delle altre (Zan, 2016).

La scelta di presentare un problema come una breve storia risulta quindi ragionevole, purché questa sia ben raccontata (Zan, 2012). La comprensione dei legami di causalità che legano le parti della storia funziona in modo molto diverso rispetto a un'argomentazione logica, perché la comprensione di una storia richiede la capacità di comprendere le persone e le loro intenzioni. Nella comprensione di un problema narrativo, quindi, entrano in gioco elementi quali il realismo della situazione, il ruolo del narratore, la dimensione temporale, la causalità che lega gli eventi e gli scopi che muovono i personaggi.

Un altro aspetto importante della formulazione del problema si trova nella domanda, poiché anche questa deve risultare comprensibile e narrativamente collegata alla storia. Quando questo legame manca, la presenza della storia può non favorire la risposta o addirittura ostacolarla. Risulta importante che la domanda si ponga come elemento in continuità con la storia, permettendo alla risposta di aiutare il protagonista a raggiungere il suo scopo ed evitando quindi una frattura narrativa.

Quando un problema presenta le caratteristiche dette fino a questo momento, viene definito *problema a righe*: la profonda integrazione tra la dimensione narrativa e quella

logica è realizzata tramite la domanda, che costituisce insieme la soluzione del problema e la conclusione della storia.

Nonostante i problemi a righe presentino testi mediamente più lunghi rispetto a quelli standard, risultano più facili da comprendere grazie alla loro coerenza e alla possibilità di immaginare la situazione descritta. Inoltre, quando si affronta un problema reale è necessario ricercare le informazioni utili da un contesto denso; risulta quindi rilevante per gli studenti lavorare su problemi realistici ricchi di dettagli.

1.4.1 - PROBLEM SOLVING E PROBLEM POSING IN RELAZIONE AI PROBLEMI NARRATIVI

Il contesto narrativo fornito dai problemi a righe offre situazioni nuove e sfidanti, favorendo la comprensione e incoraggiando gli studenti a formulare ipotesi. Si tratta quindi di uno strumento potente per affrontare le difficoltà tradizionali legate al problem solving. La peculiarità di connettere i contenuti matematici con situazioni legate alla quotidianità degli studenti permette di superare i limiti dei problemi standard e stimolando il problem solving. La narrazione, oltre a rendere più interessante il problema, ne agevola la comprensione grazie al nesso causale tra gli eventi, favorendo un approccio riflessivo e critico. Aspetto fondamentale dei problemi narrativi, è proprio la presentazione di una situazione realistica e significativa, che stimola il ragionamento e l'esplorazione di strategie diverse. Quindi, si pongono come uno strumento capace di veicolare una visione della matematica come un processo creativo ed esplorativo, riducendo il senso di estraneità nei confronti della disciplina.

Grazie alla loro natura narrativa e alla ricchezza di dettagli in essi contenuti, i problemi a righe si prestano in modo particolare alle attività di problem posing, nelle quali gli studenti affrontano la sfida di creare nuovi problemi o la riformulazione di problemi

esistenti. Lavorando su questo genere di problemi, gli studenti sono chiamati ad esplorare le relazioni causali e temporali tra gli eventi narrati e formulare nuove domande, che mantengano una coerenza narrativa con il testo.

L'integrazione di queste pratiche, quindi, permette agli studenti di assumere un ruolo attivo nel processo di apprendimento, favorendo così un senso di responsabilità nei confronti del proprio apprendimento. Inoltre, stimola la collaborazione e il confronto, favorendo alla formazione di un ambiente di apprendimento inclusivo, in cui il contributo di ognuno è importante. Infine, l'errore diventa un'opportunità di riflessione e un nuovo punto di partenza.

1.5 - FANTASTINOMIO

La ricerca MEKIDS nasce dal desiderio di esplorare le nuove sfide e potenzialità dell'integrazione tra educazione ai media e narrazione digitale, con particolare attenzione agli usi e i limiti delle risorse narrative interattive disponibili e alle caratteristiche utili per un intervento di narrazione interattiva volto a stimolare la riflessione su specifici argomenti scolastici (Schlauch, 2023).

Con questo proposito, viene strutturata una ricerca centrata sulla creazione e sperimentazione di interventi educativi all'interno di contesti reali, basata su una cornice interdisciplinare e condotta utilizzando l'approccio della Educational Design Research (EDR).

Si tratta di un approccio di ricerca nelle scienze dell'educazione che persegue un duplice obiettivo: la costruzione di teorie e la risoluzione di problemi pratici (McKenney & Reeves, 2012). Questo approccio è caratterizzato da un processo iterativo e interventista, coinvolge infatti i professionisti nelle fasi della ricerca per progettare

interventi efficaci in contesti reali. I processi principali, secondo McKenney e Reeves (2012), sono: analisi ed esplorazione, progettazione e costruzione, valutazione e riflessione. Il processo, tuttavia, è flessibile, consentendo più iterazioni o cicli distinti. La ricerca basata sul design fornisce delle linee guida che promuovono la “trasferibilità” dei principi, piuttosto che la possibilità di generalizzare, favorendo una reinvenzione riflessiva (Altrichter, 2018).

La metodologia EDR si distingue per il pluralismo teorico e metodologico, integrando diversi approcci qualitativi e quantitativi; per questo risulta adatta per supportare innovazioni educative pratiche e teoriche.

1.5.1 - PROGETTAZIONE DEL FANTASTINOMIO

Lo scopo con cui è stato costruito il *Fantastinomio* è quello di fornire uno strumento narrativo semplice e personalizzabile, che ne consenta l'utilizzo in diversi contesti di apprendimento. Dal momento che il fine nella ricerca iniziale era quello di supportare i bambini nel processo di narrazione per poterli analizzare, l'output del *Fantastinomio* consiste in una sequenza di massimo otto immagini.

È stato quindi sviluppato secondo requisiti quali: l'utilizzo della narrazione per stimolare interesse e riflessione su tematiche complesse, la creazione di opportunità per l'espressione, la promozione di pratiche di alfabetizzazione digitale, la valorizzazione del ruolo degli insegnanti nel modellare un ambiente di apprendimento narrativo.

La sfida di inserire “oggetti per pensare insieme” è stata affrontata consentendo la possibilità di costruire tramite un percorso guidato la sequenza di immagini alla base dell'attività di storytelling. Gli elementi narrativi presentati consentono di sviluppare connessioni narrative attraverso le quali i bambini possono creare storie che combinano elementi concreti con diversi contesti, come i racconti popolari e i contenuti culturali.

Al fine di fornire un'esperienza inclusiva, risulta accessibile a tutti i bambini che presentino abilità di base nella lettura, ma presenta anche l'opzione di sintesi vocale, per ampliare il possibile pubblico di utilizzatori. Inoltre, segue principi di interazione intuitiva, come l'animazione fluida del cappello che consente la scelta tra una lista di tre elementi, facilitando la scoperta e limitando le distrazioni. Il font dell'interfaccia, *Open Dyslexic*, garantisce maggiore accessibilità grazie alla sua alta leggibilità. Per evitare il sovraccarico cognitivo, le sessioni prevedono un massimo di otto elementi, rendendo il processo gestibile per i bambini. Questa impostazione permette la costruzione di storie coerenti, permettendo l'integrazione di nuove conoscenze all'interno della narrazione.

Le immagini del Fantastinomio vengono inseriti dagli insegnanti, rendendolo uno strumento flessibile e personalizzabile, valorizzando il contributo degli studenti. Grazie a questa possibilità, infatti, possono essere loro stessi a creare le rappresentazioni usate per lo storytelling, incrementando il coinvolgimento personale. Le interazioni, inoltre, si basano su principi di bricolage (Hug, 2010; Turkle & Papert, 1990): i bambini possono esplorare e selezionare gli elementi narrativi in modo casuale o guidato. Le scelte influenzano lo sviluppo della storia grazie alle connessioni tra testo e immagini e tra gli stessi elementi narrativi. Questo permette la sperimentazione e la scoperta di nuove relazioni creative nel racconto.

1.5.2 - PERSONALIZZAZIONE DEL FANTASTINOMIO

L'aspetto interessante di questo software risiede nella possibilità di personalizzare il database di immagini disponibili per l'attività di storytelling. Questa caratteristica consente un doppio vantaggio: la possibilità di utilizzare immagini realizzate dai bambini, valorizzandone il contributo, e le innumerevoli applicazioni in didattica, favorendone l'utilizzo nel raggiungimento degli obiettivi più svariati, grazie alla sua possibilità di essere sfruttato in tutte le discipline.

La libreria degli elementi narrativi è collegata ad un foglio di calcolo online, attraverso il quale viene configurata. Nella fase di sviluppo le immagini vengono caricate manualmente su uno spazio di archiviazione per poi essere incluse nel foglio di calcolo tramite l'URL.

Nel foglio di calcolo, ogni riga corrisponde ad un elemento narrativo. Le colonne riportano le informazioni necessarie per descrivere l'elemento: etichetta, URL immagine, lingua e categoria. L'etichetta corrisponde alla didascalia che appare nel Fantastinomio quando viene toccato il cappello.

Le categorie, diversamente da ciò che accade in molti strumenti di narrazione, non sono predefinite ma personalizzabili. Questo consente di mescolare gli elementi narrativi tipici delle fiabe con oggetti specifici di un'area tematica. Durante l'utilizzo del software, infatti, ogni volta che viene toccato il cappello segue una breve animazione al termine della quale compaiono sullo schermo tre elementi tra cui scegliere, ciascuno appartenente ad una diversa categoria. L'utilizzatore, tuttavia, non è costretto a scegliere elementi di tutte le categorie durante la sessione di utilizzo: il software completa la sessione anche se chi lo utilizza sceglie tutti e otto gli elementi della schermata attingendo dalla stessa categoria.

1.5.3 - RISULTATI DELLA RICERCA MEKIDS

Il Fantastinomio è il risultato dello studio per la realizzazione di uno strumento che, attraverso la narrazione, favorisse il coinvolgimento degli studenti, promuovesse l'educazione ai media e valorizzasse l'importanza del ruolo dell'insegnante nella cura di un ambiente di apprendimento narrativo digitale interattivo. Il primo studio empirico realizzato, tramite lo studio accurato delle interazioni tra i bambini, ha evidenziato diverse dimensioni di alfabetizzazione e ruoli assunti dagli studenti. Il Fantastinomio ha facilitato

la collaborazione, anche nei momenti di disaccordo, permettendo anche ai bambini non ancora lettori di contribuire alla narrazione. È stato inoltre possibile determinare un insieme di criteri di scelta degli elementi narrativi. Per questo, lo studio successivo si basa sui risultati ottenuti nel precedente. È stato ipotizzato che creare una libreria di stimoli creata dai bambini potesse incoraggiare all'elaborazione di esperienze personali attraverso l'attività di storytelling. L'analisi dei dati raccolti ha confermato che il coinvolgimento dei bambini come co-progettisti ha focalizzato con successo il contenuto delle storie su temi legati alla loro esperienza personale.

La narrazione guidata esplora come gli insegnanti possano utilizzare la narrazione come strategia pedagogica per la costruzione del sapere. La preparazione degli elementi narrativi influenza il processo narrativo e il suo impatto sugli studenti: è necessario trovare il giusto equilibrio tra le caratteristiche favorevoli alla narrazione e lo scopo educativo, senza sacrificare l'autenticità. Nella ricerca MEKIDS questo equilibrio è stato raggiunto separando gli elementi in categorie diverse mostrate con uguale frequenza, fornendo la distanza narrativa necessaria per raccontare storie con i bambini (Rodari, 1973).

CAPITOLO 2 - IL PROGETTO DI RICERCA

2.1 - OBIETTIVI E DOMANDE DI RICERCA

Questo lavoro di ricerca si propone di esplorare l'utilizzo dei problemi narrativi in combinazione con lo storytelling, attraverso l'impiego del software "Fantastinomio".

Il progetto di ricerca è stato svolto con l'obiettivo di rispondere alla seguente domanda di ricerca:

Quali sono gli esiti, previsti e non previsti, dell'integrazione del Fantastinomio, strumento per lo storytelling, con la matematica, attraverso i problemi narrativi, in un'attività nella quale la classe viene portata a lavorare in gruppi misti per età?

L'obiettivo della ricerca è quello di utilizzare in modo combinato storytelling, problemi narrativi e didattica attiva, portando gli studenti a ragionare sugli aspetti matematici e narrativi dei problemi che creano.

Questo approccio permette di lavorare sulla costruzione dell'idea di matematica degli studenti, favorendo una visione della disciplina come legata al quotidiano e nata per rispondere alle esigenze umane.

La scelta dei problemi narrativi per lavorare su questo obiettivo deriva dal fatto che le stesse Indicazioni Nazionali (MIUR, 2012) definiscono i problemi matematici come questioni autentiche e significative. In questo modo, è possibile mostrare agli studenti come la matematica sia stata inventata proprio per rispondere ai problemi della vita quotidiana, promuovendone una visione concreta.

Per questo, si vuole lavorare sullo sviluppo di *un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, attraverso esperienze significative, che gli hanno fatto intuire come gli*

strumenti matematici che ha imparato ad utilizzare siano utili per operare nella realtà (MIUR, 2012, p. 47).

2.2 - METODOLOGIA

Questa ricerca rappresenta un'iterazione del progetto MEKIDS (Schlauch, 2023) e si colloca nell'ambito della *Educational Design Research*. Concentrandosi su un contesto specifico, vuole esplorare l'adattamento dello strumento *Fantastinomio* per l'insegnamento della matematica. A tale scopo, il software sarà identificato, da questo punto in avanti, con il termine *Matenomio*.

La ricerca ha avuto come campione una pluriclasse prima, seconda, quarta e quinta della scuola primaria di un piccolo paese del basso Piemonte, per un totale di 19 bambini così suddivisi: 3 bambini di prima, 3 bambine di seconda, 4 bambini di quarta e 9 in quinta. Per la maggior parte delle lezioni i bambini vengono tenuti in due gruppi separati: prima e quarta, seconda e quinta. Per questa ricerca invece hanno lavorato tutti insieme, in gruppi misti per età.

In matematica, la classe è abituata a seguire un approccio basato sull'esplorazione libera che conduce, attraverso ragionamenti condivisi, alla formulazione di definizioni e regole.

I banchi dell'aula in cui è stata svolta la progettazione sono disposti a ferro di cavallo. Tuttavia, poiché durante gli incontri i bambini sono stati suddivisi in piccoli gruppi di lavoro, è stato necessario creare isole di banchi all'inizio di ciascun incontro.

La collaborazione delle insegnanti di classe, in modo particolare dell'insegnante di matematica, si è rivelata fondamentale per lo svolgimento della progettazione. Oltre ad accogliere con disponibilità la proposta della ricercatrice, le insegnanti hanno partecipato

a tutti gli incontri, svolgendo un importante ruolo di supporto ai gruppi durante le fasi di lavoro autonomo.

Lo studio si è articolato in due parti: la prima di costruzione della raccolta di immagini da inserire nel Matenomio, composta da due incontri, e la seconda dedicata al lavoro sui problemi narrativi, composta da tre incontri.

Per quanto riguarda la raccolta dei dati, abbiamo utilizzato delle griglie di osservazione create appositamente per i diversi incontri, la registrazione delle discussioni, in modo da poterle analizzare nel dettaglio in seguito, e i prodotti finali creati dagli alunni.

Al fine di garantire il rispetto delle norme etiche, la partecipazione alla ricerca è avvenuta solo dopo la raccolta dei consensi (SIPED, 2020). Inoltre, per garantire la privacy dei partecipanti, gli studenti vengono identificati tramite pseudonimi e i loro volti non compaiono nei materiali raccolti.

2.3 - DESCRIZIONE DELLA RICERCA

La ricerca è strutturata in 5 incontri della durata di massimo 2 ore ciascuno, concentrati nell'arco di due settimane. La progettazione è suddivisa in due fasi: la prima, che comprende i primi due incontri, costituisce la fase preliminare alla scrittura dei problemi narrativi da parte dei bambini e ha l'obiettivo di delineare la struttura dei problemi e creare la raccolta di immagini da inserire nel Matenomio; la seconda costituisce l'attività di storytelling.

A chiusura del quinto incontro, e quindi della ricerca, è stato proposto ai bambini un breve momento di autovalutazione.

Segue una tabella (Tabella 1) con il fine di riassumere sinteticamente il percorso descritto nel paragrafo successivo.

	OBIETTIVO	DESCRIZIONE	DURATA
INCONTRO 1	Identificare le caratteristiche dei problemi narrativi	Risoluzione in gruppi di un problema classico e di uno narrativo Condivisione in plenaria delle strategie risolutive attuate Confronto in plenaria delle strutture dei due problemi Definizione delle caratteristiche dei problemi narrativi	Due ore
INCONTRO 2	Definire le categorie da inserire nel Matenomio e creare la raccolta di immagini per il software	Discussione in plenaria riguardo quali elementi dei problemi, se cambiati, danno vita a nuovi problemi “Problemi a ricalco”: elaborazione di un problema in gruppo, modificando gli elementi del problema di partenza Condivisione in plenaria del lavoro svolto Discussione guidata per definire le categorie da inserire nel Matenomio Creazione delle rappresentazioni	Due ore
INCONTRO 3	Creazione dei problemi narrativi con il supporto del Matenomio	Esplorazione autonoma del Matenomio da parte dei gruppi Scrittura di problemi narrativi a partire dalle immagini selezionate con il Matenomio	Un’ora
INCONTRO 4	Scambio di feedback sui problemi creati durante l’incontro precedente e revisione Risoluzione del problema creato	Lettura in plenaria dei problemi elaborati durante l’incontro precedente in modo che la classe possa esprimere feedback Revisione o ampliamento dei problemi sulla base dei feedback ricevuti Risoluzione del problema elaborato, con annotazione ed esplicitazione dei ragionamenti svolti	Due ore
INCONTRO 5	Lavoro sul problem solving e confronto delle strategie risolutive messe in atto	Risoluzione del problema elaborato da un altro gruppo Confronto sulle strategie risolutive messe in atto per risolvere lo stesso problema Discussione in plenaria sulle strategie risolutive impiegate per lo stesso problema Valutazione del percorso da parte degli alunni	Un’ora

Tabella 1: Tabella riassuntiva dei cinque incontri

2.3.1 - PRIMO INCONTRO

L'obiettivo del primo incontro è quello di identificare le caratteristiche dei problemi narrativi con gli alunni. L'incontro ha una durata prevista di due ore.

Dopo una breve presentazione della progettazione da parte della ricercatrice, i bambini vengono divisi nei gruppi precedentemente creati (5 gruppi da 3 e un gruppo da 4).

Ai gruppi vengono proposti due problemi da risolvere, uno in forma classica e uno narrativo, fornito quando terminano la risoluzione del primo. Viene richiesto loro di annotare i ragionamenti fatti durante la risoluzione.

Il problema in forma classica proposto, ispirato al quesito 7 tratto dalle Prove Nazionali Invalsi per la quinta primaria del 2017 al quale sono stati leggermente modificati i dati, è il seguente:

Il pediatra ha prescritto a Marta uno sciroppo per la tosse e le ha dato le seguenti indicazioni: DOSE IN RELAZIONE AL PESO CORPOREO 12 ml ogni 5 Kg. Marta pesa circa 30 chilogrammi e deve prendere la dose di sciroppo 2 volte al giorno per 5 giorni. Quanto sciroppo deve prendere in totale?

Il problema narrativo proposto, preso dal testo "Problemi per crescere" (Di Martino & Zan, 2020), è il seguente:

Il papà ha promesso a Marta e a suo fratello maggiore Luca 60 euro, che potranno dividere fra loro se dipingono il cancello e il recinto del giardino. Tutti contenti i fratelli accettano, ma Marta ci lavora 3 pomeriggi interi, mentre Luca trova sempre delle scuse, dicendo che ha da fare altre cose, e lavora solo l'ultimo pomeriggio.

Quando hanno finito di dipingere tutto, il papà dice soddisfatto: 'Bravi! Avete fatto proprio un bel lavoro! Eccovi i 60 euro: 30 per ciascuno.'

Marta protesta: 'Non è giusto! lo ho lavorato il triplo di lui! Ho lavorato tre pomeriggi e Luca uno solo, e devo avere il triplo dei soldi!'

Il papà chiede a Luca se è vero, e Luca fa sì con la testa.

'D'accordo, allora' dice il papà 'Questi sono i 60 euro: tu, Marta, ne prendi il triplo di Luca!'. E se ne va.

'Ma quanti ne devo prendere allora?' chiede Marta, che non ha mai fatto problemi così difficili. 'Non sarò certo io a dirtelo ... Se non lo sai, ce li dividiamo a metà!' risponde Luca tutto soddisfatto.

Marta deve capire quanti soldi le spettano, ma non sa come fare. Aiutala tu!

Quando tutti i gruppi hanno risolto entrambi i problemi, si passa ad una fase in plenaria in cui ogni gruppo condivide la strategia risolutiva messa in atto per risolvere i problemi. Successivamente la discussione si sposta sul confronto tra le strutture dei due problemi, attraverso alcune domande guida.

Le domande stimolo individuate sono le seguenti:

- C'è qualcosa che vi ha coinvolto nei due problemi?
- Se il secondo problema fosse stato: "Marta e Luca si dividono 60 euro in modo che Marta abbia il triplo di Luca. Quanto ha preso ciascuno?" sarebbe stato diverso? Avresti fatto più o meno fatica ad affrontarlo? Ti avrebbe coinvolto di più o di meno?
- In cosa sono diversi i testi dei due problemi?
- A cosa serve risolvere il problema dello sciroppo? E quello di Marta e Luca?

- Il fatto che risolvendo il problema scopri il finale della storia o aiuti il protagonista a raggiungere un obiettivo ti rende più curioso?
- Quale dei due problemi ti è piaciuto o ti ha incuriosito di più?

A partire da questa discussione vengono introdotti i problemi narrativi e ne vengono estrapolate le caratteristiche. Queste vengono segnate dalla ricercatrice su un documento per essere utilizzate durante l'incontro 3.

Le caratteristiche individuate dalla ricercatrice in precedenza sono:

- Permette l'esplorazione
- Esistono diversi metodi di risoluzione
- I personaggi sono mossi da scopi, mostrano intenzionalità
- Presentano un'evoluzione nel tempo
- La risposta permette di scoprire la fine della storia e/o di aiutare il protagonista a raggiungere il suo scopo

Queste caratteristiche non vengono presentate agli alunni, ma servono alla ricercatrice per guidare la discussione.

Durante questo incontro, il materiale da raccogliere per l'analisi dei dati comprende le registrazioni delle discussioni in plenaria e le risoluzioni dei problemi.

Inoltre, sono state create le seguenti griglie per facilitare l'osservazione del lavoro in gruppo (Tabella 2) e per valutare le caratteristiche dei problemi narrativi individuate dalla classe (Tabella 3):

INDICATORI	ANNOTAZIONI
Rispettare i turni di parola e i tempi dei compagni	
Interagire attivamente nel piccolo e grande gruppo	
Prestare aiuto ai compagni in difficoltà	
Rispettare le opinioni dei compagni	
Proposta di strategie risolutive	
Confronto dei due problemi proposti	

Tabella 2: Griglia per l'osservazione del lavoro in gruppo durante il primo incontro

INDICATORI	COMMENTI
Il problema narrativo permette l'esplorazione	
Il problema narrativo prevede diverse strategie risolutive	
Il problema narrativo presenta dei personaggi mossi da scopi	
Il problema narrativo prevede un'evoluzione nel tempo	
La soluzione del problema narrativo permette al protagonista di raggiungere il suo scopo e di scoprire la fine della storia	

Tabella 3: Griglia per la valutazione delle caratteristiche dei problemi narrativi emerse

2.3.2 - SECONDO INCONTRO

L'obiettivo di questo incontro è definire le categorie da inserire nel Matenomio e creare la raccolta delle immagini per il software. Dal punto di vista degli alunni l'obiettivo è duplice: da un lato, la scelta delle categorie da inserire nel Matenomio stimola una riflessione su quali elementi siano necessari per costruire un problema narrativo; dall'altro, la creazione delle rappresentazioni che verranno utilizzate nel software, genera

un impatto positivo sull'entusiasmo e sul coinvolgimento nella fase successiva. L'incontro ha una durata prevista di due ore.

Innanzitutto, vengono riesaminati i problemi presentati durante il primo incontro. Ispirandosi alle “fiabe a ricalco”, la ricercatrice invita la classe ad individuare gli elementi dei problemi che, se cambiati, danno vita a nuovi problemi, chiedendo di evidenziarli. Nella fase successiva, i bambini vengono divisi nei gruppi iniziali ed invitati ad elaborare un nuovo problema sostituendo gli elementi evidenziati durante la discussione in plenaria. Quando tutti i gruppi hanno terminato, viene chiesto loro di condividere il problema creato con la classe.

Sempre in plenaria, viene avviata una discussione finalizzata alla definizione delle categorie, a partire dagli elementi evidenziati e modificati in precedenza. Attraverso un'analisi degli elementi costitutivi di una storia, vengono individuate ed integrate eventuali categorie mancanti, ritenute importanti ma non emerse dal lavoro svolto in precedenza.

Le categorie inizialmente ipotizzate dalla ricercatrice sono:

- Numeri
- Azioni che si possono eseguire con i numeri (corrisponde alla categoria “operazioni” ma non viene definita per non limitare la fantasia dei bambini)
- Personaggi
- Oggetti magici
- Ambientazioni

Successivamente, ai bambini viene chiesto di realizzare rappresentazioni grafiche, ciascuna su un singolo foglio, degli elementi che appartengono a ciascuna delle singole categorie e che possano essere utilizzate per la creazione dei problemi. È fondamentale

sottolineare la libertà creativa nella generazione degli elementi, consentendo di produrre più immagini per la stessa categoria e/o diverse rappresentazioni per lo stesso elemento, purché ciascun bambino crei almeno una rappresentazione per ciascuna categoria. Viene richiesto agli studenti di scrivere una breve didascalia sul retro di ogni disegno, che sarà utilizzata come etichetta per il Matenomio nella fase di inserimento delle immagini. Al termine dell'attività, le rappresentazioni vengono raccolte dalla ricercatrice.

Come per l'incontro precedente, il materiale da raccogliere al termine per l'analisi dei dati comprende la registrazione della discussione in plenaria e la raccolta delle immagini create dai bambini.

Inoltre, viene utilizzata una griglia per l'osservazione del lavoro in gruppo (Tabella 5) e una griglia per valutare le categorie del Matenomio emerse dai bambini (Tabella 6):

INDICATORI	ANNOTAZIONI
Rispettare i turni di parola e i tempi dei compagni	
Interagire attivamente nel piccolo e grande gruppo	
Prestare aiuto ai compagni in difficoltà	
Rispettare le opinioni dei compagni	
Problemi a ricalco: evidenziano elementi da sostituire e lo fanno in modo efficace	
Scelta delle categorie: utilizzano l'attività sui problemi a ricalco e le riflessioni sulle caratteristiche dei problemi narrativi per scegliere le categorie	

Tabella 4: Griglia per l'osservazione del lavoro in gruppo durante il secondo incontro

INDICATORI	COMMENTI
Numeri	
Cose che si possono fare con i numeri	
Ambientazioni	
Personaggi	
Oggetti magici	
Altre categorie proposte dai bambini	

Tabella 5: Griglia per la valutazione delle categorie identificate dalla classe

2.3.3 - TERMINE FASE PREPARATORIA

Tra il secondo e il terzo incontro, è necessario caricare le rappresentazioni realizzate dai bambini sul Matenomio.

Inoltre, è necessario effettuare un'analisi delle rappresentazioni, in particolare quali sono i tratti distintivi scelti per gli oggetti matematici e i registri usati. Gli oggetti matematici richiedono una rappresentazione per essere veicolati, ma questa comporta il rischio di confusione tra l'oggetto matematico e la sua rappresentazione stessa (Duval, 1993). Un sistema semiotico è, appunto, un insieme di segni che acquisiscono significato solo in relazione o opposizione ad altri segni, organizzati secondo regole che consentono di produrli e trasformarli. Tra i registri semiotici più comuni troviamo il registro linguistico scritto (ad esempio "tre", "cinque"), il registro scritto aritmetico (ad esempio "3", "5") e il registro pittografico (ad esempio "♥♥♥"; "♣♣♣♣♣"). In base al contesto, è possibile identificare i tratti distintivi di un oggetto matematico, cioè le proprietà di maggiore rilevanza, e scegliere il registro più appropriato per rappresentarlo. L'utilizzo di diversi registri permette di fornire rappresentazioni alternative dello stesso elemento e, se accompagnato con la giusta guida, può contribuire a ridurre tale confusione e a costruire una comprensione flessibile e approfondita degli oggetti matematici.

Tale analisi è necessaria per identificare eventuali rappresentazioni che richiedano chiarimenti per poter essere utilizzate nella creazione dei problemi. Nel caso emergano elementi che richiedono spiegazioni, sarà opportuno creare un momento apposito all'inizio dell'incontro successivo.

2.3.4 - TERZO INCONTRO

L'obiettivo del terzo è la creazione dei problemi narrativi con il supporto del Matenomio. L'incontro ha una durata prevista di un'ora.

Dopo una breve spiegazione sulle modalità di svolgimento dell'attività, gli alunni vengono suddivisi in otto coppie e una terna, scelte precedentemente. A ciascun gruppo viene fornito un tablet, su cui è stata avviata in precedenza la registrazione dello schermo tramite l'applicazione "Super Screen Recorder", appositamente installata.

I gruppi vengono invitati ad esplorare autonomamente il Matenomio per alcuni minuti, con l'obiettivo di familiarizzare con lo strumento. Successivamente, viene richiesto loro di selezionare le immagini secondo il funzionamento dell'applicazione e procedere con la stesura del problema narrativo a partire dagli elementi scelti. Il programma prevede sessioni di otto immagini ciascuna, ma viene sottolineata con i bambini la libertà di non inserire tutti gli elementi della sessione nel problema o, viceversa, di aggiungerne di nuovi.

Per supportare la fase di creazione, viene proiettato sulla LIM il documento creato durante il primo incontro su cui sono elencate le caratteristiche dei problemi narrativi individuate dalla classe.

La ricercatrice rimane a disposizione dei gruppi per supporto tecnico e chiarimenti, pur promuovendo il più possibile l'autonomia.

Se la stesura dei problemi non viene completata entro la fine dell'incontro, i gruppi avranno l'opportunità di terminare il lavoro durante l'incontro successivo.

Al termine dell'attività, la ricercatrice fotografa i problemi creati da ciascun gruppo, compresi quelli non ancora terminati, e raccoglie le registrazioni degli schermi. Inoltre, viene utilizzata la seguente griglia per l'osservazione del lavoro in gruppo (Tabella 8).

INDICATORI	ANNOTAZIONI
Rispettare i turni di parola e i tempi dei compagni	
Interagire attivamente nel piccolo gruppo	
Prestare aiuto ai compagni in difficoltà	
Rispettare le opinioni dei compagni	
Creazione dei problemi narrativi: utilizzo delle categorie	
Creazione dei problemi narrativi: rispetto delle caratteristiche dei problemi narrativi	

Tabella 6: Griglia per la valutazione del lavoro in gruppo durante il terzo incontro

2.3.5 - QUARTO INCONTRO

L'obiettivo di questo incontro è lo scambio di feedback sui problemi creati durante l'incontro precedente ed avviare i primi tentativi di ampliamento e/o risoluzione della narrazione matematica. L'incontro ha una durata prevista di due ore.

La prima parte dell'incontro si svolge in plenaria. A turno, ciascun gruppo presenta alla classe il problema creato durante l'incontro precedente. La ricercatrice guida la discussione, attraverso domande stimolo, per valutare la comprensibilità del problema, la coerenza tra narrazione e domanda e la presenza delle caratteristiche dei problemi narrativi individuate durante il primo incontro, che saranno proiettate alla LIM per agevolare questa fase.

Alcune delle domande guida sono:

- Vi sembra che ci siano tutte le caratteristiche dei problemi narrativi? Se no, come si potrebbe modificare il problema in modo da inserirle?
- Avete usato elementi di tutte le categorie? Perché?
- La storia è chiara o ci sono delle parti che si possono spiegare meglio o diversamente?
- La domanda del problema è chiara?

Successivamente, la classe torna a lavorare nelle coppie della volta precedente e, sulla base dei feedback ricevuti, ha l'occasione di modificare il problema o concluderlo. Una volta soddisfatti del problema strutturato, procedono alla sua risoluzione, annotando i ragionamenti e le procedure utilizzate, poiché serviranno durante l'incontro successivo.

Per l'analisi dei dati, è necessario fotografare i problemi al termine dell'incontro, in modo da poterli confrontare con la versione iniziale, documentare le soluzioni prodotte e registrare la fase di discussione e confronto sui problemi creati da ciascun gruppo.

2.3.6 - QUINTO INCONTRO

L'obiettivo del quinto incontro è quello di lavorare sul problem solving e di confrontare le strategie risolutive messe in pratica. L'incontro ha una durata prevista di un'ora.

Le coppie di lavoro dell'incontro precedente vengono accorpate a due a due con la richiesta di risolvere il problema creato dall'altro gruppo annotando i ragionamenti e le strategie messe in atto. Successivamente, le coppie confrontano le strategie risolutive adottate.

