ING. AGOSTINO CAPOCACCIA

FORZE AGENTI SUGLI ALBERI E REAZIONI DEI SOPPORTI NELLE TRASMISSIONI A FRIZIONE

GENOVA
TIPOLITOGRAFIA A. ROSSI
1925

FORZE AGENTI SUGLI ALBERI E REAZIONI DEI SOPPORTI NELLE TRASMISSIONI A FRIZIONE

Consideriamo dapprima il caso generale di un accoppiamento a frizione fra due alberi compiani, facenti fra loro un certo angolo $i = \alpha + \beta$ che conveniamo sia per ora minore di 90° *(Vedi fig. 1)*.

Se C è il numero dei cavalli disponibili sull' albero motore, n il numero dei giri dello stesso albero, r il raggio della ruota conica motrice, la forza agente alla periferia di questa, è notoriamente espressa da

$$P = \frac{75\ C}{\dfrac{2\pi r n}{60}}$$

È evidente che la condizione affinchè detto sforzo possa essere trasmesso dalla periferia della ruota motrice a quella della ruota condotta, sarà realizzata generando fra le due ruote, normalmente alla generatrice di contatto, una pressione mutua S, tale da dar luogo ad una resistenza d' attrito fS (tangenziale alla periferia stessa) che dovrà a sua volta risultare maggiore dello sforzo periferico P sopra definito. — Dovrà perciò risultare

$$fS \geqq P$$

Sia A la ruota motrice, B la ruota condotta, α e β i semiangoli al vertice dei coni di frizione; indichiamo ancora con R_1 R_2 le reazioni dei sopporti della ruota motrice, con R'_1 R'_2 quelle dei sopporti della ruota condotta; con Q la forza di accoppiamento che dovremo applicare secondo l' asse A, con Q' quella che dovremo applicare secondo l' asse B.

La pressione mutua S, considerata come reazione di B contro A, sarà tenuta in equilibrio dalla risultante R delle reazioni R_1 R_2 dei cuscinetti dell' albero A e della spinta assiale Q.

A partire da un polo arbitrario O segnamo un segmento equipollente alla forza $P = fS$ e determiniamo graficamente l'intensità della forza S costruendo il triangolo rettangolo OCD col cateto OD parallelo ad S, coll' altro cateto normale ad S ed uguale ad fS e coll' ipotenusa inclinata dell' angolo d' attrito φ alla linea d' azione di S.

Ciò fatto potremo costruire il triangolo d' equilibrio ODE delle forze S, Q, R.

In modo analogo la pressione mutua S considerata come reazione di A contro B sarà tenuta in equilibrio della risultante R' delle reazioni dei cuscinetti dell'albero B e della spinta assiale Q', che dovremo esercitare sullo stesso albero per realizzare la condizione di movimento.

Potremo quindi costruire il triangolo d' equilibrio ODF di queste tre forze. — Dalla figura si ricava

$$(1) \begin{cases} Q = S \operatorname{sen} \alpha = \dfrac{P}{f} \operatorname{sen} \alpha \\ Q' = S \operatorname{sen} \beta = \dfrac{P}{f} \operatorname{sen} \beta \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} R = S \cos \alpha = \dfrac{P}{f} \cos \alpha \\ R' = S \cos \beta = \dfrac{P}{f} \cos \beta \end{cases}$$

Queste relazioni forniscono le intensità delle spinte assiali e delle risultanti delle reazioni dei cuscinetti in funzione dello sforzo periferico P, del coefficiente di attrito e dei semiangoli al vertice dei coni di frizione.