Quando tutti i gruppi hanno terminato, in plenaria avviene una discussione sulle eventuali differenze tra le strategie risolutive messe in atto.

Al termine, avviene una breve fase di valutazione dell'attività svolta e di autovalutazione. Attraverso dei post-it, viene chiesto alla classe di rispondere alle seguenti domande:

- Cosa ti è piaciuto di questa attività?
- Cosa non ti è piaciuto? Come lo cambieresti?
- Hai imparato qualcosa di nuovo?
- Ti è piaciuto lavorare in gruppo?

Il materiale da raccogliere durante l'incontro per l'analisi finale dei dati comprende la registrazione della discussione collettiva e i post-it scritti dagli alunni.

CAPITOLO 3 - ANALISI DEI DATI

L'analisi segue il percorso dei gruppi attraverso le diverse fasi della progettazione. Per ciascun incontro esaminato, viene riportata la tabella riepilogativa che ne sintetizza lo svolgimento al fine di fornire una rappresentazione chiara ed organizzata delle osservazioni discusse in seguito.

I dati qualitativi, raccolti dalle osservazioni dei bambini e delle loro interazioni, vengono evidenziati attraverso l'utilizzo di un differente font.

3.1 - PRIMO INCONTRO

Obiettivo	Identificare le caratteristiche dei problemi narrativi
Durata	Due ore
Passaggi	Breve introduzione
	Divisione dei bambini in gruppi precedentemente formati
	Risoluzione del problema in forma classica
	Risoluzione del problema in forma narrativa
	Ritorno in plenaria
	Condivisione delle strategie risolutive messe in atto per risolvere i problemi
	Discussione sulle differenze tra le strutture dei due problemi guidata da domande stimolo
	Discussione sulle caratteristiche dei problemi narrativi a partire dalla struttura del problema affrontato (da annotare su un documento che servirà durante gli incontri successivi)
Materiale per l'incontro	Divisione in gruppi
	Schede con il testo del problema in forma classica (una per gruppo)
	Schede con il testo del problema in forma narrativa (una per gruppo)
	Caratteristiche dei problemi narrativi identificate a priori dalla ricercatrice per agevolare la conduzione della discussione
Materiale per l'analisi dei dati	Registrazione della discussione in plenaria
	Risoluzioni dei problemi
	Griglia per l'osservazione del lavoro di gruppo (Figura 2)
	Griglia per la valutazione delle caratteristiche dei problemi narrativi emerse (Figura 3)

Tabella 7: Tabella riassuntiva del primo incontro

Dopo una breve introduzione sull'argomento della progettazione, i bambini sono stati suddivisi nei gruppi già formati in precedenza. È stato chiesto loro di risolvere i problemi proposti.

Di seguito, viene presentata l'analisi delle soluzioni elaborate dai singoli gruppi per i due problemi.

GRUPPO 1: Dan. (quinta), Dav. (quinta), Raf. (seconda)

Dan. è un bambino molto intelligente e presenta notevoli competenze logiche, questo gli permette di comprendere con facilità i concetti presentati. Tuttavia, è un bambino piuttosto vivace, il che lo porta a svolgere le attività in modo frettoloso, a scapito della precisione.

Dav., invece, si distingue per la sua autonomia, questo gli permette di lavorare in maniera autonoma e attenta.

Raf., invece, presenta un profilo più complesso. Manifesta comportamenti oppositivi ed è spesso alla ricerca dell'attenzione dell'adulto. Ha tempi di attenzione piuttosto limitati e tende a rifiutare le attività che non le risultano gradite.

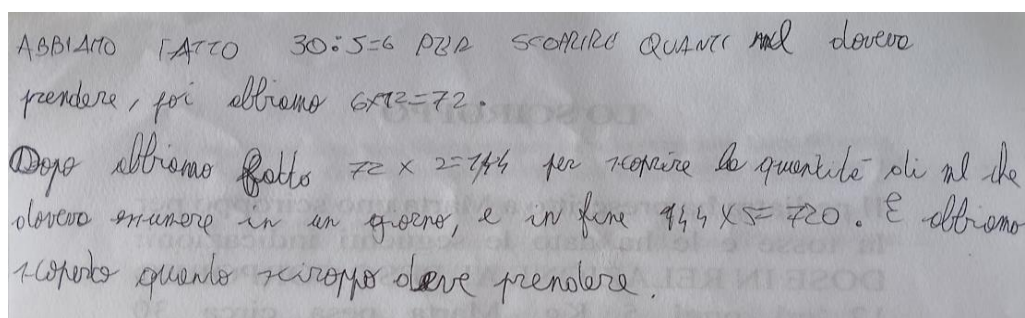
Dal momento che Raf. è molto affezionata a Dan., sono stati messi in gruppo insieme nella speranza che il legame affettivo potesse incoraggiarla a partecipare attivamente. Dav., dato il suo atteggiamento collaborativo e preciso, è stato scelto per assumere il ruolo di mediatore, favorendo un'interazione positiva tra i compagni.

Il primo problema richiedeva di calcolare la quantità di sciroppo che Marta avrebbe dovuto assumere in cinque giorni di cura, sapendo che la dose prescritta era di 12 ml ogni 5 kg di peso corporeo, Marta pesava 30 kg e la somministrazione era prevista due volte al giorno, il gruppo ha eseguito una sequenza logica di passaggi.

In primo luogo, hanno utilizzato il peso di Marta per calcolare quante dosi da 12 ml erano necessarie per individuare la quantità di sciroppo per ogni somministrazione.

Successivamente, hanno stabilito che la dose per ciascuna assunzione corrisponde a 72 ml. Per capire la dose giornaliera, hanno poi moltiplicato la dose per assunzione per il numero di volte in cui deve prendere lo sciroppo, ottenendo 144 ml. Infine, per trovare la dose totale per i 5 giorni, hanno moltiplicato la dose giornaliera per 5, per un totale di 720 ml.

Dal punto di vista dell'esplicitazione dei ragionamenti (Figura 1), la loro risposta risulta adeguata, anche se avrebbero potuto fornire maggiori dettagli sul perché di alcuni passaggi per conferire maggiore chiarezza e coerenza al processo di risoluzione. Ad esempio, sebbene abbiano eseguito correttamente i calcoli, non offrono un commento sull'operazione conclusiva 144×5 .



ABBIAI FATTO $30 : 5 = 6$ PER SCOPRIRE QUANTI ml dovevo prendere, poi abbiamo $6 \times 12 = 72$.

Dopo abbiamo fatto $72 \times 2 = 144$ per capire la quantità di ml che dovevo assumere in un giorno, e in fine $144 \times 5 = 720$. E abbiamo risposto quanto sciroppo deve prendere.

Figura 1: Commento alla soluzione del problema dello sciroppo - Gruppo 1

Per quanto riguarda il problema della ricompensa, in cui era richiesto di dividere equamente una ricompensa di 60 euro tra Marta e suo fratello, che hanno lavorato rispettivamente tre pomeriggi lei e uno lui, il gruppo ha adottato una strategia basata su prove ed errori, cercando la coppia di numeri che rispetta le condizioni del problema. Questo tipo di ragionamento implica una comprensione intuitiva della proporzione e una certa autonomia nel controllo dei risultati.

L'esplicitazione dei ragionamenti (Figura 2) in questo caso è meno soddisfacente della precedente. Il risultato trovato è corretto, così come le operazioni riportate, ma

manca l'esplicitazione del perché abbiano cercato un numero che sommato al suo triplo desse come risultato 60.

ABBIAMO PENSATO A VARI NUMERI COMPLESSI NEI 60
 MA NESSUNO ANDAVA BENE TRanne IL 15 PERCHE IL
 TRIPLO DI 15 E' 45 E 45 + 15 = 60.
 QUINDI MARTA PROMERÀ 45€ E LUCA 15€

Figura 2: Commento alla soluzione del problema della ricompensa - Gruppo 1

Dal punto di vista delle dinamiche di gruppo, sono emerse alcune difficoltà. La presenza di Raf. ha rappresentato una sfida per i compagni, nonostante sia stata messa con due bambini di quinta, uno dei quali a lei particolarmente gradito. Nonostante questo, la complessità dell'attività proposta ha suscitato in lei comportamenti oppositivi. Gli iniziali tentativi dei compagni di coinvolgerla si sono quindi affievoliti. L'intervento dell'insegnante ha solo parzialmente migliorato la situazione. Dan. e Dav. hanno lavorato insieme, confrontandosi e trovando le soluzioni.

GRUPPO 2: Dyl. (quinta), Mar. (quinta), Leo. (quarta), Pie. (prima)

Dyl., bambino di quinta, è molto vivace e carismatico, quando si trova a lavorare in gruppo i suoi compagni lo ascoltano e imitano. In ambito matematico non presenta difficoltà significative: quando il compito è alla sua portata lavora con sicurezza. Tuttavia, il suo atteggiamento cambia di fronte a sfide più complesse e di fronte ad un errore; si scoraggia facilmente mostrando perdita di motivazione e una tendenza ad abbandonare il compito.

Mar., anche lui alunno della classe quinta, è spesso caratterizzato da atteggiamenti vivaci ma, se collocato nel giusto contesto, è capace di essere un valido collaboratore. Nonostante non eccella in matematica, può superare i propri limiti e

partecipare in modo attivo se affiancato da compagni che lo aiutano a mantenere l'attenzione sul compito.

Leo., alunno di quarta, si distingue per il suo carattere tranquillo e il suo atteggiamento positivo nei confronti del lavoro scolastico. Pur con tempi leggermente più lunghi rispetto ad altri compagni, riesce a comprendere i concetti e ad applicarli correttamente. In un contesto di gruppo, può contribuire a mantenere un'atmosfera serena e collaborativa.

Infine, Pie., bambino di prima, spicca per la sua intelligenza e capacità di comprendere rapidamente i concetti presentati.

Il gruppo è stato composto nella prospettiva di sfruttare le dinamiche di amicizia esistenti tra i bambini. La speranza era che Leo. potesse svolgere un ruolo di moderatore, aiutando a canalizzare l'attenzione dei compagni di quinta sul compito. Inoltre, la vivacità e il carisma di Dyl. avrebbero potuto spronare Pie. a partecipare attivamente all'attività.

Tuttavia, l'organizzazione del gruppo non ha raggiunto gli esiti sperati, come è emerso dalla discussione in plenaria svolta al termine dell'incontro. Mar. e Dyl. hanno lavorato ad una parte dell'attività mentre Leo. ha svolto autonomamente un'altra parte. Inoltre, Pie. è rimasto ai margini, senza essere adeguatamente coinvolto. Pie. ha avanzato la richiesta di cambiare gruppo dal momento che, quando ha chiesto di essere reso partecipe di quello che i compagni stavano facendo, non è stato considerato dagli altri membri del gruppo. Nonostante questa richiesta, nella soluzione del primo problema è esplicitato un passaggio nel quale i bambini hanno svolto una somma ripetuta per rendere accessibile a Pie. l'operazione $30:5$.

Per affrontare il problema dello sciroppo, nel quale veniva richiesto di calcolare la quantità totale di sciroppo che Marta deve assumere in 5 giorni, il gruppo lo ha scomposto in una serie di passaggi, inserendo specifici commenti riguardo al coinvolgimento di Pie. nella comprensione e risoluzione.

Come primo passaggio, gli studenti hanno eseguito la divisione $30:5$, per calcolare quante dosi da 12 ml erano necessarie. Accanto a questo passaggio, hanno eseguito una somma ripetuta, esplicitando il fine di semplificare i calcoli al bambino di prima presente nel gruppo e dimostrando una buona comprensione del processo svolto e una solida padronanza dell'operazione di divisione. Successivamente, hanno trovato la quantità di sciroppo necessaria per ogni somministrazione moltiplicando 6 per 12, ottenendo 72 ml. La giustificazione di questo passaggio, tuttavia, risulta poco soddisfacente, dal momento che hanno scritto "per trovare lo sciroppo tot abbiamo fatto", di fatto sbagliata dal momento che lo sciroppo totale richiesto dal problema si riferisce alla quantità di sciroppo che Marta deve prendere nel corso di 5 giorni.

Hanno poi nuovamente eseguito la divisione tra il peso totale di Marta e il dosaggio prescritto, per poi fare l'operazione inversa, come per controllare la correttezza del calcolo eseguito, e ripetuto l'operazione 12×6 . Questa seconda volta, il risultato 72 è stato giustificato come "dose per 6 giorni", facendo emergere una disattenzione nella denominazione dei risultati o una incomprensione dei passaggi svolti. I giorni per i quali Marta deve prendere lo sciroppo infatti sono 5; 6 sono le dosi di sciroppo necessarie per una singola somministrazione in relazione al peso di Marta. 72 quindi, sono i millilitri di sciroppo necessari per ogni singola somministrazione.

Infine, hanno moltiplicato la quantità di sciroppo necessaria per ogni singola somministrazione (72 ml) per 10 (numero di somministrazioni totali, 2 al giorno per 5 giorni, anche se questo non viene esplicitato), trovando la corretta quantità totale di sciroppo necessaria. Questo ultimo passaggio non è accompagnato da alcun commento.

I commenti forniti dal gruppo (Figura 3) dimostrano una comprensione parziale dei processi svolti. Il gruppo, come emerso successivamente dalla discussione plenaria,

non ha lavorato in modo collaborativo; infatti, in primo luogo hanno affrontato il problema i due bambini di quinta, che però non hanno raggiunto la soluzione. Quindi, la dicitura “per trovare lo sciroppo tot abbiamo fatto” significa che effettivamente questa parte del gruppo ha indicato 72 ml come risposta finale.

Successivamente, Leo. ha affrontato il problema in autonomia ricominciando da capo. Nonostante abbia trovato la soluzione corretta, i commenti forniti a supporto del suo ragionamento mostrano una comprensione parziale dei passaggi che ha svolto. Infatti, dopo aver eseguito la prima operazione di divisione, ha eseguito la moltiplicazione inversa evidenziando il peso di Marta. Questo probabilmente evidenzia poca fiducia nelle sue capacità, al punto che ha eseguito la prova di questa divisione. Successivamente, ha trovato il dosaggio per ogni somministrazione ma lo ha nominato dose per 6 giorni, errore probabilmente dovuto ad una lettura superflua a causa della tensione che si è creata nel gruppo. Infine, ha svolto correttamente il calcolo finale, trovando la dose totale necessaria come richiesto dalla domanda.

$30:5=6$
 ↓
 VOLTE CHE PRENDE SCIROPPO

PER SEMPLIFICARE I CALCOLI PER PIETRO
~~6~~ + + + + + = 30 = $6 \times 5 = 30$
 $5 \times 6 = 30$

PER TROVARE LO SCIROPPO TOT ABBIAMO FATTO
 $6 \times 12 = 72$

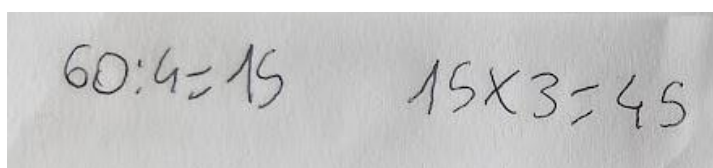
$30:5=6$
 $5 \times 6 = 30$
 ↓
 IL PESO DI MARTA

$12 \times 6 = 72$
 ↓
 ml PER 6 GIORNI

$72 \times 10 = 720$

Figura 3: Commento alla soluzione dello sciroppo - Gruppo 2

Per quanto riguarda invece il problema della ricompensa, nel quale la richiesta era dividere equamente una ricompensa di 60 euro tra due fratelli, che hanno lavorato rispettivamente uno e tre pomeriggi, il gruppo ha calcolato la ricompensa per un pomeriggio di lavoro, e lo ha moltiplicato per tre, in modo da trovare la ricompensa di Marta. Tuttavia, i passaggi non sono commentati, vengono solo riportate le operazioni svolte (Figura 4).



The image shows a piece of paper with two handwritten mathematical equations. The first equation is $60:4=15$ and the second equation is $15 \times 3 = 45$. The handwriting is in black ink on a light-colored background.

Figura 4: Commento alla soluzione del problema della ricompensa - Gruppo 2

GRUPPO 3: Nin. (quinta), Gio. (quinta), Fab. (prima)

Nin. è una bambina di quinta scolarizzata in contesto anglofono. È stata inserita in questa scuola all'inizio dell'anno, vivendo parecchie difficoltà nel cambio di contesto. Dal punto di vista linguistico, invece, non ha incontrato grosse problematiche perché, essendo la famiglia di origini italiane, le hanno insegnato fin da subito entrambe le lingue. È una bambina molto intelligente ma ha un rapporto molto complicato con la matematica perché, quando non capisce gli argomenti al primo tentativo, sviluppa un atteggiamento oppositivo.

Gio., anche lui alunno di quinta, è quello che molti definirebbero "lo studente modello": molto intelligente, non commette quasi mai errori, difficilmente ha bisogno dell'attenzione delle insegnanti. Inoltre, si dimostra sempre disponibile nei confronti dei compagni ed è molto paziente.

Fab., infine, è un alunno di prima molto solare e volenteroso. Cerca molto l'attenzione dell'adulto e dei pari, anche tramite atteggiamenti da bambino più piccolo. Dal punto di vista scolastico, i suoi tempi di attenzione risultano ridotti rispetto a quelli dei compagni della stessa età, per questo difficilmente riesce a

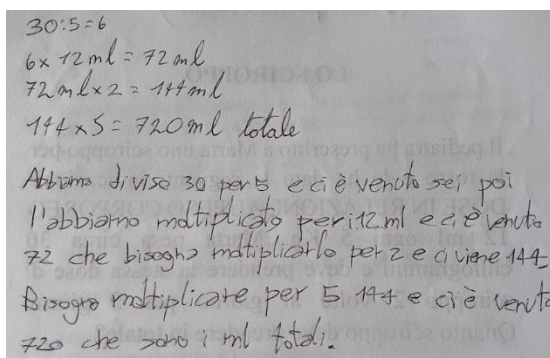
portare a termine le consegne in autonomia. La sua spiccata curiosità, però, compensa questo aspetto.

Il gruppo è stato composto in questo modo per permettere a Nin. di poter vivere serenamente l'introduzione dell'attività grazie alla presenza di Gio. e, dall'altra parte, alleggerire Gio. che spesso viene affiancato a bambini ai quali deve fornire molto aiuto. Visto il carattere attento ai compagni che contraddistingue i due bambini di quinta, Fab. è stato affiancato a loro perché partecipasse all'attività senza mettere in atto i comportamenti di ricerca di attenzione che, quando non si sente coinvolto, lo contraddistinguono. Il gruppo ha effettivamente funzionato in modo positivo dal punto di vista delle dinamiche di collaborazione e coinvolgimento di tutti i partecipanti.

Nella soluzione del primo problema, che richiedeva di calcolare la quantità di sciroppo totale che Marta avrebbe dovuto assumere in cinque giorni partendo dalla dose per peso corporeo, il gruppo ha eseguito una sequenza di passaggi conforme con quella eseguita dai gruppi precedenti (Figura 5).

Hanno diviso 30, il peso di Marta, per cinque ottenendo le dosi da 12 ml necessarie in relazione al peso corporeo. Successivamente hanno moltiplicato 6 e 12 per trovare la quantità di sciroppo necessaria ad ogni somministrazione, ottenendo 72 ml. Infine, per calcolare lo sciroppo totale, hanno moltiplicato 72 per 2, trovando la dose giornaliera e il risultato per 5 ottenendo la quantità totale, ovvero 720 ml.

Dal punto di vista dell'esplicitazione dei ragionamenti, nella spiegazione discorsiva si sono limitati a riportare la sequenza delle operazioni svolte, senza motivare le scelte effettuate o chiarire il significato dei risultati ottenuti in relazione al problema. Tuttavia, risulta significativo che abbiano indicato con precisione le unità di misura nei diversi passaggi. Questo dettaglio evidenzia una comprensione chiara del significato di ciascun calcolo, dimostrando la loro consapevolezza delle operazioni svolte.



$$30:5=6$$

$$6 \times 12 \text{ ml} = 72 \text{ ml}$$

$$72 \text{ ml} \times 2 = 144 \text{ ml}$$

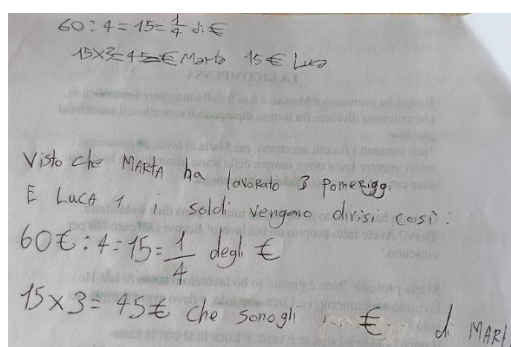
$$144 \times 5 = 720 \text{ ml totale}$$

Abbiamo diviso 30 per 5 e ci è venuto sei poi l'abbiamo moltiplicato per 12 ml e ci è venuto 72 che bisogna moltiplicarlo per 2 e viene 144. Bisogna moltiplicare per 5 144 e ci è venuto 720 che sono i ml totali.

Figura 5: Commento alla soluzione del problema dello sciroppo - Gruppo 3

Per quanto riguarda il secondo problema, nel quale veniva richiesto di dividere equamente una ricompensa di 60 euro tra Marta e suo fratello, considerando che i due hanno lavorato un numero diverso di pomeriggi, i bambini hanno eseguito un ragionamento simile a quello adottato dal gruppo 2 (Figura 6).

Per giungere alla soluzione, hanno diviso la ricompensa totale in quattro parti uguali, dal momento che i pomeriggi da retribuire erano quattro, e successivamente hanno determinato la quota di Marta moltiplicando la paga per un pomeriggio di lavoro per il numero di pomeriggi in cui lei aveva effettivamente lavorato. Per esplicitare i ragionamenti svolti, specificano che, avendo lavorato tre pomeriggi Marta e uno suo fratello, la ricompensa totale deve essere divisa in quattro parti per poi essere distribuita equamente. Nel passaggio in cui dividono 60 per 4, sottolineano che il risultato rappresenta un quarto della ricompensa totale.



$$60:4=15=\frac{1}{4} \text{ di } €$$

$$15 \times 3 = 45 \text{ € Marta } 15 \text{ € Luca}$$

Visto che MARTA ha lavorato 3 pomeriggi
E LUCA 1 i soldi vengono divisi così:
 $60 \text{ €} : 4 = 15 = \frac{1}{4} \text{ degli } €$
 $15 \times 3 = 45 \text{ €}$ che sono gli € di MARTA

Figura 6: Commento alla soluzione del problema della ricompensa - Gruppo 3

GRUPPO 4: Gin. (quinta), Seb. (quarta), Rob. (prima)

Gin. è una bambina di quinta molto tranquilla e solare. Le sue difficoltà in matematica sono notevoli, nonostante i suoi sforzi per comprendere la materia. Necessita di tempi molto lunghi per affrontare le consegne e presenta grosse difficoltà in matematica su tutti i fronti, a partire dal calcolo mentale anche con numeri ridotti. Questa sua difficoltà in alcune situazioni la porta ad arrendersi e quindi distrarsi molto facilmente.

Seb., alunno di quarta, al contrario è un bambino estremamente curioso e presenta un'abilità logica non scontata per la sua età. Quando l'insegnante propone argomenti nuovi, prima di fornire spiegazioni o argomentazioni permette agli studenti di esplorarli. Seb. è sempre il primo a formulare ipotesi e difficilmente queste si rivelano sbagliate. La sua grande intelligenza, inoltre, è accompagnata da un carattere solare e altruista; infatti, è sempre disponibile ad aiutare i compagni.

Rob. è un bambino di prima che presenta grosse difficoltà comportamentali; tuttavia, non sono momentaneamente presenti certificazioni poiché il processo di valutazione è in corso. Risulta molto complicato catturare la sua attenzione, le situazioni troppo rumorose e confusionarie lo alterano e, quando questo succede, è estremamente difficile riportarlo alla calma.

Il gruppo è stato formato perché coinvolgere Rob. può risultare molto complicato. La tendenza di Seb. e Gin. di prestare molta attenzione ai compagni che hanno intorno però, è emersa come auspicato e il gruppo è riuscito a lavorare in armonia.

Seb., tuttavia, in quella giornata non è stato bene ed è quindi andato a casa nel corso dell'attività. Quando questo è successo, Gin. si è scoraggiata molto, faticando a terminare il lavoro.

I bambini non hanno compreso appieno la richiesta, fornendo come esplicitazione dei ragionamenti semplicemente i calcoli svolti nella soluzione.

Per risolvere il problema dello sciroppo, nel quale dovevano trovare la quantità di sciroppo totale assunta da Marta durante cinque giorni di cura, hanno eseguito una sequenza di passaggi coerente con quella seguita dai compagni (Figura 7). Hanno infatti calcolato, in primo luogo, la quantità di dosi per determinare la quantità per ogni assunzione, che hanno trovato al passaggio successivo. Hanno successivamente determinato il numero di volte che la bambina avrebbe dovuto prendere lo sciroppo, ovvero 10 in totale: due al giorno per cinque giorni. Come ultimo passaggio hanno moltiplicato il dosaggio necessario per ogni somministrazione per 10, trovando la quantità di sciroppo totale, ovvero 720 ml.

$$30:5=6 \quad 6 \times 12=72 \quad 2 \times 5=10 \quad 10 \times 72=720$$

Figura 7: Commento alla soluzione del problema dello sciroppo - Gruppo 4

Nonostante i calcoli eseguiti siano esatti, manca completamente l'esplicitazione dei ragionamenti svolti.

Nel problema dello sciroppo il gruppo ha avuto più difficoltà essendo andato via Seb. Gin. ha chiesto più volte l'aiuto delle insegnanti per affrontarlo. Con l'intervento delle docenti e della ricercatrice, Gin. e Rob. alla fine, sono riusciti a capire il problema, arrivando così alla soluzione (Figura 8).

Anche questo gruppo ha affrontato il problema determinando la paga di un pomeriggio di lavoro per poi distribuirla tra i due fratelli sulla base del numero di pomeriggi in cui hanno lavorato.

Figura 8: Commento alla soluzione del problema della ricompensa - Gruppo 4

GRUPPO 5: Rem. (quinta), Alb. (quarta), Emm. (seconda)

Rem. è un bambino di quinta caratterizzato da un temperamento molto tranquillo e un atteggiamento silenzioso. Dal punto di vista scolastico non evidenzia particolari difficoltà, mentre sul piano sociale presenta una natura riservata, trascorrendo il tempo principalmente con un ristretto gruppo di compagni.

Alb., alunno di quarta, non si distingue in modo particolare dal punto di vista scolastico ma non presenta neanche difficoltà significative. Tuttavia, necessita di più tempo rispetto ai compagni per comprendere i concetti e portare a termine le consegne. Emotivamente, è un bambino piuttosto insicuro, legato in modo particolare ad un compagno della stessa età. Questo attaccamento si evidenzia con atteggiamenti di gelosia nei confronti dei bambini che si avvicinano all'amico.

Emm., infine, è una bambina di seconda estremamente espansiva e vivace. Presenta una marcata intelligenza, che compensa la difficoltà a mantenere la calma e la concentrazione per un tempo prolungato.

Nel gruppo si sono verificate situazioni poco collaborative, poiché uno dei bambini di cui Alb. è geloso è proprio Rem. La ricercatrice non ne era a conoscenza, dal momento che nelle dinamiche di classe non sono mai emerse in maniera esplicita. Durante lo svolgimento delle attività, i due hanno litigato più volte, portando Rem. a piangere perché Alb. lo prendeva in giro.

Il primo problema è stato svolto solo in parte. Il gruppo, infatti, ha trovato solo la quantità di sciroppo necessaria per una somministrazione. Inoltre, i bambini non hanno riportato il ragionamento svolto ma solo la serie di calcoli eseguiti per stabilire la dose

(Figura 9). Per farlo, hanno eseguito un conteggio progressivo delle quantità rispetto al peso individuando il dosaggio per una singola somministrazione attraverso una somma ripetuta. Hanno terminato così la soluzione del problema, senza calcolare la quantità di sciroppo finale, anche se durante la discussione in plenaria hanno dichiarato di aver svolto il problema come gli altri gruppi.

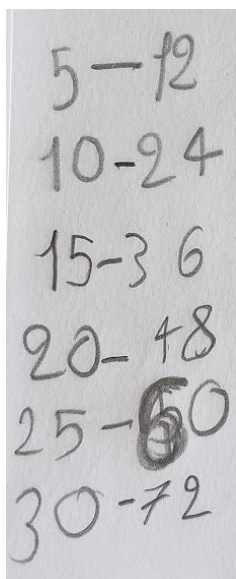


Figura 9: Commento alla soluzione del problema dello sciroppo - Gruppo 5

Il problema della ricompensa, invece, è stato svolto correttamente ed è presente una spiegazione del ragionamento svolto (Figura 10).

I bambini hanno diviso la ricompensa in quattro parti, dal momento che Marta ha lavorato il triplo del fratello, e poi hanno moltiplicato per tre, trovando la paga di Marta.

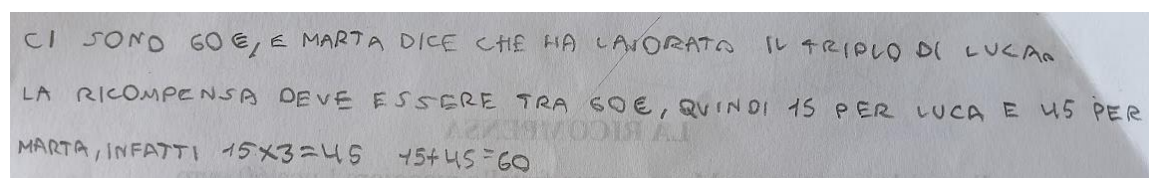


Figura 10: Commento alla soluzione del problema della ricompensa - Gruppo 5

GRUPPO 6: Ade. (quinta), Gab. (quarta), Car. (seconda)

Ade. è una bambina molto intelligente e sempre attenta alle esigenze dei compagni. Dal punto di vista scolastico risulta piuttosto brillante e, essendo molto legata a Nin., la aiuta spesso quando si trova in difficoltà.

Gab. è in quarta. Ha un carattere molto giocoso e solare, anche se in determinate situazioni può risultare complicato, per lo più davanti ad una frustrazione. In ambito scolastico, non presenta particolari problematiche ma, quando si trova in difficoltà rispetto ad un argomento o una consegna, facilmente entra in crisi mettendo in atto comportamenti di rifiuto non sempre semplici da gestire. Inoltre, i suoi tempi di attenzione non sono sempre adeguati alle richieste.

Car., la più piccola del gruppo, è una bambina tranquilla e riservata. Scolasticamente non presenta difficoltà rilevanti grazie alla sua spiccata curiosità. Il suo carattere sereno le permette di instaurare rapporti positivi con tutti i compagni, inclusi quelli più grandi. Manifesta però alcune difficoltà nel rapporto con Raf., con cui emergono spesso situazioni di forte tensione. Raf., infatti, tende a provocarla, probabilmente per manifestare una forma di gelosia nei suoi confronti.

Il gruppo è stato composto con il fine di sfruttare le doti caratteriali e scolastiche di Ade. per incentivare una partecipazione positiva di Gab durante l'attività.

Nel problema dello sciroppo hanno eseguito gli stessi passaggi del gruppo 1, fornendo una panoramica dei ragionamenti seguiti molto soddisfacente (Figura 11). Non hanno esplicitato il passaggio nel quale stabiliscono che per una bambina di 30 kg occorrono 6 dosi da 12 ml, probabilmente svolto in maniera automatica.

$12 \times 6 = 72$ $72 \times 2 = 144$ $144 \times 5 = 720 \text{ ml}$
 Se marta deve prendere 12 ml ogni 5 kg
 e lei pesa 30 kg, quindi $12 \times 6 = 72 \text{ ml}$ e lei
 deve prendere 72 kg per il suo peso.
 Poi dice che deve prenderlo 2 volte al giorno
 per 5 giorni, quindi 72×2 uguale 144 e
 144×5 uguale 720.

Figura 11: Commento alla soluzione del problema dello sciroppo - Gruppo 6

Per risolvere il problema della ricompensa da spartire equamente tra i due fratelli, anche questo gruppo ha diviso la ricompensa totale in quattro parti per poi stabilire la quota di Marta moltiplicando il risultato ottenuto prima per tre, i pomeriggi in cui la bambina ha lavorato. Il gruppo ha compreso che, se Marta ha lavorato il triplo di suo fratello, la ricompensa era da dividere in quattro parti uguali, tre per la bambina e una per il bambino (Figura 12).

$60 : 4 = 15$ $15 \times 3 = 45$
 Se marta deve avere il triplo dei soldi di Luca, si fa
 60 diviso 4 uguale 15, quindi Luca si prende
 15€ e marta il triplo, quindi 15×3 uguale 45€
 di marta

Figura 12: Commento alla soluzione del problema della ricompensa - Gruppo 6

DISCUSSIONE IN PLENARIA

Al termine della risoluzione di entrambi i problemi, la classe si è riunita in plenaria. Inizialmente, i gruppi hanno esposto e confrontato le strategie risolutive adottate. Nel problema dello sciroppo, la strategia è più uniforme, sebbene alcuni gruppi abbiano semplificato o eseguito mentalmente alcuni passaggi. Per quanto riguarda invece il

problema della ricompensa, il gruppo 1 ha adottato un approccio distinto. Pur basandosi sulle proporzioni, queste non vengono applicate direttamente, ma il gruppo ha proceduto per tentativi, cercando la coppia di numeri che soddisfacesse le condizioni del problema.

Successivamente, la discussione si sposta sul confronto tra le strutture dei due problemi. Il primo viene considerato più semplice dal punto di vista della struttura ma meno stimolante. Il problema della ricompensa invece, pur essendo più lungo, è ritenuto più facile perché raccontato meglio. Inoltre, la domanda rivolta direttamente al lettore stimola la curiosità nella ricerca della risposta.

Infine, l'ultima parte della discussione ha l'obiettivo di identificare le caratteristiche dei problemi narrativi. La prima caratteristica ad emergere è la presenza di personaggi e di una domanda che coinvolge il lettore, invitandolo ad aiutare il protagonista. Inoltre, la situazione descritta deve essere incompleta, in modo che sia proprio la risposta a chiudere la storia. Infine, il testo deve narrare la situazione in modo esaustivo, seguendo una struttura che assomiglia a quella di un racconto. Le caratteristiche identificate dalla classe corrispondono a quelle individuate nella fase preliminare e, in particolare, a quelle definite come fondamentali da Zan (2012).

PARTECIPAZIONE DEI COMPONENTI DEI GRUPPI ALLA DISCUSSIONE IN PLENARIA

GRUPPO 1: durante la discussione sulle strategie risolutive adottate e sulle caratteristiche dei problemi narrativi, Dan. e Dav. hanno partecipato attivamente, mentre Raf. solo quando sollecitata. Dan. in particolare, ha esposto più volte il suo pensiero, condividendo il ragionamento svolto nel suo gruppo, confrontando le strategie adottate dagli altri gruppi e offrendo molte osservazioni sulla struttura del problema narrativo, risultate preziose per delinearne le caratteristiche. Per affrontare il problema della

ricompensa, questo gruppo è l'unico ad aver adottato una strategia diversa dagli altri. Inizialmente, dopo l'esposizione del ragionamento, Gio. ha dichiarato di aver affrontato il problema in maniera diversa, poiché per risolverlo "bisognava fare diviso 4 [...] e poi 15 per 3". Dopo un breve scambio, i bambini hanno compreso i diversi punti di vista.

GRUPPO 2: durante la discussione collettiva, i componenti del gruppo hanno partecipato solo quando sollecitati. Dyl. ha esposto i passaggi eseguiti durante la risoluzione del primo problema, dichiarando che il gruppo non ha lavorato insieme. Nella soluzione del primo problema, Leo. lo ha svolto da solo mentre gli altri tre bambini hanno lavorato insieme. Quando è stato fatto notare loro che, se avessero lavorato insieme, sarebbe stato più facile risolvere il problema grazie al confronto e la collaborazione, Dyl. dimostra indifferenza.

GRUPPO 3: durante la discussione in plenaria, gli studenti del gruppo hanno partecipato solo quando interpellati. Durante la condivisione delle strategie attuate nella soluzione del primo problema, si sono limitati a riferire di aver eseguito lo stesso procedimento degli altri gruppi, senza fornire ulteriori dettagli. Per quanto riguarda il secondo, inizialmente Gio. ha affermato sinteticamente: "bisognava fare diviso 4". Successivamente, a seguito di una richiesta di argomentazione, ha esplicitato il ragionamento del gruppo, spiegando che hanno diviso la ricompensa totale per quattro al fine di trovare la paga relativa ad un singolo pomeriggio di lavoro, per poi calcolare la ricompensa di Marta.

GRUPPO 4: i componenti del gruppo hanno partecipato alla discussione in maniera marginale. Rob. in particolare è stato molto difficile da coinvolgere, mentre Gin. ha esposto le soluzioni dei problemi e, nella seconda parte, ha partecipato solo quando sollecitata, seguendo a fatica gli interventi dei compagni. Quando il gruppo 1 ha esposto

la sequenza di passaggi eseguita per risolvere il problema dello sciroppo, Gin. ha dichiarato che il suo gruppo ha fatto diverso: a differenza dei compagni, hanno infatti calcolato separatamente il dosaggio per somministrazione e il numero di somministrazioni per poi moltiplicarli tra loro, mentre i compagni hanno trovato prima la quantità assunta nelle due somministrazioni giornaliere e poi il totale dei cinque giorni. Dan. (gruppo 1) non ha colto la differenza, sostenendo che le due soluzioni erano uguali; quindi, Gin ha spiegato la differenza nei due modi di ragionare.

GRUPPO 5: durante il confronto sulle strategie risolutive del problema dello sciroppo, i componenti del gruppo hanno dichiarato di averlo svolto secondo le stesse modalità del gruppo 1. Purtroppo, la ricercatrice non si è resa conto in tempo che questo non era vero, perdendo l'occasione di discutere la strategia adottata per stabilire la dose necessaria per una somministrazione di sciroppo.

GRUPPO 6: i membri del gruppo hanno partecipato attivamente alla discussione, in particolar modo Ade. e Gab. Dopo che il primo gruppo ha esposto i passaggi svolti per risolvere il problema dello sciroppo, Ade. ha dichiarato che il suo gruppo ha lavorato diversamente, condividendo i passaggi svolti. Dan. inizialmente non ha colto la differenza esposta da Ade., la quale ha sottolineato che il primo passaggio del gruppo 1, nel gruppo 6 è rimasto sottinteso. Nel confronto sul secondo problema, invece, i componenti hanno semplicemente riportato di aver eseguito gli stessi passaggi dei compagni.

Rispetto alle caratteristiche dei problemi narrativi precedentemente individuate, non sono emerse grosse variazioni (Tabella 8). I bambini hanno aggiunto “domanda coinvolgente”, riferendosi in particolare alla formulazione della domanda, che si rivolge direttamente al lettore, invitandolo a intervenire per aiutare il protagonista a trovare una soluzione. Non viene individuata la possibilità di strategie risolutive differenti; dal punto

di vista dei bambini questa caratteristica era difficile da cogliere e, in ogni caso, avrebbe generato difficoltà nella fase di creazione dei problemi. Pertanto, si è scelto di non condividerla con loro.

INDICATORI	COMMENTI
Il problema narrativo permette l'esplorazione	Non viene identificato esplicitamente. È emerso: "Il testo è più lungo che nei problemi normali ma spiega bene la situazione e permette di capirla", che può essere affine.
Il problema narrativo prevede diverse strategie risolutive	Non emerso. Non forzato durante la discussione in plenaria dal momento che i bambini usano queste caratteristiche nella fase di scrittura dei problemi e potrebbe confonderli.
Il problema narrativo presenta dei personaggi mossi da scopi	"Protagonista/personaggi che abbiano un problema o uno scopo".
Il problema narrativo prevede un'evoluzione nel tempo	Non emerge esplicitamente. Racchiuso nelle caratteristiche: "Storia aperta" e "Interessante".
La soluzione del problema narrativo permette al protagonista di raggiungere il suo scopo e di scoprire la fine della storia	Emerge in: "Storia aperta".
Altre caratteristiche emerse	"Domanda coinvolgente" corrisponde in parte a "storia aperta", si riferisce alla formulazione della domanda che invita il lettore in modo diretto ad aiutare il protagonista a raggiungere il suo scopo

Tabella 8: Analisi delle caratteristiche dei problemi narrativi emerse

L'incontro si chiude, al termine della discussione in plenaria, con la definizione delle caratteristiche dei problemi narrativi che sono state appuntate su un file, in modo da essere proiettate alla LIM durante il terzo incontro per facilitare la scrittura dei problemi.

3.2 - SECONDO INCONTRO

Obiettivi	Definizione delle categorie del Matenomio	
	Creazione della raccolta di immagini per il Matenomio	
	Riflessione sugli elementi necessari per la costruzione di un problema narrativo	
	Incremento della motivazione	
Durata	Due ore	
Passaggi	“Problemi a ricalco”	In plenaria, viene guidata una discussione su quali elementi del problema possono essere sostituiti per crearne uno nuovo. Questi elementi vengono evidenziati nel problema utilizzato durante l'incontro precedente
		La classe viene divisa nei gruppi in cui hanno lavorato durante il primo incontro e creano un problema nuovo sostituendo gli elementi evidenziati insieme
	Ritorno in plenaria	
	Attraverso una discussione guidata, vengono definite le categorie da inserire nel Matenomio, partendo dagli elementi evidenziati in precedenza e dagli elementi costitutivi di una storia	
	Creazione delle rappresentazioni accompagnate da una breve didascalia	
Materiale per l'incontro	Gruppi dell'incontro precedente	
	Schede con i problemi della volta precedente (uno per gruppo)	
	Fogli bianchi per le rappresentazioni da inserire nel Matenomio	
Materiale per l'analisi dei dati	Registrazione della discussione in plenaria	
	Raccolta delle immagini create dagli alunni	
	Griglia per l'osservazione del lavoro di gruppo (Figura 2)	
	Griglia per la valutazione delle categorie identificate dalla classe (Figura 5)	

Tabella 9: Tabella riassuntiva del secondo incontro

L'incontro, pianificato originariamente per essere svolto in due ore, si è svolto in un'ora a causa di ritardi accumulati nelle attività precedenti. Essendo programmato per le ultime due ore della giornata, è stato necessario riorganizzarlo per poter concludere le attività nel tempo a disposizione. Questo purtroppo ha penalizzato l'efficacia

dell'incontro; la parte dei problemi a ricalco è stata notevolmente ridotta e i bambini hanno dovuto creare le rappresentazioni frettolosamente, senza avere l'opportunità di creare più illustrazioni per categoria o di colorarle, limitandone l'efficacia visiva nel software. Inoltre, a causa di una assenza e delle difficoltà riscontrate durante l'incontro precedente nei gruppi 2 e 5, è stato necessario riorganizzare leggermente la composizione dei gruppi.

In apertura, è stato esaminato in plenaria il problema dello sciroppo, affrontato nell'incontro precedente, chiedendo ai bambini di individuare gli elementi che, se modificati, avrebbero generato un nuovo problema. Per le ragioni di tempo sopra citate, la discussione è stata guidata dalla ricercatrice più del previsto, concludendosi in pochi minuti. Gli elementi evidenziati dalla classe sono: Marta, sciroppo per la tosse, 12 ml, 5 kg, pesa circa 30 chilogrammi, 2 volte al giorno, per 5 giorni.

Successivamente, la classe è stata suddivisa nei gruppi dell'incontro precedente, con alcune variazioni. È stato chiesto loro di creare un nuovo problema, partendo dal problema della ricompensa affrontato la volta precedente, scegliendo gli elementi da sostituire, in maniera analoga a quanto fatto in plenaria.

Segue l'analisi dei problemi creati attraverso il ricalco dei singoli gruppi.

GRUPPO 1: Dan. (quinta), Dav. (quinta), Raf. (seconda)

Gli elementi evidenziati dal gruppo sono i seguenti (Figura 13):

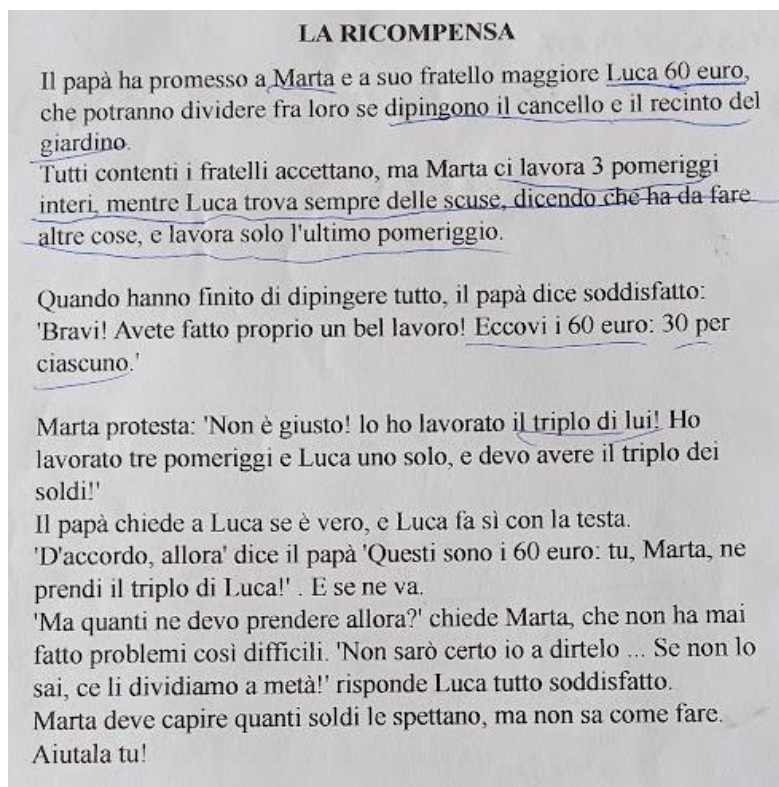


Figura 13: Elementi evidenziati durante l'attività dei problemi a ricalco – Gruppo 1

Partendo dalla modifica di questi elementi, il problema che hanno creato è il seguente (Figura 14):

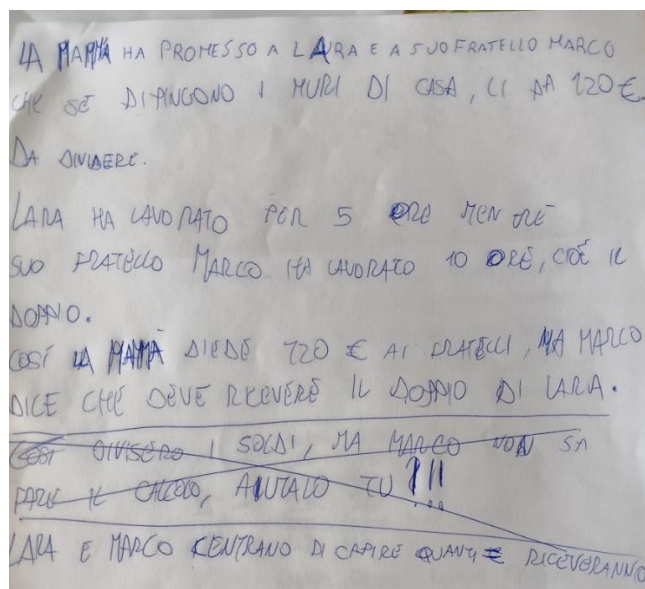


Figura 14: Problema creato durante l'attività dei problemi a ricalco - Gruppo 1

La mamma ha promesso a Laura e a suo fratello Marco che se dipingono i muri di casa, li da 120 € da dividere.

Lara ha lavorato per 5 ore mentre suo fratello Marco ha lavorato per 10 ore, cioè il doppio.

Così la mamma diede 120 € ai fratelli, ma Marco dice che deve ricevere il doppio di Lara.

~~*Così divisero i soldi, ma Marco non sa fare il calcolo, aiutalo tu!!!*~~

Lara e Marco cercano di capire quanti € riceveranno.

Gli elementi selezionati dai bambini mostrano una comprensione della richiesta. La scelta di agire sulla proporzione non si limitata a modificare i nomi dei personaggi o i valori numerici, ma implica una riflessione più profonda: modificando la proporzione, hanno ragionato su come adattare i dati in modo da mantenere coerenza all'interno del problema. L'azione del gruppo sul problema, non ne stravolge la struttura; hanno scelto di modificarne alcuni elementi mantenendo la struttura della storia e quindi agendo su di essa in modo abbastanza superficiale. Nonostante questo, hanno agito sugli elementi numerici andando a modificare la proporzione di lavoro tra i due fratelli e, di conseguenza, sulla ricompensa, in maniera coerente.

Dal punto di vista delle dinamiche di gruppo, si sono osservati comportamenti simili a quelli dell'incontro precedente: i due alunni di quinta hanno lavorato prevalentemente insieme, mentre Raf. ha partecipato principalmente quando stimolata dalle insegnanti o dalla ricercatrice.

GRUPPO 2: Mar. (quinta), Leo. (quarta), Pie. (prima)

Durante il secondo incontro, a causa delle dinamiche poco collaborative emerse durante l'attività precedente, la composizione dei gruppi ha subito una leggera variazione.

Per quanto riguarda questo gruppo, è stato tolto Dyl., spostato nel gruppo 5; lo spostamento è stato facilmente giustificabile a causa dell'assenza di un bambino in questa giornata.

Questa nuova composizione ha portato Mar. e Leo. a lavorare bene insieme; dall'altra parte, la mancanza di Dyl. Ha causato un minore coinvolgimento di Pie.

Gli elementi evidenziati dal gruppo nel problema della ricompensa, da modificare per creare un nuovo problema, sono i seguenti (Figura 15):

Il papà ha promesso a Marta e a suo fratello maggiore Luca 60 euro, che potranno dividere fra loro se dipingono il cancello e il recinto del giardino.

Tutti contenti i fratelli accettano, ma Marta ci lavora 3 pomeriggi interi, mentre Luca trova sempre delle scuse, dicendo che ha da fare altre cose, e lavora solo l'ultimo pomeriggio.

Quando hanno finito di dipingere tutto, il papà dice soddisfatto: 'Bravi! Avete fatto proprio un bel lavoro! Eccovi i 60 euro: 30 per ciascuno.'

Marta protesta: 'Non è giusto! Io ho lavorato il triplo di lui! Ho lavorato tre pomeriggi e Luca uno solo, e devo avere il triplo dei soldi!'

Il papà chiede a Luca se è vero, e Luca fa sì con la testa.

'D'accordo, allora' dice il papà 'Questi sono i 60 euro: tu, Marta, ne prendi il triplo di Luca!'. E se ne va.

'Ma quanti ne devo prendere allora?' chiede Marta, che non ha mai fatto problemi così difficili. 'Non sarò certo io a dirtelo ... Se non lo sai, ce li dividiamo a metà!' risponde Luca tutto soddisfatto.

Marta deve capire quanti soldi le spettano, ma non sa come fare.

Aiutala tu!

Figura 15: Elementi evidenziati durante l'attività dei problemi a ricalco - Gruppo 2

Partendo dalla modifica di questi elementi, gli studenti hanno creato il seguente problema (Figura 16):

IL NONNO HA PROMESSO A MARIA E A SUO FRATELLO MAGGIORE GIANNI 150 EURO CHE POTRANNO DIVIDERE FRA LORO SE DIPINGONO LA CASA E LE RINGHIERE DEI TERRAZZI, TUTTI CONTENTI (FRATELLI) ACCETTANO MA MARIA CI LAVORA 6 POMERIGGI INTERI MENTRE GIOVANNI NON TROVA TANTO TEMPO LIBERO PERÒ LAVORA 12 MEZZI POMERIGGI QUANDO HANNO FINITO DI DIPINGERE IL NONNO DICE SODDISFATTO BRAVI! AVETE FATTO PROPRIO UN BEL LAVORO TENETE 150 EURO: 75 EURO PER UNO. MARIA DICE NON È GIUSTO IO HO FATTO DI PIÙ HO LAVORATO 6 POMERIGGI INTERI E GIOVANNI SOLO 12 MEZZI, IO DEVO AVERE PIÙ SOLDI DI GIOVANNI. IL NONNO CHIEDE A GIOVANNI SE È VERO E GIOVANNI DICE DI NO. E DICE CHE DEVONO AVERE LA STESSA CIFRA DI SOLDI. AIUTA HA FAR CAPIRE MARIA CHI HA RAGIONE.

Figura 16: Problema creato durante l'attività dei problemi a ricalco - Gruppo 2

Il nonno ha promesso a Maria e a suo fratello maggiore Gianni 150 euro che potranno dividere fra loro se dipingono la casa e le ringhiere dei terrazzi. Tutti contenti i fratelli accettano ma Maria ci lavora 6 pomeriggi interi mentre Gianni non trova tanto tempo libero però lavora 12 mezzi pomeriggi

Quando hanno finito di dipingere il nonno dice soddisfatto bravi! Avete fatto proprio un bel lavoro tenete 150 euro: 75 euro per uno. Maria dice non è giusto io ho fatto di più ho lavorato 6 pomeriggi interi e Giovanni solo 12 mezzi. Io devo avere più soldi di Giovanni. Il nonno chiede a Giovanni se è vero e Giovanni dice di no. E dice che devono avere la stessa cifra di soldi. Aiuta ha far capire Maria chi ha ragione.

La scelta degli elementi da modificare dimostra una chiara comprensione della richiesta. Il gruppo ha agito anche sui dati del problema, modificando anche la proporzione tra il lavoro di Maria e del fratello. Inseriscono i mezzi pomeriggi e portano i due fratelli ad aver lavorato tanto uguale, dovendo quindi dividere la ricompensa a metà. Nel nuovo problema creato, la richiesta non è più quella di aiutare la protagonista a

stabilire quanto vale la sua ricompensa per non prendere meno soldi del dovuto, ma aiutarla a capire se ha ragione lei o il fratello.

Nonostante la struttura del problema sia rimasta piuttosto simile a quella di partenza, il gruppo ha inserito elementi interessanti, come i mezzi pomeriggi, e ha agito sulla domanda, modificandola leggermente. Nonostante le modifiche, sono riusciti a mantenere le caratteristiche del problema narrativo, presentando una situazione aperta e delineando in modo chiaro lo scopo del protagonista.

GRUPPO 3: Nin. (quinta), Gio. (quinta), Fab. (prima)

Gli elementi da sostituire evidenziati dal gruppo sono i seguenti (Figura 17):

Il papà ha promesso a Marta e a suo fratello maggiore Luca 60 euro, che potranno dividere fra loro se dipingono il cancello e il recinto del giardino.

Tutti contenti i fratelli accettano, ma Marta ci lavora 3 pomeriggi interi, mentre Luca trova sempre delle scuse, dicendo che ha da fare altre cose, e lavora solo l'ultimo pomeriggio.

Quando hanno finito di dipingere tutto, il papà dice soddisfatto: 'Bravi! Avete fatto proprio un bel lavoro! Eccovi i 60 euro: 30 per ciascuno.'

Marta protesta: 'Non è giusto! Io ho lavorato il triplo di lui! Ho lavorato tre pomeriggi e Luca uno solo, e devo avere il triplo dei soldi!'

Il papà chiede a Luca se è vero, e Luca fa sì con la testa.

'D'accordo, allora' dice il papà 'Questi sono i 60 euro: tu, Marta, ne prendi il triplo di Luca!' - E se ne va.

'Ma quanti ne devo prendere allora?' chiede Marta, che non ha mai fatto problemi così difficili. 'Non sarò certo io a dirtelo... Se non lo sai, ce li dividiamo a metà!' risponde Luca tutto soddisfatto.

Marta deve capire quanti soldi le spettano, ma non sa come fare. Aiutala tu!

Figura 17: Elementi evidenziati durante l'attività dei problemi a ricalco - Gruppo 3

Partendo dalla modifica di questi elementi, il problema creato è il seguente (Figura 18):

Il papà ha promesso a Nina e a suo fratello maggiore ^{Fabrizio} 126€, che potranno dividere tra loro se tagliano l'erba nel vicinato. Tutti contenti i fratelli accettano ma Nina ci lavora 12 pomeriggi interi, mentre Fabrizio trova sempre delle scuse dicendo che ha da fare altre cose, e lavora solo 9 pomeriggi.

Quando hanno finito di tagliare tutto, il papà dice: bravi! avete fatto un bel lavoro! Eccovi i 126€. 63 per ciascuno.

Nina protesta: non è giusto! Io ho lavorato di più di Fabrizio ho lavorato 12 pomeriggi e Fabri 9 e devo avere più soldi!

~~Il papà~~

Ma quanti ne devo prendere? Non ho mai fatto problemi così difficili.

Aiuta Nina a scoprirlo.

Figura 18: Problema creato durante l'attività dei problemi a ricalco - Gruppo 3

Il papà ha promesso a Nina e a suo fratello maggiore Fabrizio 126€, che potranno dividere tra loro se tagliano l'erba nel vicinato. Tutti contenti i fratelli accettano ma Nina ci lavora 12 pomeriggi interi, mentre Fabrizio trova sempre delle scuse dicendo che ha da fare altre cose, e lavora solo 9 pomeriggi.

Quando hanno finito di tagliare tutto, il papà dice: bravi! avete fatto un bel lavoro! Eccovi i 126€. 63 per ciascuno.

Nina protesta: non è giusto! Io ho lavorato di più di Fabrizio ho lavorato 12 pomeriggi e Fabri 9 e devo avere più soldi!

Ma quanti ne devo prendere? Non ho mai fatto problemi così difficili.

Aiuta Nina a scoprirlo.

Gli elementi selezionati dal gruppo mostrano un'adeguata comprensione della richiesta. Il problema creato risulta un ricalco fedele dell'originale, hanno mantenuto il filo narrativo andando a modificare solo i dati e alcuni elementi narrativi, come i nomi dei personaggi.

Dal punto di vista matematico, il gruppo ha scelto di inserire cifre più elevate rispetto a quelle del problema di partenza, aumentando così il livello di complessità dei calcoli necessari per la soluzione.

Per quanto riguarda le dinamiche di gruppo, come nell'incontro precedente il gruppo ha lavorato in modo collaborativo e coinvolgendo tutti i partecipanti.

GRUPPO 4: Rem. (quinta), Gin. (quinta)

Durante questo incontro erano assenti Seb. e Rob., per questo motivo la composizione del gruppo ha dovuto subire una modifica. Questa nuova composizione ha dato buoni risultati: nonostante sia Rem. che Gin. presentino una discreta insicurezza nei confronti della matematica, sono riusciti a portare a termine la richiesta senza necessità di aiuto da parte delle insegnanti, assumendo un atteggiamento positivo e collaborativo.

Gli elementi evidenziati nel problema di partenza sono i seguenti (Figura 19):

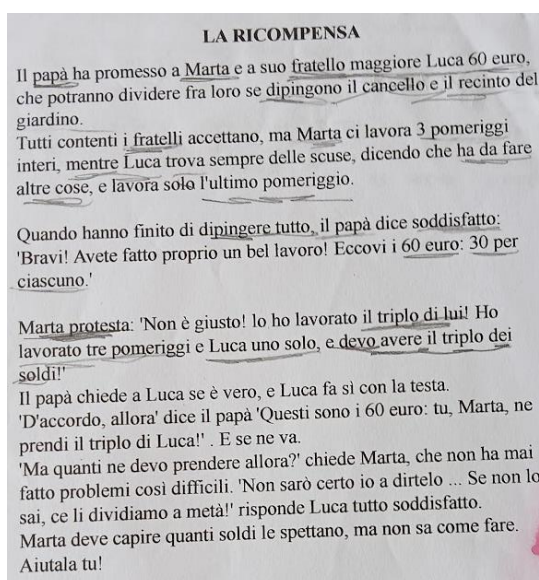


Figura 19: Elementi evidenziati durante l'attività dei problemi a ricalco - Gruppo 4

Modificando questi elementi, hanno creato il seguente problema (Figura 20):

LA MAMMA HA PROMESSO SOFIA E A SUO MIGLIORE AMICO, GELTRUDE 100 EURO CHE POTRANNO DIVIDERE TRA LORO SE DISEGNANO UNA PARETE DEL GIARDINO. TUTTI CONTENTI DI AMICI ACCETTANO MA SOFIA CI LAVORA 4 POMERIGGI INTERI E GELTRUDE TROVA SEMPRE DELLE SCUSE CHE VA A CENA CON LA NONNA E LAVORA SOLO 2 POMERIGGI. QUANDO HANNO FINITO DI DISEGNARE TUTTO LA MAMMA È FELICE GLI DA 50€ A TUTTI E OVE HO LAVORATO 4 POMERIGGI ELVI 2 POMERIGGI SOFIA DICE: NON È GIUSTO! IO A ME SERVE IL QUADRUPLO

Figura 20: Problema creato durante l'attività dei problemi a ricalco - Gruppo 4

La mamma ha promesso Sofia e a suo migliore amico, Geltrude 100 euro che potranno dividere tra loro se disegnano una parete del giardino. Tutti contenti di amici accettano ma Sofia ci lavora 4 pomeriggi interi e Geltrude trova sempre delle scuse che va a cena con la nonna e lavora solo 2 pomeriggi

Quando hanno finito di disegnare tutto la mamma è felice gli dà 50€ a tutti e due, Sofia dice "Non è giusto! Io ho lavorato 4 pomeriggi e lui 2 pomeriggi a me serve il quadruplo"

Il problema generato mantiene una struttura molto fedele a quello di partenza, con una variazione solo degli elementi contestuali. I bambini hanno modificato la proporzione di lavoro svolto dai due personaggi, portandoli ad aver lavorato uno il doppio dell'altro, probabilmente per semplificare il processo di risoluzione. Hanno inoltre rimosso la richiesta finale di aiutare la protagonista, lasciandolo senza domanda.

GRUPPO 5: Dyl. (quinta), Alb. (quarta), Emm. (seconda)

Anche la composizione di questo gruppo è stata modificata rispetto all'incontro precedente, al fine di separare Rem. e Alb., per permettere ad entrambi di svolgere l'attività in un clima più sereno. Questa nuova composizione si è rivelata buona, i bambini hanno collaborato in un clima positivo e rilassato.

Gli elementi evidenziati dal gruppo nel problema di partenza sono (Figura 21):

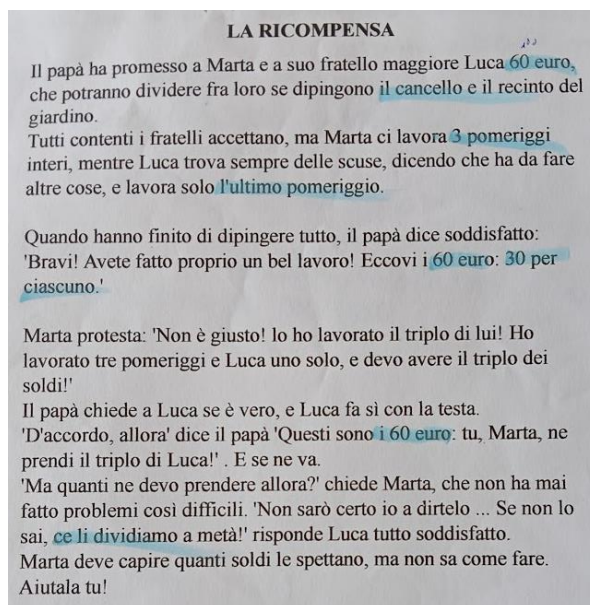


Figura 21: Elementi evidenziati durante l'attività dei problemi a ricalco - Gruppo 5

Partendo dalla modifica di questi elementi, il gruppo ha iniziato ad elaborare il seguente problema, non portato a termine per mancanza di tempo (Figura 22):

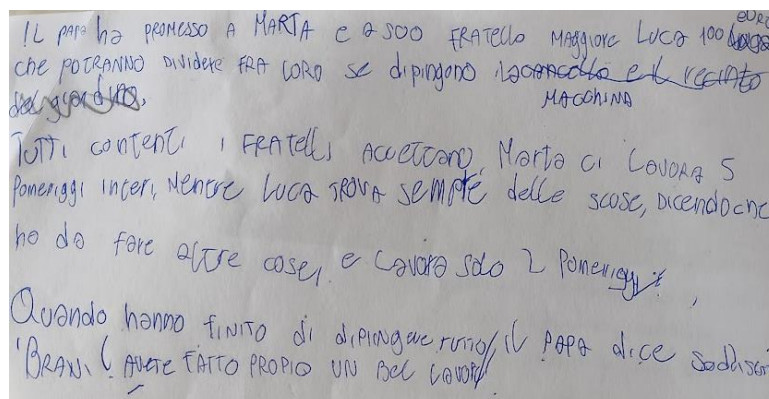


Figura 22: Problema creato durante l'attività dei problemi a ricalco - Gruppo 5

Il papà ha promesso a Marta e a suo fratello maggiore Luca 100 euro che potranno dividere fra loro se dipingono ~~il cancello e il recinto del giardino~~ la macchina. Tutti contenti i fratelli accettano, Marta ci lavora 5 pomeriggi interi, mentre Luca trova sempre delle scuse, dicendo che ha da fare altre cose, e ci lavora solo 2 pomeriggi. Quando hanno finito di dipingere tutto il papà dice soddisfatto: 'Bravi! Avete fatto proprio un bel lavoro!'

Il gruppo ha sostituito gli elementi evidenziati con elementi nuovi, copiando il resto del problema, che risulta uguale a quello di partenza nella struttura. Hanno modificato i valori numerici, rendendo meno intuitiva la soluzione rispetto al problema di partenza.

GRUPPO 6: Ade. (quinta), Gab. (quarta), Car. (seconda)

Il gruppo non ha subito modifiche rispetto all'incontro precedente e le dinamiche sono state nuovamente collaborative e positive.

Gli elementi selezionati sono i seguenti (Figura 23):

Il papà ha promesso a Marta e a suo fratello maggiore Luca 60 euro, che potranno dividere fra loro se dipingono il cancello e il recinto del giardino.

Tutti contenti i fratelli accettano, ma Marta ci lavora 3 pomeriggi interi, mentre Luca trova sempre delle scuse, dicendo che ha da fare altre cose, e lavora solo l'ultimo pomeriggio.

Quando hanno finito di dipingere tutto, il papà dice soddisfatto: 'Bravi! Avete fatto proprio un bel lavoro! Eccovi i 60 euro: 30 per ciascuno.'