Dalle espressioni (1) si ricava immediatamente

$$\frac{Q}{Q'} = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \beta} = \tau = \text{rapporto di trasmissione}$$

ossia *nell'accoppiamento di due ruote coniche le spinte assiali che si debbono esercitare sugli alberi, al fine di realizzare la condizione per la trasmissione del movimento, stanno fra loro nel rapporto adottato per la trasmissione stessa.*

Dalle espressioni (1) e (2) si deduce ancora:

1) *Al diminuire degli angoli* α *e* β *diminuiscono le spinte degli alberi e crescono le reazioni dei cuscinetti, sino a che*

$$\text{per} \begin{cases} \alpha = o \\ \beta = o \end{cases} \quad \text{risulta} \begin{cases} Q = Q' = o \\ R = R' = \dfrac{P}{f} \end{cases}$$

Questo caso limite è realizzato in pratica molto frequentemente con le ruote di frizione cilindriche, (*Vedi fig. 2*) calettate su alberi paralleli; le spinte assiali sono nulle, mentre i cuscinetti dovranno esercitare una reazione massima

$$R \geqq \frac{P}{f}$$

2) *Al crescere degli angoli* α e β *crescono le spinte assiali e diminuiscono le reazioni dei cuscinetti, sino a che*

$$\text{per} \begin{cases} \alpha = 90^\circ \\ \beta = 90^\circ \end{cases} \quad \text{risulta} \begin{cases} Q = Q' = \dfrac{P}{f} \\ R = R' = o \end{cases}$$

Allora gli alberi sono per dritto, le reazioni sono nulle, le spinte sono massime; questo caso limite si realizza in pratica cogli ordinari innesti piani ad attrito. Le ruote si riducono generalmente a due corone circolari, che vengono spinte a contatto per mezzo di una leva. (*Vedi fig. 3*).

***

Riferiamoci ancora alla figura 1; uniamo E con F; il segmento EF rappresenta in direzione e intensità la risultante delle forze Q e Q' se riguardata in un certo senso, la risultante delle forze R ed R' se riguardata nel senso opposto.

Supponiamo ora di assegnare all' angolo di incidenza degli alberi $i = \alpha + \beta$ un certo valore costante, e facciamo invece variare α e β in modo da realizzare rapporti crescenti di trasmissione. Quale sarà per una data di inclinazione degli alberi, il rapporto di trasmissione più conveniente, agli effetti delle forze agenti sugli alberi stessi?

Al variare di α e β varia la linea d' azione di S, pur rimanendone costante l' intensità; onde la pressione mutua ruoterà attorno al polo O, descrivendo un cerchio di raggio S. Per ogni valore di S, dovremo costruire i triangoli d' equilibrio al fine di determinare le forze Q, Q', R, R'.

Ma le spinte Q al variare di α e β variano con la legge del seno, le reazioni R ed R' variano con la legge del coseno; onde i triangoli

$$T\,Q\,Q' \qquad\qquad T\,R\,R'$$

risultano iscritti nel cerchio di diametro S, qualunque sia la posizione di S.

Onde più semplicemente descritto il cerchio di diametro S *(fig. 4)* potremo immaginare di tener ferma S in una posizione arbitraria (per es. orizzontale) e di portare al disopra e al di sotto di essa, a partire dal polo O, rispettivamente gli angoli α e β, in modo che risulti sempre

$$\alpha + \beta = \mathrm{i} = \mathrm{cost}$$

Dal triangolo TRR' si deduce

$$\frac{T}{\operatorname{sen}(\alpha + \beta)} = S$$

Questa relazione vale per qualunque coppia di valori di α e di β; ma dovendo sempre risultare $\alpha + \beta = i =$ cost., risulterà

$$T = S \operatorname{sen} i = \text{cost.}$$

ossia per un dato valore di i, al variare del rapporto di trasmissione, la risultante T delle spinte o delle reazioni dei cuscinetti, è una forza costante in intensità, avente rispetto alla generatrice di contatto ($\perp$ ad S) una certa inclinazione γ *(vedi sempre fig. 4)*; questa inclinazione fa sì che tanto le spinte quanto le reazioni dei cuscinetti siano differenti per i due alberi; e questa differenza è tanto maggiore quanto più grande è l'inclinazione γ; il che porta ad un consumo più rapido dei cuscinetti dell'albero sul quale è fissata la ruota maggiore, con conseguente irregolarità di movimento.

Concludiamo quindi che *per un dato valore dell'angolo di incidenza degli alberi, il rapporto di trasmissione più conveniente affinchè gli alberi e i cuscinetti risultino ugualmente sollecitati è il rapporto* $\frac{1}{1}$ *per il quale risulta* $\alpha = \beta$ *e* $\gamma = o$.