Marta protesta: 'Non è giusto! Io ho lavorato il triplo di ¹⁰ lui! Ho lavorato tre pomeriggi e Luca uno solo, e devo avere il triplo dei soldi!'

Il papà chiede a Luca se è vero, e Luca fa sì con la testa.

'D'accordo, allora' dice il papà 'Questi sono i 60 euro: tu, Marta, ne prendi il triplo di Luca!'. E se ne va.

'Ma quanti ne devo prendere allora?' chiede Marta, che non ha mai fatto problemi così difficili. 'Non sarò certo io a dirtelo ... Se non lo sai, ce li dividiamo a metà!' risponde Luca tutto soddisfatto.

Marta deve capire quanti soldi le spettano, ma non sa come fare. Aiutala tu!

Figura 23: Elementi evidenziati durante l'attività dei problemi a ricalco - Gruppo 6

A partire dalla modifica di questi elementi, hanno iniziato la stesura del nuovo problema, non portata a termine per mancanza di tempo (Figura 24):

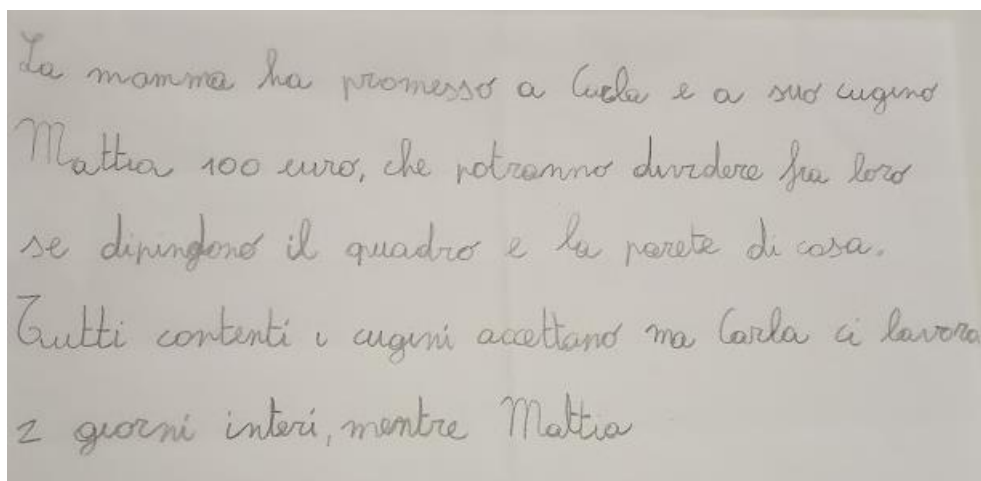


Figura 24: Problema creato durante l'attività dei problemi a ricalco - Gruppo 6

Nonostante il problema non sia terminato, è evidente che il gruppo, dopo aver stabilito i nuovi elementi da inserire, ha eseguito un ricalco fedele del prodotto di partenza, copiando le parti non evidenziate.

DISCUSSIONE IN PLENARIA

Nella fase di progettazione dell'attività, era stata prevista la condivisione dei problemi creati da ciascun gruppo, ma per ragioni di tempo, questa parte è stata omessa. Di conseguenza, la discussione si è focalizzata direttamente sulla riflessione riguardo gli elementi modificati durante le parti precedenti dell'incontro, senza però che questi venissero analizzati in plenaria.

È stato detto ai bambini che avrebbero dovuto creare delle immagini che sarebbero servite come punto di partenza per la creazione di problemi nuovi, e che queste immagini avrebbero dovuto essere suddivise in categorie funzionali alla creazione di problemi narrativi.

Le prime categorie proposte sono state *personaggi* e *dati*, successivamente ampliata a *numeri*, *operazioni* e *figure geometriche* (elementi matematici in generale). Inoltre, hanno proposto *ambientazioni*, comprendendo in essa tutti gli elementi di

INDICATORI	COMMENTI
Numeri	Inizialmente identificata come <i>dati</i> , al termine della discussione è stata inclusa nel gruppo degli <i>elementi matematici</i> . Sarebbe stato più vantaggioso mantenere <i>numeri</i> ed <i>operazioni</i> separati, per stimolare la riflessione sulle diverse rappresentazioni del numero e per incoraggiare la creazione di rappresentazioni per ciascuna categoria, favorendo una maggiore varietà di rappresentazioni.
Cose che si possono fare con i numeri	Inizialmente identificata come <i>operazioni</i> , al termine della discussione è stata inclusa nel gruppo degli <i>elementi matematici</i> .
Ambientazioni	Categoria molto vasta, che comprende tutti gli elementi di contorno, funzionali alla componente narrativa del problema. Include tutti gli elementi della storia che non rientrano nelle altre categorie ma che contribuiscono ad arricchirla.
Personaggi	È la prima categoria emersa. Poco approfondita durante la discussione, sia per le tempistiche ridotte sia perché già ampiamente analizzata durante l'esame delle caratteristiche dei problemi narrativi. I personaggi, infatti, erano già stati riconosciuti come elemento essenziale per la struttura del problema narrativo.
Oggetti magici	Questa categoria è emersa meno spontaneamente. I bambini sono stati invitati a ragionare su quali elementi potrebbero essere utili in una narrazione per aiutare o ostacolare il protagonista nel conseguimento del suo scopo. Una bambina ha suggerito l'idea di una bacchetta magica, da cui è scaturita la generalizzazione della categoria <i>oggetti magici</i> .
Altre categorie proposte dai bambini	<i>Elementi matematici</i> : comprende numeri, operazioni e figure geometriche, ossia tutti gli elementi matematici necessari per strutturare un problema. Dall'osservazione dei disegni realizzati dai bambini, è emerso che tenere le categorie separate avrebbe incentivato la riflessione sulle rappresentazioni del numero. Mantenere la categoria <i>operazioni</i> indipendente, d'altra parte, avrebbe indotto una maggiore difficoltà nella stesura dei problemi.

Tabella 10: Griglia per l'analisi delle categorie identificate dalla classe

contorno che possono essere presenti in una storia, ad esempio una macchina per facilitare un lavoro, e *oggetti magici*, che possono agevolare o ostacolare il protagonista nella ricerca di raggiungere un obiettivo.

Le categorie emerse rispecchiano quelle individuate a priori, con la differenza che gli elementi matematici sono insieme in un'unica categoria (Tabella 10).

Successivamente, ai bambini è stato chiesto di realizzare rappresentazioni grafiche, con l'indicazione di produrre ogni disegno su un foglio separato e di realizzarne almeno una per ciascuna categoria, sottolineando la libertà creativa. È stato inoltre chiesto di scrivere una breve didascalia dietro ad ogni rappresentazione.

Al termine dell'incontro, la ricercatrice ha raccolto le rappresentazioni create dai bambini per digitalizzarle ed inserirle nel software utilizzato durante l'incontro successivo.

3.3 - ANALISI DEGLI ELEMENTI CREATI

I bambini hanno creato 15 disegni appartenenti alla categoria personaggi, 16 elementi matematici, 19 ambientazioni e 26 oggetti magici; in totale hanno realizzato quindi 76 rappresentazioni (Figura 26). A ciascun disegno creato hanno assegnato un'etichetta.

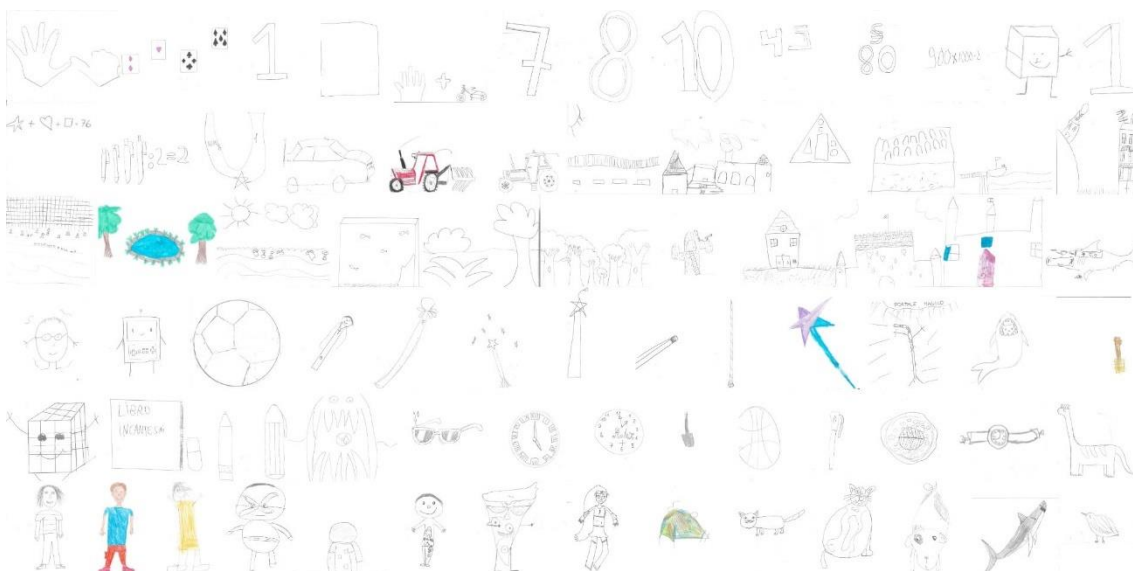


Figura 25: Rappresentazioni create dai bambini

Le rappresentazioni di elementi matematici sono così suddivise:

- Quattro operazioni

- Dieci numeri
- Due figure geometriche

I numeri sono rappresentati per lo più tramite un registro scritto aritmetico, solo tre presentano un registro pittografico. La richiesta fatta ai bambini era di rappresentare i numeri in modi diversi, anche, appunto, tramite il registro grafico. Emerge una rappresentazione del numero uno interessante: un bambino ha disegnato un arco con la dicitura “numero 1” e al centro una stella (Figura 26). Si tratta dell’unica rappresentazione senza un esplicito riferimento al simbolismo collegato alla matematica, se non per la dicitura. Il bambino non aveva capito che la didascalia andasse dietro al foglio e non accostata al disegno. Un’altra rappresentazione degna di nota è quella delle carte, nella quale sono state disegnate quattro carte, ognuna di un seme e un valore diverso (Figura 27). Purtroppo, nessun gruppo ha usato questa rappresentazione nella creazione dei problemi. Sarebbe stato interessante vedere come avrebbero costruito il problema e quale aspetto matematico avrebbero inserito nel problema.

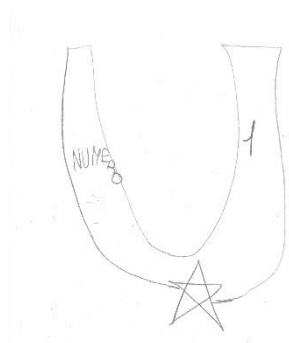


Figura 26: Numero 1

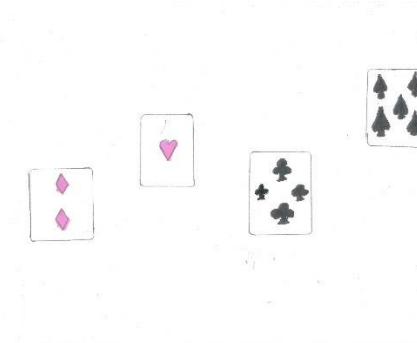


Figura 27: Carte

Tra le operazioni, emergono le tre rappresentate con registro pittografico. La prima presenta un registro misto: riporta l’operazione quattro diviso due, il quattro disegnato tramite quattro penne, il resto dell’operazione invece scritto con registro aritmetico (Figura 28). Nella creazione dei problemi è stata utilizzata; il gruppo che l’ha scelta (Gruppo 2) ha deciso di applicarla in un contesto completamente diverso. La

presenza delle penne nella rappresentazione non ha fornito stimoli ulteriori; la divisione è stata riferita alla spartizione di una pizza tra i personaggi del problema.



Figura 28: Quattro diviso due

La seconda operazione presenta un'addizione, nella quale i tre addendi sono incogniti, rappresentati tramite figure geometriche, mentre il risultato è noto (Figura 29). La rappresentazione è stata fatta da una bambina di seconda. Nell'ultimo periodo hanno lavorato sulla preparazione ai test INVALSI, nei quali sono presenti molti esercizi di questo tipo. È quindi probabile che la sua rappresentazione sia ispirata a questa tipologia di quesiti.

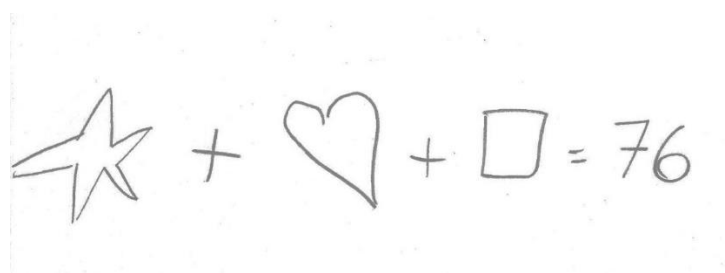


Figura 29: Operazione

La terza è probabilmente la più interessante e fantasiosa: propone l'addizione di cinque dita e una bicicletta (Figura 30). Si tratta di una rappresentazione fuori dagli schemi, creata con l'obiettivo di spiazzare e divertire. Purtroppo, nessun gruppo ha discusso, nelle registrazioni o nelle parti di conversazioni ascoltate direttamente dalla

ricercatrice, di come provare ad inserirla all'interno del problema. Sarebbe stato interessante vedere come i bambini avrebbero interpretato questo elemento durante questo tentativo. Il Gruppo 1, nel primo tentativo di creazione del problema durante il terzo incontro, ha inserito questo elemento interpretandolo come un personaggio della narrazione.

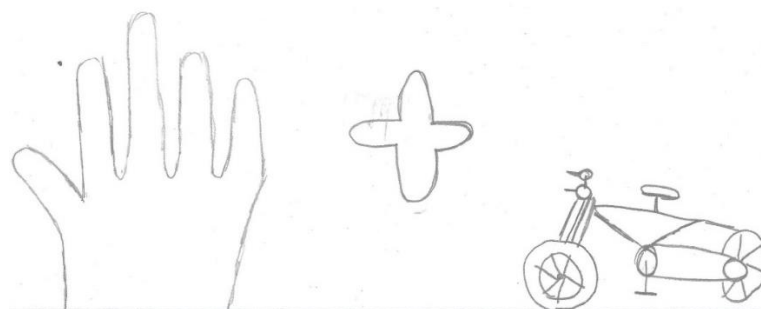


Figura 30: 5 dita più bicicletta

Nelle altre categorie, sono emersi elementi diversi. È interessante notare che, tra gli oggetti magici, sette disegni rappresentano bacchette magiche.

3.4 - TERZO E QUARTO INCONTRO

I due incontri dedicati alla realizzazione dei problemi narrativi vengono analizzati insieme, al fine di fornire una visione complessiva dell'evoluzione dei prodotti degli studenti. Questo approccio consente di delineare il percorso, il ruolo delle interazioni tra i bambini, le loro riflessioni e le modifiche apportate.

Prima di procedere, viene ripresa brevemente la progettazione dei due incontri.

Obiettivo	Creazione dei problemi narrativi con il supporto del Matenomio
Durata	Un'ora
Passaggi	Breve introduzione
	Divisione della classe in coppie precedentemente stabilite
	Breve esplorazione autonoma del Matenomio
	Fase di storytelling in cui, a partire dalle immagini selezionate, le coppie procedono con la stesura dei problemi narrativi
Materiale per l'incontro	Tablet (uno per coppia; è necessario verificare la possibilità di registrare lo schermo senza esclusione del microfono, in caso non fosse possibile è necessario installare un'applicazione apposita)
	LIM
	Documento con le caratteristiche dei problemi narrativi, creato nel primo incontro, da proiettare alla LIM durante la fase di creazione dei problemi
Materiale per l'analisi dei dati	Fotografia/scannerizzazione dei problemi creati durante l'incontro
	Registrazioni degli schermi effettuate attraverso i tablet
	Griglia per l'osservazione del lavoro di gruppo (Figura 2)

Tabella 11: Tabella riassuntiva del terzo incontro

Il terzo incontro viene aperto con una breve spiegazione delle attività previste: i bambini, divisi in coppie, sono invitati ad esplorare il software Matenomio e, partendo dalle immagini selezionate, a creare un problema narrativo. Per agevolare il lavoro, viene proiettato sulla LIM il documento che riassume le caratteristiche dei problemi narrativi identificate durante il primo incontro. Ad ogni gruppo di lavoro viene fornito un tablet, su cui è stata attivata la registrazione dello schermo, per accedere al software.

Obiettivo	Scambio di feedback sui problemi creati durante l'incontro precedente
	Revisione dei problemi alla luce dei feedback ricevuti
	Risoluzione dei problemi creati
Durata	Due ore
Passaggi	In plenaria, ogni gruppo legge il problema creato durante l'incontro precedente per raccogliere feedback dalla classe
	Divisione nelle coppie dell'incontro precedente
	Revisione/conclusione dei problemi
	Risoluzione del problema creato, con annotazione dei ragionamenti oltre che delle procedure
Materiale per l'incontro	Problemi creati durante l'incontro precedente
	LIM
	Documento con le caratteristiche dei problemi narrativi creato nel primo incontro da proiettare alla LIM durante la fase di creazione dei problemi
Materiale per l'analisi dei dati	Fotografia/scannerizzazione dei problemi creati durante l'incontro
	Fotografia/scannerizzazione delle soluzioni prodotte
	Registrazione della discussione in plenaria

Tabella 12: Tabella riassuntiva del quarto incontro

Il quarto incontro si è aperto con la condivisione in plenaria dei problemi elaborati dalle coppie durante l'incontro precedente per raccogliere feedback della classe.

Per introdurre la discussione, sono state riprese le caratteristiche dei problemi narrativi identificate nel primo incontro, dal momento che la classe è stata invitata ad analizzare i problemi dei compagni sulla base di tali criteri. Ogni gruppo ha quindi letto il problema creato, il quale è stato analizzato alla luce delle caratteristiche precedentemente discusse. È stato chiesto ai bambini di appuntare i feedback e i suggerimenti ricevuti, per valutare in seguito se e come modificare il problema creato.

Seguono le analisi dei singoli gruppi. Purtroppo, due registrazioni dello schermo sono andate perse, e un'altra si è interrotta dopo pochi minuti; per cui non per tutti i gruppi è stato possibile osservare gli elementi scelti nelle diverse sessioni di uso del software, le considerazioni dei bambini riguardo la scelta degli elementi e le dinamiche durante la stesura del problema.

GRUPPO 1: Mar. (quinta), Car. (seconda)

La coppia è stata creata per compensare la natura vivace di Mar. con la calma e pazienza di Car.

La coppia ha lavorato in modo collaborativo. Mar. si è abbattuto quando, durante la creazione dei problemi con il Matenomio, propone un primo tentativo di problema nel quale gli studenti elencano una serie di elementi senza collegarli con un filo narrativo. Quando il prodotto è stato analizzato con loro, si sono demotivati e hanno preferito creare un elaborato completamente nuovo piuttosto che modificare quello già sviluppato.

Durante il terzo incontro, la scelta delle immagini nelle diverse sessioni non è avvenuta pensando allo scopo di selezionare elementi che potessero essere inseriti nel problema. I bambini, a turno, hanno scelto le immagini secondo la curiosità portata dalle didascalie o nella speranza di trovare disegni realizzati da loro. Durante la stesura del primo elaborato, si sono concentrati sul tentativo di inserire tutti gli elementi selezionati, perdendo di vista l'obiettivo. Inoltre, quando la coppia espone il problema alla ricercatrice, dopo un tentativo di far ragionare i bambini sul fatto che mancava la parte matematica, i bambini hanno aggiunto la domanda "tra nomi e protagonisti quante cose ci sono", a dimostrazione di uno scarso ragionamento sulla richiesta.

La prima versione del problema rappresenta un tentativo di inserire all'interno di una narrazione tutti gli elementi emersi dalla sessione di riferimento (Figura 31). Il tentativo non è riuscito e gli studenti hanno preferito rivoluzionare completamente la narrazione.

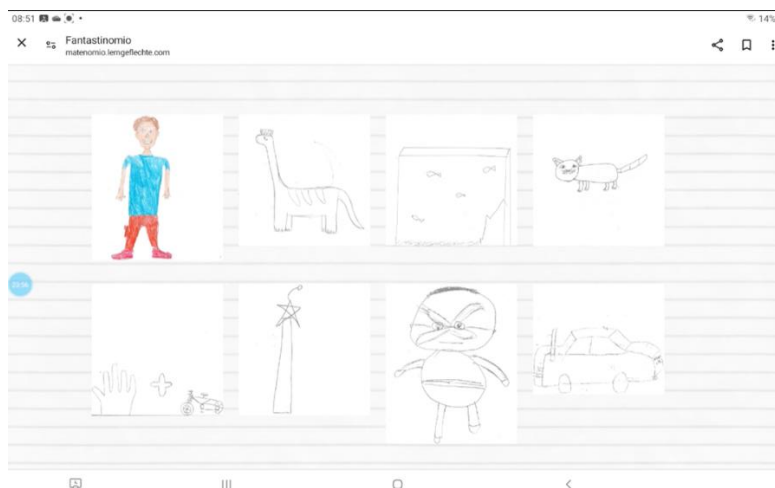


Figura 31: Sessione di riferimento per la creazione del problema narrativo - Gruppo 1

Il problema creato dalla coppia al termine di questo incontro abbandona completamente gli elementi scelti in precedenza, presentando solo il trattore come selezionato dal Matenomio ed emerso durante la prima sessione con il software. Il problema è il seguente (Figura 32):

PROBLEMA

Un uomo un giorno inventa un fontanella che muoveva in un acquario con 10 pesci e gatti in un rotorame mangiava i pesci ma una morsa più una bicicletta e scacciava il gattino per una lancetta lee una maquina avviso il dottor igman che quasi una maquina. Quanti nomi ci sono nella storia? Quanti protagonisti ci sono?

In un concessionario di trattori ci sono 124 trattori; una notte il proprietario del concessionario va a casa; il matino dopo trova solo 90 trattori allora vuole cercare gli altri trattori ma mentre sta avallando decide di comprare il doppio di quelli rimasti. Quanti trattori ha dopo aver comprato il doppio di quelli rimanenti?

Figura 32: Prima versione del problema narrativo - Gruppo 1

In un concessionario di trattori ci sono 124 trattori. Una notte il proprietario del concessionario va a casa da lavoro. Il mattino dopo torna e trova solo 86 trattori. Allora vuole andare a cercare i trattori mancanti. Molto arrabbiato non trovandoli, decide di comprare il doppio di quelli rimasti. Quanti trattori ha dopo aver comprato il doppio di quelli rimasti?

La narrazione elaborata presenta un protagonista mosso da uno scopo ben definito. Nonostante la narrazione presenti alcune carenze, l'obiettivo del personaggio emerge in maniera riconoscibile. Anche la scansione temporale si sviluppa nel tempo, delineando una sequenza di eventi che si articolano in un prima e un dopo. Sono quindi presenti le caratteristiche "presenta dei personaggi mossi da scopi" e "prevede un'evoluzione temporale".

Dal punto di vista delle strategie risolutive, sono presenti due alternative. È possibile calcolare prima il doppio dei trattori rimasti per scoprire quanti ne compra e poi sommarli, trovando il numero complessivo; oppure, calcolare il triplo dei trattori rimasti ottenendo direttamente il risultato. In questo problema, l'approccio grafico non risulta un metodo funzionale a causa dei numeri elevati.

Nel problema elaborato, la narrazione che fa da sfondo risulta scarsamente sviluppata e il protagonista non si comporta in modo coerente con quanto accadrebbe nella realtà: viene fatto un rapido riferimento al lato emotivo per concentrarsi velocemente sull'acquisto dei nuovi trattori. Per questi motivi, la storia non favorisce né la rappresentazione della situazione descritta né il legame con il vissuto degli studenti, risultando quindi poco motivante.

Infine, si tratta di un problema chiuso, poiché il protagonista ormai ha comprato i trattori e non ha bisogno della soluzione per raggiungere il suo scopo. Per renderlo un problema aperto è necessario un cambiamento strutturale del testo.

L'incontro successivo è iniziato con una discussione in plenaria per lo scambio di feedback sui problemi creati, durante la quale i compagni hanno fatto notare che la formulazione del testo e della domanda risultano troppo ripetitivi, proponendo di riformularlo al fine di renderlo meno ridondante. Inoltre, l'uso del termine "rimasti" semplifica eccessivamente la soluzione, riducendone la complessità. Infine, suggeriscono di riformulare il problema in modo da aggiungere un passaggio per rendere la soluzione meno immediata.

Nel corso dell'incontro, la coppia rivoluziona completamente il problema creando una storia del tutto nuova (Figura 33). Mantengono l'elemento "trattore" in un contesto diverso dal precedente. Come suggerito durante la discussione, arricchiscono il problema con diversi passaggi affinché risulti meno immediato.

PROBLEMI
 Un ragazzo carica su un rimorchio di un trattore 80 Mg di legna per portarla ad un signore. Ogni Mg sono 18 euro.
 Quanti soldi deve dare il signore al ragazzo? Nell'inverno il signore finisce la legna, quindi chiede al ragazzo di portargliene ancora 50 Mg. Vista che è fuori stagione la legna è aumentata di 2 euro ogni Mg. Non avendo ancora avuto i soldi del primo carico il signore deve pagarli tutti e due.
 Quanti soldi deve dare il signore al ragazzo?

Figura 33: Ultima versione del problema narrativo - Gruppo 1

Un ragazzo carica su un rimorchio di un trattore 80 Mg di legna per portarla ad un signore. Ogni Mg sono 18 euro. Quanti soldi deve dare il signore al ragazzo?

Nell'inverno il signore finisce la legna, quindi chiede al ragazzo di portargliene ancora 40 Mg. Visto che è fuori stagione la legna è aumentata di 2 euro ogni Mg. Non avendo ancora avuto i soldi del primo carico il signore deve pagargli tutti e due. Aiutali tu a capire quanti euro deve dare il signore al ragazzo.

Questa narrazione risulta più articolata e coerente rispetto alla precedente. Avendo rivoluzionato completamente il problema risulta difficile fare un confronto, ma rispetto alla versione precedente la narrazione favorisce maggiore immedesimazione, stimolando l'interesse e la motivazione alla risoluzione. L'inserimento di nomi per i personaggi avrebbe reso più semplice e meno ripetitivo il testo. La costruzione grammaticale non è perfetta, nella frase "Non avendo ancora avuto i soldi del primo carico il signore deve pagargli tutti e due", per esempio, il soggetto non è chiaro rischiando di creare confusione. Infine, i bambini hanno inserito un interessante riferimento alla realtà economica menzionando l'aumento di prezzo della legna durante l'inverno, dettaglio che aggiunge verosimiglianza alla narrazione.

Dal punto di vista delle strategie risolutive, avendo inserito una domanda dopo il primo passaggio, vincolano il lettore a non poter percorrere strade diverse se non calcolare il prezzo del primo carico, stabilire il prezzo della legna in inverno per calcolare il prezzo del secondo carico e infine sommarli per determinare la spesa totale.

Infine, la storia si sviluppa in un arco temporale durante il quale i personaggi hanno modo di esplicitare i propri scopi e la domanda permette al lettore di aiutarli a raggiungerli.

Seppure con qualche criticità, questo problema presenta tutte le caratteristiche dei problemi narrativi emerse durante il primo incontro, manca invece la possibilità di risolverlo attraverso l'impiego di diverse strategie risolutive.

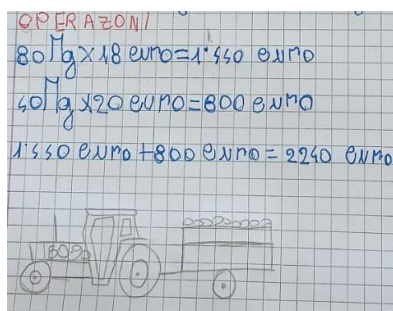
Risulta doveroso dedicare uno spazio per commentare l'evoluzione dell'elaborato di questo gruppo: all'inizio del terzo incontro, infatti, i bambini avevano creato un elaborato più simile ad un esercizio di grammatica, con un elenco di elementi, tutti quelli usciti durante la terza sessione di uno del Matenomio, nel quale mancavano sia una narrazione che l'elemento matematico. Quando hanno chiesto un confronto con la ricercatrice ritenendo finito il loro lavoro, la richiesta espressa dalla domanda richiedeva di trovare quanti nomi fossero presenti nella storia. Ragionando sulla possibile risoluzione del problema, emerge che, per poter essere considerato un problema matematico, l'elaborato necessitava di una domanda che richiedesse di eseguire delle operazioni. Successivamente, hanno quindi modificato la domanda in "Quindi, quanti nomi ci sono nella storia? Quanti protagonisti ci sono? Tra nomi e protagonisti quante cose ci sono?". Al confronto successivo con la ricercatrice nel corso dell'attività, viene fatto notare loro che la domanda non è finalizzata al raggiungimento di uno scopo e il ragionamento necessario per la risoluzione può risultare troppo semplice per i bambini più grandi. Dal momento che i componenti del gruppo sembrano non accettare questo commento, viene chiesto loro di lavorare sul lato della storia, aggiungendo qualche dettaglio e, in particolare, ragionare su cosa fanno i personaggi e se hanno bisogno di qualcosa.

Ritenendo troppo complicato intervenire sull'elaborato svolto fino a questo momento, decidono di ricominciare da capo, impostando il problema dei trattori che, dopo qualche modifica, viene presentato successivamente. Leggendolo con la ricercatrice, viene suggerito loro di aggiungere qualche dettaglio alla storia per renderlo ancora più bello, ad esempio raccontando come si sente il proprietario dei trattori quando scopre di essere stato derubato e come decide di agire successivamente.

Nonostante la difficoltà iniziale, già nel corso del terzo incontro il gruppo ha dimostrato un grande miglioramento, accettando i commenti e mettendo in discussione il lavoro svolto.

Al termine della discussione in plenaria in apertura del quarto incontro la coppia si è demoralizzata nuovamente a causa dei commenti ricevuti sul problema creato, ma ha creato un nuovo elaborato facendo tesoro dei consigli e delle indicazioni ricevuti nel corso delle attività e dando vita, così, ad un problema molto interessante che presenta grandi potenzialità.

La coppia per risolvere il problema ha calcolato la spesa del primo carico, poi quella del secondo e infine le ha sommate per trovare la soluzione (Figura 34):



OPERAZIONI

$$80 \text{ kg} \times 18 \text{ euro} = 1440 \text{ euro}$$

$$40 \text{ kg} \times 20 \text{ euro} = 800 \text{ euro}$$

$$1440 \text{ euro} + 800 \text{ euro} = 2240 \text{ euro}$$

Figura 34: Risoluzione del problema narrativo - Gruppo 1

GRUPPO 2: Dan. (quinta), Pie. (prima)

La coppia è stata formata con l'intento di stimolare Dan. a riflettere maggiormente, confidando che la curiosità di Pie. favorisse la collaborazione. Tuttavia, Dan. ha lavorato prevalentemente da solo, non coinvolgendo Pie. neanche nella fase di scelta delle immagini. La sua tendenza a concludere in modo frettoloso le consegne è prevalsa, portandolo a creare un problema piuttosto semplice per poi giocare con il software e girare a guardare cosa facessero i compagni.

La scelta delle immagini è avvenuta in modo piuttosto casuale, senza tenere conto dello scopo finale, principalmente vengono scelte le immagini create dai componenti del

gruppo. Al termine della terza sessione di scelta degli elementi, Dan. ha chiamato la ricercatrice per chiedere se possono essere usati per creare il problema. Inizialmente Dan. propone una storia che lega in modo casuale gli elementi sullo schermo:

Lui qua, lui e la figlia vanno in macchina... In un castello, dove c'è... vanno in un ristorante, prendono la pizza con un uovo vivo dentro e lui è quello che... il cameriere, però poi quattro diviso due... devo fare l'operazione quattro diviso due?

Dopo un breve scambio di battute in cui la ricercatrice invita i bambini a ragionare su cosa distingue un problema da una storia, la ricercatrice si allontana. Successivamente, dopo aver invitato la coppia a lavorare insieme, Pie. viene coinvolto solo per scrivere sotto dettatura. Quando devono formulare la domanda, Dan. chiama nuovamente la ricercatrice per chiedere come fare. Dice di voler inserire come operazione quattro diviso due perché è presente tra le immagini del Matenomio, ma non sa come fare. Anche in questo caso, la ricercatrice invita la coppia a ragionare su come formulare la domanda, facendo riferimento a come vengono introdotte nei problemi.

Dopo aver terminato il problema, la coppia gioca con il Matenomio per alcuni minuti e poi chiama la ricercatrice per mostrare il prodotto finale. Nonostante la richiesta di creare la rappresentazione grafica della storia, i bambini si rifiutano e continuano a giocare con il Matenomio in attesa che anche gli altri gruppi terminino il lavoro.

Gli elementi inseriti nel problema fanno riferimento principalmente alla terza sessione di uso del software e sono: papà, figlia, macchina, castello, pizza con ananas, uovo vivo, Dottor Eggman, quattro diviso due.

L'immagine rappresenta la sessione da cui il gruppo ha preso gli elementi per la stesura del problema narrativo (Figura 35):

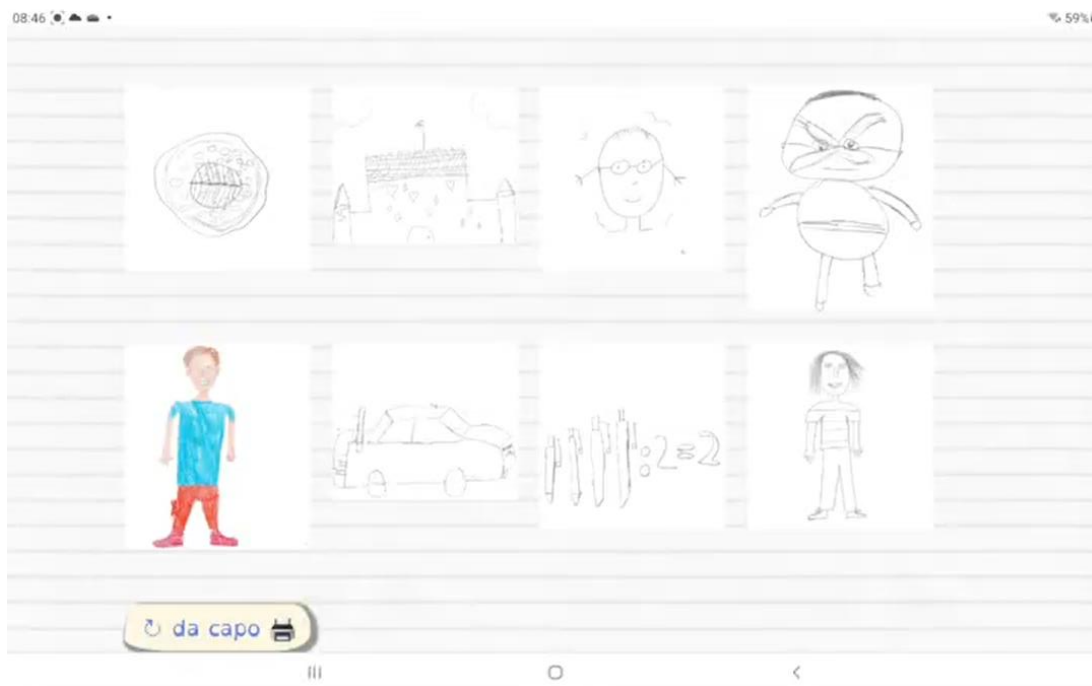


Figura 35: Sessione di riferimento per la creazione del problema narrativo - Gruppo 2

Il problema creato dalla coppia durante questo incontro è il seguente (Figura 36):

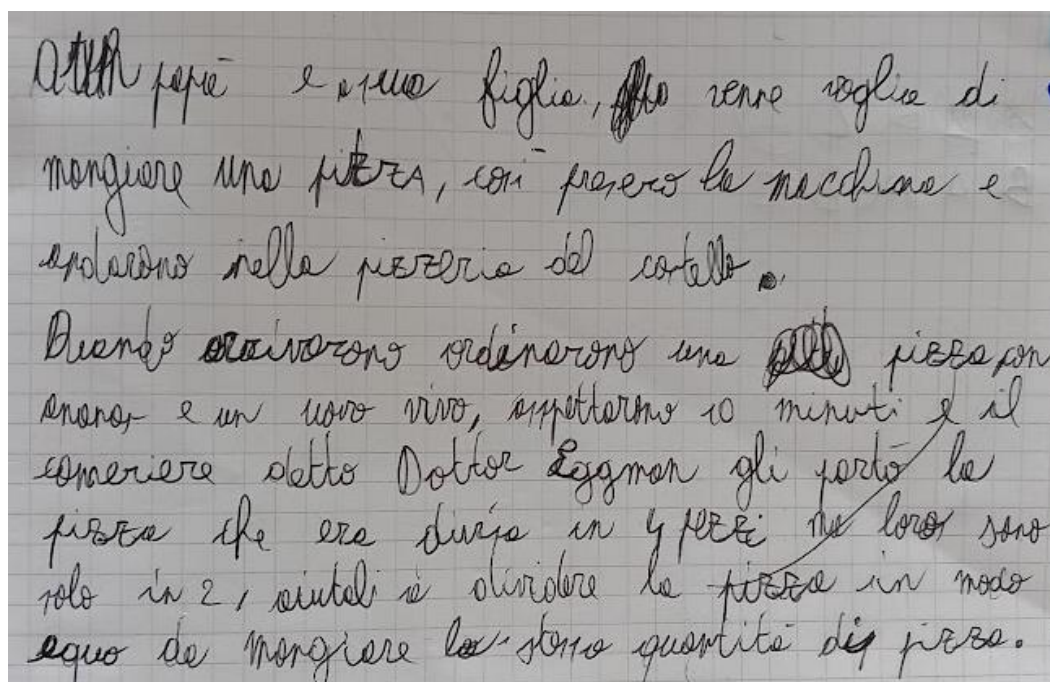


Figura 36: Prima versione del problema narrativo - Gruppo 2

A un papà e sua figlia venne voglia di mangiare una pizza, così presero la
 macchina e andarono nella pizzeria del castello.
 Quando arrivarono ordinarono una pizza con ananas e un uovo vivo, aspettarono 10

minuti e il cameriere detto Dottor Eggman gli portò la pizza che era divisa in 4 pezzi ma loro sono solo in 2, aiutali a dividere la pizza in modo equo da mangiare la stessa quantità di pizza.

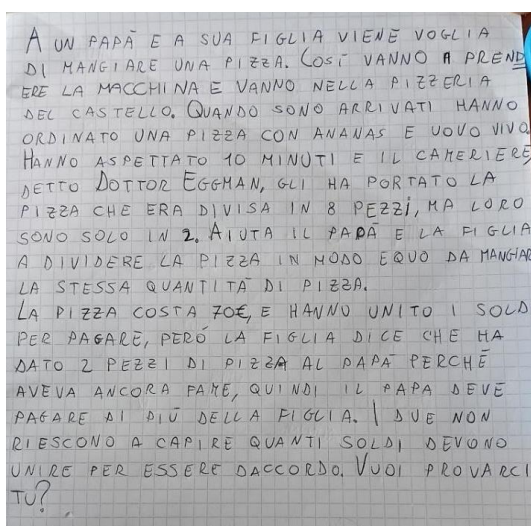
Il problema proposto presenta un contesto accessibile e fantasioso che favorisce l'immedesimazione, stimolando la fantasia e la curiosità.

La narrazione che fa da sfondo al problema risulta sufficientemente coerente, descrivendo una situazione nella quale i bambini possono immedesimarsi, seppure arricchita con elementi di fantasia; questo permette il coinvolgimento emotivo e stimola l'interesse da parte di chi risolve il problema. Tuttavia, l'uso del passato remoto suggerisce una situazione ormai conclusa, aspetto che va in contrasto con l'intento di presentare situazioni aperte. L'incipit del Matenomio, d'altra parte, è "c'era una volta", poiché progettato per la scrittura di favole. Probabilmente questo aspetto ha indirizzato i bambini all'utilizzo di questo tempo verbale. I personaggi presentati hanno l'obiettivo di dividere equamente la pizza e la soluzione del problema permette di aiutarli a raggiungere questo scopo. Nonostante gli eventi vengano narrati con l'uso del passato remoto, la domanda invita ad aiutare i protagonisti a trovare la soluzione, questa discordanza potrebbe essere risolta narrando gli eventi al presente. La narrazione presenta una situazione che evolve nel tempo, delineando una sequenza di eventi che si articolano in un prima e un dopo. Dal punto di vista matematico, il problema non prevede la possibilità di adottare strategie risolutive diverse, dal momento che richiede una semplice operazione per la risoluzione. Tuttavia, è possibile la risoluzione attraverso diversi approcci, quali quello grafico o quello analitico.

Durante la discussione in plenaria in apertura del quarto incontro, i compagni hanno evidenziato che il problema elaborato dalla coppia risulta troppo semplice a causa

dell'operazione necessaria per risolverlo. Questo livello di difficoltà non stimola gli studenti, rendendo il problema poco sfidante. Inoltre, è emerso che il contesto narrativo non risulta abbastanza sviluppato. Pertanto, è stato suggerito di arricchirlo con ulteriori dettagli e passaggi, al fine di renderlo più complesso e stimolante, pur apprezzando il contesto narrativo di partenza.

Al termine dell'incontro, il problema è stato arricchito con dettagli e sono stati aggiunti passaggi per la risoluzione, come suggerito dalla classe durante la discussione (Figura 37):



A UN PAPÀ E A SUA FIGLIA VIENE VOGLIA DI MANGIARE UNA PIZZA. COSÌ VANNO A PRENDERE LA MACCHINA E VANNO NELLA PIZZERIA DEL CASTELLO. QUANDO SONO ARRIVATI HANNO ORDINATO UNA PIZZA CON ANANAS E UOVO VIVO. HANNO ASPETTATO 10 MINUTI E IL CAMERIERE, DETTO DOTTOR EGGMAN, GLI HA PORTATO LA PIZZA CHE ERA DIVISA IN 8 PEZZI, MA LORO SONO SOLO IN 2. AIUTA IL PAPÀ E LA FIGLIA A DIVIDERE LA PIZZA IN MODO EQUO DA MANGIARE LA STESSA QUANTITÀ DI PIZZA. LA PIZZA COSTA 70€, E HANNO UNITO I SOLDI PER PAGARE, PERÒ LA FIGLIA DICE CHE HA DATO 2 PEZZI DI PIZZA AL PAPÀ PERCHÉ AVEVA ANCORA FAME, QUINDI IL PAPÀ DEVE PAGARE DI PIÙ DELLA FIGLIA. I DUE NON RIESCONO A CAPIRE QUANTI SOLDI DEVONO UNIRE PER ESSERE D'ACCORDO. VUOI PROVARCI TU?

Figura 37: Ultima versione del problema narrativo - Gruppo 2

A un papà e a sua figlia viene voglia di mangiare una pizza. Così vanno a prendere la macchina e vanno nella pizzeria del castello. Quando sono arrivati hanno ordinato una pizza con ananas e uovo vivo. Hanno aspettato 10 minuti e il cameriere, detto Dottor Eggman, gli ha portato la pizza che era divisa in 8 pezzi, ma loro sono solo in 2. Aiuta il papà e la figlia a dividere la pizza in modo equo da mangiare la stessa quantità di pizza. La pizza costa 70€, e hanno unito i soldi per pagare, però la figlia dice che ha dato 2 pezzi di pizza al papà perché aveva ancora fame, quindi il papà deve pagare di più della

figlia. I due non riescono a capire quanti soldi devono unire per essere d'accordo. Vuoi provarci tu?

La narrazione risulta più articolata rispetto alla versione precedente, grazie all'inserimento di elementi che aumentano la difficoltà della risoluzione. Tuttavia, aggiungendo la seconda parte della narrazione, la coppia ha reso la narrazione meno fluida, evidenziando artificiosità nell'integrazione degli eventi. Questi passaggi, sebbene mirati a rendere il problema più articolato, ne complicano la comprensione. Le domande sono formulate al presente e coinvolgono direttamente il lettore, stimolando la sua partecipazione. Tuttavia, l'introduzione di nomi per i personaggi avrebbe reso la narrazione meno impersonale e quindi più coinvolgente. I personaggi, pur senza nomi, risultano mossi da uno scopo ben preciso, elemento importante in un problema narrativo. Inoltre, gli eventi presentano un'evoluzione temporale e non sono più narrati al passato remoto, aspetto importante perché la storia ora risulta effettivamente aperta. Dal punto di vista matematico, è possibile individuare diverse strategie risolutive distinte: si può determinare il costo di due fette di pizza, per stabilire la quota della figlia, e successivamente calcolare la quota del padre; oppure si può determinare il prezzo di una fetta per poi determinare le quote dei due personaggi.

La coppia per risolvere il problema ha calcolato il prezzo di una fetta di pizza e poi ha ricavato la quota di ciascun personaggio (Figura 38):

8 PEZZI : 2 PERSONE = 4 PEZZI A TESTA

4 PEZZI A TESTA

4 PEZZI BAMBINA - 2 PEZZI DATI AL PAPA = 2 PEZZI RIMANENTI BAMBINA

4 PEZZI PAPA + 2 PEZZI BAMBINA = 6 PEZZI RIMANENTI PAPA

6 PEZZI PAPA : 2 PEZZI BAMBINA = 3 → (PAPA TRILUPPEZZI DELLA BAMBINA)

70€ : 8 PEZZI = 8,75€ 1 PEZZO DI PIZZA 8,75 X 2 = 17,50 € CHE DEVE PAGARE LA BAMBINA. 8,75 X 6 = 52,50€ CHE DEVE PAGARE IL PAPA.

Figura 38: Risoluzione del problema narrativo - Gruppo 2

GRUPPO 3: Nin. (quinta), Emm. (seconda)

La coppia è stata composta per compensare il carattere delle due bambine. Nin. è molto calma e paziente mentre Emm. molto vivace.

Durante la fase di selezione delle immagini, Emm ha lavorato in modo autonomo, escludendo Nin. dalla scelta, nonostante i ripetuti tentativi delle insegnanti e della ricercatrice di favorire una collaborazione. Nella successiva fase di stesura del problema, Nin. è rimasta sola per la maggior parte del tempo, poiché Emm. si è allontanata per curiosare tra i lavori dei compagni, ignorando i richiami della compagna e delle docenti a tornare al lavoro. Questa dinamica ha reso Nin. piuttosto nervosa, rendendo difficile il suo coinvolgimento e proseguimento nell'attività.

La coppia ha dedicato molto tempo alla selezione delle immagini nel Matenomio, scegliendo di inserire nel problema principalmente quelle presenti nella dodicesima e ultima sessione (Figura 39). La selezione delle immagini è avvenuta in modo piuttosto casuale, con una preferenza marcata le immagini create da loro stesse. Durante questa fase, Emm. ha gestito il tablet, permettendo a Nin. la possibilità di partecipare solo in alcuni momenti. Questo squilibrio nei ruoli ha generato un clima di forte tensione, compromettendo la collaborazione e ostacolando un confronto costruttivo tra loro. Poco prima che si interrompesse la registrazione dello schermo, Nin. ha cercato insistentemente di convincere Emm. ad iniziare la stesura del problema, ma lei si è opposta fermamente. Successivamente, Nin. ha scritto il problema in autonomia facendo riferimento agli elementi emersi nell'ultima sezione, mentre Emm. ha trascorso il tempo esplorando il lavoro degli altri gruppi, nonostante i ripetuti richiami.

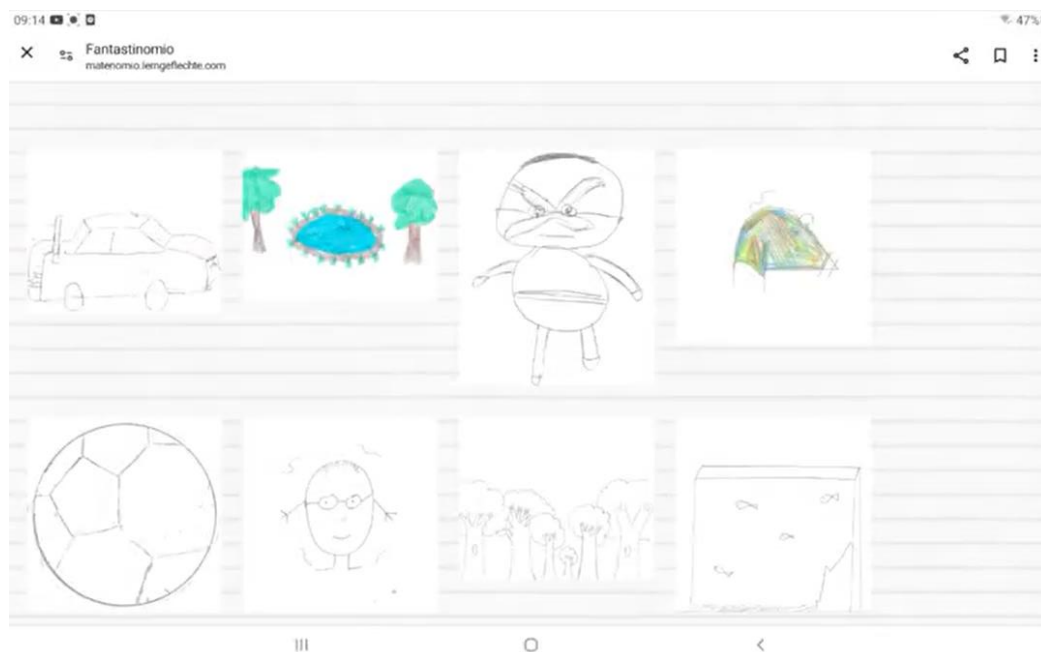


Figura 39: Sessione di riferimento per la creazione del problema narrativo - Gruppo 3

Nello specifico, gli elementi inseriti sono: uovo vivo, bosco, palla da calcio, acquario, topo, Dottor Eggman e macchina. Il terzo gruppo non ha utilizzato gli elementi matematici come punto per la creazione del problema, ma ha scelto solo le altre categorie di elementi, che ha utilizzato per strutturare l'aspetto narrativo. Nelle dodici sessioni di utilizzo del software, hanno scelto solo tre elementi matematici una volta ciascuno, mentre ne hanno scartati, in totale, più di quaranta.

Il problema creato dalla coppia è il seguente (Figura 40):

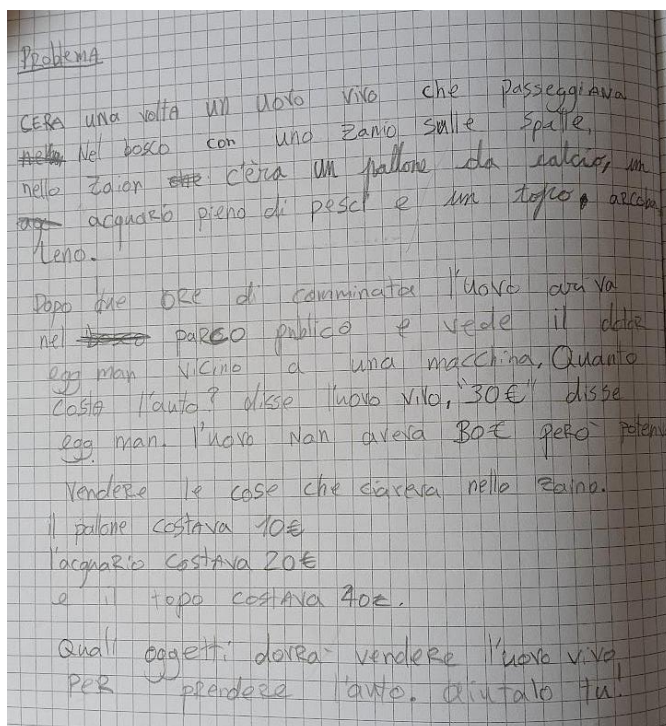


Figura 40: Prima versione del problema narrativo - Gruppo 3

C'era una volta un uovo vivo che passeggiava nel bosco con uno zaino sulle spalle. Nello zaino c'era un pallone da calcio, un acquario pieno di pesci e un topo arcobaleno. Dopo due ore di camminata l'uovo arriva nel parco pubblico e vede il Dottor Eggman vicino a una macchina. "Quanto costa l'auto?" disse l'uovo. "30 euro" disse il Dottor Eggman. L'uovo non aveva 30 euro, però poteva vendere le cose che aveva nello zaino.

Il pallone costava 10 euro

L'acquario costava 20 euro

e il topo costava 40 euro.

Quali oggetti dovrà vendere l'uovo vivo per prendere l'auto? Aiutalo tu!

La narrazione elaborata presenta alcune buone caratteristiche come l'uso del discorso diretto e la formulazione della domanda, che coinvolge il lettore invitandolo a partecipare attivamente alla ricerca di una soluzione. Tuttavia, la struttura narrativa risulta

poco solida e i prezzi assegnati ai diversi oggetti è poco coerente, elemento che potrebbe generare confusione negli studenti che affrontano il problema.

La domanda richiede di scegliere una combinazione di oggetti da vendere per ottenere un importo di denaro che permetta l'acquisto della macchina, per cui le strategie risolutive potrebbero essere diverse. Tuttavia, visto l'importo assegnato agli oggetti, una soluzione emerge sulle altre perché permette di ottenere esattamente il valore corrispondente al prezzo della macchina, limitando così l'esplorazione di diverse combinazioni.

Il tempo della narrazione non risulta coerente, poiché la storia inizia con la formula "c'era una volta" e termina con un riferimento al presente. Il tempo del racconto e la durata dei fatti presentano quindi una discrepanza. Questo difetto, però, può essere dovuto all'incipit del Matenomio. La selezione delle immagini, infatti, è preceduta proprio dalla formula utilizzata dalla coppia per aprire il problema. La sua presenza potrebbe averle indotte ad iniziare il problema proprio con quelle parole. Probabilmente, hanno poi forzato la chiusura della storia inserendo il riferimento al tempo presente per rispettare le caratteristiche dei problemi narrativi individuati durante il primo incontro.

Lo scopo del protagonista emerge in modo chiaro dalla narrazione e può essere raggiunto solo grazie all'intervento del lettore che risolve il problema.

La classe, durante la discussione in plenaria all'inizio del quarto incontro, sottolinea come l'ambientazione fantastica renda la storia affascinante ma, se non adeguatamente elaborata, la narrazione ricorda più ~~ad~~ una storia che ~~ad~~ un problema matematico. Un'altra criticità emersa dai compagni riguarda la mancanza di coerenza tra il prezzo degli oggetti messi in vendita e il prezzo della macchina, obiettivo finale da

raggiungere. Infine, suggeriscono di modificare il valore o il numero degli oggetti in vendita per rendere la soluzione del problema meno immediata.

Nel corso dell'incontro, la coppia rimodula il problema prendendo spunto dalle indicazioni dei compagni (Figura 41):

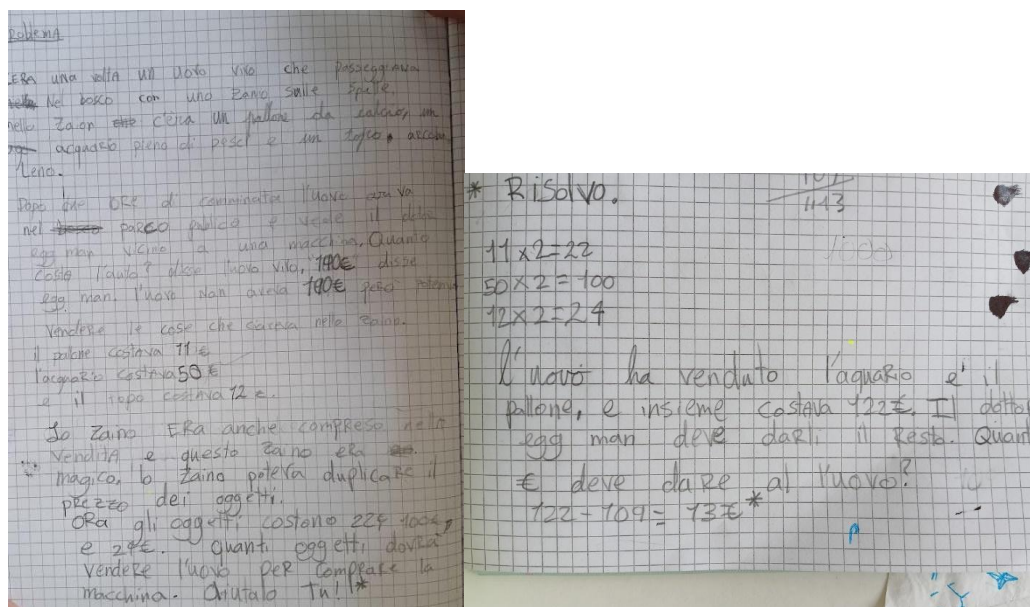


Figura 41: Ultima versione del problema narrativo - Gruppo 3

C'era una volta un uovo vivo che passeggiava nel bosco con uno zaino sulle spalle. Nello zaino c'era un pallone da calcio, un acquario pieno di pesci e un topo arcobaleno.

Dopo due ore di camminata l'uovo arriva nel parco pubblico e vede il Dottor Eggman vicino a una macchina. Quanto costa l'auto? Disse l'uovo vivo. "109€" disse Eggman. L'uovo non aveva con sé 109€ però poteva vendere le cose che aveva nello zaino.

Il pallone costava 11€

l'acquario costava 50€

e il topo costava 12 €.

Lo zaino era anche compreso nella vendita e questo zaino era magico. Lo zaino poteva duplicare il prezzo dei oggetti.

Ora gli oggetti costano 22€, 100€ e 24€. Quanti oggetti dovrà vendere l'uovo per comprare la macchina. Aiutalo tu!

L'uovo ha venduto l'acquario e il pallone, e insieme costava 122€. Il Dottor Eggman deve darli il resto. Quanti € deve dare all'uovo?

Il problema è stato reso più complesso, come suggerito durante la discussione in plenaria, attraverso l'aumento del prezzo della macchina e la variazione dei prezzi degli oggetti in vendita. Inoltre, la coppia ha aggiunto un passaggio nel quale viene richiesto di calcolare il resto che il venditore deve al protagonista. Tuttavia, la formulazione della seconda domanda anticipa la soluzione della prima, rendendo superflua la risposta.

La narrazione risulta inoltre artificiosa a causa dei passaggi poco chiari, come l'affermazione: *“Lo zaino era anche compreso nella vendita”* senza specificarne il prezzo, e di un utilizzo della grammatica non sempre corretto.

Nonostante la variazione dei prezzi rispetto alla versione precedente, dal momento che il valore fissato per l'acquario è di 100€ la risposta alla prima domanda risulta immediata e non necessita di procedimenti matematici per determinare la soluzione.

Come nella versione precedente, è presente una discrepanza tra la sequenza temporale degli eventi narrati e i tempi verbali usati nella narrazione.

Anche in questa versione, infine, il protagonista è mosso da uno scopo ben definito e la soluzione del problema gli permette di raggiungerlo. Poiché la risposta alla prima domanda è contenuta nella seconda, la risoluzione della prima parte del problema diventa superflua.

GRUPPO 4: Dav. (quinta) e Alb. (quarta)

I bambini sono stati messi in coppia insieme per offrire loro l'occasione di esprimere le proprie capacità senza la pressione dei compagni con personalità particolarmente forti. Entrambi, infatti, presentano un carattere piuttosto riservato e timido, che li porta a rimanere in secondo piano quando lavorano accanto a compagni più espansivi.

La scelta si è rivelata buona, i due bambini hanno lavorato in modo collaborativo sia nella fase di scelta delle immagini che di stesura del problema, nonostante abbiano affrontato alcune discussioni. Nel corso dell'attività hanno richiesto più volte il supporto delle insegnanti e della ricercatrice, le quali sono intervenute fornendo spunti di riflessione che hanno permesso alla coppia di completare il lavoro.

Nella prima parte dell'attività hanno esplorato il Matenomio scegliendo le immagini sulla base di chi le aveva create. Al termine della prima sessione Alb. voleva ricominciare mentre Dav. avrebbe voluto iniziare subito la stesura del problema; hanno quindi avuto una breve discussione perché non riuscivano a trovare un accordo. Dopo un confronto con la ricercatrice, decidono di fare una nuova sessione con il Matenomio prima di scrivere il problema per cercare altri elementi di loro interesse.

Nella stesura del problema, inizialmente Dav. lavora da solo mentre Alb. continua a giocare con il Matenomio. Successivamente, dopo alcune richieste di aiuto da parte del compagno, inizia a collaborare alla stesura del problema. Nel corso dell'attività, chiedono più volte aiuto, sia per controllare il lavoro svolto sia per ricevere suggerimenti su come proseguire.

Nonostante le discussioni avvenute tra i bambini, nel corso dell'incontro c'è stato un buono scambio di idee e opinioni, che ha portato alla costruzione del problema finale.

Al termine dell'incontro, il problema creato dalla coppia è il seguente (Figura 42):

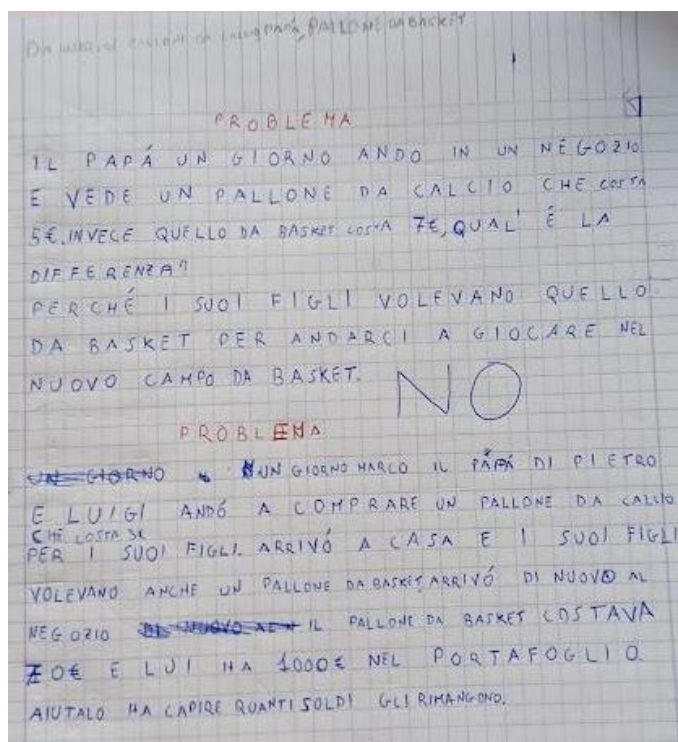


Figura 42: Prima versione del problema narrativo - Gruppo 4

Un giorno il papà di Pietro e Luigi andò a comprare un pallone da calcio che costa 5€ per i suoi figli. Arrivò a casa e i suoi figli volevano anche un pallone da basket. Arrivò di nuovo al negozio. Il pallone da basket costava 70€ e lui ha 1000€ nel portafoglio. Aiutalo a capire quanti soldi gli rimangono.

Nel corso dell'attività i bambini hanno annotato gli elementi emersi dal Matenomio che hanno trovato utili per la costruzione del problema. Diversamente da quanto accaduto negli altri gruppi, non hanno scelto una sessione di riferimento specifica per la selezione, ma hanno annotato quelli che giudicavano più interessanti. Questi sono: palla da calcio, papà, pallone da basket (Figura 43).



Figura 43: Immagini di riferimento per la creazione del problema narrativo - Gruppo 4

La prima versione del problema, profondamente rivista già nel corso dell'incontro grazie alle riflessioni emerse dal confronto con le insegnanti e la ricercatrice, presentava una struttura molto semplice, con una domanda scollegata dal testo e una narrazione estremamente riduttiva. A seguito di un primo invito da parte della ricercatrice di integrare la storia raccontando le motivazioni alla base delle scelte dei personaggi, la coppia ha apportato una piccola modifica, includendo una breve spiegazione a chiusura del problema. Tuttavia, di fronte alle difficoltà incontrate nell'arricchire la narrazione, hanno preferito riscrivere interamente il testo, riformulandolo in modo più coerente.

Gli eventi narrati si sviluppano nell'arco di una giornata, permettendo di delineare un'evoluzione nel tempo. Questo, tuttavia, risulta poco coerente vista l'alternanza nell'utilizzo di verbi al tempo presente e passato. Appare inoltre inverosimile che un padre, essendo appena tornato con un regalo per i suoi figli, torni immediatamente al negozio per soddisfare un'altra richiesta. Questi elementi rendono il problema inverosimile, disincentivandone l'interesse nell'esplorazione.

Dal punto di vista delle strategie risolutive, sebbene non ne presenti molteplici, prevede la possibilità di essere affrontato attraverso il metodo grafico o con l'introduzione di strumenti simulativi.

I personaggi introdotti, sebbene presentati attraverso una narrazione poco articolata, presentano scopi specifici e distinti che il lettore, attraverso la risoluzione del problema, è chiamato ad aiutare a raggiungere.

Durante la discussione in plenaria in apertura del quarto incontro, i compagni evidenziano la confusione riguardo gli eventi narrati: la palla da calcio regalata in apertura risulta scollegata dal resto degli avvenimenti. Occorre quindi chiarire il legame tra le azioni che compie il padre attraverso nessi di causa effetto al fine di rendere la narrazione più chiara e coinvolgente. Viene inoltre sottolineato il fatto che la soluzione del problema appare troppo facile; suggeriscono di introdurre operazioni più complicate o di modificare gli importi al fine di rendere il problema più sfidante.

Nel corso dell'incontro la coppia, seguendo i suggerimenti ricevuti nella discussione precedente, modifica il problema sia nella parte narrativa che matematica; raggiungono così questa versione (Figura 44):

UN GIORNO DI PIETRO E LUIGI GLI HA CHIESTO DI LAVARE LE MACCHINE. QUANDO HANNO FINITO GLI HA REGALATO UN PALLONE DA CALCIO CHE COSTA 15,50. LORO UN GIORNO GIOCAVANO A CALCIO DOPO UN PO' SI ANNOIANO E CHIEDONO AL PAPÀ SE GLI COMPRAVA IL PALLONE DA BASKET, CHE COSTA 89,90. LUI È PARTITO DA CASA CON 750€ NEL PORTAFOGLIO E VOLEVA PRENDERSI ANCHE UN PAIO DI SCARPE NIKE CHE COSTANO 430€. RUSCIRÀ A PRENDERE LE SCARPE CON I SOLDI CHE GLI RIMANGONO?