***

Facciamo ora il caso inverso. — Supponiamo di aumentare gradatamente l'angolo di incidenza degli alberi, tenendo fisso il rapporto di trasmissione ossia ponendo

$$\frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \beta} = \tau = \text{cost.}$$

La figura 5 mostra chiaramente che aumentando i, cresce proporzionalmente anche T, il che risulta pure dalla relazione

$$T = S \text{ sen } i$$

Quale sarà il valore di i che rende massimo T? Evidentemente $i = 90^\circ$ per cui risulta

$$T = S$$

Potremo dunque dire che *per un dato rapporto di trasmissione l'angolo di incidenza degli alberi che dà luogo alla massima risultante delle reazioni dei cuscinetti o delle spinte assiali, si ha quando gli assi sono ortogonali (che è il caso più frequente in pratica).*

In questo caso *(Vedi fig. 6)* si ha $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$ per cui

$$\left\{\begin{aligned} Q &= S \text{ sen } \alpha = \frac{P}{f} \text{ sen } \alpha \\ Q' &= S \text{ sen } \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{P}{f} \cos \alpha \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} R &= S \cos \alpha = \frac{P}{f} \cos \alpha \\ R' &= S \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{P}{f} \text{ sen } \alpha \end{aligned}\right.$$

Ossia

$$Q = R'$$
$$R = Q'$$

T è il diametro del cerchio, ossia la diagonale del rettangolo di lati Q e R.

Anche qui supponiamo fissato l'angolo di incidenza degli alberi; vediamo qual'è il rapporto di trasmissione più conveniente.

Al variare di α e β la risultante T ruota attorno al centro O. La condizione più favorevole si avrà ancora quando T avrà la direzione della generatrice di contatto, ossia quando

$$\alpha = \beta = 45^\circ$$

nel qual caso

$$\tau = \frac{1}{1}$$

le spinte sono uguali alle reazioni, cioè $Q = Q' = R = R'$ e il rettangolo sopra considerato si riduce ad un quadrato.

***

Se ora immaginiamo che uno di questi elementi conici, si trasformi in un piano (piano conico), e l' altro si riduca a un disco girevole attorno al proprio asse, otteniamo il noto meccanismo *(Vedi fig. 7)*, che permette di variare entro limiti amplissimi il rapporto di trasmissione e che trova tanto utile impiego in molte macchine utensili.

In questo meccanismo il movimento si trasmette per contatto di rotolamento e di strisciamento.

Questo caso si può far rientrare nella teoria generale precedentemente esposta, quando si faccia

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \qquad \beta = o$$

Le formule generali si riducono allora alle espressioni seguenti

$$\left\{\begin{aligned} Q &= \frac{P}{f} \\ Q' &= o \\ R &= o \\ R' &= \frac{P}{f} \end{aligned}\right. \qquad \text{ossia} \qquad \left\{\begin{aligned} Q = R' &= \frac{P}{f} \\ T &= \frac{P}{f} \end{aligned}\right.$$

La spinta assiale Q è sopportata unicamente dall'albero portante il piano conico ed è uguale in intensità alla risultante R' delle reazioni dei cuscinetti dell'altro albero. — Se T è il valore comune di queste due forze, ed r è il raggio variabile del piano conico, sarà Tr il momento della coppia che da queste forze trae origine; questo momento agirà sfavorevolmente sulla superficie del piano conico e sarà tanto più sentito, quanto maggiore sarà r, ossia quanto maggiore sarà il rapporto di trasmissione.

In virtù del presente studio possiamo quindi asserire che il problema della determinazione degli elementi caratteristici delle forze necessarie all' accoppiamento fra gli elementi cinematici di due alberi compiani, è sempre suscettibile di una soluzione grafica ed analitica assai semplice, qualunque sia l' angolo di incidenza degli alberi, tanto nel caso più generale che il movimento si trasmetta per contatto di rotolamento semplice, quanto nel caso meno frequente in pratica, ma non meno interessante, che il contatto avvenga per rotolamento e strisciamento simultaneo.