RISOLVO

$$89,90 + 15,50 = 105,40$$

$$\begin{array}{r} \text{BASKET } 89,90 + \\ \text{CALCIO } 15,50 = \\ \hline 105,40 \\ \text{707 PALLONI} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 105,40 - 750 = \\ \hline 644,60 \end{array}$$

RISPOSTA: RIESCE A PRENDERSI LE SCARPE

Figura 44: Ultima versione del problema narrativo - Gruppo 4

*Un giorno *il papà* di Pietro e Luigi gli ha chiesto di lavare le macchine. Quando hanno finito gli ha regalato un pallone da calcio che costa 15,50. Loro un giorno giocavano a calcio dopo un po' si annoiano e chiedono al papà se gli comprava il pallone*

da basket, che costa 89,90. Lui è partito da casa con 750€ nel portafoglio e voleva prendersi anche un paio di scarpe Nike che costano 170€. Riuscirà a prendere le scarpe con i soldi che gli rimangono?

La narrazione è stata arricchita rispetto alla versione originale attraverso l'inserimento delle motivazioni, nonostante le sequenze di azioni siano rimaste frammentate. Sono sempre presenti elementi poco realistici: appare improbabile che il padre porti con sé una quantità di denaro così elevata, o che vada a comprare la palla da basket poco dopo aver acquistato quella da calcio perché i figli si annoiavano. Gli eventi presentati si sviluppano cronologicamente, tuttavia mancano dettagli narrativi che rendano questa evoluzione significativa.

Il problema può essere risolto confrontando la spesa totale che il padre dovrebbe affrontare per acquistare tutti i prodotti con la somma che ha portato con sé, oppure sottraendo a questa il costo del pallone per verificare che la cifra rimanente sia sufficiente per l'acquisto delle scarpe. Inoltre, come nella versione precedente, può essere affrontato attraverso l'utilizzo del metodo grafico o con strumenti simulativi.

I personaggi sono mossi da scopi ben precisati. Il padre, in particolare, ha l'obiettivo di comprare la palla per i figli e le scarpe per sé. Rispondendo alla domanda, il lettore ha la possibilità di aiutarlo a capire se la somma di denaro a sua disposizione è sufficiente per raggiungere il suo scopo.

La versione finale rappresenta un miglioramento rispetto a quella di partenza, soprattutto in termini di autenticità e coerenza narrativa. Tuttavia, rimane poco sfidante dal punto di vista matematico e presenta elementi che potrebbero essere ulteriormente modificati al fine di renderlo più coerente e coinvolgente.

La coppia inizialmente ha calcolato la spesa complessiva per i due palloni, sottraendo successivamente tale importo dalla cifra totale a disposizione del padre, per verificare se fosse sufficiente per l'acquisto delle scarpe (Figura 45). Questa strategia risulta scorretta rispetto alla sequenza di eventi descritta nel testo del problema, dal quale emerge che l'acquisto della palla da calcio è avvenuto nei giorni precedenti rispetto a quello della palla da basket. Per stabilire se il papà possa acquistare anche le scarpe, pertanto, è necessario determinare la somma a sua disposizione dopo l'acquisto della palla da basket e confrontarla con il prezzo delle scarpe, senza includere nel calcolo la spesa per la palla da calcio.

NO?

RISOLVO

BASKET	89,90 +
CALCIO	15,50 =
TOT. PALLONI	105,40

105,40 -	75,00 +
105,40 =	64,60

RISPOSTA: RIESCE A PRENDERSI LE SCARPE

Figura 45: Risoluzione del problema narrativo - Gruppo 4

GRUPPO 5: Dyl. (quinta), Leo. (quarta)

La coppia è stata formata per compensare il carattere particolarmente vivace di Dyl. e la tranquillità che contraddistingue Leo. Dal momento che Dyl. tende a scoraggiarsi davanti ad un compito quando lo ritiene troppo complicato, è stato affiancato da Leo. che, al contrario, dimostra un atteggiamento sempre positivo nei confronti delle richieste.

La scelta si è rivelata positiva: i bambini hanno lavorato in un clima di collaborazione e aiuto reciproco, compensando uno le difficoltà dell'altro.

La coppia ha eseguito solo due sessioni con il Matenomio, usando la prima per l'esplorazione del software e selezionando dalla seconda gli elementi per il problema (Figura 46). Hanno inserito nel problema tutti gli elementi selezionati tranne il 7, costruendo la storia appositamente per inserire l'operazione scelta.

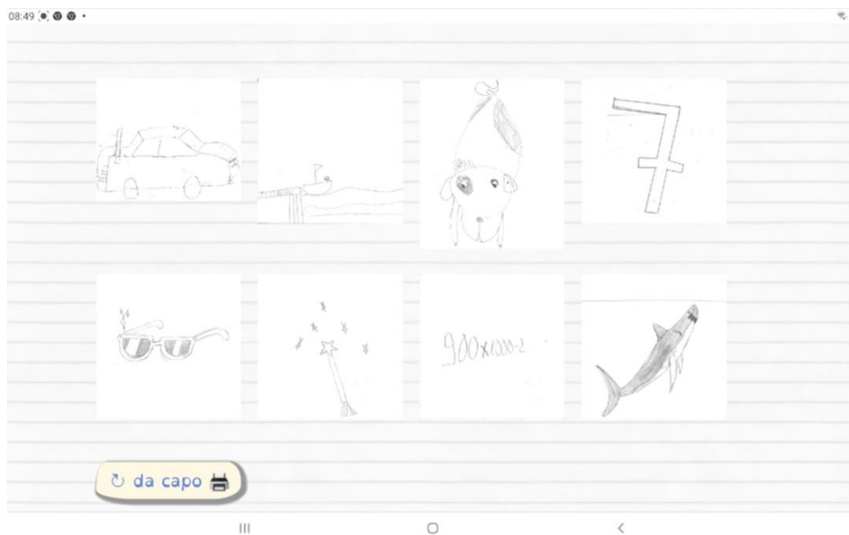


Figura 46: Sessione di riferimento per la creazione del problema narrativo - Gruppo 5

Sia nella fase di selezione delle immagini che nella costruzione del problema, i bambini hanno dialogato molto tra loro, confrontandosi e cercando soluzioni accettate da entrambi. Nonostante il problema creato non presenti effettivamente tutte le caratteristiche individuate durante il primo incontro, lo hanno costruito ragionando su esse e su come fare in modo che le presentasse. Questo ha però portato ad una narrazione poco fluida, a causa della forzatura nell'inserimento di alcuni dettagli.

Il problema creato dalla coppia è il seguente (Figura 47):

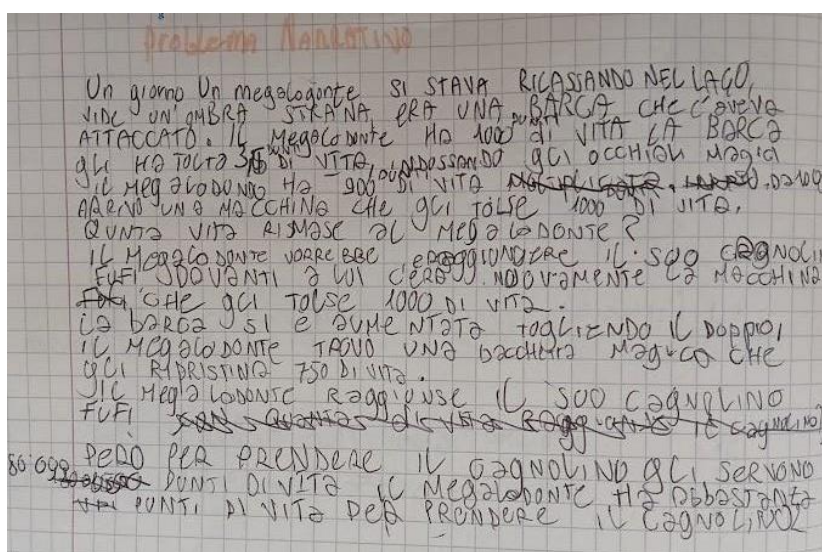


Figura 47: Prima versione del problema narrativo - Gruppo 5

Un giorno un megalodonte si stava rilassando nel lago, vide un'ombra strana, era una barca che l'aveva attaccato. Il megalodonte ha 1000 punti di vita. La barca gli ha tolto 3,5 punti di vita. Indossando gli occhiali magici il megalodonte ha 900 punti di vita da 1000. Arrivò una macchina che gli tolse 1000 punti di vita.

Quanta vita rimase al megalodonte?

Il megalodonte vorrebbe raggiungere il suo cagnolino Fufi. Davanti a lui c'era nuovamente la macchina che gli tolse 1000 di vita.

La barca si è aumentata togliendo il doppio. Il megalodonte trova una bacchetta magica che gli ripristina 750 di vita.

Il megalodonte raggiunse il suo cagnolino Fufi.

Però per prendere il cagnolino gli servono 80000 punti di vita. Il megalodonte ha abbastanza punti di vita per prendere il cagnolino?

La narrazione presenta diverse carenze grammaticali che rendono il racconto poco chiaro. Dal punto di vista della coerenza interna, inoltre, emergono diverse ambiguità: nella prima parte il megalodonte ha 1000 punti di vita e, indossando gli occhiali magici, improvvisamente ha “900 punti di vita da 1000”, senza una chiara spiegazione. Inoltre, dal testo sembra che i punti di vita siano scesi mentre, come emerge dalla registrazione e dai confronti con le insegnanti avvenuti nel corso dell'incontro, i bambini intendevano che gli occhiali aumentano di 900 volte il punteggio di vita del personaggio. Il contesto fantastico in cui è inserita la narrazione non viene adeguatamente spiegato: vi sono rimandi al mondo dei videogiochi ma alcune dinamiche risultano non coerenti tra loro: lo schianto con la macchina e la barca toglie 1000 punti di vita mentre per raggiungere il cagnolino sono necessari 80000 punti di vita. Questi dettagli possono disorientare, rendendo il problema poco accessibile.

Affrontare la risoluzione del problema risulta molto complicato a causa della scarsa efficacia nel rendere chiare le dinamiche di cambiamento del punteggio nel corso della narrazione. Inoltre, la sequenza di eventi determina la necessità di eseguire una sequenza rigida di calcoli, limitando la possibilità di applicare strategie diverse per la soluzione. A causa delle cifre elevate, manca anche la possibilità di applicare approcci alternativi.

L'evoluzione temporale risulta poco chiara e lineare a causa della narrazione frammentata e l'assenza di connessioni logiche tra gli eventi, rendendo difficile l'individuazione dell'ordine in cui gli episodi accadono.

Il protagonista presenta lo scopo di raggiungere il suo cagnolino; tuttavia, gli elementi introdotti per ostacolarlo risultano non avere scopi ben precisi o ruoli chiari all'interno della storia.

La risoluzione del problema permette di scoprire se il megalodonte abbia o meno abbastanza punti di vita per raggiungere il cagnolino; il numero elevato di punti necessario per farlo, tuttavia, risulta sproporzionato rispetto ai calcoli precedenti, rendendo il finale potenzialmente frustrante per chi risolve il problema.

Durante la discussione in plenaria svolta durante il quarto incontro, i compagni hanno apprezzato molto il problema del gruppo, ritenendolo coinvolgente nonostante la difficoltà. Sugeriscono di inserire gli avvenimenti in un contesto, poiché le dinamiche descritte ricordano quelle tipiche dei videogame. Dyl. ribatte che è proprio l'ambientazione che hanno immaginato, e viene quindi suggerito di renderlo esplicito nel testo. Apprezzano il fatto che la domanda finale serve per il raggiungimento dello scopo finale.

Nel corso dell'incontro, la coppia decide di riscrivere il problema, dal momento che la versione iniziale era stata scritta in modo poco ordinato. Tuttavia, per questioni di tempo, non riescono a terminare il lavoro (Figura 48).

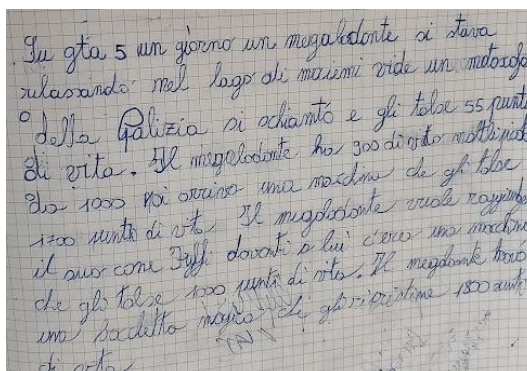


Figura 48: Ultima versione del problema narrativo - Gruppo 5

Su gta 5 un giorno un megalodonte si stava rilassando nel lago di maiemi vide un motoscafo della Polizia si schiantò e gli tolse 55 punti di vita. Il megalodonte ha 900 punti di vita moltiplicato da 1000 poi arriva una macchina che gli tolse 1700 punti di vita. Il megalodonte vuole raggiungere il suo cane Fuffi davanti a lui c'era una macchina che gli tolse 1000 punti di vita. Il megalodonte trovò una bacchetta magica che gli ripristinò 1800 punti di vita.

Nella nuova elaborazione, persistono i difetti di grammatica e la mancanza di nessi logici tra gli eventi. Come suggerito dai compagni, viene esplicitata l'ambientazione all'interno di un videogioco, a cui vengono aggiunti elementi fantastici che, con lo specifico videogioco citato, non hanno nulla a che fare. Nonostante questo, con i dovuti aggiustamenti e con qualche attenzione, si tratta di un problema con buone basi su cui lavorare.

Per quanto riguarda le strategie risolutive, come nella versione precedente la soluzione è strettamente vincolata dalla sequenza di eventi narrati, non permettendo approcci o metodi diversi per trovare la risposta alla domanda.

Gli eventi si sviluppano in una sequenza temporale, nella quale è possibile identificare un ordine cronologico degli episodi; tuttavia, il ritmo della narrazione risulta frettoloso.

Come nella versione precedente, l'obiettivo del protagonista viene messo in evidenza dalla narrazione, mentre gli elementi inseriti per ostacolarlo non vengono collegati a scopi specifici.

Non essendo terminato, non è possibile fare considerazioni sulla domanda; è possibile immaginare che i bambini avrebbero chiesto di aiutare il protagonista a capire se sarebbe riuscito a raggiungere il cagnolino, come avevano fatto nella versione precedente.

Non avendo terminato il problema, la coppia ha risolto la versione iniziale del problema (Figura 47). Nella soluzione, hanno effettuato una serie di calcoli senza riportare il loro significato e senza concludere esplicitando la risposta. Hanno calcolato i punti di vita rimasti al megalodonte dopo aver interagito con i diversi elementi inseriti nel testo (Figura 49). Tuttavia, i calcoli effettuati dai bambini sono errati, probabilmente a causa di una scarsa efficienza nel calcolo con numeri così elevati. Nel primo passaggio, vengono inoltre omessi i punti di vita di partenza del megalodonte.

The image shows handwritten calculations on graph paper. The calculations are as follows:

$$1000 + 200 = 1200$$

$$1200 - 1000 = 200$$

$$200 - 200 = 0$$

$$58 \cdot 2,5 = 145$$

$$145 + 150 = 295$$

$$295 - 295 = 0$$

Labels written on the right side of the page include:

- PUNTI DI VITA
- PUNTI DI VITA

Figura 49: Risoluzione del problema narrativo - Gruppo 5

GRUPPO 6: Gin. (quinta), Seb. (quarta)

La coppia è stata formata per affiancare a Gin., che presenta un carattere solare ma presenta notevoli difficoltà nei confronti della matematica, a Seb., bambino

di quarta che, oltre ad affrontare con relativa facilità la disciplina, è molto collaborativo e attento ai compagni. L'obiettivo è quindi quello di creare un ambiente nel quale entrambi possano esplorare le proprie capacità e contribuire alla creazione del problema.

I bambini hanno collaborato in maniera positiva, mettendo in gioco le proprie competenze; purtroppo, però, hanno riscontrato molta difficoltà nel lavoro, probabilmente in parte a causa dell'assenza di Seb. all'incontro precedente. Hanno per questo richiesto più volte l'aiuto delle insegnanti ed è stato complicato convincerli a provare a scrivere il problema, poiché sostenevano di non essere capaci. Alla fine, hanno scelto di ispirarsi al problema della ricompensa, affrontato nel primo incontro, usandolo come traccia per la creazione di un nuovo problema.

Purtroppo, la registrazione dello schermo del loro incontro si è interrotta dopo pochi minuti. Per questo, non è possibile effettuare un'analisi dei criteri di scelta delle immagini nelle diverse sessioni o accedere agli scambi tra i bambini nella progettazione e stesura del problema (Figura 50).

PROBLEMI
 IL PROPRIETARIO DI UNA CASA CHIEDE
 A DUE RAGAZZI SE GLI POSSO NO AGGIUSTARE
 DUE MACCHINE.
 IL PRIMO RAGAZZO SI CHIAMA PUCINO IL SECONDO
 PEREIRO, PUCINO LAVORA IL QUIN TU PLO N
 PEREIRO CHE LAVORA I DUE VOLANTI,
 IL SIGNORE GLI DA LE RICOMPENSE I QUALI SONO I SOLDI
 NE DA 50 A PUCINO E 50 A PEREIRO.
 PUCINO PROTESTA PERCHÉ LUI HA LAVORATO MOLTO DI PIÙ
 QUINDI DEVE AVERE IL QUIN TU PLO DEI SOLDI,
 AIUTATO A FARGLI CAPIRE QUANTI SOLDI GLI DEVONO ANCORA
 DARE.

Figura 50: Prima versione del problema narrativo - Gruppo 6

Il proprietario di una casa chiede a due ragazzi se gli possono aggiustare due macchine.

Il primo ragazzo si chiama Pucino il secondo Pereiro. Pucino lavora il quintuplo di Pereiro che lavora i due volanti.

Il signore gli dà le ricompense i quale sono i soldi

Ne dà 50 a Pucino e 50 a Pereiro.

Pucino protesta perché lui ha lavorato molto di più quindi deve avere il quintuplo dei soldi.

Aiutalo a fargli capire quanti soldi gli devono ancora dare.

Dal punto di vista narrativo, il problema presenta alcune lacune. I bambini hanno mantenuto la struttura del problema narrativo proposto loro durante il primo incontro, modificandone alcuni elementi. Tra questi, hanno deciso di agire sul compito svolto dai protagonisti per ottenere la ricompensa e sulla quantità di lavoro svolto da ciascuno, delineandola attraverso la differenza tra le mansioni svolte anziché le ore dedicate ad esso. Nel tentativo di eseguire questo cambiamento, però, non sono riusciti a trovare un modo funzionale per esprimerlo. Hanno infatti scritto: “*Pucino lavora il quintuplo di Pereiro che lavora i due volanti*”, espressione poco chiara e che può disorientare chi affronta il problema. Le parole usate per esprimere la domanda, inoltre, risultano poco chiare; non è infatti specificato se i due personaggi devono dividersi equamente i 100 euro dati, o se Pereiro deve ricevere un’ulteriore somma da parte del signore che ha commissionato il lavoro. Dal punto di vista delle strategie risolutive, è possibile utilizzare una proporzione, oppure calcolare il compenso per un’ora e distribuirlo equamente. Inoltre, sia l’approccio grafico sia l’uso di materiale manipolabile risultano utili per comprendere e risolvere il

problema. È quindi presente la possibilità di trovare la risposta alla domanda attraverso l'applicazione di diverse strategie risolutive.

La narrazione si svolge in un tempo presente, senza alcun riferimento ad un'evoluzione temporale, a causa di una descrizione statica degli eventi.

Lo scopo del protagonista è quello di ottenere una ricompensa equa. D'altra parte, non è chiaro il motivo per cui il proprietario abbia distribuito i compensi in questo modo. La figura di Pereiro, infine, risulta solo di contorno, senza che il personaggio abbia un ruolo attivo nella storia.

Il finale risulta ben costruito, attraverso una domanda che incoraggia il lettore a risolvere il problema per aiutare il protagonista a raggiungere il suo scopo.

I compagni, durante il confronto sui problemi avuto in apertura del quarto incontro, hanno analizzato a fondo quello di Gin. e Seb. Il fatto che per differenziare la quantità di lavoro dei personaggi abbiano introdotto i volantini li ha destabilizzati e confusi. Propongono infatti di specificare meglio il modo in cui i due bambini si sono divisi il lavoro. Riconoscono che lo scopo del protagonista è ben specificato e che la domanda invita il lettore ad aiutarlo a raggiungerlo. La discussione si conclude quindi con il suggerimento di rivedere il testo affinché aiuti chi legge il problema a comprendere la situazione.

La coppia rielabora il problema nel corso dell'incontro, ottenendo il seguente prodotto finale (Figura 51):

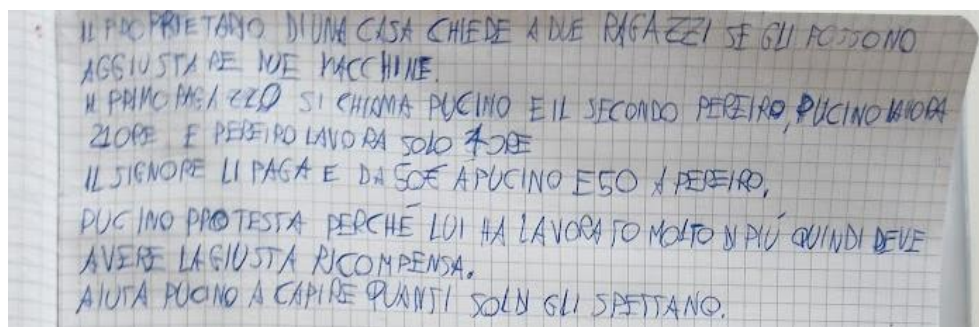


Figura 51: Ultima versione del problema narrativo - Gruppo 6

Il proprietario di una casa chiede a due ragazzi se gli possono aggiustare due macchine.

Il primo ragazzo si chiama Pucino e il secondo Pereiro. Pucino lavora 21 ore e Pereiro lavora solo 4 ore.

Il signore li paga e dà 50€ a Pucino e 50 a Pereiro.

Pucino protesta perché lui ha lavorato molto di più quindi deve avere la giusta ricompensa.

Aiuta Pucino a capire quanti sono i soldi che gli spettano.

La coppia ha modificato il problema nelle parti suggerite dalla classe, modificando la partizione della quantità di lavoro tra i due ragazzi, aggiungendo un accenno all'aspetto emotivo per rendere più coinvolgente la narrazione. Hanno inoltre riformulato la domanda, rendendola meno equivoca.

Anche se dal punto di vista stilistico sono rimasti alcuni difetti, il problema risulta più efficace che nella sua precedente versione e presenta tutte le caratteristiche dei problemi narrativi identificate nel corso del primo incontro. Inoltre, mantiene la caratteristica di poter essere affrontato attraverso l'utilizzo di diverse strategie risolutive.

La coppia per risolvere il problema ha stabilito il compenso per un'ora di lavoro dividendo la cifra totale per le ore di lavoro eseguite da entrambi i ragazzi, poi ha calcolato la quantità di denaro che spettava a ciascuno moltiplicando il risultato precedente per le ore di lavoro svolte (Figura 52).

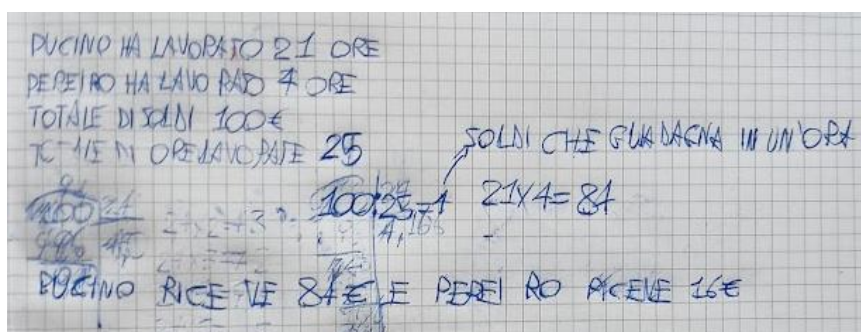


Figura 52: Risoluzione del problema narrativo - Gruppo 6

GRUPPO 7: Ade. (quinta), Gab. (quarta), Fab. (prima)

Il gruppo è stato formato per permettere ai componenti di lavorare in un ambiente di collaborazione e autonomia, grazie alle caratteristiche di ciascuno. Ade. è una bambina brillante e attenta agli altri, che difficilmente si scoraggia di fronte ad un compito sfidante. Questo ha permesso a Gab. di vivere serenamente l'attività, contribuendo in modo attivo al gruppo e non mettendo in atto i comportamenti di rifiuto che lo caratterizzano quando si trova di fronte ad una consegna che ritiene troppo difficile per lui. Fab. ha trovato un ambiente sereno nel quale è riuscito a dare il suo contributo, sulla base delle sue possibilità legate all'età e alle conoscenze apprese in questo primo anno di scuola.

La registrazione di questo gruppo purtroppo è andata persa, non è quindi possibile analizzare i criteri di scelta delle immagini o le dinamiche di creazione del problema. Comunque, sulla base delle osservazioni effettuate durante l'incontro, è possibile dire che i bambini hanno lavorato in modo collaborativo, ascoltando l'opinione di tutti i componenti e permettendo a tutti di dare il proprio contributo.

Il problema creato durante il terzo incontro è il seguente (Figura 53):

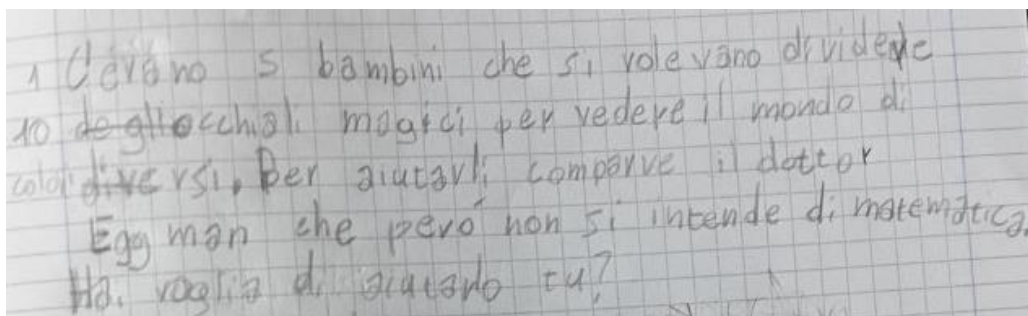


Figura 53: Prima versione del problema narrativo - Gruppo 7

C'erano 5 bambini che si volevano dividere 10 occhiali magici per vedere il mondo di colori diversi. Per aiutarli compare il Dottor Eggman che però non si intende di matematica. Hai voglia di aiutarli tu?

La narrazione risulta breve ma ben costruita, anche se poco articolata. L'inserimento del personaggio che arriva in aiuto risulta marginale, dal momento che non è capace di fornire un supporto e la richiesta viene quindi proposta al lettore. Nonostante la situazione descritta sia fantastica, la problematica di spartire equamente degli oggetti tra un gruppo di bambini è familiare e collegata al vissuto quotidiano, rendendo il problema accessibile e di interesse. L'evoluzione temporale, invece, risulta minima: gli eventi narrati appaiono simultanei non contribuendo alla costruzione di una trama.

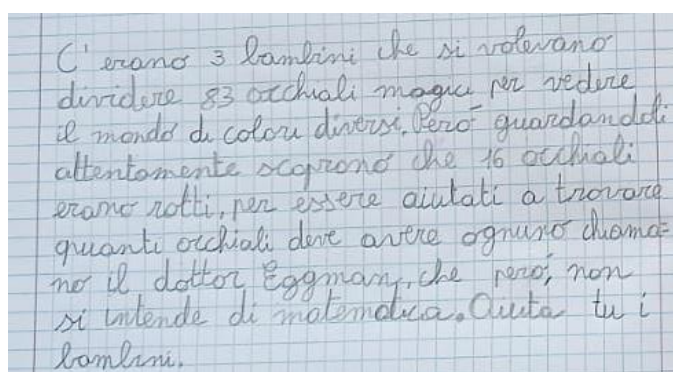
Nonostante l'operazione da svolgere per rispondere alla domanda sia molto semplice, il problema ammette diverse strategie risolutive. È infatti possibile risolverlo anche tramite una distribuzione pratica e con il supporto del metodo grafico.

I personaggi presentano degli scopi ben precisi: quello dei bambini è dividersi gli occhiali magici, mentre quello del Dottor Eggman è quello di aiutarli.

La domanda invita il lettore a scoprire il finale della storia, aiutando i personaggi a raggiungere il loro scopo: dividere equamente gli occhiali.

Durante la discussione in plenaria del quarto incontro, i compagni suggeriscono al gruppo di rendere il problema più complicato da risolvere perché, essendo l'operazione molto semplice e immediata, risulta poco coinvolgente e stimolante. Per farlo, propongono di aggiungere dei passaggi o modificare i dati.

Nel corso dell'incontro, il gruppo modifica il problema seguendo i suggerimenti ricevuti dalla classe: modificano i dati affinché la risoluzione non risulti immediata e aggiungono un passaggio tramite l'inserimento di alcuni occhiali rotti (Figura 54).



C'erano 3 bambini che si volevano dividere 83 occhiali magici per vedere il mondo di colori diversi. Però guardandoli attentamente scoprono che 16 occhiali erano rotti, per essere aiutati a trovare quanti occhiali deve avere ognuno chiamano il dottor Eggman, che però, non si intende di matematica. Aiuta tu i bambini.

Figura 54: Ultima versione del problema narrativo - Gruppo 7

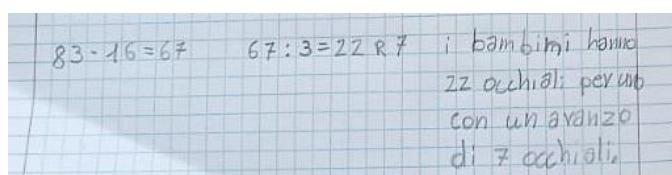
C'erano 3 bambini che si volevano dividere 83 occhiali magici per vedere il mondo di colori diversi. Però guardandoli attentamente scoprono che 16 occhiali erano rotti, per essere aiutati a trovare quanti occhiali deve avere ognuno chiamano il dottor Eggman, che però, non si intende di matematica. Aiuta tu i bambini.

Dal punto di vista della narrazione, anche in questa versione possiamo riconoscere gli aspetti positivi già presenti nella precedente: le frasi sono ben costruite, esiste un legame con il quotidiano dei bambini che incentiva il lettore ad aiutare i personaggi, gli eventi sono narrati attraverso una sequenza chiara. Inoltre, l'aggiunta dell'elemento degli occhiali rotti, delinea una sequenza anche temporale: prima i bambini vogliono dividersi gli occhiali, poi trovano quelli rotti e infine chiedono aiuto.

Nonostante siano stati inseriti numeri più elevati, come nel problema precedente sono possibili diversi approcci alla risoluzione, permettendo a tutti di approcciarsi alla risoluzione.

Anche in questo caso, i personaggi sono mossi da scopi e il lettore è invitato ad aiutarli a raggiungerlo tramite la risoluzione del problema. Inoltre, dalla spartizione degli occhiali risulta avanzarne uno, elemento che può generare una riflessione ulteriore: immaginare come l'occhiale avanzato verrà spartito tra i bambini.

Nella soluzione del problema, il gruppo ha svolto due operazioni: in primo luogo ha tolto dal totale gli occhiali rotti e, successivamente, ha diviso quelli integri tra i tre bambini. nella divisione hanno però effettuato un errore di calcolo, ottenendo come resto 7 anziché 1 (Figura 55).



Handwritten work on grid paper showing calculations and a conclusion:

$$83 - 16 = 67 \quad 67 : 3 = 22 \text{ R } 7$$

i bambini hanno
22 occhiali per uno
con un avanzo
di 7 occhiali.

Figura 55: Risoluzione del problema narrativo - Gruppo 7

GRUPPO 8: Gio. (quinta), Raf. (seconda)

La coppia è stata formata nella speranza che il carattere di Gio. incentivasse Raf. a partecipare attivamente all'attività. Purtroppo, non è stato così; Raf. non ha partecipato all'attività fino a quando una delle insegnanti si è seduta accanto a lei. Anche in questo modo, il suo contributo è stato minimo.

Anche per questo gruppo, ci sono stati problemi con la registrazione dello schermo che è andata persa; non è quindi possibile analizzare la scelta degli elementi.

Il problema elaborato durante l'incontro è il seguente:

C'erano una volta 12 brontosauri e un cane. Erano in un bosco ed un giorno in spiaggia atterrò una malvagia cannuccia aliena dallo spazio che usò una bacchetta magica, la bacchetta di Don Bosco, la più potente di tutte, che moltiplicò i cani in altri cani. Poi l'astronave se ne andò e i cani divennero 148. Aiutaci a scoprire il risultato. Anche i brontosauri furono moltiplicati per 8, dacci un'altra piccola mano per scoprire quest'ultimo risultato.

L'elaborato presenta numerosi elementi del Matenomio: brontosauo, bosco, spiaggia, cane, bacchetta magica, bacchetta di Don Bosco. Il tentativo di inserire così tanti elementi ha portato alla creazione di un problema dalla struttura narrativa debole, nella quale gli elementi sono inseriti in maniera casuale e senza che emerga il loro ruolo nella narrazione. Gli eventi raccontati non sono legati da nessi causali o temporali, il testo risulta essere una sequenza di episodi poco collegati tra loro. Ne è un esempio il fatto che, mentre i personaggi stavano passeggiando nel bosco, la cannuccia aliena è arrivata su una spiaggia e, senza alcuna spiegazione di come questi personaggi siano entrati in contatto, la cannuccia li ha moltiplicati. Inoltre, la prima domanda richiede di “*calcolare il risultato*” senza chiarire cosa intendano, dal momento che il numero di personaggi iniziale è scritto in apertura. La seconda, seppure posta in modo poco chiaro, probabilmente richiede di calcolare il numero di brontosauri alla fine.

Lo scopo dei personaggi non è definito: l'arrivo della cannuccia aliena che moltiplica gli animali e sparisce, per quanto sia un elemento potenzialmente interessante, non è motivato. I brontosauri e i cani non hanno un ruolo attivo nella narrazione né uno scopo specifico.

La domanda, come detto prima, non è chiara. In ogni caso, il finale della storia risulta chiuso: la situazione descritta è terminata, la cannuccia aliena è andata via e viene richiesto di calcolare quanti animali ci sono al termine degli eventi.

Durante la discussione in plenaria avvenuta all'inizio del quarto incontro, la classe ha suggerito di rendere il problema più narrativo, dal momento che la situazione descritta risulta statica e conclusa. Inoltre, hanno suggerito di rendere la domanda più chiara.

I bambini hanno inserito alcuni elementi per arricchire la narrazione, raccontando cosa facevano i personaggi nel bosco e giustificando il loro incontro con la cannuccia specificando che si trovavano vicini (Figura 56).



Figura 56: Ultima versione del problema narrativo - Gruppo 8

C'erano una volta 12 gattini e un cane. Erano in un bosco a passeggiare ed un giorno nella spiaggia lì vicino atterrò una malvagia cannuccia aliena che usò una bacchetta magica tra le più potenti al mondo: la bacchetta di Don Bosco, che moltiplicò il cane. Poi l'astronave se ne andò e i cani divennero 148.

Aiutaci a scoprire quanti animali ci sono.

Anche i gatti furono moltiplicati per 8. Chissà quanti saranno gli animali ora.

Ci serve un aiuto!!

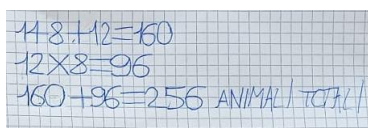
Il problema continua a presentare numerose criticità: la narrazione, nonostante gli aggiustamenti inseriti nel corso dell'incontro, rimane frammentata e poco chiara. Gli scopi dei personaggi rimangono oscuri, non viene infatti specificato il motivo per cui la cannuccia moltiplichi gli animali.

Gli eventi, sebbene slegati tra loro, si sviluppano in un arco temporale che permette di stabilire l'ordine cronologico in cui avvengono.

La domanda è stata riformulata in modo più chiaro anche se ripetitivo: viene fatta due volte la richiesta di calcolare quanti animali ci sono in tutto, raccontando in un secondo momento che anche i gattini sono stati moltiplicati nonostante la cannuccia aliena fosse già andata via e avesse già moltiplicato anche i gattini.

Come nella versione precedente, il finale della storia risulta chiuso e il lettore, rispondendo alla domanda, non aiuta i personaggi a raggiungere uno scopo.

Per risolvere il problema, la coppia ha calcolato prima il numero di animali in totali a seguito della moltiplicazione del cane e hanno poi calcolato il numero di gattini. Per trovare il numero totale, però, hanno unito i due risultati precedenti, procedimento errato dal momento che nel totale precedente era considerata una parte dei gattini (Figura 57).



Handwritten calculation on grid paper:

$$11 \cdot 8 + 12 = 100$$

$$12 \cdot 8 = 96$$

$$100 + 96 = 256 \text{ ANIMALI TOTALI}$$

Figura 57: Risoluzione del problema narrativo - Gruppo 8

3.4.1 - SCELTA DEGLI ELEMENTI NEL MATENOMIO

Attraverso l'analisi delle registrazioni degli schermi, è possibile esaminare quali elementi i bambini hanno scelto o scartato nel Matenomio, con l'obiettivo di comprendere quali categorie abbiano preferito come supporto alla stesura dei problemi narrativi.

Le registrazioni relative ai gruppi 7 e 8 sono purtroppo andate perse, mentre quella del gruppo 6 non è stata inclusa nell'analisi perché la registrazione disponibile dura solo pochi minuti. Le scelte osservate risultano casuali, effettuate con l'intento di esplorare il Matenomio piuttosto che orientare la creazione del problema narrativo. Pertanto, i dati in seguito riguardano i gruppi da 1 a 5.

Il grafico riportato di seguito illustra la frequenza di scelta di ciascuna categoria. Le annotazioni sono state ricavate dalle registrazioni degli schermi e comprendono tutti gli elementi selezionati, cancellati e presenti sullo schermo al termine di ciascuna sessione. È importante sottolineare che gli elementi successivamente cancellati sono comunque inclusi in quelli selezionati. Dal grafico emerge chiaramente che la categoria “elementi matematici” è stata la meno selezionata, mentre la categoria “oggetti magici” è risultata la preferita dagli studenti (Figura 58).

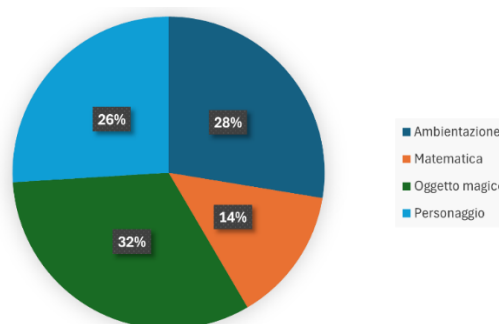


Figura 58: Frequenza di selezione delle immagini per categoria

È altrettanto interessante osservare i dieci elementi più selezionati (Figura 59) e più scartati (Figura 60). Nel primo gruppo non compare alcun elemento matematico, mentre questi ultimi rappresentano la metà degli elementi presenti nel secondo gruppo.

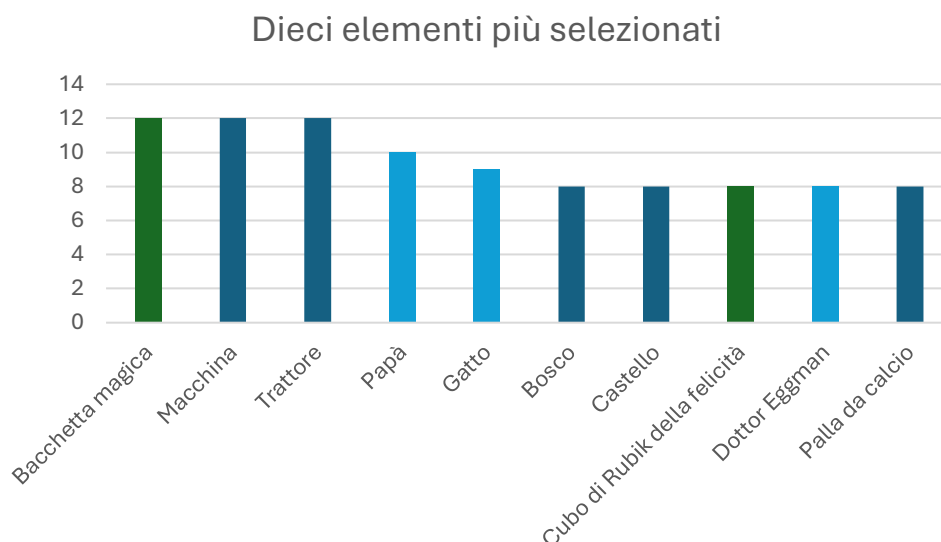


Figura 59: Dieci elementi più selezionati durante le sessioni

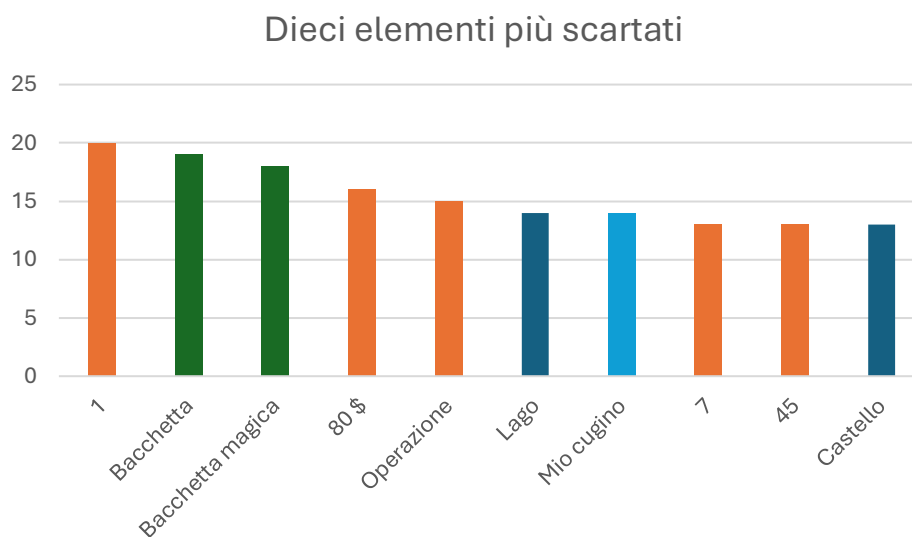


Figura 60: Dieci elementi più scartati durante le sessioni

Infine, nonostante quanto mostrato nei grafici precedenti, tra gli elementi più frequentemente inseriti nei problemi narrativi compaiono due elementi matematici (Figura 61). Il grafico include tutti gli elementi presenti in tutte le versioni dei problemi

narrativi, tenendo conto anche dei problemi creati dai gruppi di cui non è disponibile la registrazione. Questi dati, infatti, sono stati estrapolati dai testi dei problemi stessi.

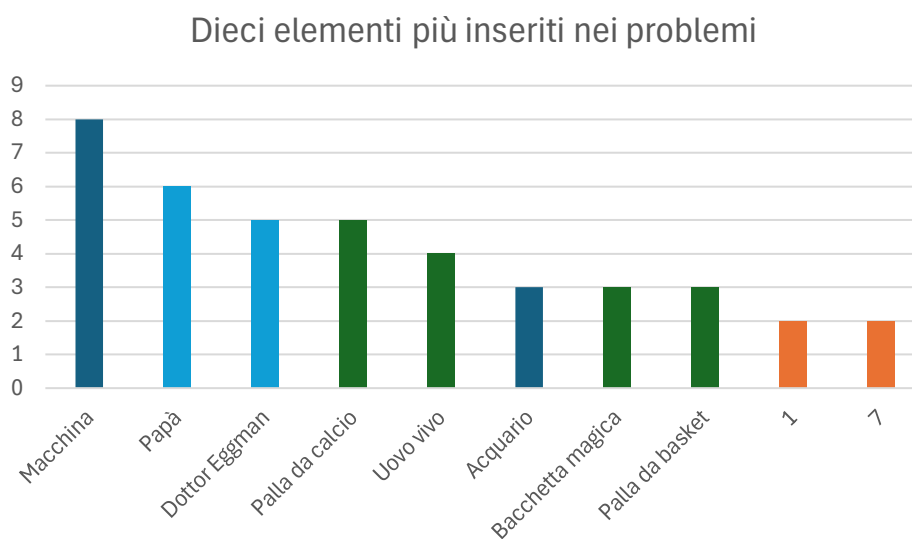


Figura 61: Dieci elementi più inseriti nei problemi

3.5 - QUINTO INCONTRO

Nella prima parte, le coppie sono state accorpate a due a due per risolvere i problemi creati dai compagni.

Nella progettazione originale, le coppie avrebbero dovuto scambiarsi i problemi, risolvere il problema dell'altra coppia, e, infine, confrontare le strategie risolutive. Infine, ci sarebbe stata una fase in plenaria nella quale i gruppi avrebbero condiviso le riflessioni sulle strategie risolutive adottate.

Tuttavia, a causa di due assenze e di un problema riscontrato in una coppia di lavoro delle volte precedenti, questa fase è stata riformulata: sono stati creati gruppi nuovi ai quali sono stati assegnati due problemi, cercando di evitare che ciascun alunno risolvesse il problema elaborato nella fase precedente. Purtroppo, ciò non è stato possibile

Obiettivo	Lavorare sul problem solving e il confronto di strategie
Durata	Un'ora
Passaggi	Vengono accorpate a due a due le coppie dell'incontro precedente
	Ogni coppia risolve il problema creato dall'altra, annotando passaggi e ragionamenti svolti
	Confronto all'interno dei gruppi delle strategie risolutive adottate
	Ritorno in plenaria
	Discussione sulle strategie risolutive messe in atto, con particolare attenzione alle eventuali differenze tra le risoluzioni dello stesso problema
	Breve fase di valutazione del percorso
Materiale per l'incontro	Problemi creati la volta precedente e relative risoluzioni
	Gruppi
	Post-it
	Domande per l'autovalutazione/valutazione dell'attività
Materiale per l'analisi dei dati	Registrazione della discussione in plenaria
	Post-it

Tabella 13: Tabella riassuntiva del quinto incontro

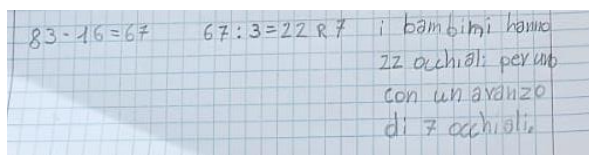
per tutti, poiché Fab. (bambino di prima) e Car. (bambina di seconda) hanno dovuto affrontare nuovamente il problema originariamente elaborato dalla loro coppia.

Ai gruppi sono state fornite, oltre ai problemi elaborati dai compagni, anche le soluzioni sviluppate durante l'incontro precedente. Questo ha consentito loro di confrontare autonomamente le strategie utilizzate per risolverli.

GRUPPO 1: Nin. (quinta), Gio. (quinta), Leo. (quarta), Fab. (prima)

I problemi assegnati al gruppo sono quello del gruppo 7 (Ade., Gab. e Fab.) e quello del gruppo 2 (Dan. e Pie.).

Il primo problema viene risolto seguendo lo stesso procedimento del gruppo che lo ha elaborato (Figura 62; Figura 63):

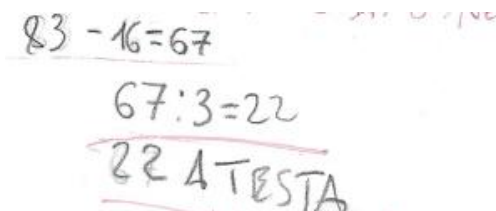


$$83 - 16 = 67$$

$$67 : 3 = 22 \text{ R } 7$$

i bambini hanno
22 occhiali per un
con un avanzo
di 7 occhiali.

Figura 62: Soluzione del problema creato dal Gruppo 7 (incontro 3) realizzata dal Gruppo 7 (incontro 4)



$$83 - 16 = 67$$

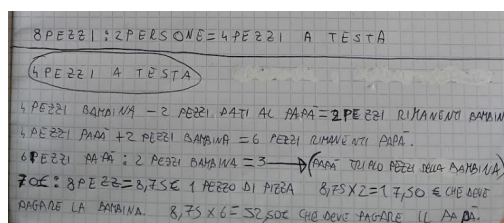
$$67 : 3 = 22$$

22 A TESTA

Figura 63: Soluzione al problema creato dal Gruppo 7 (incontro 3) realizzata dal Gruppo 1 (incontro 5)

Possiamo notare che il gruppo non considera il resto, mentre il gruppo che ha elaborato il problema specifica che una parte degli occhiali avanzano.

Per il secondo problema, propongono due strategie risolutive diverse, di cui una analoga a quella utilizzata dalla coppia che ha elaborato il problema (Figura 64; Figura 65):



8 PEZZI : 2 PERSONE = 4 PEZZI A TESTA

4 PEZZI A TESTA

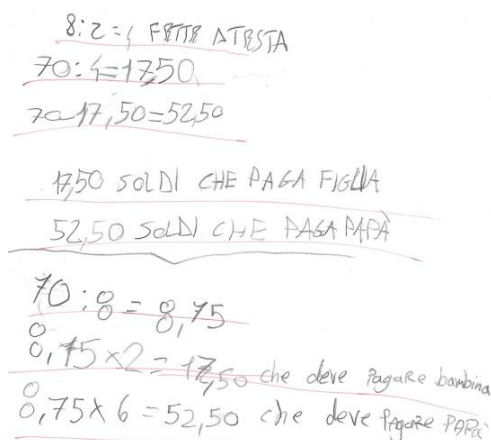
4 PEZZI BAMBINA - 2 PEZZI DATI AL PAPA = 2 PEZZI RIMANENTI BAMBINA

4 PEZZI PAPA + 2 PEZZI BAMBINA = 6 PEZZI RIMANENTI PAPA

6 PEZZI PAPA : 2 PEZZI BAMBINA = 3 (PAPA DEVE 3 PEZZI DELLA BAMBINA)

7 OC: 8 PEZZI = 8,75 € 1 PEZZO DI PIZZA 8,75 X 2 = 17,50 € CHE DEVE PAGARE LA BAMBINA. 8,75 X 6 = 52,50 € CHE DEVE PAGARE IL PAPA.

Figura 64: Soluzione del problema del Gruppo 2 (incontro 3) realizzata dal Gruppo 2 (incontro 4)



$$8 : 2 = 4 \text{ PEZZI A TESTA}$$

$$70 : 4 = 17,50$$

$$70 - 17,50 = 52,50$$

17,50 SOLDI CHE PAGA FIGLIA

52,50 SOLDI CHE PAGA PAPA

$$70 : 8 = 8,75$$

$$8,75 \times 2 = 17,50 \text{ che deve pagare bambina}$$

$$8,75 \times 6 = 52,50 \text{ che deve pagare PAPA}$$

Figura 65: Soluzione del problema del Gruppo 2 (incontro 3) realizzata dal Gruppo 1 (incontro 5)

Nella seconda strategia risolutiva proposta il gruppo cerca il prezzo di una singola fetta di pizza per poi calcolare la spesa di ciascuno dei personaggi in base alle fette consumate. Questa strategia è la stessa utilizzata da Dan. e Pie. nell'incontro precedente. Nella prima strategia proposta invece, dopo aver risposto alla prima domanda dividendo equamente il numero di fette di pizza, dividono il prezzo totale per 4, per poi sottrarre al prezzo totale il risultato dell'operazione precedente. Attraverso questo procedimento dimostrano di aver compreso che il papà mangia il triplo della pizza rispetto alla figlia; quindi, dividono il prezzo in quattro parti uguali, attribuendo una parte alla figlia e tre al papà.

GRUPPO 2: Mar. (quinta), Gin. (quinta), Seb. (quarta), Pie. (prima)

I problemi assegnati sono quelli dei gruppi 4 (Dav. e Alb.) e 8 (Gio. e Raf.).

Il problema del gruppo 4 viene risolto seguendo un procedimento diverso da quello eseguito dai bambini che lo hanno scritto. Mentre i secondi, per verificare se i soldi sarebbero bastati al papà, calcolano quanto denaro gli rimane dopo l'acquisto dei palloni; il gruppo del quinto incontro calcola la spesa che dovrebbe affrontare per acquistare anche le scarpe. Lo scopo di questi due calcoli, comunque, è quello di confrontare il risultato ottenuto con la somma a disposizione in partenza per rispondere alla domanda. Entrambi i gruppi includono nel calcolo il prezzo della palla da calcio; tuttavia, dal testo, emerge che l'acquisto dei due palloni è avvenuto in giornate diverse. Pertanto, al fine di stabilire la possibilità del padre di acquistare anche le scarpe, non è necessario considerare l'acquisto effettuato in precedenza (Figura 66; Figura 67).

Durante il confronto finale il gruppo ha dimostrato di aver notato questa differenza, portandola nella discussione sottolineando la validità delle due strategie.

NO? R I S O L V O

BASKET	89,90 +
CALCIO	15,50 =
105,400	
TOT. PALLONI	

105,40 - 750:
750,00 +
105,400 =
644,600

RISPOSTA: RIESCE A PRENDERSI LE SCARPE

Figura 66: Soluzione al problema creato dal Gruppo 4 (incontro 3) realizzata dal Gruppo 4 (incontro 4)

Risolvo

750 = soldi del papà
 89,90 = costo pallone di basket
 15,50 = costo pallone da calcio
 110 = soldi del papà

89,90 +	110 =
15,50 +	105,40
105,40 +	
110 =	
215,40	

89,90 + 15,50 = 105,40 costo dei palloni in tutto.
 105,40 + 110 = 215,40 quanto papà in tutto.

Risposta

Il papà riesce a comprarsi le scarpe perché gli occorrono 215,40 €

Figura 67: Soluzione del problema creato dal gruppo 4 (incontro 3) realizzata dal Gruppo 2 (incontro 5)

Per quanto riguarda invece il problema del gruppo 8, i passaggi eseguiti dai due gruppi sono gli stessi (Figura 68; Figura 69).

OPERAZIONI

148 + 12 =	160
12 x 8 =	96
160 + 96 = 256 ANIMALI TOTALI	

Figura 68: Soluzione al problema del Gruppo 8 (incontro 3) realizzata dal Gruppo 8 (incontro 4)

INVASIONE ALIENA

148 + 12 =	160 ANIMALI GATTI INIURATI
12 x 8 =	96 GATTI MOLTIPLICATI
160 + 96 = 256 ANIM TEST	

Gli ANIMALI IN TUTTO SONO 256

STESSI PASSAGGI

Figura 69: Soluzione al problema del Gruppo 8 (incontro 3) realizzata dal Gruppo 2 (incontro 5)

GRUPPO 3: Dyl. (quinta), Rem. (quinta), Gab. (quarta), Car. (seconda), Rob.

(prima)

I problemi assegnati sono quello del gruppo 3 (Nin. e Emm.) e quello del gruppo 1 (Mar. e Car.).

Risolvono il primo problema seguendo lo stesso ragionamento del gruppo che lo ha creato, ma non rispondono alla seconda domanda (Figura 70; Figura 71):

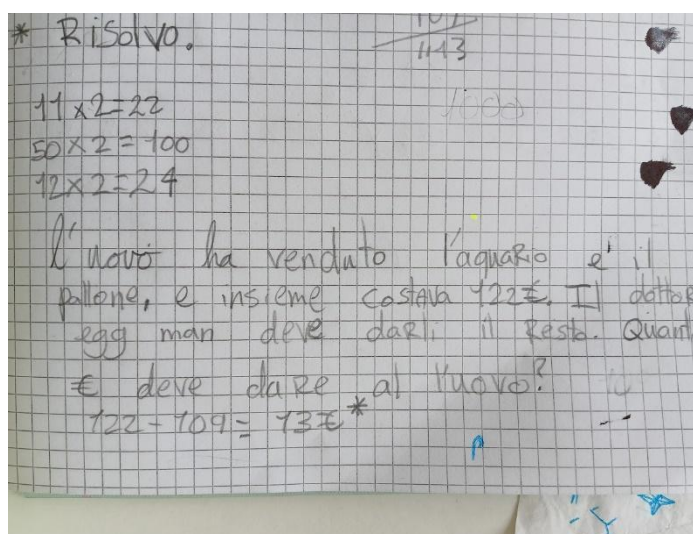


Figura 70: Soluzione al problema creato dal Gruppo 3 (incontro 3) realizzata dal Gruppo 3 (incontro 4)

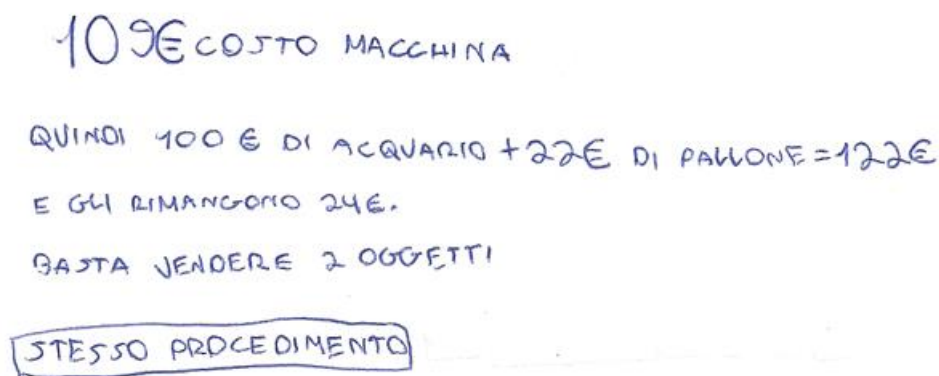


Figura 71: Soluzione al problema creato dal Gruppo 3 (incontro 3) realizzata dal Gruppo 3 (incontro 5)

Anche per quanto riguarda il secondo problema propongono la stessa soluzione svolta dai compagni, esplicitando però il calcolo per trovare il prezzo della legna durante l'inverno (Figura 72; Figura 73):

OPERAZIONI

$$80 \text{ Mg} \times 18 \text{ EURO} = 1440 \text{ EURO}$$

$$40 \text{ Mg} \times 20 \text{ EURO} = 800 \text{ EURO}$$

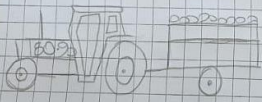

$$1440 \text{ EURO} + 800 \text{ EURO} = 2240 \text{ EURO}$$


Figura 72: Soluzione al problema creato dal Gruppo 1 (incontro 3) realizzata dal Gruppo 1 (incontro 4)

Bolg  LEGNA

Ogni Mg 18€

PORTA ALTRI 40 Mg

LEGNA AUMENTATA DI 2€ OGNI Mg

80x
18
1440
80-
1440€

EURO DI LEGNA
PORTATA AL PRIMO
GIRO

300€ 2° GIRO

1440 + 300 = 2240€ TOTALI

40x
20
800
80-
800

Figura 73: Soluzione al problema creato dal Gruppo 1 (incontro 3) realizzata dal Gruppo 3 (incontro 5)

GRUPPO 4: Dan. (quinta), Dav. (quinta), Alb. (quarta), Raf. (seconda)

Il gruppo ha risolto i problemi creati dai gruppi 5 (Dyl. e Leo.) e 6 (Gin. e Seb.)

Nella soluzione del problema del gruppo 5 risulta complicato il confronto delle strategie risolutive, dal momento che i bambini che lo hanno creato, non hanno risolto correttamente il problema, eseguendo i calcoli in maniera errata e non accostando alle operazioni eseguite alcun commento (Figura 74). Questi sarebbero stati utili dal momento che, ad esempio, nella seconda operazione sottraggono al risultato ottenuto nella precedente, una cifra che non compare in alcun passaggio del problema. I compagni che hanno affrontato il problema durante questo incontro, invece, hanno inizialmente

calcolato i punti di vita rimasti al megalodonte dopo lo scontro con la barca. In seguito, hanno calcolato la vita aggiunta dagli occhiali magici, ovvero 900×1000 e la hanno sommata al risultato precedente. Giunti a questo punto, hanno sottratto ai punti di vita ottenuti quelli tolti dai diversi ostacoli che il megalodonte incontra sul suo cammino, per scoprire che la vita a sua disposizione è sufficiente per prendere il cagnolino e quindi raggiungere il suo scopo. Hanno omesso il secondo scontro con la barca, dopo che questa “si è aumentata togliendo il doppio”; evento non esplicitato nel problema. La sequenza di operazioni eseguita risulta coerente e corretta e, inoltre, dimostrano un’ottima padronanza delle operazioni con numeri elevati (Figura 75). Durante la discussione conclusiva, il gruppo riporta l’errore dei compagni nella soluzione, sottolineando anche l’omissione dei punti di partenza nel conteggio.

Handwritten calculations on graph paper:

$$1000 \times 1000 = 1000000$$

$$1000000 - 350000 = 650000$$

$$650000 + 900000 = 1550000$$

$$1550000 - 100000 = 1450000$$

$$1450000 - 100000 = 1350000$$

$$1350000 + 750000 = 2100000$$

Labels: PUNTI VITA, PUNTI RI VITA, PUNTI, VITA

Figura 74: Soluzione al problema del Gruppo 5 (incontro 3) realizzata dal Gruppo 5 (incontro 4)

$$0 - 3,5006,5 \text{ P.T. MEGALODONTE}$$

$$900 \times 1000 = 900000 \text{ P.T. MEGALODONTE}$$

$$900000 + 996,5 = 900996,5 \text{ P.T. MEGALODONTE}$$

$$900996,5 - 1000 = 899996,5 \text{ P.T. MEGALODONTE}$$

$$899996,5 - 1000 = 898996,5 \text{ P.T. MEGALODONTE}$$

$$898996,5 + 750 = 899746,5 \text{ P.T. FINALI MEGALODONTE}$$

IL MEGALODONTE RIESCE A PRENDERE IL SUO CAGNOLINO FUU.

Figura 75: Soluzione al problema del Gruppo 5 (incontro 3) realizzata dal Gruppo 4 (incontro 5)

Per quanto riguarda il problema del gruppo 6, i bambini hanno svolto gli stessi passaggi in entrambe le risoluzioni (Figura 76; Figura 77):

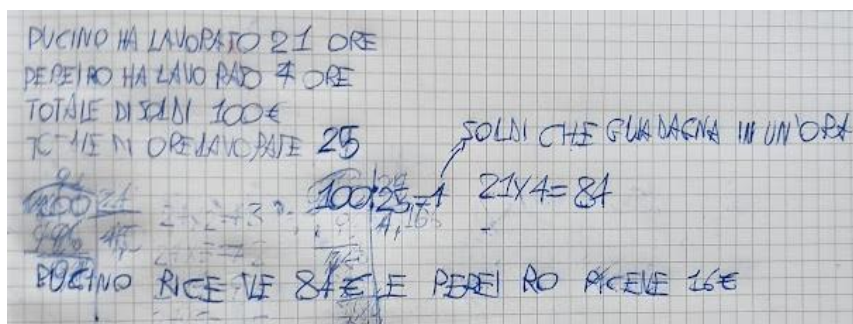


Figura 76: Soluzione al problema del Gruppo 6 (incontro 3) realizzata dal Gruppo 6 (incontro 4)

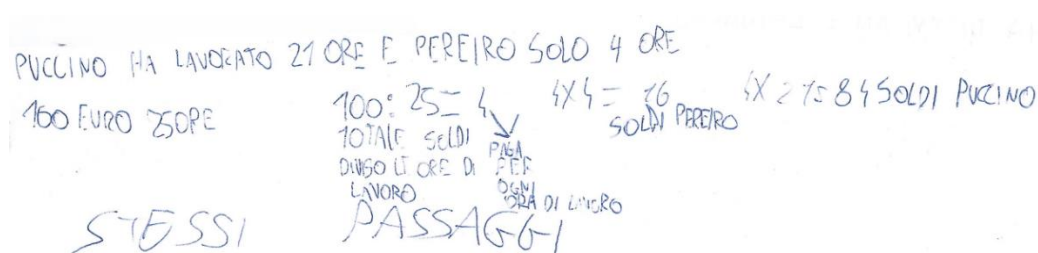


Figura 77: Soluzione al problema del Gruppo 6 (incontro 3) realizzata dal Gruppo 4 (incontro 5)

DISCUSSIONE IN PLENARIA

Alla conclusione del lavoro nei gruppi, la classe si è riunita in plenaria per discutere le strategie risolutive adottate e per riflettere brevemente sull'attività svolta. Tuttavia, i gruppi non hanno colto le differenze nelle strategie risolutive messe in atto, rendendo necessario un intervento per evidenziarle.

Il fatto che l'incontro si sia svolto a fine mattinata, quando i bambini erano stanchi, ha inciso molto sulla loro partecipazione. Durante il lavoro nei gruppi hanno risolto sbrigativamente i problemi e hanno semplicemente appurato di aver eseguito gli stessi passaggi del gruppo che l'ha elaborato, senza riflettere se potessero esserci altri approcci. Anche durante la discussione in plenaria l'interesse è risultato limitato.

Nella fase di valutazione dell'attività, è stato chiesto alla classe di rispondere su dei post-it alle seguenti domande:

1. Cosa ti è piaciuto di questa attività?
2. Cosa non ti è piaciuto? Come lo cambieresti?

3. Hai imparato qualcosa di nuovo?
4. Ti è piaciuto lavorare in gruppo?

Sulla base delle risposte (Tabella 14), si può riassumere che hanno per lo più apprezzato il lavoro in gruppo, è piaciuto avere l'occasione di aiutare i compagni se in difficoltà e, viceversa, poter chiedere aiuto nei momenti di difficoltà. Alla domanda *hai imparato qualcosa di nuovo*, oltre a citare i problemi narrativi, cinque bambini hanno risposto di aver imparato ad aiutarsi e a collaborare; infine, alla domanda *ti è piaciuto lavorare in gruppo*, solo un paio hanno risposto negativamente.