ING. AGOSTINO CAPOCACCIA

Genova, 28 Ottobre 1925.

FIGURE

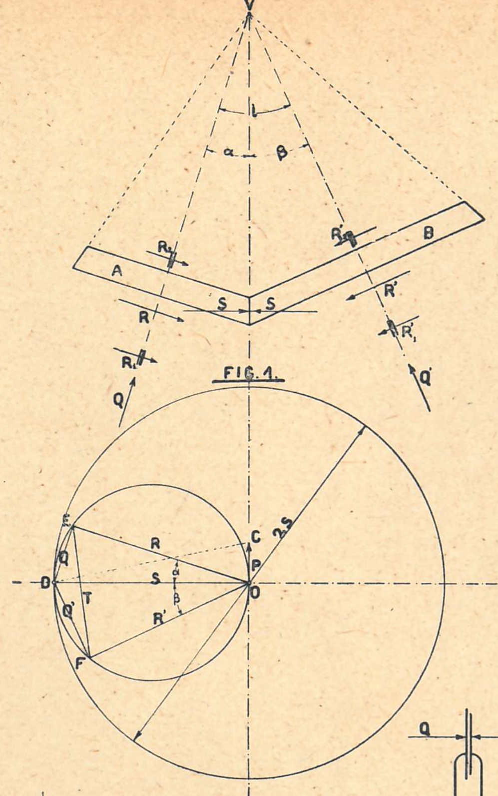


FIG.1.

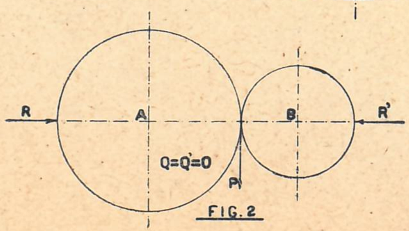


FIG.2

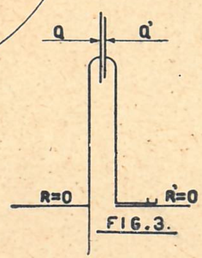


FIG.3.

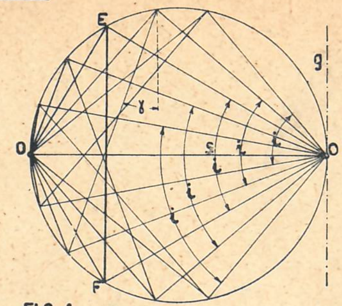


FIG.4.

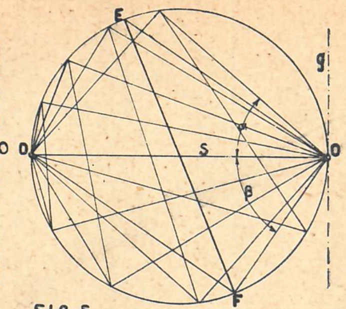


FIG.5.

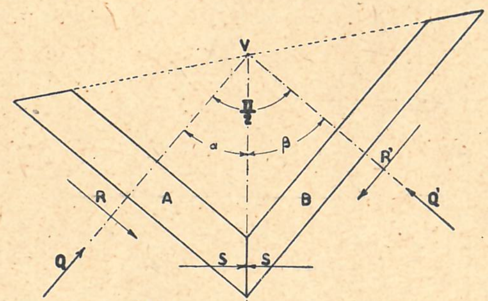
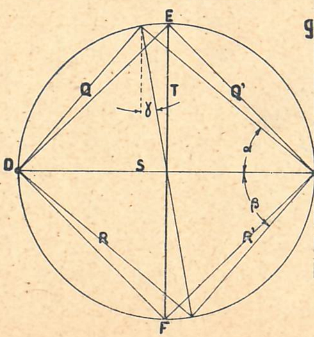


FIG.6.



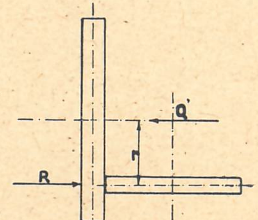


FIG.7.