Cosa ti è piaciuto di questa attività?	Cosa non ti è piaciuto? Come lo cambieresti?	Hai imparato qualcosa di nuovo? Cosa?	Ti è piaciuto lavorare in gruppo?	
Mi è piaciuto creare problemi e correggerli con gli amici e mi è piaciuto disegnare	Non mi è piaciuto come ho fatto il problema ma un mio compagno mi ha aiutato a migliorarlo	Sì, ho saputo cos'è un problema narrativo e ho imparato come scriverlo e risolverlo	Sì perché mi sono divertito con i miei amici e ho collaborato. Ho imparato che è bello il lavoro di squadra	G (quinta)
Mi è piaciuto disegnare i personaggi	Non mi è piaciuto perché i problemi erano difficili ma potevamo farli più facili	Abbiamo imparato a calcolare i problemi complicati	Sì perché mi aiutavano e io aiutavo loro	L (quarta)
Mi è piaciuto disegnare i personaggi	Non mi è piaciuto creare i problemi con l'app, invece avrei fatto il problema senza l'app	No	Sì perché è bello	Anonimo
Aiutare	Problema troppo difficile	Ho imparato a aiutare	Sì perché ci siamo aiutati	F (prima)

Un po' di tutto	I gruppi un po' messi a caso	A concentrarsi di più e il lavoro di squadra	Sì perché mi sono divertito a lavorare con i miei compagni	Anonimo
Mi è piaciuto quando abbiamo disegnato	Non mi è piaciuto creare il problema e vorrei cambiare la coppia	Come creare i problemi narrativi	Sì perché ci siamo aiutati a vicenda	Anonimo
Disegnare	Non mi è piaciuto il problema	No	Sì mi è piaciuto	Anonimo
Che abbiamo lavorato insieme e che abbiamo usato i tablet	Disegnare e cambiarlo con colorare	I problemi narrativi	Perché abbiamo lavorato insieme	Anonimo
Fare i disegni	Creare il problema e disegnare ancora	Ho imparato molto a collaborare	Perché ho imparato a stare insieme a tutti	M (quinta)
Mi è piaciuto disegnare	Risolvere il problema e lo cambierei con lo scrivere il problema	Sì, ho imparato i problemi narrativi	Sì perché ero con i compagni	Anonimo
A me è piaciuto quando abbiamo fatto i disegni	A me non mi è piaciuto risolvere i problemi	Noi le cose le sappiamo già	A me è piaciuto lavorare in gruppo perché abbiamo collaborato tanto	D (quinta)
Quello che mi è piaciuto è stato inventare i problemi	A me non sono piaciuti i gruppi fatti	Io non ho imparato niente di nuovo	A me non è piaciuto lavorare in gruppo perché questi gruppi non mi piacevano	D (quinta)
Mi è piaciuto fare il problema narrativo.	Non mi è piaciuto risolvere i problemi.	Ho imparato a fare bene le domande dei problemi	Sì, perché c'è un mio compagno che è un genio e fa tutto lui	D (quinta)

Scegliere le immagini	Volevo crearne altri	(specificare bene)		
Mi è piaciuto aiutare, condividere, i miei compagni	Non mi è piaciuto risolvere e completare i problemi	Ho imparato ad aiutare e condividere i compiti	Sì perché mi è piaciuto lavorare in coppia e insieme	A (quarta)
Mi è piaciuto lavorare con i compagni	Non mi è piaciuto lavorare con A	Ho imparato a fare i problemi narrativi	No perché A disturbava ma poco poco	Anonimo
Di collaborare con i nostri compagni	Non mi è piaciuto fare il problema narrativo, volevo fare un problema normale	Ho imparato che se non si collabora non si va avanti	Sì mi è piaciuto perché quando non sapevo qualcosa potevo confrontarmi con il mio compagno	S (quarta)

Tabella 14: Risposte alle domande per l'autovalutazione

CAPITOLO 4 - DISCUSSIONE DEI DATI

Nel corso della ricerca abbiamo esplorato gli esiti dell'integrazione del Fantastinomio, strumento per lo storytelling, con la matematica attraverso l'uso dei problemi narrativi.

Per garantire una narrazione fluida dei risultati, questi sono stati organizzati e presentati in specifici ambiti tematici.

4.1 - PROGETTAZIONE

Nel corso delle attività, si sono resi necessari alcuni aggiustamenti rispetto alla progettazione iniziale a causa di imprevisti sopraggiunti all'ultimo momento. In particolare, tra il primo e il secondo incontro è stato necessario modificare la composizione di alcuni gruppi per affrontare dinamiche poco collaborative tra alcuni studenti.

4.1.1 - PROBLEMI A RICALCO

La riorganizzazione del secondo incontro ha rappresentato la sfida maggiore, in quanto il tempo a disposizione è stato ridotto a un'ora anziché le due previste. Il lavoro sui problemi a ricalco (Rodari, 1973), previsto per stimolare la riflessione sulle categorie da inserire nel Matenomio, è stato svolto in modo troppo frettoloso. L'attività è stata introdotta con un esempio collettivo rapido, seguito da un'esecuzione altrettanto sbrigativa nei gruppi, senza il tempo necessario per discutere i risultati al termine dell'attività. Anche la fase di definizione delle categorie è stata più guidata del previsto per rispettare i tempi, e non è stato possibile dedicare la giusta cura alla creazione delle rappresentazioni. Di conseguenza, sono emerse poche rappresentazioni, la maggior parte delle quali non colorate.

Per evitare tali difficoltà in futuro, sarebbe opportuno dividere questo incontro in due parti. La prima parte potrebbe concentrarsi sul lavoro approfondito sul ricalco, permettendo ai bambini di riflettere sulle variabili che costituiscono una narrazione e un problema. Si potrebbe iniziare con un momento di lavoro collettivo in plenaria, seguito da un'attività in gruppi per ripetere l'esperienza in autonomia e concludere con un confronto sui risultati. Questo approccio permetterebbe di evidenziare come la modifica e la sostituzione di determinati elementi possano generare problemi alternativi con diversi gradi diversi di riconoscibilità rispetto al problema di partenza. Nel secondo incontro, riprendendo la discussione della volta precedente, si potrebbe riflettere sugli elementi modificati per arrivare alla scelta delle categorie del Matenomio. A questo punto, sarebbe possibile procedere con la creazione delle rappresentazioni, garantendo il tempo necessario affinché i bambini possano realizzare i disegni con calma e cura. Questo approccio più strutturato e diluito nel tempo favorirebbe una maggiore profondità di riflessione e una migliore qualità dei prodotti finali.

4.1.2 - FEEDBACK SUI PROBLEMI NARRATIVI

Il confronto sui problemi narrativi, svolto in apertura del quarto incontro, si è rivelato molto interessante. La classe ha analizzato i problemi creati dai compagni alla luce delle caratteristiche dei problemi narrativi individuate durante il primo incontro. Questa discussione ha permesso ai gruppi di riprendere il lavoro svolto in precedenza e rielaborarlo, tenendo conto dei consigli ricevuti dalla classe. Le osservazioni emerse hanno riguardato diversi aspetti del problema: la comprensibilità, gli aspetti matematici e la presenza delle caratteristiche dei problemi narrativi.

In seguito alla discussione i gruppi hanno modificato i problemi migliorandone alcuni aspetti. Sarebbe stato interessante ripetere il confronto anche dopo queste modifiche. Questo avrebbe permesso ai bambini, da un lato, di osservare l'evoluzione del

lavoro dei compagni e, dall'altro, di avere un riscontro diretto sul proprio lavoro, consolidando così il processo di revisione e miglioramento.

Vista la grande utilità di questa discussione, non solo per la rielaborazione dei problemi, ma anche per il consolidamento delle conoscenze sui problemi narrativi, sarebbe stato interessante riproporla dopo la rielaborazione effettuata nel quarto incontro. Questo avrebbe permesso ai bambini di ricevere un feedback sul lavoro svolto e di osservare i progressi dei compagni.

4.1.3 - COINVOLGIMENTO DEI PARTECIPANTI

Sia durante i momenti di lavoro in gruppo sia durante quelli in plenaria, una buona parte dei bambini si è dimostrata partecipativa e coinvolta. Dalle discussioni, in particolare, sono emerse osservazioni di particolare importanza, dimostrando una buona comprensione dell'argomento presentato. Le richieste fatte agli studenti, infatti, non erano semplici, soprattutto per i bambini delle classi prima e seconda. Queste fasce di età, infatti, non sempre si sono mostrate particolarmente coinvolte. Ad eccezione di alcuni gruppi, nei quali la partecipazione è stata favorita dall'attenzione dei compagni più grandi, o durante le discussioni in plenaria, quando interpellati in modo diretto, la loro partecipazione è risultata per lo più marginale.

Per il futuro, potrebbe essere utile differenziare il lavoro in base all'età, calibrando le attività sulle possibilità dei bambini. Ciò consentirebbe ai più piccoli di partecipare in modo più attivo. Questo approccio potrebbe richiedere un maggiore intervento da parte del docente, per esempio nella fase di stesura dei problemi, oppure l'utilizzo di problemi di esempio che veicolino contenuti matematici più accessibili. Tale adattamento consentirebbe ai bambini di iniziare a lavorare, sin dalla tenera età, su competenze quali il problem posing, il ragionamento sulla struttura di un problema e l'organizzazione degli

elementi di una narrazione. Ponendo basi di questo tipo, gli studenti arriverebbero agli ultimi anni della scuola primaria con maggiori capacità di affrontare ed elaborare problemi narrativi, sviluppando competenze significative sia nel problem solving sia nel problem posing.

4.1.4 - CONFRONTO DELLE STRATEGIE RISOLUTIVE

Durante la scelta delle categorie dei problemi narrativi, la possibilità di risoluzione attraverso diverse strategie risolutive è emersa solo marginalmente, nonostante questo rappresenti uno degli elementi fondamentali di tali problemi. La decisione di non imporre questa caratteristica è stata dettata dal timore che potesse ostacolare il processo di creazione dei problemi piuttosto che supportarlo.

Nel corso del quinto incontro, il confronto sulle strategie risolutive ha evidenziato come i bambini abbiano difficoltà nel cogliere e confrontare la differenza tra strategie diverse. In un progetto a lungo termine, sarebbe interessante e forse necessario, introdurre gradualmente i bambini a riflettere su questo aspetto in modo autonomo. Ciò consentirebbe di promuovere un'idea di matematica più vicina a quella suggerita dalle Indicazioni Nazionali, non come disciplina meccanica focalizzata sul risultato, ma come attività dinamica e centrata sui processi.

Tuttavia, in una progettazione di breve durata come quella svolta, enfatizzare questo elemento avrebbe potuto creare confusione e ulteriori difficoltà nella fase di creazione dei problemi. Nonostante ciò, la discussione del quinto incontro, in cui il confronto tra strategie non è stato sufficientemente incentivato, avrebbe potuto essere estesa per guidare gli studenti a un'analisi più attenta delle strategie adottate. Questo avrebbe anche permesso di riflettere su strategie alternative e di stimolare un ragionamento sull'esistenza di più percorsi possibili per giungere a una soluzione. Anche

senza formalizzare esplicitamente questa caratteristica, un simile approccio avrebbe contribuito a sviluppare l'idea che in matematica non esiste necessariamente un'unica soluzione.

4.2 - EVOLUZIONE DEI PROBLEMI A SEGUITO DELLA DISCUSSIONE

La discussione che ha aperto il quarto incontro si è rivelata un momento particolarmente significativo. Ha offerto ai bambini la possibilità di osservare e analizzare i problemi creati dai compagni nell'incontro precedente, confrontandoli con le caratteristiche dei problemi narrativi individuate durante il primo incontro. Al tempo stesso, ciascun gruppo ha potuto raccogliere suggerimenti preziosi da utilizzare per migliorare il proprio lavoro.

Questa attività si è dimostrata molto stimolante: i bambini hanno analizzato i problemi con attenzione e precisione, mostrando un coinvolgimento attivo e partecipativo. Ogni problema è stato ascoltato e valutato criticamente dalla classe, che si è concentrata sulla presenza delle caratteristiche e ha fornito utili consigli sulla comprensibilità della narrazione e sugli aspetti matematici.

In seguito alla discussione, i gruppi si sono riuniti per rielaborare i problemi sulla base dei feedback ricevuti. In generale, la qualità dei problemi è migliorata: le versioni finali presentano infatti più caratteristiche e maggiore coerenza rispetto alle versioni iniziali.

Il gruppo 1, in particolare, ha dimostrato una notevole capacità di apprendere dai suggerimenti ricevuti. Nonostante avesse incontrato difficoltà significative nella stesura del problema durante il terzo incontro, ha evidenziato un forte impegno e una grande apertura all'ascolto. Questo gruppo ha chiesto più volte consigli alle insegnanti e alla ricercatrice, mostrando una determinazione notevole nel creare un buon problema

narrativo. Durante il quarto incontro, hanno completamente rielaborato il problema, applicando con attenzione i suggerimenti ricevuti e producendo un risultato finale di qualità. Questo percorso dimostra come l'ascolto attivo e la volontà di migliorarsi possano trasformare le difficoltà iniziali in un'occasione di crescita.

Una problematica comune emersa in tutti i gruppi riguarda la caratteristica della *storia aperta*. Sebbene le domande formulate fossero per lo più indirizzate al lettore e avessero effettivamente l'obiettivo di aiutare il protagonista a raggiungere uno scopo, la maggior parte delle narrazioni presenta una frattura. Nello specifico, le storie sono spesso raccontate utilizzando tempi verbali al passato, ma si concludono improvvisamente al presente per trasmettere l'idea di una situazione aperta. Questo passaggio temporale crea un senso di incoerenza narrativa, interrompendo la fluidità della storia.

4.3 - CARATTERISTICHE DEI PROBLEMI NARRATIVI

Le caratteristiche individuate a priori sono state tutte riconosciute, ad eccezione della possibilità di diverse strategie risolutive. La possibilità di esplorazione, pur non essendo stata esplicitamente identificata, è emersa come *testo più lungo che spiega bene la situazione e permette di capirla*. In effetti, la possibilità di esplorazione si collega direttamente alla formulazione narrativa del testo, che presenta la situazione problematica in modo articolato: la presenza della storia favorisce la comprensione, permette agli studenti di immaginare il contesto e agevola il ragionamento nella scelta della strategia risolutiva.

L'importanza della presenza di personaggi animati mossi da scopi è stata individuata come *protagonista/personaggi che abbiano un problema o uno scopo*. La presenza di uno scopo da perseguire risulta fondamentale: la storia dei problemi narrativi

è strutturata affinché il protagonista necessiti di aiuto per raggiungere il proprio obiettivo, incentivando il lettore a trovare una soluzione al problema per sostenerlo.

L'evoluzione temporale, pur non identificata esplicitamente, rientra nelle caratteristiche *storia aperta e interessante*. La storia aperta si riferisce alla mancanza di un finale già definito, che viene svelato attraverso la soluzione, mentre la storia interessante è stata riconosciuta nell'aspetto sfidante che motiva il lettore ad affrontare il problema. Questo elemento di sfida è stato identificato nel fatto che il protagonista non riesce a risolvere autonomamente il proprio problema, rendendo necessario l'intervento del lettore.

La necessità di aiutare il protagonista a raggiungere il proprio scopo è stata identificata come *storia aperta*. Sebbene espressa con termini diversi, questa categoria si riferisce precisamente a tale aspetto narrativo.

Oltre alle caratteristiche identificate a priori, è emersa la caratteristica *domanda coinvolgente*. Questa si riferisce a una formulazione della domanda che si rivolge direttamente al lettore, invitandolo a risolvere il problema per supportare il protagonista nel raggiungimento del suo obiettivo.

Nonostante queste caratteristiche siano emerse a seguito della presentazione di un solo problema narrativo, risultano estremamente puntuali e comprendono quelle già identificate in precedenza. Con un unico esempio, i bambini sono riusciti a confrontare la struttura di un problema standard con quella di uno narrativo, cogliendo le differenze essenziali e traducendole in categorie ben definite.

La possibilità di applicare strategie risolutive diverse non è stata forzata, poiché si è ritenuto che potesse rappresentare un ostacolo più che un supporto durante la fase di creazione dei problemi.

4.4 - CATEGORIE DA INSERIRE NEL MATENOMIO

Le categorie individuate dalla classe si discostano solo leggermente da quelle pianificate a priori, nonostante il lavoro sui problemi a ricalco sia stato svolto in modo più rapido rispetto a quanto previsto inizialmente. A causa del tempo limitato, la discussione è stata guidata in modo più esplicito di quanto auspicato, con spunti di riflessione piuttosto diretti.

La prima categoria emersa è stata quella dei *personaggi*, un elemento discusso rapidamente poiché, già durante l'incontro precedente, era stato riconosciuto come una componente essenziale nella struttura di un problema narrativo.

Successivamente, si è affrontata la categoria relativa agli elementi di contorno di una storia, includendo il luogo in cui si svolge l'azione e gli oggetti che contribuiscono ad arricchirla, acquisendo un ruolo narrativo specifico. Per identificare questa ampia categoria, è stato scelto il termine *ambientazioni*.

La categoria degli *oggetti magici*, invece, è emersa con minore spontaneità. Dopo aver individuato tutte le altre categorie, i bambini inizialmente non avevano considerato l'inserimento di elementi magici all'interno del testo di un problema. A seguito di un input mirato, in cui è stato chiesto di riflettere su quali elementi potessero agevolare o ostacolare il protagonista nel raggiungimento del suo scopo, una bambina ha suggerito la bacchetta magica, portando alla generalizzazione nella categoria degli *oggetti magici*.

In fase di progettazione, l'aspetto matematico era stato immaginato suddiviso in due categorie distinte: numeri e cose che si possono fare con i numeri. Quest'ultima avrebbe incluso tutte le operazioni matematiche, lasciando spazio alla creatività dei bambini che, in assenza di una definizione rigida, avrebbero potuto proporre interpretazioni interessanti e originali delle operazioni stesse. Inizialmente, i bambini

hanno proposto le categorie *dati* e *operazioni*, ma durante la discussione sono state menzionate anche le figure geometriche. Questo ha portato alla decisione di unificare tutti questi aspetti sotto la categoria unica di *elementi matematici*.

Analizzando le rappresentazioni create, dove prevale il registro aritmetico scritto e sono presenti poche operazioni, si può osservare che tenere separate le categorie sarebbe stato più funzionale. Ciò avrebbe permesso una maggiore varietà di rappresentazioni matematiche, stimolando una riflessione più approfondita sulle rappresentazioni del numero. D'altra parte, avere una categoria dedicata alle operazioni avrebbe probabilmente introdotto maggiore complessità nella fase di elaborazione dei problemi.

4.5 - IMMAGINI CREATE

Le rappresentazioni create dai bambini non rispettano appieno la richiesta iniziale per la categoria *elementi matematici*. Era stato chiesto loro di rappresentare i numeri utilizzando diversi registri, con esempi espliciti come l'uso di dita, cannuce o oggetti concreti. Tuttavia, su dieci rappresentazioni di numeri, solo tre adottano un registro pittografico. Per quanto riguarda le operazioni, invece, su quattro rappresentazioni, tre presentano un registro pittografico o misto. Questa bassa percentuale di rappresentazioni grafiche dei numeri riflette una visione della matematica strettamente legata al registro aritmetico, difficile da svincolare dal segno numerico tradizionale. Le rappresentazioni in registro pittografico sono state spesso scartate e solo una è stata inserita nei problemi narrativi. Questo evidenzia la difficoltà dei bambini nel riconoscere una rappresentazione grafica come un elemento matematico valido.

Sarebbe stato utile dedicare più tempo a questa fase dell'attività, osservando con maggiore attenzione il processo di creazione delle rappresentazioni. In questo modo, sarebbe stato possibile incentivare la realizzazione di rappresentazioni più varie.

Per quanto riguarda le altre categorie, è interessante notare che, tra gli *oggetti magici*, compaiono ben sette bacchette magiche, elemento nominato nella discussione per la definizione delle categorie. Nonostante questa forte presenza, nella costruzione dei problemi gli oggetti magici utilizzati risultano invece molto vari: nel problema del gruppo 3 viene anche inserito un ulteriore oggetto magico, non presente nel Matenomio.

4.6 - SCELTA DEGLI ELEMENTI DURANTE L'USO DEL MATENOMIO

Nella fase di selezione degli elementi nel Matenomio, la categoria *elementi matematici* si è rivelata la meno cliccata, mentre la preferita è risultata essere la categoria *oggetti magici*. Tra i dieci elementi più scartati, ossia non scelti quando presenti tra le tre opzioni, ben cinque appartengono alla categoria degli *elementi matematici*.

I bambini si sono mostrati più propensi a selezionare elementi utili alla costruzione della struttura narrativa del problema, inserendo la componente matematica senza il supporto del Matenomio.

Un'interessante osservazione emerge dai gruppi che hanno utilizzato operazioni matematiche selezionate dal Matenomio per costruire il problema. Il gruppo 2 ha costruito il problema affinché l'operazione da effettuare per risolverlo fosse quattro diviso due, scelta dal Matenomio. Durante la discussione nel quarto incontro, i compagni hanno criticato questa scelta, ritenendo che il problema risultasse troppo semplice da risolvere e quindi poco stimolante.

Al contrario, il gruppo 5 ha seguito un approccio simile ma ha scelto un'operazione molto più complessa: $900 \times 1000 - 2$. Concentrandosi su un'operazione così complicata, hanno trascurato sia la coerenza narrativa sia la correttezza grammaticale, rendendo il testo artificioso e difficile da comprendere. Sebbene il problema avesse un buon potenziale, sia narrativo che matematico, è risultato poco efficace a causa della

scarsa attenzione dedicata alla narrazione. Nel corso del quarto incontro, inoltre, il gruppo non è riuscito a completare la rielaborazione del problema nel tempo a disposizione, probabilmente a causa dell'elevato sforzo necessario per rendere fluida la narrazione. Partendo dall'operazione selezionata dal Matenomio, hanno poi aggiunto altri numeri molto grandi, ma al momento della risoluzione non sono stati capaci di eseguire i calcoli.

La presenza delle operazioni nel Matenomio, quindi, non ha facilitato la progettazione del problema ma, al contrario, l'ha ostacolata. Probabilmente questa attività richiede una maggiore familiarità con questo genere di richieste, che un percorso breve come quello proposto non ha potuto sviluppare.

Un altro aspetto interessante riguarda la scelta dei numeri: i bambini hanno mostrato una preferenza per i numeri rappresentati in registro aritmetico scritto rispetto a quelli in registro pittografico. Questo conferma una visione della matematica strettamente legata al registro aritmetico.

Sarebbe interessante proporre un'attività che includa solo elementi matematici rappresentati con registri diversi, come disegni di oggetti concreti in quantità diverse per rappresentare i numeri, grandezze fisiche, orologi, dita e altre modalità grafiche. Questo fornirebbe un aggancio narrativo pur forzando l'utilizzo degli elementi matematici del Matenomio nella creazione dei problemi narrativi.

4.7 - ADATTAMENTO DEL FANTASTINOMIO

Il Fantastinomio è uno strumento progettato per essere utilizzato in diversi contesti, al fine di rispondere a varie esigenze educative. La possibilità di definire le categorie e di inserire rappresentazioni personali lo rende un software adatto a perseguire obiettivi in tutte le discipline.

Alla luce delle scelte fatte dai bambini riguardo gli *elementi matematici*, spesso scartati, potrebbe essere interessante introdurre il vincolo di scegliere almeno un elemento matematico in ogni sessione di otto elementi. Per incentivare la costruzione del problema con questo elemento, sarebbe però necessario modificare leggermente la consegna. Nella progettazione attuale, infatti, ai bambini è stata data la possibilità di non utilizzare tutti gli elementi mostrati sullo schermo al termine della sessione per costruire il problema. Mantenendo questa consegna, quindi, rimarrebbe la possibilità di avere un elemento matematico nella sessione e poi decidere di non utilizzarlo nella costruzione del problema.

Un altro aspetto da considerare riguarda l'input narrativo presente nel software. La sessione di scelta delle immagini inizia con la dicitura *C'era una volta*, che invita a raccontare una storia avvenuta nel passato; il Fantastinomio è infatti progettato per stimolare la narrazione di favole. Quando viene usato per la creazione di problemi narrativi, caratterizzati da un finale aperto, in modo che sia il lettore ad aiutare il protagonista a raggiungere il suo scopo, questa dicitura può creare confusione. In futuro, può essere utile valutare un'alternativa per stimolare l'inizio della narrazione, come *Oggi mi è successo* o, in alternativa, nessuna dicitura iniziale.

CAPITOLO 5 - CONCLUSIONI

Le considerazioni fatte fino a questo punto permettono di rispondere alla domanda di ricerca da cui siamo partiti, ovvero investigare gli esiti, previsti e non previsti, dell'integrazione del Fantastinomio con la matematica attraverso l'uso dei problemi narrativi.

I bambini delle classi quarta e quinta si sono dimostrati estremamente coinvolti e hanno partecipato attivamente alle attività, mentre i più piccoli hanno avuto più difficoltà a dare il loro contributo. Nonostante ciò, soprattutto nei momenti di lavoro in gruppo, la disponibilità a collaborare ha fatto la differenza nel loro coinvolgimento. Considerando queste osservazioni e la difficoltà riscontrata, ad esempio, dal gruppo 5 nel mantenere un equilibrio tra coerenza narrativa e correttezza matematica, risulta opportuno sviluppare proposte che bilancino adeguatamente questi due aspetti. In questo modo, è possibile offrire un lavoro stimolante ma allo stesso tempo accessibile, calibrato sulle esigenze di ciascuno.

Dal punto di vista della matematica, è emersa una visione strettamente legata al segno aritmetico, un aspetto inaspettato, considerando le pratiche coinvolgenti e attive proposte dalla docente.

Il lavoro sull'identificazione delle caratteristiche dei problemi ha dato ottimi risultati, nonostante sia stato svolto su un unico problema narrativo, senza ulteriori esempi. Questo ha dimostrato una grande capacità di osservazione critica da parte degli studenti, che si sono dimostrati capaci di riconoscere, all'interno di una narrazione, gli elementi che la rendono tale. Anche se i problemi inventati dai bambini sono talvolta risultati stereotipati o matematicamente poco coerenti, il lavoro sui problemi narrativi, se sviluppato nel lungo termine, può favorire la costruzione di storie significative dal punto

di vista matematico, contribuendo a promuovere una visione positiva della disciplina. Un altro aspetto su cui risulta importante focalizzare l'attenzione in un lavoro a lungo termine riguarda l'apertura del problema narrativo. Come emerge dall'attività del ricalco del gruppo 1 (Capitolo 3.2), ad esempio, i bambini tendono a chiudere la storia con forme verbali al passato, aderendo a una struttura più vicina alla favola. Per conformarsi alle caratteristiche dei problemi narrativi che loro stessi hanno identificato forzano l'apertura della domanda con verbi al presente, creando una frattura. Per questo, è necessario fornire molti esempi agli studenti e abituarli progressivamente a concepire problemi aperti, promuovendo la costruzione di narrazioni aperte e coerenti nelle attività di problem posing.

Se svolto con tempi più dilatati, questo lavoro potrebbe portare a una comprensione profonda e al consolidamento delle tematiche affrontate dei vari incontri, apportando grandi benefici ai bambini. Un esempio emblematico è rappresentato dalla possibilità di prevedere diverse strategie risolutive: in una progettazione a breve termine nella quale sono stati introdotti tanti elementi nuovi, forzare l'inserimento di questa caratteristica avrebbe potuto generare confusione. In un percorso a lungo termine, invece, abituare i bambini a confrontarsi con problemi aperti e a discutere strategie differenti consentirebbe di integrare progressivamente questo elemento nella costruzione dei problemi narrativi. Questo permetterebbe di lavorare sulla costruzione dell'idea di matematica proposta nelle Indicazioni Nazionali (MIUR, 2012), intesa come una disciplina in cui l'aspetto fondamentale sono i processi e strettamente legata alla vita quotidiana, contrariamente a come appare nell'immaginario comune.

BIBLIOGRAFIA

Altrichter, H. (2018). Aktionsforschung und Design-Based Development. In P. Posch, F. Rauch, & S. Zehetmeier (Eds.), *Das Lernen von Lehrerinnen und Lehrern, Organisationen und Systemen* (pp. 135–148). Waxmann Münster.

Bruner, J. (1991). The narrative construction of reality. *Critical Inquiry*, 18(1), 1. Retrieved from <https://www.proquest.com/scholarly-journals/narrative-construction-reality/docview/1297272188/se-2>

Dettori, G. & Giannetti, T. (2006). Ambienti narrativi per l'apprendimento. *Italian Journal of Educational Technology*, 14(1), 20. Ortona, Italy: Edizioni Menabò - Menabò srl. Retrieved August 27, 2024 from <https://www.learntechlib.org/p/183173/>

Di Martino, P. & Zan, R. (2020). Problemi per crescere. *Matematica senza paura*. Giunti Scuola.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique. In *Annales de didactique et de sciences cognitives* (Vol. 5, pp. 37-65).

Hug, T. (2010). Mikrolernen und bricolierende bildung. In *Medienbildung in neuen kulturräumen* (pp. 197–212). VS Verlag für Sozialwissenschaften. https://doi.org/10.1007/978-3-531-92133-4_14

McKenney, S., & Reeves, T. C. (2012). *Conducting educational design research*. Routledge.

MIUR (2012). *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione*. <https://www.miur.gov.it/documents/20182/0/Indicazioni%20nazionali%20e%20nuovi%20scenari/>

Pólya, G. (1945). *How to Solve it: A New Aspect of Mathematical Method*. Regno Unito: Princeton University Press.

Roberts, N., & Stylianides, A. J. (2013). *Telling and illustrating stories of parity: a classroom-based design experiment on young children's use of narrative in mathematics*. *ZDM the International Journal on Mathematics Education*, 45 (3), 453-467.

Rodari, G. (1973). *Grammatica della fantasia: introduzione all'arte di inventare storie*. Einaudi Ragazzi.

Rosli, R., Capraro, M. M., & Capraro, R. M. (2014). The Effects of Problem Posing on Student Mathematical Learning: A Meta-Analysis. *International Education Studies*, 7(13), 227-241.

Schoenfeld, Alan H. *Mathematical Problem Solving*. San Diego New York: Academic Press, 1985. Print.

Schlauch, M. (2023). *Mekids: Media education with kids through interactive digital storytelling, a design-based research study* [Tesi di dottorato, Free University of Bolzano]. <https://hdl.handle.net/10863/36753>

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the learning of mathematics*, 14(1), 19-28.

SIPED. (2020). Codice etico. <https://www.siped.it/la-societa/codice-etico/>
(consultato il 17/12/2024)

Thorndike, E. L. (1913). *The psychology of learning* (Vol. 2). Teachers College, Columbia University.

Turkle, S., & Papert, S. (1990). Epistemological pluralism: Styles and voices within the computer culture. *Signs: Journal of women in culture and society*, 16(1), 128–157.

Zan R., Fischbein E. (1989), I bambini di fronte ad un problema aritmetico in cui mancano i dati numerici: come si orientano nella scelta dei dati e delle strategie risolutive, *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze integrate*.

Zan, R. (2012). La dimensione narrativa di un problema: il modello C&D per l'analisi e la (ri) formulazione del testo. *Parte I. L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 35, 107-126.

Zan R. (2016), I problemi di matematica. Difficoltà di comprensione e formulazione del testo, Roma, Carrocci editore.

Zazkis, R. & Liljedahl, P. (2019). *Teaching Mathematics as Storytelling*. BRILL

Zudini, V. (2017). Zan N. (2016). I problemi di matematica. Difficoltà di comprensione e formulazione del testo, Roma, Carrocci, 263 pp.(ISBN 978-88-7466-743-7). *QUADERNI CIRD*, 15, 83-87.

RINGRAZIAMENTI

Giunti al termine di questo percorso, vorrei dedicare qualche riga per ringraziare le persone che, in modi diversi, lo hanno reso possibile e speciale.

In primo luogo, un sentito grazie alla Professoressa Garzetti e al Professor Schlauch, che mi hanno permesso di sviluppare uno studio stimolante e ricco di opportunità di apprendimento. La loro disponibilità, fiducia e il prezioso supporto sono stati fondamentali per portare a termine questo lavoro.

Un grazie speciale va alla mia famiglia. Ai miei genitori che mi hanno sostenuta con affetto e hanno creduto in me anche quando io stessa facevo fatica a farlo, trovando sempre le parole giuste (e qualche volta un po' insistenti). A Chri, che con il suo modo unico di esserci, fatto di risate e battute, mi ha dato l'energia per arrivare fino alla fine.

Alle mie compagne di corso, che sono diventate molto più di semplici compagne. Un ringraziamento particolare va a Mia, Sara, Federica e Alexandra, con cui ho condiviso chilometri di appunti e montagne di caffè. Grazie di cuore per tutto, non è stato solo un viaggio universitario, ma un pezzo di vita che ha posto speciale nel cuoricino.

Un abbraccio va ai miei amici che, nei momenti in cui lo studio sembrava non finire mai, mi hanno fatto respirare aria fresca, offrendomi risate, supporto e svago. Siete il mio angolo di serenità e per questo vi voglio un mondo di bene.

Lisa, un grazie speciale è per te. Quel mix di dolcezza e follia che ti contraddistingue rende unico ogni momento passato in tua compagnia. Grazie per non avermi mai lasciata sola e per avermi ricordato che anche nei momenti più impegnativi è importante trovare spazio per sorridere.

Un altro grazie speciale è per Chiara, arrivata nella mia vita da meno tempo ma che ha saputo guadagnarsi uno spazio enorme nel mio cuore. Mi hai spronata a dare il massimo, sei stata un esempio prezioso e non avrei concluso questo percorso allo stesso modo senza di te.